doi:10.6041/j.issn.1000-1298.2026.17.021

呼伦贝尔退化草原土壤离散元仿真参数标定方法

杨　莉[1,2]　袁　昱[1,2]　李　涛[1,2]　高晓宏[2]　孙文婷[2]　贺长彬[3]

(1. 中国农业机械化科学研究院集团有限公司, 北京 100083;
2. 中国农业机械化科学研究院呼和浩特分院有限公司, 呼和浩特 010010;
3. 内蒙古农业大学机电工程学院, 呼和浩特 010018)

摘要: 针对草原退化严重的问题,在设计和优化与该类型土壤接触部件时,离散元法成为重要工具。为获取呼伦贝尔市周边退化草原土壤离散元仿真参数,以呼伦贝尔市周边退化草原土壤为例,研究采用物理试验与仿真优化设计相结合的方法,对退化草原土壤离散元参数进行标定。以测定的物理参数为参考,以土壤休止角、滑动摩擦角、凝聚力与内摩擦角的试验结果为目标,通过 Plackett－Burman 试验筛选出显著性因素,再由最陡爬坡试验沿梯度方向逼近至响应面顶点附近,最后由 Box－Behnken 试验引入非线性模型确认最优解,实现对影响仿真结果的接触参数、力学参数标定。结果表明仿真休止角与实际休止角相对误差为 0.32%;以滑动摩擦角验证试验数据,仿真试验与物理试验误差为 1.35%;凝聚力与内摩擦角拟合值为 23.603 kPa、26.387°,与实际值误差分别为 0.62%、0.5%。标定的参数能真实反映呼伦贝尔周边退化草原土壤的特性,研究结果可为呼伦贝尔退化草原触土部件优化设计提供理论与模型基础。

关键词: 退化草原; 土壤; 离散元; 参数标定

中图分类号: S541; TP391.9　　**文献标识码**: A　　**文章编号**: 1000-1298(2026)17-0221-10　　**OSID**:

Discrete Element Simulation Parameter Calibration of Soil in Hulunbuir Degraded Grassland

Yang Li[1,2]　Yuan Yu[1,2]　Li Tao[1,2]　Gao Xiaohong[2]　Sun Wenting[2]　He Changbin[3]

(1. *Chinese Academy of Agricultural Mechanization Sciences Group Co., Ltd., Beijing* 100083, *China*
2. *Hohhot Branch of Chinese Academy of Agricultural Mechanization Sciences Co., Ltd., Hohhot* 010010, *China*
3. *College of Mechanical and Electrical Engineering, Inner Mongolia Agricultural University, Hohhot* 010018, *China*)

Abstract: In view of the serious problem of grassland degradation, the discrete element method becomes an important tool in the design and optimization of this type of soil contact equipment. In order to obtain the discrete element simulation parameters of degraded grassland soil around Hulunbuir City, taking the degraded grassland soil around Hulunbuir City as an example, the method of combining physical experiment and simulation optimization design was used to calibrate the discrete element parameters of degraded grassland soil. Taking the measured physical parameters as references and aiming at the experimental results of soil accumulation angle, sliding friction angle, cohesion and internal friction angle, the significant factors were screened out through the Plackett－Burman experiment, and then the steepest climbing slope experiment approached along the gradient direction to near the vertex of the response surface. Finally, the nonlinear model was introduced by the Box－Behnken experiment to confirm the optimal solution, and the contact parameters and mechanical parameters that affected the simulation results were calibrated. The results showed that the relative error between the simulated stacking angle and the actual stacking angle was 0.32%. The sliding friction angle was used to verify the experimental data, and the error between simulation experiment and physical test was 1.35%. The fitted cohesion and internal friction angle are 23.603 kPa and 26.387°, with relative errors of 0.62% and

收稿日期: 2025－10－08　修回日期: 2025－10－28

基金项目: 国家重点研发计划项目(2022YFF1300602)

作者简介: 杨莉(1977—),女,正高级工程师,主要从事农业机械化工程研究,E-mail: snat1977@163.com

通信作者: 高晓宏(1984—),男,正高级工程师,主要从事农业机械化工程研究,E-mail: gxhuse@163.com

0.5% compared with the measured cohesion and in ternal friction angle, respectively. The calibration parameters can truly reflect the soil characteristics of the degraded grassland around Hulunbuir, and the research results can provide theoretical and model basis for the optimization design of the soil touching parts of the degraded grassland in Hulunbuir.

Key words: degraded grassland; soil; discrete element; parameter calibration

0 引言

草地作为生态保护屏障与畜牧业发展的重要战略资源,在防风固沙、涵养水源、固碳增汇方面发挥重要作用[1]。然而由于过度开发利用导致草地退化严重,尤其是牧草产量锐减以及品质下降,威胁了生态区域安全与经济效益。豆科牧草凭借具有生物固氮的特性[2],在退化草地土壤改良和提升草原生产力方面具有较大优势,但传统补播技术因种子产量低、幼苗竞争力弱等问题导致建植失败率高[3-5]。

近年来根据黄花苜蓿无性繁殖的特点,国内提出并且实施了苜蓿蘖芽岛恢复退化草地方法[6],通过补充地下豆科牧草营养繁殖库的方式恢复草地功能。该技术具有一定的应用潜力,但规模化的推广面临机械化移栽的难题,亟需开展触土部件与土壤互作机理研究,以解决作业过程中土壤扰动过大、根系损伤严重等关键技术问题。

近年来离散元法(Discrete element method, DEM)因能够从微观尺度分析土样颗粒与农机具相互作用机理,逐渐成为研究触土部件的主要工具[7-9],为提高栽植装备对退化草地的适配性,需对土壤颗粒与触土部件之间的离散元仿真参数进行标定[10]。

目前,已有许多研究学者对不同地区的土壤、农作物等进行了离散元标定研究[11-13]。国内外学者针对不同地区的土样做了相对应的离散元参数的标定[14-16],但大多局限于耕作层土壤,对于我国内蒙古东部地区退化草原的土壤研究较少。退化草原土壤因长期受风蚀沙化等诸多因素的影响,其沙粒占比高且粒径分布离散,颗粒间的粘结主要依靠矿物质粘结而非有机质粘结。本研究对土壤密度、含水量、休止角、剪切凝聚力与内摩擦角等机械参数测定;选用 Hertz-Mindlin with JKR 模型作为颗粒与颗粒间的接触模型,采用 Bonding V2 模型为颗粒与颗粒间的力学模型。以试验测定的本征参数为指导,在 Minitab 21 软件中设计 Plackett-Burman 试验、最陡爬坡试验与 Box-Behnken 试验,以休止角、滑动摩擦角、凝聚力、内摩擦角的实际值为目标,探究仿真的最优参数。为苜蓿栽植装备的触土部件结构设计、退化草原土壤扰动预测提供仿真参考。

1 土壤机械参数测定

1.1 试验材料

试验材料选用内蒙古自治区呼伦贝尔市海拉尔区哈克镇天然草原的土壤。采用直径与高度均为 50 mm 的圆柱形环刀对示范基地的土样进行采样,采集土样时对土样上方进行清除杂质处理,经多次测量计算,得到其平均密度为 1.634 g/cm^3,平均含水率为 8.9%。每次选用 150 g 土样,通过标准试验筛网对土样进行筛分试验,筛分试验后,对留在各筛盘上不同粒径的土壤颗粒进行称量,试验重复 3 次,标准试验筛与粒径分布如图 1、2 所示。

