

基于凯恩动力学的协作机器人力补偿研究

王志军^{1,2} 王蕴熠^{1,2} 冯永利^{1,2} 孙 静^{1,2}

(1. 华北理工大学机械工程学院, 唐山 063210; 2. 河北省工业机器人产业技术研究院, 唐山 063210)

摘要: 针对现有利用六维力传感器对机器人力补偿算法不足的问题, 提出一种基于凯恩动力学的力补偿算法, 该方法将动态力转化为所需补偿的广义合力, 统一进行力补偿推导, 实时补偿机器人在不受外力的情况下传感器的零位值。首先, 建立关节型协作机器人的凯恩动力学方程, 并推导各关节间的速度递推算法; 然后, 建立关节型协作机器人力补偿模型, 推导得到力补偿算法, 进而得到力补偿的表达式; 最后, 利用 AUBO-15 关节型协作机器人分别进行仿真和实验验证, 将仿真、实验和理论结果进行对比验证和误差分析, 得到机器人运动过程中对于基座六维力传感器力补偿对比曲线和误差分析结果。结果表明, 3 个方向力/力矩的对比曲线一致, 且相对误差在 5.6% 以下, 验证了该力补偿算法理论分析的正确性。结果可为人机协作和碰撞检测研究提供理论基础。

关键词: 协作机器人; 力补偿; 六维力传感器; 凯恩方程

中图分类号: TP242 文献标识码: A 文章编号: 1000-1298(2026)13-0419-08

OSID:



Research on Collaborative Robot Force Compensation Based on Kane's Dynamics

Wang Zhijun^{1,2} Wang Yunyi^{1,2} Feng Yongli^{1,2} Sun Jing^{1,2}

(1. College of Mechanical Engineering, North China University of Science and Technology, Tangshan 063210, China

2. Hebei Industrial Robot Research Institute, Tangshan 063210, China)

Abstract: A force compensation algorithm based on Kane dynamics was proposed to address the problem of insufficient use of six-dimensional force sensors for robot force compensation algorithms. This method converted dynamic forces into generalized resultant forces that required compensation, and derived force compensation in a unified manner to compensate for the zero position value of the robot sensor in real-time without external forces. Firstly, the Kane's dynamic equation of the articulated collaborative robot was established and the velocity recursive algorithm between each joint was derived. Then, a joint type collaborative robot force compensation model was established, the force compensation algorithm was derived, and the expression for force compensation was obtained. Finally, the AUBO-15 articulated collaborative robot was used for simulation and experimental verification, and the simulation, experimental, and theoretical results were compared, verified, and error were analyzed to obtain the force compensation comparison curve and error analysis results of the base six-dimensional force sensor during the robot's motion process. The results showed that the comparison curves of the three directions of force/torque were consistent, and the relative error was below 5.6%, which verified the correctness of the theoretical analysis of the force compensation algorithm. The results can provide a solid theoretical basis and valuable reference for future research in the fields of human-machine collaboration and collision detection.

Key words: collaborative robot; force compensation; six-dimensional force sensor; Kane's equation

收稿日期: 2025-04-01 修回日期: 2025-04-24

基金项目: 国家自然科学基金项目(51505124)、河北省高等学校科学技术研究项目(ZD2020151)、河北省创新能力提升计划项目(225676144H)、唐山市科技计划项目(25130211B)和华北理工大学重点科研项目(ZD-YG-JBGS202501-25)

作者简介: 王志军(1983—), 男, 教授, 博士, 主要从事机器人技术、传感器技术及康复机器人技术研究, E-mail: zjwang@ncst.edu.cn

0 引言

在中国式现代化的进程中,产业的升级、创新以及科技的不断进步是重要的推动力量。而协作机器人产业作为新兴科技产业的代表,与中国式现代化的发展理念和目标紧密相关。《2024 年全球协作机器人产业发展白皮书》从产业发展层面进一步揭示了协作机器人的重要性和快速增长的发展趋势^[1]。协作机器人在全球范围内受到了越来越多认可和应用,无论是工业还是非工业都展现了不可或缺的地位^[2-3]。

协作机器人的设计初衷是为了与人类在工作中进行互动和协作,以提升工作效率和安全性^[4-5]。在一个工作场景下,协作机器人与人类直接合作,安全性很重要^[6-9]。梁承波等^[10]设计了一种集成应变片式单向拉压力传感器的碰撞检测底座,该装置通过监测机器人底座的支反力,来判断机器人是否发生碰撞。岳利品等^[11]通过使用视觉传感器实时监测机械臂周围的环境,建立八叉树地图,使用 MoveIt 功能包处理深度采集到的图像数据以及控制机械臂的运动,从而当环境中出现动态障碍物时,能检测出障碍物并实现动态避障的效果。但上述方法在搭建检测平台时,不仅构造复杂、成本昂贵且计算量大,在进行检测时,实时性差,数据少且不能保证机器人对精度、响应速度的要求。