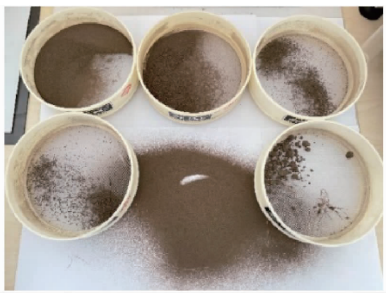


图 1 标准试验筛与筛分后结果

Fig. 1 Standard test sieve and sieving results

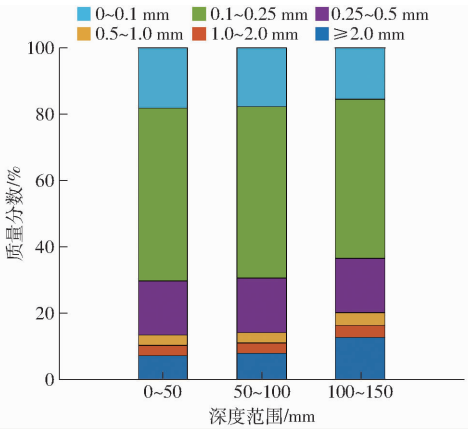


图 2 各深度土壤粒径质量分数

Fig. 2 Soil diameter mass percentage at each depth

1.2 接触参数测定试验

建立退化草原土壤的离散元模型需要的物理参数包括土壤泊松比、剪切模量、土壤-土壤碰撞恢复系数、静摩擦因数、滚动摩擦因数;土壤-钢的碰撞恢复系数、静摩擦因数、滚动摩擦因数。采用物料接触特性试验台与 ZJ 型应变控制式直剪仪(四联剪)对土样接触参数进行测定。

1.2.1　摩擦因数测定试验

采用斜面法[17]（图 3）对土壤-土壤、土壤-钢板之间的静摩擦因数与滚动摩擦因数进行测定。因土壤样本较为松散，不易试制为块状，因此将土壤粘连在铁块底部，同时用此方法制作较大面积土壤平板。

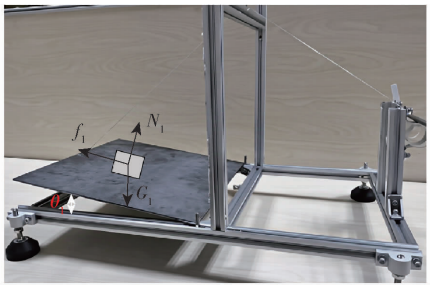


图 3　斜面法试验装置与原理

Fig. 3　Experimental device and principle of inclined plane method

（1）静摩擦因数测定

在摩擦因数测定试验台上均匀铺满土样，试验时分别将土壤板、钢板水平放置，土壤块放置在接触平板一端，以 1(°)/s 匀速抬高平板使平板与水平面形成夹角，当土壤沿平板斜面滑动瞬间，停止角度调节并读取角度仪记录倾角，如图 4 所示。计算土壤-土壤、土壤-45 号钢之间的静摩擦因数，试验重复 10 次。静摩擦因数计算式为

$$\mu_1 = \frac{f_1}{N_1} = \frac{G_1 \sin\theta_1}{G_1 \cos\theta_1} = \tan\theta_1 \tag{1}$$

式中　f_1——滑动摩擦力，N

N_1——平板对土壤块的支撑力，N

G_1——土壤块重力，N

μ_1——静摩擦因数

θ_1——土壤块开始运动瞬间平板倾斜角，(°)

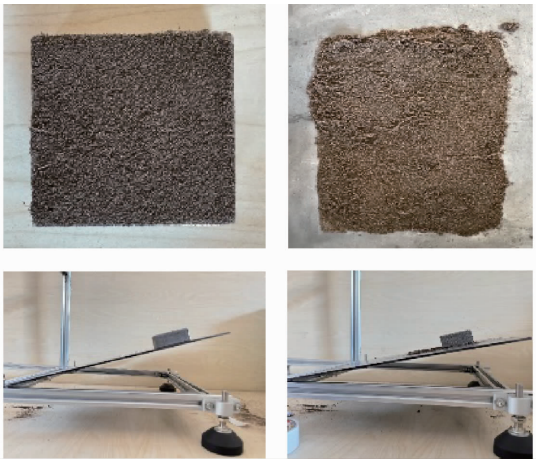


图 4　土壤-土壤、土壤-45 号钢静摩擦因数测定试验

Fig. 4　Soil - soil and soil - steel static friction coefficient test

（2）滚动摩擦因数测定

滚动摩擦因数测定是将土壤球放置在试验平板上[14]，平板与水平板夹角设定为 θ_2，在距离水平板一定竖直高度处自由滚下至静止在水平板上，平板与水平板材料相同（制作方法与静摩擦因数测定试验相同），且水平板连接处尽量光滑，如图 5 所示。试验结束后，测量土壤球在水平板上的滚动距离，试验重复 10 次。

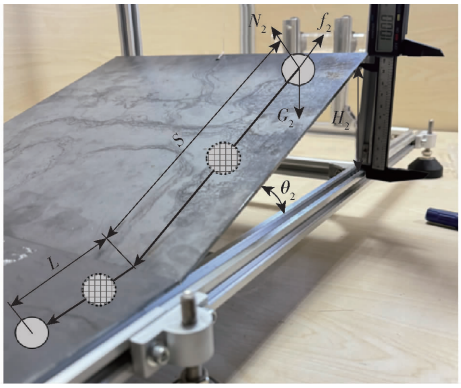


图 5　滚动摩擦因数试验原理图

Fig. 5　Rolling friction factor test principle diagram

根据能量守恒定律，滚动摩擦因数计算式为

$$G_2 H_2 = \mu_2 G_2 (S\cos\theta_2 + L) \tag{2}$$

式中　G_2——土壤球重力，N

H_2——土壤球与水平板竖直距离，mm

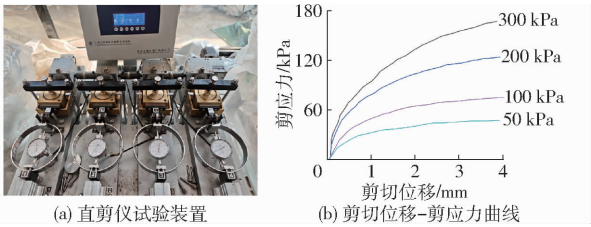
μ_2——滚动摩擦因数

L——土壤球在水平板上滚动距离，mm

S——土壤球在试验平板滚动距离，mm

1.2.2　直剪试验

采用 ZJ 型应变控制式直剪仪，如图 6a 所示，可测得试验土样的内摩擦角与凝聚力，确定其剪切模量。采取快剪试验，试验土样密度为 1.634 g/cm^3，含水率为 8.9%，试验过程中对每一样本分别施加不同的垂直压力，分别为 50、100、200、300 kPa，下剪切盒速率为 1.2 mm/min。试验重复 3 次，每次将土样重塑，取平均值为试验土样的对应参数。



(a) 直剪仪试验装置　　(b) 剪切位移-剪应力曲线

图 6　土样直剪试验及结果

Fig. 6　Direct shear test and results of soil sample

如图 6b 所示为剪切位移-剪应力曲线，得到土壤的内凝聚力与内摩擦角及泊松比关系式[16]

$$\tau = c + \tan\varphi \tag{3}$$

$$\nu = \frac{K_c}{1 + K_c} \tag{4}$$

其中　$$K_c = 1 - \sin\varphi \tag{5}$$

式中　τ——土壤抗剪强度，kPa

c——土壤凝聚力,kPa

φ——土壤内摩擦角,(°)