六维力传感器可以将多维力/力矩信号转换为电信号,可用于监测空间 3 个方向力/力矩大小和方向的变化,是力传感器一个新的分支^[12-14]。将六维力传感器安装在机器人基座上实现人机交互的安全,不仅能降低成本,更能有效地减少系统计算量,提高系统的响应速度。当六维力传感器反馈力/力矩信息给机器人控制系统并在上位机上完成输出时,工作人员便可在第一时间做出反应并制定下一步任务,在机器人作业和人机交互过程中更好地实现柔顺控制^[15-17]。

在利用六维力传感器进行机器人的安全性研究中,碰撞检测不仅是保障安全的重要手段,也是在机器人发生碰撞后,能及时对机器人本体进行安全修复的关键依据,操作人员可以根据碰撞点的具体位置坐标,分析机器人发生碰撞的原因,避免发生二次碰撞^[18-20]。但在工作期间,由于机器人自身的重力和因惯性产生的动态力,会导致机器人在不受外力时,六维力传感器的检测结果不为零,这会大大增加碰撞检测的误差^[21-23]。因此,在碰撞检测之前,应对机器人进行力补偿控制,使机器人在不受外力的作用下,六维力传感器的检测结果恒为零,为后续的碰撞检测提供基础。

在利用六维力传感器与机器人技术相结合方

面,申耀武等^[24]在对机器人进行重力补偿后,进行了力跟随算法的研究,使机器人能够根据力传感器反馈的信息实时地对末端位姿进行调整,实现了顺从外力的功能,但未对机器人的动态力补偿进行研究。Duan 等^[25]将力补偿分成了重力补偿和动态力补偿两部分进行研究,其中动态力补偿使用了较为传统的牛顿-欧拉方法,算法较为繁琐,且将力补偿分成两部分会导致算法精确性降低。

针对现有利用六维力传感器推导关节型协作机器人力补偿算法不足的问题,本文提出一种基于凯恩动力学的力补偿算法,该方法将动态力转化为所需补偿的广义合力,统一进行力补偿推导,实时补偿机器人在不受外力的情况下传感器的零位值,弥补力补偿算法繁琐和精度不足的问题,为后续完善机器人的人机协作提供基础。

1 机器人力补偿算法推导

1.1 机器人动力学方程建模

机器人动力学是研究机器人运动与力/力矩关系的核心领域,为机器人设计、控制、优化提供数学模型和物理规律支撑。动力学建模方法主要有牛顿-欧拉法、拉格朗日法和凯恩法等。牛顿-欧拉法使用递归计算,分为前向递推和后向递推,而拉格朗日法需要构造系统的动能和势能,得到运动方程。凯恩法既适合于完整系统,也适合于非完整系统。对于机器人机构这样多自由度的复杂系统,应用凯恩法可以减少计算步骤,提高计算效率^[26]。从表 1 可见凯恩法在计算量和效率上具有更大的优势。

表 1 机器人动力学建模方法的运算量
Tab.1 Computational scale of robot dynamics modeling method

建模方法	运算次数	
	乘法	加法
拉格朗日法	2 195	1 719
牛顿-欧拉法	1 541	1 196
凯恩法	646	394

1.2 凯恩动力学方程的建立

利用 D-H 参数法来建立机器人各关节的连杆坐标系 $\{i\}$,同时定义各连杆的参数和变量,可得机器人各连杆坐标系相对于基坐标系的变换矩阵 0_iT 为

$${}^0_iT = {}^0_1T {}^1_2T {}^2_3T \cdots {}^{i-1}_iT$$

(1)

关节机器人可以看成由 n 个刚体组成的系统,每个刚体可以看成是一个质量为 m_i 的质点,质心为 C_i ,其中 $i=1,2,\cdots,n$ 。则该刚体系统的凯恩动力学方程为

$$\sum_{i=1}^n (f_i - m_i a_i) \delta r_i = 0$$

(2)

式中 f_i ——作用于第 i 质点主动力矢量
 m_i ——质点 i 的质量
 a_i ——质点 i 的加速度矢量
 δr_i ——质点 i 的微分位移 O ——零矩阵
在凯恩动力学中,定义质心 i 的偏速度 $v_{C_i, \dot{p}_j}$ 和偏角速度 $\omega_{C_i, \dot{p}_j}$ 为

$$v_{C_i, \dot{p}_j} = \frac{\partial v_i}{\partial \dot{p}_j} \quad (j = 1, 2, \cdots, n) \quad (3)$$

$$\omega_{C_i, \dot{p}_j} = \frac{\partial \omega_i}{\partial \dot{p}_j} \quad (j = 1, 2, \cdots, n) \quad (4)$$

其中, v_i 和 ω_i 分别为连杆 i 的系统速度和角速度, p_j 为连杆 i 的广义速度。

质点 i 的微分位移可表示为

$$\delta r_i = \sum_{j=1}^n \frac{\partial r_i}{\partial p_j} \delta p_j = \sum_{j=1}^n v_{C_i, \dot{p}_j} \delta p_j \quad (5)$$

式中 r_i ——质点 i 在参考坐标系中的位置矢量
通过式(2)~(5),可将凯恩动力学方程改写为

$$\begin{cases} F_j + F_j^* = O \\ F_j = \sum_{i=1}^n f_i v_{C_i, \dot{p}_j} \\ F_j^* = - \sum_{i=1}^n m_i \dot{v}_{C_i} v_{C_i, \dot{p}_j} \end{cases} \quad (6)$$