ν——土壤泊松比

K_c——土壤侧向压力,kPa

土壤剪切模量 G 用于描述土样抵抗剪切变形的能力,定义为剪应力 τ_0 与剪应变 γ_0 的比值。

1.2.3 休止角试验

休止角试验表征了土壤的流动情况,能够清楚地反映土壤颗粒之间、土壤与材料之间的接触参数,采用休止角作为试验的重要参数进行测量试验[18]。采用漏斗法测量土样的休止角,试验装置如图 7 所示,由三脚架、漏斗组成,从漏斗上方均匀使土壤自由落体到钢平面上,当土壤不再下落并静止时,采用图像处理方法测量休止角。使用相机拍摄,得到土壤样本休止角的正视图与右视图,应用 Matlab 对图片进行灰度处理与二值化处理,随后选取轮廓边界点并开展线性拟合[19],得到边界直线方程,计算出休止角,如图 8 所示,试验重复 5 次。

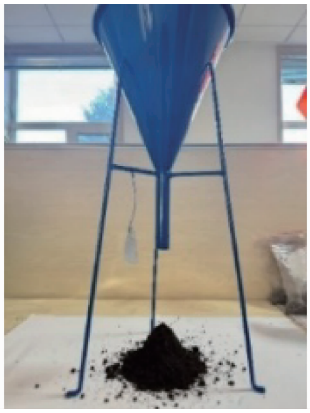
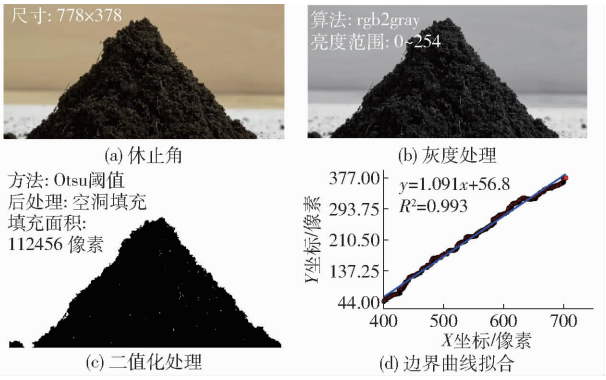


图 7 休止角测定试验

Fig. 7 Angle of repose test



(a) 休止角 (b) 灰度处理 (c) 二值化处理 (d) 边界曲线拟合

图 8 休止角测定过程

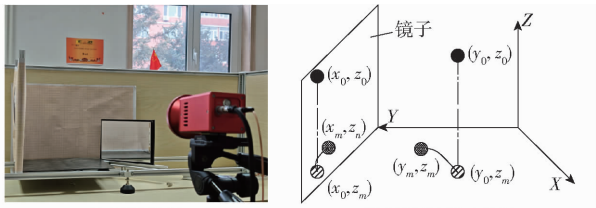
Fig. 8 Angle of repose measurement procedure

1.2.4 碰撞恢复系数测定

碰撞恢复系数表征了土壤与物体碰撞之后恢复到原来状态的能力,被定义为碰撞后的方向速度与碰撞前法向速度的比值。

本文将采用自由落体的方法测定土壤-土壤、土壤-45 号钢的碰撞恢复系数,试验装置如图 9a 所示。

将试验台放于水平面上,正后方与左侧放置有单位刻度 1 mm 的坐标纸,将反射镜面固定放置在与后方呈 135°夹角的位置上,将高速摄影仪放置在试验台正前方,调整三脚架使高速摄影仪水平并与试验台平齐,如图 9a 所示,高速摄影仪以 2 700 f/s 对下落土样进行拍摄。对试验平台碰撞进行运动学分析,建立试验台空间直角坐标系 $OXYZ$,土样颗粒在正后方坐标参考系中的位置为(y_0,z_0),在镜面中反射坐标为(x_0,z_0),为位置 1;在与下方试验台碰撞时坐标为(y_0,z_m),镜面中反射坐标为(x_0,z_m),为位置 2;碰撞后反弹几帧内的坐标为(y_m,z_n),镜面中反射坐标为(x_m,z_n),为位置 3,位置 1 与位置 2 相隔 m 帧,其时间记为 t_m;位置 2 与位置 3 相隔 n 帧,记为 t_n,原理如图 9b 所示。



(a) 试验样机 (b) 试验原理示意图

图 9 碰撞恢复系数试验装置与原理图

Fig. 9 Collision recovery coefficient test device and principle

土样颗粒在 Z 轴方向上做自由落体运动,在与下方试验台碰撞前的速度为[20]

$$v_m = \frac{z_0 - z_m}{t_m} + \frac{1}{2} g t_m^2 \tag{6}$$

反弹后将在空间坐标系中 Z 轴方向上做加速度为 g 的匀减速运动,其他两个方向上的瞬时速度等于他们在该方向上的平均速度,所以 3 个方向上的速度为

$$\begin{cases} v_X = \dfrac{x_m - x_0}{t_n} \\ v_Y = \dfrac{y_m - y_0}{t_n} \\ v_Z = \dfrac{z_n - z_m}{t_n} + \dfrac{1}{2} g t_n^2 \end{cases} \tag{7}$$

土样颗粒在 $OXYZ$ 空间内位置 3 的速度为

$$v_n = \sqrt{v_X^2 + v_Y^2 + v_Z^2} \tag{8}$$

联立式(6)、(7)、(8)并代入式

$$e_0 = \frac{v_t}{v_0} \tag{9}$$

式中 v_t——碰撞后速度 v_0——碰撞前速度

可得

$$e_0=\frac{\sqrt{\left(\frac{x_m-x_0}{t_n}\right)^2+\left(\frac{y_m-y_0}{t_n}\right)^2+\left(\frac{z_n-z_m}{t_n}+\frac{1}{2}gt_n^2\right)^2}}{\frac{z_0-z_m}{t_m}+\frac{1}{2}gt_m^2} \tag{10}$$

将不同被试材料固定在下方试验台上，测量土样颗粒在不同材料下的数据，每组试验重复 5 次。

通过试验及参考文献[21]，可得土样的本征参数如表 1 所示。

表 1　土样与钢材本征参数

Tab. 1　Soil sample and steel intrinsic parameters

参数	静摩擦因数	滚动摩擦因数	剪切模量/MPa	泊松比	碰撞恢复系数	休止角/(°)	凝聚力/kPa	内摩擦角/(°)
土样	0.534	0.378	13.4	0.33	0.121	45.42	23.75	26.4
钢材	0.672	0.258	790	0.30	0.187			

2　土壤离散元接触参数标定

2.1　土壤颗粒模型

离散元法是一种用于模拟颗粒介质动态力学的高效数值方法，在土壤离散元建模中，基于试验测得的土壤粒径分布，确定仿真颗粒的尺寸范围。为平衡计算效率与模型真实性，仿真颗粒的粒径通常会按实际粒径的 2 ~ 5 倍进行比例放大[21-22]。为便于进行土壤离散元仿真，在保证土壤模型真实性的前提下，根据环境标准 HJ 1068—2019《土壤粒度的测定 吸液管法和比重计法》，本文所测定草原土壤成分多为细砂粒，形状多为球粒型，建立模型时用 EDEM 默认的球形颗粒进行模拟。