式中 F_j ——连杆 i 的广义主动力
 F_j^* ——连杆 i 的广义惯性力
 $\dot{v}_{C_i}$ ——连杆 i 的质心加速度
定义 $M_1, M_2, \cdots, M_n$ 是广义关节转矩,即

$$M_i = \sum_{j=1}^n m_i \dot{v}_{C_i} g v_{C_i, \dot{p}_j} + [I_i \dot{\omega}_i + \omega_i (I_i \omega_i)] \omega_{C_i, \dot{p}_j} \quad (7)$$

其中

$$I_i = \begin{bmatrix} I_{xx} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{xy} & I_{yy} & -I_{yz} \\ -I_{xz} & -I_{yz} & I_{zz} \end{bmatrix} \quad (8)$$

式中 $\dot{\omega}_i$ ——连杆 i 的角加速度
 I_i ——连杆 i 的惯性张量
 g ——重力加速度
 I_i 矩阵中各元素为

$$\begin{cases} I_{xx} = \iiint_V (y^2 + z^2) \rho dv \\ I_{yy} = \iiint_V (x^2 + z^2) \rho dv \\ I_{zz} = \iiint_V (x^2 + y^2) \rho dv \\ I_{xy} = \iiint_V xy \rho dv \\ I_{xz} = \iiint_V xz \rho dv \\ I_{yz} = \iiint_V yz \rho dv \end{cases} \quad (9)$$

其中,刚体由单元体 dv 组成, ρ 为单元体的密度。

每一段连杆的关节转矩 M_i 可分成 3 个方向的分力矩 M_{ix}, M_{iy}, M_{iz} 来表示,即

$$M_i = [M_{ix} \quad M_{iy} \quad M_{iz}]^T \quad (10)$$

1.3 基于凯恩动力学的机器人速度递推算法

关节机器人有 n 个旋转关节,即 $J_1, J_2, \cdots, J_n$, 关节之间的距离为 l_n ,第 i 段连杆的质心 C_i 到关节 J_i 的距离为 d_i ,以关节转角 θ_i 为广义坐标,以转动速度 $\dot{\theta}_i$ 为广义速率,其速度、加速度及偏速度的递推算法为

$$\begin{cases} {}^i \omega_i = {}^{i-1} R^{i-1} \omega_{i-1} + \dot{\theta}_i \vec{Z}_i \\ {}^i \dot{\omega}_i = {}^{i-1} R^{i-1} \dot{\omega}_{i-1} + {}^{i-1} R^{i-1} \omega_{i-1} \times \dot{\theta}_i \vec{Z}_i + \dot{\theta}_i \dot{\vec{Z}}_i \\ {}^i v_i = {}^{i-1} R({}^{i-1} \omega_{i-1} \times {}^{i-1} l_{i-1} + {}^{i-1} v_{i-1}) \\ {}^i v_{C_i} = {}^i v_i + {}^i \omega_i \times {}^i d_i \\ {}^i \dot{v}_i = {}^{i-1} R[{}^{i-1} \dot{v}_{i-1} + {}^{i-1} \dot{\omega}_{i-1} \times {}^{i-1} l_{i-1} + {}^{i-1} \dot{\omega}_{i-1} \times ({}^{i-1} \omega_{i-1} \times {}^{i-1} l_{i-1})] \\ {}^i \dot{v}_{C_i} = {}^i \dot{v}_i + {}^i \dot{\omega}_i \times {}^i d_i + {}^i \omega_i \times ({}^i \omega_i \times {}^i d_i) \\ {}^i \omega_{i\dot{\theta}_j} = {}^{i-1} R^{i-1} \omega_{i-1\dot{\theta}_j} \\ {}^i v_{i\dot{\theta}_j} = {}^{i-1} R({}^{i-1} \omega_{i-1\dot{\theta}_j} \times {}^{i-1} l_{i-1} + {}^{i-1} v_{i-1\dot{\theta}_j}) \\ {}^i v_{C_i, \dot{p}_j} = {}^i v_{i\dot{\theta}_j} + {}^i \omega_{i\dot{\theta}_j} \times {}^i d_i \end{cases} \quad (11)$$

式中 ${}^i \dot{v}_i$ ——连杆 i 的加速度
 ${}^i v_{i\dot{\theta}_j}$ ——连杆 i 的关节偏速度
 ${}^{i-1} R$ ——连杆 $i-1$ 到连杆 i 的旋转矩阵
 ${}^i \omega_{i\dot{\theta}_j}$ ——连杆 i 的关节偏角速度
 ${}^{i-1} v_{i-1\dot{\theta}_j}$ ——连杆 $i-1$ 的关节偏速度
 ${}^{i-1} \omega_{i-1\dot{\theta}_j}$ ——连杆 $i-1$ 的关节偏角速度
 $\vec{Z}_i$ ——第 i 连杆旋转角速度的单位向量,即坐标系 $\{i\}$ Z 方向的单位向量,取 $\vec{Z}_i = (0, 0, 1)^T$
 ${}^{i-1} l_{i-1}$ ——第 $i-1$ 个连杆上从关节 J_{i-1} 指向关节 J_i 的位置矢量,即连杆 $i-1$ 的长度矢量
 d_i ——第 i 个连杆上质心 C_i 相对于关节 J_i 的位置矢量

1.4 基于凯恩动力学的机器人力补偿算法推导

凯恩方程可以分析多刚体系统的机构、机械臂连杆等各关节的位置、速度、加速度和力矩之间的关系。即根据式(11)推导各连杆的质心偏速度和偏角速度,并结合凯恩动力学方程推导各关节执行器驱动力及驱动力矩的递推公式,最后归纳出多刚体

系统的动力学模型。

凯恩动力学算法分为广义主动力和广义惯性力两部分,其中广义惯性力是指机器人在启停、变速运动或受外力的作用下,为了保持自身的运动状态而产生的力。机器人因惯性力产生的关节转矩可根据式(7)~(10)推导得到。

根据凯恩动力学方程可建立关节机器人力补偿模型,如图1所示。

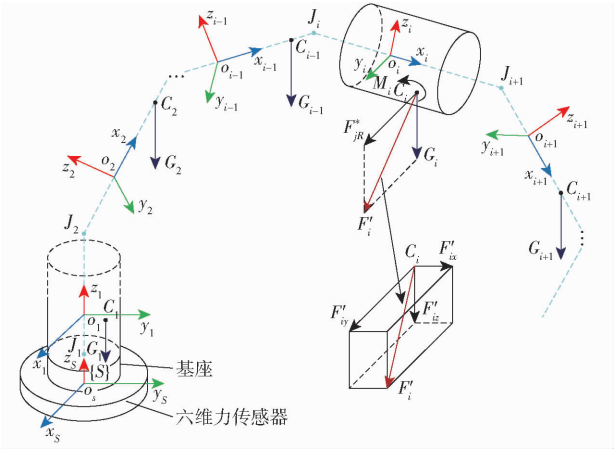


图1 关节型协作机器人力补偿模型
Fig.1 Force compensation model of joint type collaborative robot

由力补偿模型可得机器人在不受外力的情况下,需要将其每一段连杆所受到的广义补偿力和关节力矩基于基座处传感器坐标系{S}进行表示。其中,广义补偿合力为广义惯性力3个方向分力的合力和该段连杆自身重力之间的合力,即

$$\mathbf{F}_{jR}^* = F_{jx}^* \mathbf{i} + F_{jy}^* \mathbf{j} + F_{jz}^* \mathbf{k} \tag{12}$$

$$\mathbf{G}_i = \sum_{i=1}^n m_i \mathbf{g} \tag{13}$$

$$\mathbf{F}_i' = \mathbf{F}_{jR}^* + \mathbf{G}_i \tag{14}$$

式中 $\mathbf{F}_{jx}^*$ 、 $\mathbf{F}_{jy}^*$ 、 $\mathbf{F}_{jz}^*$ ——广义惯性力3个方向的分力
 $\mathbf{F}_{jR}^*$ ——广义惯性力3个方向分力的合力
 $\mathbf{G}_i$ ——连杆*i*自身重力
 $\mathbf{F}_i'$ ——广义补偿合力

根据质心 $\mathbf{C}_i$ 的位置矢量,推导出广义补偿合力的方向向量 $\mathbf{u}$,即

$$\mathbf{C}_i = [C_{ix} \quad C_{iy} \quad C_{iz}]^T \tag{15}$$

$$\mathbf{u} = (\cos\alpha, \cos\beta, \cos\gamma) \tag{16}$$

其中

$$\begin{cases} \cos\alpha = \frac{C_{ix}}{\sqrt{C_{ix}^2 + C_{iy}^2}} \\ \cos\beta = \frac{C_{iy}}{\sqrt{C_{ix}^2 + C_{iy}^2}} \\ \cos\gamma = \frac{C_{iz}}{\sqrt{C_{ix}^2 + C_{iy}^2}} \end{cases} \tag{17}$$

式中 α ——方向向量 $\mathbf{u}$ 与 x 轴正方向夹角
 β ——方向向量 $\mathbf{u}$ 与 y 轴正方向夹角
 γ ——方向向量 $\mathbf{u}$ 与 z 轴正方向夹角
进而可得广义补偿合力3个方向的分力 F'_{ix} 、 F'_{iy} 、 F'_{iz} ,将广义补偿力 $\mathbf{F}_i'$ 统一表示,即

$$\begin{cases} F'_{ix} = F_i' \cos\alpha \\ F'_{iy} = F_i' \cos\beta \\ F'_{iz} = F_i' \cos\gamma \end{cases} \tag{18}$$

$$\mathbf{F}_i = [F'_{ix} \quad F'_{iy} \quad F'_{iz}]^T \tag{19}$$

由式(12)~(19)可以得到,在第*i*段连杆上,需要补偿的广义力/力矩矢量为

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_i \\ \mathbf{M}_i \end{bmatrix} \tag{20}$$