2.2　EDEM 软件工作参数设置

根据休止角试验漏斗模型建立休止角仿真模型，如图 10 所示。为简化仿真效率，根据颗粒缩放理论将仿真颗粒放大为 2 mm，并采用随机 2 mm 颗粒大小的 0.5 ~ 1.5 倍随机生成[23]。设置总仿真时间为 11 s，时间步长为 1×10^{-6} s。

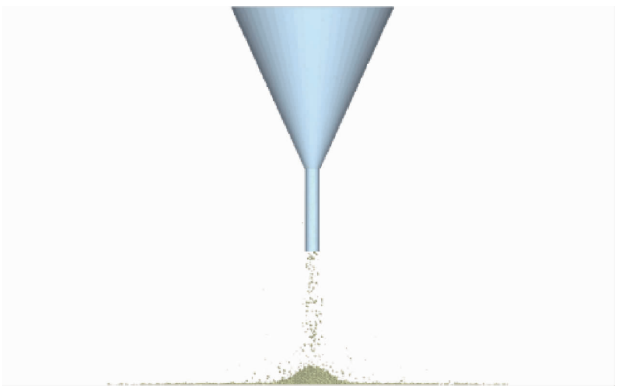


图 10　土壤休止角仿真试验

Fig. 10　Soil repose angle simulation experiment

在漏斗上方建立圆形颗粒工厂，设置颗粒的初始速度为 0 m/s，每秒生成 3 000 个颗粒，生成颗粒总时间为 5 s，颗粒生成后在重力的作用下进行自由落体运动，土壤与土壤之间采用 Hertz Mindlin with JKR 接触模型，土壤与 45 号钢之间采用 Hertz Mindlin (no slip) 接触模型；滚动模型均采用 Standard Rolling Friction Model[24-25]。

2.3　离散元法接触参数标定试验

本文将试验所测定的数据值作为依据，并通过查阅文献资料与 EDEM 内置的通用材料数据库(GEMM)获得离散元仿真参数的取值范围。

采用 Minitab 21 软件进行 Plackett - Burman 试验设计，筛选出对离散元仿真参数影响显著的参数，试验设计如表 2 所示，对 7 个相关参数进行筛选，将 7 个相关参数的最小值与最大值分别编译为 -1、1 水平(X_1、X_2、X_3、X_4、X_5、X_6、X_7为因素编码值)，仿真结束后利用 Image J 软件对 $+X$ 与 $-X$ 方向的休止角进行测量，取平均值，试验方案及结果如表 3，方差分析如表 4 所示。

表 2　接触参数各因素编码

Tab. 2　Contact parameters each factor encoding

试验因素	编码水平	
	-1	1
土壤-土壤碰撞恢复系数 x_1	0.15	0.55
土壤-土壤静摩擦因数 x_2	0.20	1.16
土壤-土壤滚动摩擦因数 x_3	0.10	0.20
土壤-45 号钢碰撞恢复系数 x_4	0.15	0.55
土壤-45 号钢静摩擦因数 x_5	0.10	1.16
土壤-45 号钢滚动摩擦因数 x_6	0.05	0.25
JKR 土壤表面能 x_7/(J·m^{-2})	0.40	0.80

表 3　接触参数 Plackett - Burman 试验设计与结果

Tab. 3　Contact parameters Plackett - Burman experiment design and results

序号	因素							休止角/(°)
	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	
1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	64.197 0
2	1	-1	1	1	-1	1	-1	35.129 5
3	-1	1	1	1	-1	1	1	69.959 0
4	1	-1	-1	-1	1	1	1	49.217 5
5	1	1	1	-1	1	1	-1	35.620 5
6	-1	1	1	-1	1	-1	-1	40.891 5
7	-1	1	-1	-1	-1	1	1	71.924 0
8	1	1	-1	1	-1	-1	-1	17.959 5
9	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	56.172 5
10	-1	-1	1	1	1	-1	1	62.654 0
11	-1	-1	-1	1	1	1	-1	28.491 0
12	1	1	-1	1	1	-1	1	17.893 5

表 4 Plackett－Burman 试验结果方差分析

Tab. 4 Plackett－Burman experiment results analysis of variance

来源	自由度	平方和	均方	F	P
模型	7	3 991.93	570.28	20.55	0.006
x_1	1	1 009.70	1 009.70	36.39	0.004 **
x_2	1	144.31	144.31	5.20	0.085
x_3	1	371.78	371.78	13.40	0.022 *
x_4	1	615.42	615.42	22.18	0.009 **
x_5	1	541.01	541.01	19.50	0.012 *
x_6	1	77.89	77.89	2.81	0.169
x_7	1	1 231.82	1 231.82	44.40	0.003 **
误差	4	110.99	27.75		
合计	11	4 102.92			

注：* 表示影响显著（$0.01 < P < 0.05$），** 表示影响极显著（$P \leqslant 0.01$）。下同。

结果显示土壤-土壤碰撞恢复系数 x_1、土壤-土壤滚动摩擦因数 x_3、土壤-45 号钢碰撞恢复系数 x_4、土壤-45 号钢静摩擦因数 x_5、JKR 土壤表面能 x_7 为显著因素。

2.4 最陡爬坡试验

将 Plackett－Burman 试验中得到的 5 个显著性因素进行最陡爬坡试验，可快速逼近最优参数区域。由于显著性因素较多，根据文献[19]，可进行 2 次最陡爬坡试验来逐步缩小误差，各显著性参数根据设定好的步长，根据最大最小水平分为 5 个步长，其中碰撞恢复系数与休止角呈负相关，所以因素 x_1 与 x_3 在取值范围内逐渐减小，其他 3 个因素逐渐增加，进行休止角最陡爬坡试验。以仿真休止角与物理休止角的相对误差为评价指标，结果如表 5 所示，随着 X_3、X_5、X_7 数值的增大与 X_1、X_4 数值的减小，仿真得出的休止角也在增大，但相对误差则呈现出先减小后增大的趋势；在 3 号试验时，试验休止角与实际休止角相对误差为最小，所以最优区间在 3 号试验水平附近。选取 3 号水平为高水平，4 号水平为低水平进行第 2 次最陡爬坡试验，在第 2 次爬坡试验中，在 2 号水平时与物理休止角相对误差最小，为 0.32%，如表 6 所示。所以最佳参数选取 2 号水平，最终标定土壤参数如表 7 所示，仿真休止角与物理休止角对比如图 11 所示。

表 5 接触参数第 1 次爬坡试验设计与结果

Tab. 5 Design and results of the first climbing test for contact parameters

序号	因素					休止角/(°)	误差/%
	x_1	x_3	x_4	x_5	x_7		
1	0.55	0.100	0.55	0.100	0.4	26.69	41.24
2	0.45	0.125	0.45	0.365	0.5	31.07	31.60
3	0.35	0.150	0.35	0.630	0.6	43.15	5.01
4	0.25	0.175	0.25	0.895	0.7	52.43	15.43
5	0.15	0.200	0.15	1.160	0.8	65.36	43.90

表 6 接触参数第 2 次爬坡试验设计与结果

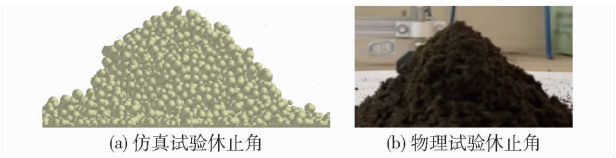
Tab. 6 Design and results of the second climbing test for contact parameters