利用笛卡尔坐标变换,将其表示在坐标系{S}下,即

$${}^S\mathbf{L} = {}^S\mathbf{T}_f^i \mathbf{L} \tag{21}$$

其中,变换矩阵 ${}^S\mathbf{T}_f^i$ 为

$${}^S\mathbf{T}_f^i = \begin{bmatrix} {}^S\mathbf{R} & \mathbf{O} \\ \mathbf{S}({}^i\mathbf{P}_S) {}^S\mathbf{R} & {}^S\mathbf{R} \end{bmatrix} \tag{22}$$

其中, ${}^S\mathbf{R}$ 为从坐标系{*i*}到坐标系{S}的旋转矩阵, $\mathbf{S}({}^i\mathbf{P}_S)$ 为坐标系{*i*}的原点基于坐标系{S}原点的位置矢量矩阵算子,即

$$\mathbf{S}({}^i\mathbf{P}_S) = \begin{bmatrix} 0 & -P_z & P_y \\ P_z & 0 & -P_x \\ -P_y & P_x & 0 \end{bmatrix} \tag{23}$$

式中 P_x 、 P_y 、 P_z ——坐标系{*i*}的原点基于坐标系{S}原点的位置矢量

进而可得到各段连杆的广义力/力矩矢量在坐标系{S}下的汇总形式,即

$${}^S\mathbf{L} = \sum_{i=1}^n {}^S\mathbf{L}_i \tag{24}$$

最终可得到基座处六维力传感器力补偿的表达式,即 ${}^S\mathbf{F}$ 和 ${}^S\mathbf{M}$ 。

当机器人处于某一位姿时,基座六维力传感器力/力矩的检测结果分别为 ${}^D\mathbf{F}$ 和 ${}^D\mathbf{M}$,即 ${}^D\mathbf{L}$,则经过力补偿后的力/力矩信息 $\mathbf{L}$ 为

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} {}^D\mathbf{F} - {}^S\mathbf{F} \\ {}^D\mathbf{M} - {}^S\mathbf{M} \end{bmatrix} = \mathbf{O} \tag{25}$$

经过力补偿推导,可以使机器人在运动过程中不受外力情况下六维力传感器的检测结果恒为零,从而实现意外碰撞的检测。

2 仿真和实验

2.1 力补偿仿真

为了验证本文提出的基于凯恩动力学机器人力

补偿算法的正确性和可行性,将 AUBO - 15 关节型协作机器人的模型导入 ADAMS 进行仿真验证,对各关节添加运动副条件,设置机器人各连杆质量和惯性张量等结构参数,并在机器人末端设置点驱动,使机器人末端运行沿 x 轴方向 200 mm, y 轴方向 300 mm 的仿真矩形轨迹,该轨迹是机器人通用的运行轨迹,具有普遍性,仿真模型如图 2 所示。

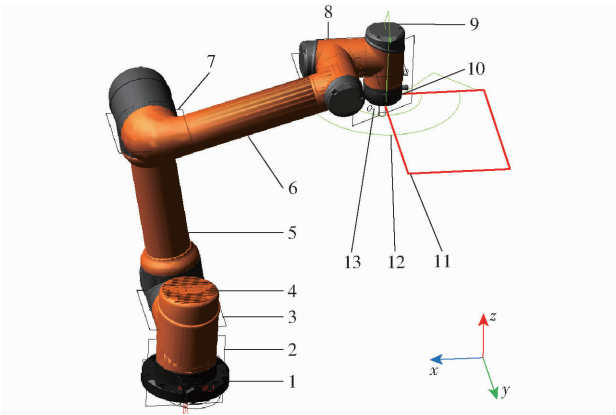


图 2 AUBO - 15 关节型协作机器人仿真模型

Fig.2 Simulation model of AUBO - 15 articulated collaborative robot

1. 基座 2、3、7、13. 旋转副 4. 连杆 1 5. 连杆 2 6. 连杆 3 8. 连杆 4 9. 连杆 5 10. 连杆 6 11. 仿真轨迹 12. 末端点驱动

仿真运动设置终止时间为 8.0 s, 步数为 400, 仿真运动的残像图如图 3 所示, 其中末端的点驱动函数如表 2 所示。

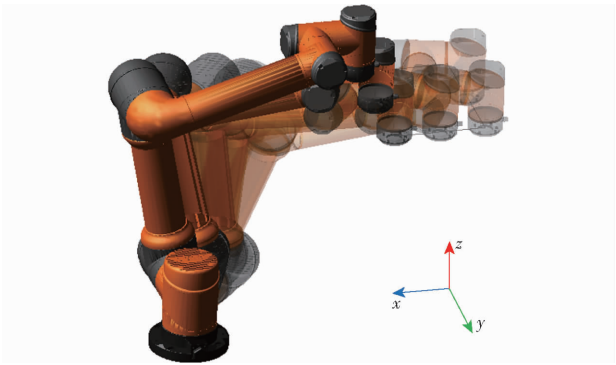


图 3 仿真运动残像图

Fig.3 Simulated motion residual image

表 2 末端点驱动函数

Tab.2 End point driving function

条件	函数
x 向平移	$\text{step}(\text{time}, 0, 0, 1, -200) + \text{step}(\text{time}, 3, 0, 7, 200)$
y 向平移	$\text{step}(\text{time}, 1, 0, 3, 300) + \text{step}(\text{time}, 7, 0, 8, -300)$
z 向平移	$0 * \text{time}$
绕 x 轴旋转	$0 * \text{time}$
绕 y 轴旋转	$0 * \text{time}$
绕 z 轴旋转	$0 * \text{time}$

设置采样频率为 1 000 Hz, 在进行仿真运动时, 实时统计机器人基座处受到 3 个方向的力和力矩,

得到仿真运动结果。

2.2 力补偿实验

为了验证力补偿算法的正确性并与仿真实验结果作对比,利用 AUBO - 15 关节型协作机器人进行力补偿实验。该机器人的自由度为 6, 最大工作半径为 886.5 mm, 质量为 24 kg, 重复定位精度为 ± 0.02 mm。将 KWR200X 型六维力传感器安装在机器人基座上, 并和通信设备连接, 进行机器人与外界环境的交互。该六维力传感器的材质为合金钢, 直径为 200 mm, 高度为 25.5 mm, 分辨率为 0.03% F. S., 精度为 0.5% F. S., 采样频率为 1 000 Hz。

为了进行对比实验,通过示教器编程使机器人运行与仿真实验中相同的矩形轨迹,并通过六维力传感器实时监测机器人在运行过程中基座处受到的 3 个方向的力和力矩。力补偿实验如图 4 所示。

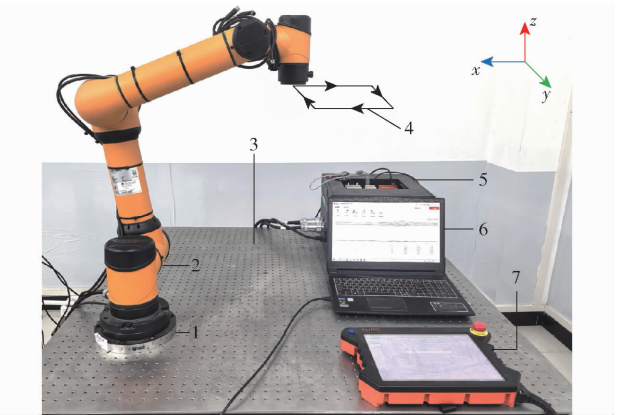


图 4 AUBO - 15 关节型协作机器人力补偿实验

Fig.4 Experimental diagram of AUBO - 15 articulated collaborative robot force compensation

1. 六维力传感器 2. AUBO 机器人 3. 承重实验平台 4. 末端矩形轨迹 5. 控制柜 6. 通信设备 7. 示教器

机器人根据已规划的路径运行时,通过传感器数据采集软件实时监测基座处受到的力和力矩,得到实验运动结果。

2.3 对比结果与误差分析

根据式(7)~(10)、式(12)~(25)可以得到机器人力补偿的理论结果数据,各段时间内的速度和加速度可从仿真速度曲线图中得到,根据式(7)~(10),可将末端的速度和加速度迭代到各段连杆上,从而将每段连杆受到的力和力矩表示在传感器坐标系上,即理论数值 F_{tx} 、 F_{ty} 、 F_{tz} 、 M_{tx} 、 M_{ty} 、 M_{tz} 。由力补偿仿真得到的 3 个方向的力和力矩数据为 F_{sx} 、 F_{sy} 、 F_{sz} 、 M_{sx} 、 M_{sy} 、 M_{sz} ;由力补偿实验得到的 3 个方向的力和力矩数据为 F_{ex} 、 F_{ey} 、 F_{ez} 、 M_{ex} 、 M_{ey} 、 M_{ez} 。