序号	因素					休止角/(°)	误差/%
	x_1	x_3	x_4	x_5	x_7		
1	0.350	0.150	0.350	0.630	0.600	43.12	5.01
2	0.325	0.156	0.325	0.696	0.625	45.28	0.32
3	0.300	0.163	0.300	0.763	0.650	48.19	6.09
4	0.275	0.169	0.275	0.829	0.675	50.50	11.20
5	0.250	0.175	0.250	0.895	0.700	52.36	15.40

表 7 接触参数标定结果

Tab. 7 Contact parameter calibration results

参数	数值
土壤-土壤碰撞恢复系数	0.325
土壤-土壤静摩擦因数	0.680
土壤-土壤滚动摩擦因数	0.156
土壤-45 号钢碰撞恢复系数	0.325
土壤-45 号钢静摩擦因数	0.696
土壤-45 号钢滚动摩擦因数	0.150
JKR 土壤表面能/(J·m^{-2})	0.625



(a) 仿真试验休止角 (b) 物理试验休止角

图 11 土样休止角仿真试验与物理试验对比

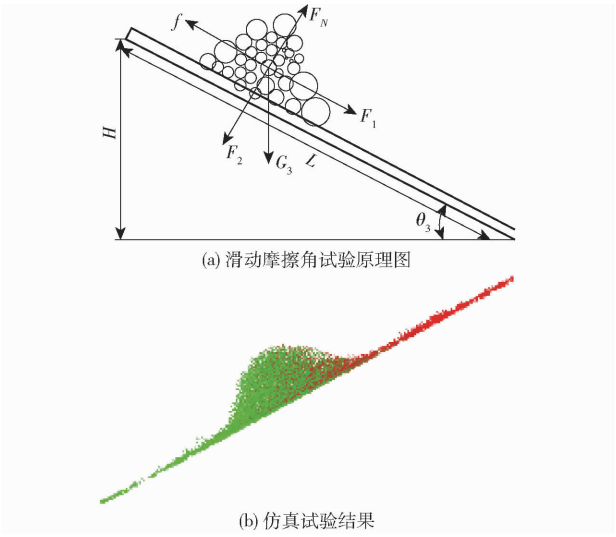
Fig. 11 Comparison between simulation experiment and physical test of resting angle of soil sample

2.5 滑动摩擦角试验验证

为了验证土样颗粒仿真模型的可行性，对土样进行滑动摩擦角试验，验证仿真参数的合理性与准确性。首先针对颗粒间摩擦因数的标定精度进行验证，其次验证 JKR 接触模型对土样颗粒表面附着力和水分的适用性。通过两次验证，可以检验标定参数的可信度，确定 JKR 接触模型的合理性[26]。

基于表 7 中的参数，对土样颗粒进行滑动摩擦角验证试验。在休止角试验后，对堆积土样颗粒进行验证试验，将高速摄影仪固定在试验台正前方，滑动摩擦角试验装置以 1(°)/s 的速度提升，当所有颗粒开始滑动时停止。验证试验原理如图 12a 所示，通过试验得到其滑动摩擦角为 29.521°，仿真试验结果为 29.122°，如图 12b 所示。

休止角仿真试验与物理试验以及滑动摩擦角仿真试验与物理试验误差如表 8 所示，对比试验误差分别为 0.32% 与 1.35%，说明土壤颗粒接触参数取值合理，结果真实可靠。



(a) 滑动摩擦角试验原理图

(b) 仿真试验结果

图 12　滑动摩擦角试验原理与结果

Fig. 12　Principle and results of sliding friction angle test

表 8　仿真试验与物理试验结果对比

Tab. 8　Comparison of simulation experiment and physical test results

参数	试验变量	角度/(°)	误差/%
休止角	物理试验	45.42	0.32
	仿真试验	45.28	
滑动摩擦角	物理试验	29.521	1.35
	仿真试验	29.122	

3　粘结参数标定

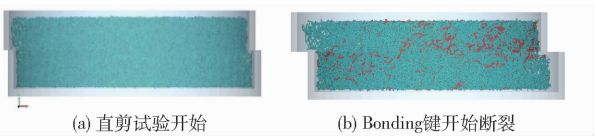
3.1　剪切破坏力参数标定试验

在 EDEM 软件中，采用 Bonding V2 模型进行粘结参数标定试验。按照土方试验方法标准 GB/T 50123—2019《土工试验方法标准》，根据接触参数标定结果，建立直剪试验仿真模型[26-27]，如图 13 所示，以 1 mm/s 的速度使上剪切盒移动，直至完全破坏，根据牛顿第二定律，颗粒的剪切应力 τ_1 等于颗粒对剪切面的作用力，在后处理界面中查看剪切面的总受力，计算式为

$$\tau_1 = \frac{F_f}{A} \tag{11}$$

式中　F_f——剪切盒总受力，N

A——剪切面积，mm^2



(a) 直剪试验开始　　(b) Bonding键开始断裂

图 13　直剪试验仿真

Fig. 13　Direct shear experiment simulation

以土壤颗粒单位面积法向应力 x_8、单位面积剪切应力 x_9、临界法向应力 x_{10}、临界切向应力 x_{11}、粘结圆盘半径 x_{12} 力学特性粘结参数为试验因素，以剪切破坏力为评价指标，开展 Plackett－Burman 试验，筛选出对破坏剪切力影响显著的因素，对 5 个相关参数进行筛选，将 5 个相关参数的最小值与最大值分别编码为 －1、1 水平，试验设计如表 9 所示，根据库仑定律，将得出的数据结果进行处理，得到凝聚力与内摩擦角，试验设计与结果如表 10 所示（X_8、X_9、X_{10}、X_{11}、X_{12}），凝聚力与内摩擦角显著性检验结果如表 11、12 所示。结果显示单位面积法向应力 x_8、单位面积剪切应力 x_9、粘结圆盘半径 x_{12} 效果显著，其余因素均取中间水平，临界法向应力 x_{10} 为 4.5×10^5 Pa、

表 9　力学参数各因素编码

Tab. 9　Mechanical parameters of each factor codes

试验因素	编码	
	－1	1
单位面积法向应力 x_8/(N·m^{-3})	1×10^6	1×10^7
单位面积剪切应力 x_9/(N·m^{-3})	2×10^6	1×10^7
临界法向应力 x_{10}/Pa	1×10^5	8×10^5
临界切向应力 x_{11}/Pa	3×10^5	2×10^6
粘结圆盘半径 x_{12}/mm	2	5

表 10　力学参数 Plackett－Burman 试验设计与结果

Tab. 10　Mechanical parameters Plackett－Burman experiment design and results

序号	因素					凝聚力/kPa	内摩擦角/(°)
	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}		
1	－1	1	－1	－1	－1	15.91	18.08
2	1	－1	1	1	－1	13.98	23.03
3	－1	1	1	－1	1	33.45	11.59
4	1	1	1	－1	1	59.88	21.45
5	－1	－1	－1	－1	－1	12.13	17.41
6	1	1	－1	1	1	53.03	28.28
7	1	－1	－1	－1	1	39.82	26.89
8	－1	－1	－1	1	1	28.63	21.38
9	－1	1	1	1	－1	15.73	18.34
10	1	－1	1	－1	－1	17.96	22.86
11	1	1	－1	1	－1	17.15	18.70
12	－1	－1	1	1	1	27.87	22.29

表 11　凝聚力 Plackett－Burman 试验结果方差分析

Tab. 11　Cohesion Plackett－Burman experiment results analysis of variance

来源	自由度	平方和	均方	F	P
模型	5	2 551.05	510.21	13.55	0.003
x_8	1	386.58	386.58	10.27	0.018 *
x_9	1	249.89	249.89	6.64	0.042 *
x_{10}	1	0.41	0.41	0.01	0.921
x_{11}	1	43.17	43.17	1.15	0.325
x_{12}	1	1 871.00	1 871.00	49.70	0.000 *
误差	6	225.87	37.64		
合计	11	2 776.91			