将计算得到的理论结果、仿真结果和实验结果进行对比,验证理论分析的正确性,3 个方向的分力、分力矩对比曲线如图 5、6 所示。

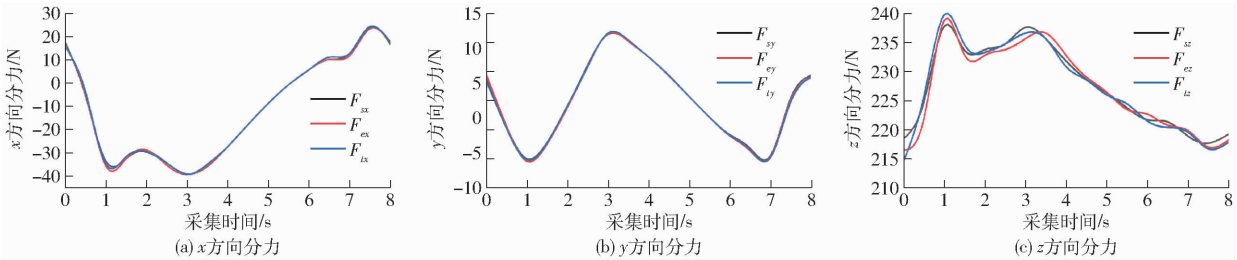


图5 力对比曲线

Fig. 5 Force comparison curves

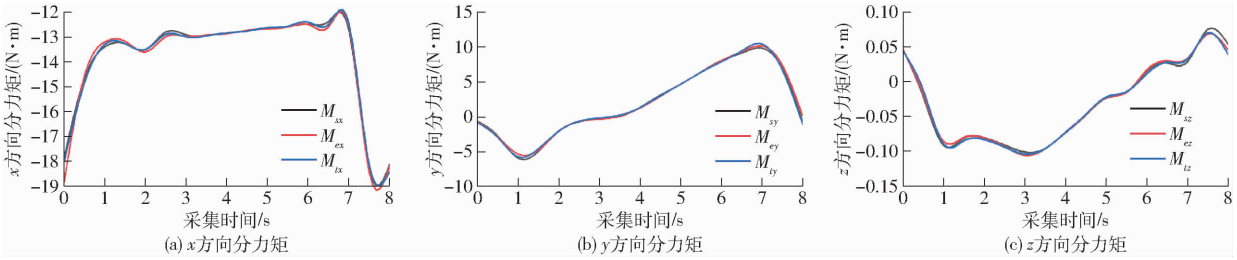


图6 力矩对比曲线

Fig. 6 Torque comparison curves

为了进一步验证该力补偿算法的精度,对理论结果、仿真结果和实验结果进行误差分析。

3 个方向力的相对误差计算式为

$$\delta F_{rm} = \frac{\Delta F_{stm} + \Delta F_{etm}}{\sqrt{F_{sm}^2 + F_{em}^2}} \times 100\% \quad (r = 1, 2, \dots, 17)$$

(26)

其中

$$\begin{cases} \Delta F_{stm} = |F_{sm} - F_{tm}| \\ \Delta F_{etm} = |F_{em} - F_{tm}| \end{cases} \quad (m = x, y, z)$$

(27)

- 式中
- F_{sm} ——仿真结果中的力数据
 - F_{em} ——实验结果中的力数据
 - F_{tm} ——理论结果中的力数据
 - ΔF_{stm} ——仿真-理论力绝对误差
 - ΔF_{etm} ——实验-理论力绝对误差
 - δF_{rm} ——3 个方向力的相对误差

同理可得 3 个方向力矩的相对误差 δM_{rm} 、仿真-理论力矩绝对误差 ΔM_{stm} 、实验-理论力矩绝对误差 ΔM_{etm} , 从而对 3 个方向的力矩进行误差分析。由于 z 方向的力矩 M_{rz} 基数过小, 导致在计算中误差较大, 参考价值较低, 因此将其忽略。则机器人在理论、仿真、实验中的力/力矩的相对误差如图 7 所示, 相对误差的最值如表 3 所示。

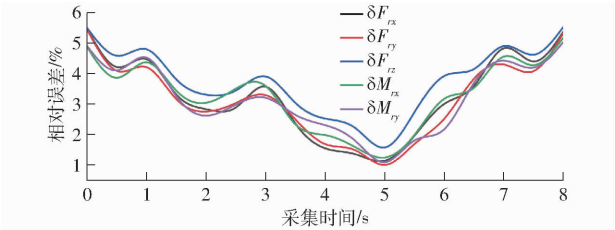


图7 力/力矩的相对误差

Fig. 7 Relative error of force/torque

表3 相对误差的最值

Tab. 3 Maximum value of relative error

参数	δF_{rx}	δF_{ry}	δF_{rz}	δM_{rx}	δM_{ry}
最大值	5.482 4	5.460 2	5.535 9	5.185 4	5.042 3

由图 5~7 和表 3 可以看出,3 个方向力/力矩的对比曲线一致,相对误差的最大值出现在 z 方向分力上, 由于该方向承受了机器人自身较大的重力和运动时的动态力, 因此在进行对比验证时的整体误差偏高, 但相对误差不超过 5.6%, 验证了该力补偿算法理论分析的正确性。在机器人运行至 4~6 s 时, 3 个方向力/力矩的相对误差最小, 在此期间段内, 机器人末端沿 x 正方向运动, 此时机器人连杆运动的加速度最小。由此可得, 机器人工作过程中, 在一段时间内, 各关节的转动幅度越小, 运行越平稳, 力/力矩的变化就越稳定, 得到的力/力矩补偿值就越精确。该力补偿算法具有较高的精度和较强的实用性, 可以在机器人不受外力的情况下, 实时补偿传感器的零位值。

3 结束语

力补偿能够校准机器人自身的受力感知系统, 使机器人避免受到重力、惯性力的干扰从而准确的感应外界环境对自身的影响, 可为后续进行机器人人机协作和碰撞检测提供基础。本文提出一种基于凯恩动力学的力补偿算法, 并开展基座处六维力传感器的机器人力补偿实验研究。首先, 根据建立的凯恩动力学方程推导关节型协作机器人各关节间的速度递推算法; 然后, 建立其力补偿模型, 将机器人自身的重力和其因运动产生的惯性力通过力的变换推导出所需补偿的广义合力, 进而得到力补偿的表

达式;最后,利用 AUBO-15 关节型协作机器人分别进行仿真和实验验证,将仿真、实验和理论结果进行结果对比和误差分析,得出机器人运动时的力补偿对比曲线和误差分析结果。结果表明,3 个方向力/力矩的对比曲线一致,且相对误差控制在 5.6% 以下,验证了该力补偿算法理论分析的正确性。本文提出的算法适用范围较广、精度较高,可为人机协作研究奠定理论基础。

参 考 文 献

[1] 缪琦. 从工博会透视中国制造转型:心态更务实,技术落地更迫切[N]. 第一财经日报,2024-09-26(A06).