注：* 表示影响显著（$0.01<P<0.05$），下同。

表 12 内摩擦角 Plackett – Burman 试验结果方差分析

Tab. 12 Internal friction angle Plackett – Burman experiment results analysis of variance

来源	自由度	平方和	均方	F	P
模型	5	152.45	30.49	2.74	0.126
x_8	1	85.94	85.94	7.71	0.032 *
x_9	1	25.27	25.27	2.27	0.183
x_{10}	1	10.43	10.43	0.94	0.371
x_{11}	1	15.72	15.72	1.41	0.280
x_{12}	1	15.10	15.10	1.36	0.289
误差	6	66.88	11.15		
合计	11	219.34			

临界切应力 x_{11} 为 1.2×10^6 Pa。

3.2 最陡爬坡试验

将力学参数 Plackett – Burman 试验中得出的 3 个显著因素进行最陡爬坡试验。选取显著性因素:单位面积法向应力 x_8、单位面积剪切应力 x_9、粘结圆盘半径 x_{12} 作为自变量,每个因素设置 5 个水平,寻找更接近目标值的参数组合。最陡爬坡试验设计及结果如表 13 所示,凝聚力与内摩擦角均随显著因素的增大而增大,凝聚力与内摩擦角的相对误差均呈现出先减小后增大的趋势。

表 13 力学参数最陡爬坡试验设计与结果

Tab. 13 Experimental design and results of the steepest climb of mechanical parameters

序号	因素			凝聚力/kPa	凝聚力相对误差/%	内摩擦角/(°)	内摩擦角相对误差/%
	x_8/(N·m^{-3})	x_9/(N·m^{-3})	x_{12}/mm				
1	1×10^6	2×10^6	2	9.34	60.7	19.7	25.40
2	3.25×10^6	4×10^6	2.75	20.47	13.8	21.3	19.30
3	5.5×10^6	6×10^6	3.5	30.95	30.3	24.5	7.31
4	7.75×10^6	8×10^6	4.25	44.71	88.2	26.6	0.76
5	1×10^7	1×10^7	5	53.56	126.0	27.6	4.70

3.3 Box – Behnken 试验

Box – Behnken 试验设计对每个因素取 3 个水平,目的是建立拟合二次模型。从最陡爬坡试验结果可以看出,凝聚力的最佳水平位于试验 2 与试验 3 之间,内摩擦角最佳因素水平位于试验 3 与试验 4 之间,所以以试验 2 为低水平,以试验 4 为高水平,中间水平则在试验中选取每个中心点,并设立 3 组中间值对照组,试验设计与结果如表 14 所示。

运用 Minitab 21 软件对 Box – Behnken 试验数据进行回归分析,方差分析结果如表 15、16 所示,根据试验回归模型的方差分析,得到凝聚力 Y_1 与内摩擦角 Y_2 的回归方程

$$Y_1 = 23.6 + 0.73X_8 + 0.706\,2X_9 + 0.878\,8X_{12} - 3.24X_8^2 - 2.99X_9^2 + 2.15X_{12}^2 - 3.38X_8X_9 - 0.057\,5X_8X_{12} + 0.83X_9X_{12} \quad (12)$$

表 14 Box – Behnken 试验设计与结果

Tab. 14 Experimental design and results of Box – Behnken

序号	因素			凝聚力/kPa	内摩擦角/(°)
	x_8/(N·m^{-3})	x_9/(N·m^{-3})	x_{12}/mm		
1	5.5×10^6	8×10^6	4.25	20.50	18.06
2	3.25×10^6	6×10^6	4.25	18.84	21.35
3	3.25×10^6	4×10^6	3.5	12.39	21.81
4	3.25×10^6	6×10^6	2.75	16.34	23.02
5	3.25×10^6	8×10^6	3.5	20.68	21.93
6	5.5×10^6	6×10^6	3.5	24.32	26.54
7	5.5×10^6	4×10^6	4.25	17.55	22.35
8	7.75×10^6	6×10^6	2.75	17.70	22.28
9	7.75×10^6	4×10^6	3.5	20.82	21.04
10	5.5×10^6	8×10^6	2.75	17.71	23.85
11	5.5×10^6	6×10^6	3.5	23.75	26.66
12	5.5×10^6	6×10^6	3.5	22.74	25.96
13	7.75×10^6	8×10^6	3.5	15.60	21.55
14	7.75×10^6	6×10^6	4.25	19.97	22.07
15	5.5×10^6	4×10^6	2.75	18.08	17.76

表 15 凝聚力方差分析结果

Tab. 15 Results of variance analysis of cohesion

来源	自由度	平方和	均方	F	P
模型	9	140.38	15.6	35.6	0.000 5 **
x_8	1	4.26	4.26	9.73	0.026 3 *
x_9	1	3.99	3.99	9.11	0.029 5 *
x_{12}	1	6.18	6.18	14.1	0.013 2 *
x_8^2	1	38.74	38.74	88.43	0.000 2 **
x_9^2	1	33.05	33.05	75.43	0.000 3 **
x_{12}^2	1	17.09	17.09	39.02	0.001 5 *
x_8x_9	1	45.63	45.63	104.16	0.000 2 **
x_8x_{12}	1	0.013 2	0.013 2	0.030 2	0.868 9
x_9x_{12}	1	2.76	2.76	6.29	0.054
误差	5	2.19	0.438 1		
合计	14	142.57			

表 16 内摩擦角方差分析结果

Tab. 16 Internal friction angle variance analysis results

来源	自由度	平方和	均方	F	P
模型	9	94.51	10.5	78.51	0.000 1 **
x_8	1	0.171 1	0.171 1	1.28	0.309 3
x_9	1	0.738 1	0.738 1	5.52	0.065 6
x_{12}	1	1.19	1.19	8.87	0.030 9 *
x_8^2	1	9.04	9.04	67.57	0.000 4 **
x_9^2	1	38.75	38.75	289.7	0.000 1 **
x_{12}^2	1	25.77	25.77	192.69	0.000 1 **
x_8x_9	1	0.038	0.038	0.284 3	0.616 7
x_8x_{12}	1	0.532 9	0.532 9	3.98	0.102 5
x_9x_{12}	1	26.94	26.94	201.38	0.000 1 **
误差	5	0.668 8	0.133 8		
合计	14	95.18			

$$Y_2 = 26.39 - 0.146\,2X_8 + 0.303\,7X_9 - 0.385\,0X_{12} - 1.56X_8^2 - 3.24X_9^2 - 2.64X_{12}^2 + 0.097\,5X_8X_9 + 0.365X_8X_{12} - 2.6X_9X_{12} \quad (13)$$

得到影响目标函数各参数响应面与等值线图如图 14、15 所示。内摩擦角随着 x_8、x_9、x_{12}的增加都呈现出先增大后减小的变化趋势；凝聚力随着 x_8、x_9、x_{12}的增加一直增大。究其原因，因素 x_8、x_9、x_{12}的增加均可加强土壤颗粒间的粘结力。

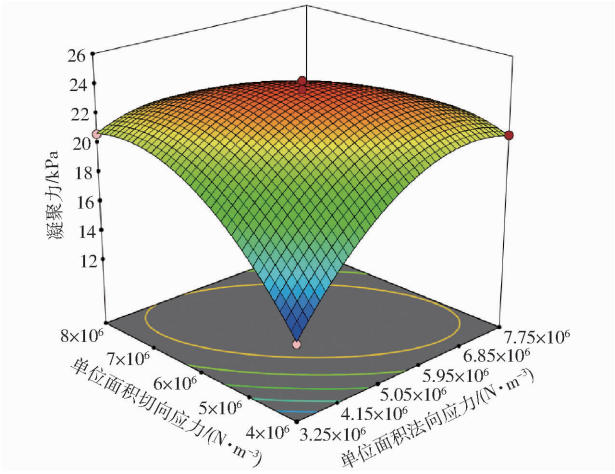


图 14　单位面积法向应力与单位面积切向应力对凝聚力的响应面

Fig. 14　Response surface of cohesion with respect to unit area normal stress and unit area shear stress

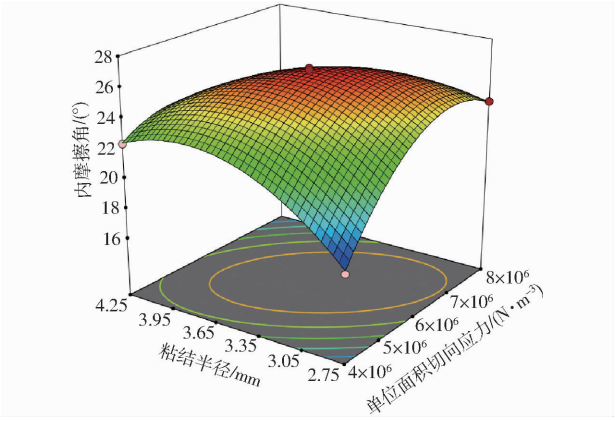


图 15　单位面积切向应力与粘结半径对内摩擦角的响应面

Fig. 15　Response surface of internal friction angle with respect to unit area shear stress and bonded disk scale

3.4　参数优化

通过 Minitab 21 软件中的响应优化器，对 3 个因素进行优化，以物理试验中的凝聚力与内摩擦角为目标值，即要求仿真土壤模型的凝聚力与内摩擦角应分别为 23.75 kPa 与 26.4°。将响应优化器中的凝聚力与内摩擦角的目标值设置为物理试验的数值，设置相同的权重与重要度，优化得出当单位面积法向应力为 5.5×10^6 N/m^3、单位面积切向应力为 6×10^6 N/m^3、粘结圆盘半径为 3.5 mm 时，凝聚力与内摩擦角取到最佳结果，分别为 23.603 kPa、26.387°，复合合意性为 0.99。与土样直剪试验结果对比，相对误差分别为 0.62% 与 0.5%。证明所建立的土壤 Bonding 力学模型较为准确，为下一步仿真研究奠定基础。

4　结论

（1）系统性对退化草原土样进行物理参数、接触参数、力学特性测定。测得土样密度为 1.634 g/cm^3，含水率为 8.9%。测得土壤-土壤静摩擦因数、滚动摩擦因数、碰撞恢复系数分别为 0.534、0.378、0.121；土壤-45 号钢静摩擦因数、滚动摩擦因数、碰撞恢复系数分别为 0.672、0.258、0.187；测得土样休止角为 45.42°；土样凝聚力与内摩擦角分别为 23.75 kPa、26.4°。

（2）根据所测定的接触参数取值范围，以物理休止角为评价指标，通过 Minitab 21 设计 Plackett-Burman 试验，结果显示土壤-土壤碰撞恢复系数 x_1、土壤-土壤滚动摩擦因数 x_3、土壤-45 号钢碰撞恢复系数 x_4、土壤-45 号钢静摩擦因数 x_5、JKR 土壤表面能 x_7 为显著因素，对显著因素进行 2 次最陡爬坡试验，以物理试验休止角为评价指标进行寻优，得到最优组合分别为 0.325、0.156、0.325、0.696、0.625，最优解为 45.28°，误差为 0.32%，又对滑动摩擦角进行验证，物理滑动摩擦角为 29.521°，仿真滑动摩擦角为 29.122°，误差为 1.35%。

（3）根据直剪试验测定的力学参数范围，以实际凝聚力与内摩擦角为评价指标，通过 Minitab 11 对 Bonding V2 模型的显著性参数进行筛选，对显著性因素进行最陡爬坡试验与 Box-Behnken 试验，以实际凝聚力与内摩擦角为目标进行寻优，得到力学参数显著性因素为单位面积法向应力、单位面积切向应力、粘结圆盘半径，最优解分别为 5.5×10^6 N/m^3、6×10^6 N/m^3、3.5 mm，得出凝聚力与内摩擦角拟合值分别为 23.603 kPa、26.387°，与实际凝聚力、内摩擦角误差分别为 0.62% 与 0.5%。

参　考　文　献

[1]　段俊光，房凯，褚建民，等. 退化程度对典型草原物种多样性和土壤养分关系的影响[J]. 草地学报，2025，33(9)：2890-2899.
Duan Junguang，Fang Kai，Chu Jianmin，et al. Effects of degradation stages on the relationship between species diversity and soil nutrients in typical steppe[J]. Acta Agrestia Sinica，2025，33(9)：2890-2899.（in Chinese）

[2]　贾桂芳. 陇西县草产业的现状与前景[J]. 甘肃农业，2004(3)：28.

[3] 岳丽楠, 师尚礼, 祁娟, 等. 免耕补播对北方退化草地生产力及营养品质的影响[J]. 草地学报, 2021, 29(11): 2583 - 2590.
Yue Linan, Shi Shangli, Qi Juan, et al. The influence of no-till reseeding on productivity and nutrient quality of degraded grassland in northern China[J]. Journal of Grassland Science, 2021, 29(11): 2583 - 2590. (in Chinese)

[4] Wu C X, Guo X X, Li Z H, et al. Feasibility of using the Allelopathic potential of yellow sweet clover for weed control[J]. Allelopathy Journal, 2010, 25: 173 - 183.

[5] Jiang X, Wang X, Yang S, et al. Design and testing of a bionic seed planter furrow opener for gryllulus jaws based on the discrete element method (DEM)[J]. Processes, 2024, 12(12): 2834.

[6] 潘庆民, 孙佳美, 刘伟, 等. 一种苜蓿蘖芽岛恢复退化草地的方法: CN117016328A[P]. 2023 -11 - 10.

[7] Son K J. Discrete element method analysis of soil penetration depth affected by spreading speed in drone-seeded rice[J]. Agriculture, 2025, 15(4): 422.

[8] Yu L, Zheng L, Liang P, et al. Design and discrete-element-method simulation of helix hole-forming machine for deep planting with large holes[J]. Agriculture, 2024, 14(6): 801.

[9] Patidar P, Soni P, Jain A, et al. Modelling soil-rotor blade interaction of vertical axis rotary tiller using discrete element method (DEM)[J]. Journal of Terramechanics, 2024, 112: 59 - 68.

[10] 王宪良, 胡红, 王庆杰, 等. 基于离散元的土壤模型参数标定方法[J]. 农业机械学报, 2017, 48(12): 78 - 85.
Wang Xianliang, Hu Hong, Wang Qingjie, et al. Soil model parameter calibration method based on discrete elements[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2017, 48(12): 78 - 85. (in Chinese)

[11] Zhou Y, Shahin M A, Xu C, et al. Development and calibration of discrete element model for layered gravel soils in forested areas[J]. Powder Technology, 2025, 449: 120405.

[12] 张锐, 韩佃雷, 吉巧丽, 等. 离散元模拟中沙土参数标定方法研究[J]. 农业机械学报, 2017, 48(3): 49 - 56.
Zhang Rui, Han Dianlei, Ji Qiaoli, et al. Research on calibration method of sand and soil parameters in discrete element simulation[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2017, 48(3): 49 - 56. (in Chinese)

[13] 王东伟, 路通, 赵壮, 等. 滨海盐碱地耕作层土壤离散元仿真参数标定方法[J]. 农业机械学报, 2024, 55(11): 240 - 249.
Wang Dongwei, Lu Tong, Zhao Zhuang, et al. Calibration method of discrete element simulation parameters for cultivated layer soil in coastal saline-alkali land[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2024, 55(11): 240 - 249. (in Chinese)

[14] Liu Y, Zhao H, Dai C, et al. Discrete element contact model and parameter calibration of sticky particles and agglomerates [J]. Journal of Terramechanics, 2024, 116: 100998.

[15] Yang Q, Shi L, Shi A, et al. Determination of key soil characteristic parameters using angle of repose and direct shear stress test[J]. International Journal of Agricultural and Biological Engineering, 2023, 16(3): 143 - 150.

[16] 梁树建, 刘立晶, 刘芳建, 等. 菠菜根土复合体离散元模型建立与标定试验[J]. 农业工程学报, 2025, 41(5): 38 - 49.
Liang Shujian, Liu Lijing, Liu Fangjian, et al. Establishment and calibration experiment of discrete dlement model of Spinach root-soil complex[J]. Transactions of the CSAE, 2025, 41(5): 38 - 49. (in Chinese)

[17] Beakawi Al-Hashemi H M, Baghabra Al-Amoudi O S. A review on the angle of repose of granular materials[J]. Powder Technology, 2018, 330: 397 - 417.

[18] 张超, 崔履钰, 石涛, 等. 基于离散元法的长江中游地区水田壤土参数标定[J]. 农机化研究, 2025, 47(7): 35 - 43.
Zhang Chao, Cui Lüyu, Shi Tao, et al. Calibration of soil parameters of paddy fields in the middle reaches of the Yangtze River based on discrete element method[J]. Journal of Agricultural Mechanization Research, 2025, 47(7): 35 - 43. (in Chinese)

[19] 李涛, 王振华, 翟改霞, 等. 苜蓿草植株离散元模型建立与参数标定[J]. 农业机械学报, 2024, 55(增刊 2): 187 - 199.
Li Tao, Wang Zhenhua, Zhai Gaixia, et al. Establishment of discrete element model and parameter calibration of alfalfa plants [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2024, 55(S2): 187 - 199. (in Chinese)

[20] 梅潇, 吴苇荣, 刘祥伟. 颗粒缩放理论标定未筛选烟煤离散元仿真参数[J]. 中国粉体技术, 2024, 30(2): 67 - 81.
Mei Xiao, Wu Weirong, Liu Xiangwei. Simulation parameters of discrete elements of unscreened bituminous coal calibrated by particle scaling theory[J]. China Powder Technology, 2024, 30(2): 67 - 81. (in Chinese)

[21] 周华, 车海龙, 耿端阳, 等. 玉米田耕层典型土壤离散元模型建立与参数标定[J]. 农业机械学报, 2023, 54(11): 49 - 60, 113.
Zhou Hua, Che Hailong, Geng Duanyang, et al. Establishment of discrete element model and parameter calibration of typical soil in the plough layer of corn field[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2023, 54(11): 49 - 60, 113. (in Chinese)

[22] Li Y, Li J, Zhu T, et al. Size effect on contact behavior in DEM simple shear tests[J]. Scientific Reports, 2021, 11(1): 19914.

(下转第 253 页)

[33] Wang H,Prentice I C,Keenan T F,et al. Towards a universal model for carbon dioxide uptake by plants[J]. Nature Plants,2017,3(9):734 – 741.

[34] 张法伟,司梦可,郭小伟,等. 2015—2020 年海北高寒草甸碳水热通量观测数据集[J]. 中国科学数据,2023,8(2):127 – 136.
Zhang Fawei,Si Mengke,Guo Xiaowei,et al. A dataset of carbon,water and heat fluxes observation in Haibei alpine meadow from 2015 to 2020[J]. China Scientific Data,2023,8(2):127 – 136. (in Chinese)

[35] Wei J,Li X,Liu L,et al. Radiation,soil water content,and temperature effects on carbon cycling in an alpine swamp meadow of the northeastern Qinghai – Tibetan Plateau[J]. Biogeosciences,2022,19(3):861 – 875.

[36] Roessler P G,Monson R K. Midday depression in net photosynthesis and stomatal conductance in *Yucca glauca*: relative contributions of leaf temperature and leaf-to-air water vapor concentration difference[J]. Oecologia,1985,67:380 – 387.

[37] Deng B,Weng B,Yan D,et al. Construction of root tip density function and root water uptake characteristics in alpine meadows [J]. Frontiers in Plant Science,2022,13:918397.

[38] Jiang H,Zhang W,Yi Y,et al. The impacts of soil freeze/thaw dynamics on soil water transfer and spring phenology in the Tibetan Plateau[J]. Arctic,Antarctic,and Alpine Research,2018,50(1):e1439155.

[39] He M,Ju W,Zhou Y,et al. Development of a two-leaf light use efficiency model for improving the calculation of terrestrial gross primary productivity[J]. Agricultural and Forest Meteorology,2013,173:28 – 39.

[40] Yan H,Wang S,Yu K,et al. A novel diffuse fraction-based two-leaf light use efficiency model: an application quantifying photosynthetic seasonality across 20 AmeriFlux flux tower sites[J]. Journal of Advances in Modeling Earth Systems,2017,9(6):2317 – 2332.

(上接第 230 页)

[23] 王宪良, 钟晓康, 耿元乐, 等. 基于离散元非线性弹塑性接触模型的免耕土壤参数标定[J]. 农业工程学报, 2021, 37(23): 100 – 107.
Wang Xianliang, Zhong Xiaokang, Geng Yuanle, et al. Parameter calibration of no-tillage soil based on discrete element nonlinear elastoplastic contact model[J]. Transactions of the CSAE, 2021, 37(23): 100 – 107. (in Chinese)

[24] 郇晓龙, 冯猛超, 武传宇, 等. 基于 EDEM 的茶园土壤–有机肥混料离散元模型构建与试验[J]. 农业机械学报, 2025, 56(12): 267 – 278.
Huan Xiaolong, Feng Mengchao, Wu Chuanyu, et al. Construction and experiment of discrete element model for tea garden soil – organic fertilizer mixture based on EDEM[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2025, 56(12): 267 – 278. (in Chinese)

[25] 王宇星, 王晓燕, 李洪文, 等. 基于屈服阻力的苏打盐碱土离散元模型参数标定[J]. 农业机械学报, 2025, 56(1): 301 – 310, 365.
Wang Yuxing, Wang Xiaoyan, Li Hongwen, et al. Calibration of parameters for sodic saline alkali soil discrete element model based on yield resistance[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2025, 56(1): 301 – 310, 365. (in Chinese)

[26] Zhao H, Huang Y, Liu Z, et al. Applications of discrete element method in the research of agricultural machinery: a review [J]. Agriculture, 2021, 11(5): 425.

[27] Yan D, Yu J, Wang Y, et al. Soil particle modeling and parameter calibration based on discrete element method[J]. Agriculture, 2022, 12(9): 1421.