[2] 马南峰,姚锡凡,陈飞翔,等. 面向工业 5.0 的人本智造[J]. 机械工程学报,2022,58(18):88-102.
Ma Nanfeng, Yao Xifan, Chen Feixiang, et al. Human-centric smart manufacturing for Industry 5.0[J]. Journal of Mechanical Engineering,2022,58(18):88-102. (in Chinese)

[3] 解迎刚,兰江雨. 协作机器人及其运动规划方法研究综述[J]. 计算机工程与应用,2021,57(13):18-33.
Xie Yinggang, Lan Jiangyu. Review of collaborative robot and its motion planning methods[J]. Computer Engineering and Applications,2021,57(13):18-33. (in Chinese)

[4] 黄海丰,刘培森,李擎,等. 协作机器人智能控制与人机交互研究综述[J]. 工程科学学报,2022,44(4):780-791.
Huang Haifeng, Liu Peisen, Li Qing, et al. Review: intelligent control and human-robot interaction for collaborative robots[J]. Chinese Journal of Engineering,2022,44(4):780-791. (in Chinese)

[5] Keshvarparast A, Berti N, Chand S, et al. Ergonomic design of human-robot collaborative workstation in the Era of Industry 5.0 [J]. Computers & Industrial Engineering,2024,198:110729-110736.

[6] Schraick M L, Sommer E F, Stampfer K, et al. Usability in human-robot collaborative workspaces[J]. Universal Access in the Information Society,2025,24:1609-1622.

[7] 霍淑珍,何志超. 协作机器人在智能制造中的应用[J]. 机床与液压,2021,49(9):62-66.
Huo Shuzhen, He Zhichao. Application of cobot in intelligent manufacturing[J]. Machine Tool & Hydraulics,2021,49(9):62-66. (in Chinese)

[8] 夏侯遐迩,田丰华,李启明. 智能建造背景下人机协作安全研究综述[J]. 东南大学学报(自然科学版),2023,53(6):53-64.
Xiahou Xiaer, Tian Fenghua, Li Qiming. Review of research on human-robot collaboration safety in the context of intelligent construction[J]. Journal of Southeast University (Natural Science Edition),2023,53(6):53-64. (in Chinese)

[9] 吴其林,赵韩,陈晓飞,等. 多臂协作机器人技术与应用现状及发展趋势[J]. 机械工程学报,2023,59(15):1-16.
Wu Qilin, Zhao Han, Chen Xiaofei, et al. Review of technology, application status and development trend in multi-arm cooperative robots[J]. Journal of Mechanical Engineering,2023,59(15):1-16. (in Chinese)

[10] 梁承波,谢峰,刘建军,等. 单向力传感器构成的测力底座在机器人碰撞检测中的应用[J]. 制造业自动化,2024,46(7):51-57,81.
Liang Chengbo, Xie Feng, Liu Jianjun, et al. Application of force measuring base composed of unidirectional force sensors in robot collision detection[J]. Manufacturing Automation,2024,46(7):51-57,81. (in Chinese)

[11] 岳利品,翟维枫,邱佳汇,等. 基于视觉的机械臂动态避障系统研究[J]. 工业控制计算机,2022,35(3):27-29.
Yue Lipin, Zhai Weifeng, Qiu Jiahui, et al. Research on dynamic obstacle avoidance system of manipulator based on vision [J]. Industrial Control Computer,2022,35(3):27-29. (in Chinese)

[12] 陈伟,张晓,袁栋,等. 农田耕整载荷六维力传感器结构优化与解耦研究[J]. 农业机械学报,2024,55(2):28-35,89.
Chen Wei, Zhang Xiao, Yuan Dong, et al. Structural optimization and decoupling of six dimensional force sensor for farmland tillage load[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery,2024,55(2):28-35,89. (in Chinese)

[13] 刘俊,秦岚,李敏,等. 平板式压电六维力/力矩传感器的研制[J]. 光学精密工程,2011,19(7):1569-1579.
Liu Jun, Qin Lan, Li Min, et al. Development of parallel piezoelectric six-axis force/torque sensor[J]. Optics and Precision Engineering, 2011,19(7):1569-1579. (in Chinese)

[14] 姚建涛,李立建,许允斗,等. 超静定六维力传感器静定测量模型及标定方法[J]. 仪器仪表学报,2013,34(9):1927-1933.
Yao Jiantao, Li Lijian, Xu Yundou, et al. Statically determinate measurement model and calibration method of statically indeterminate six-axis force sensor[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument,2013,34(9):1927-1933. (in Chinese)

[15] 王永立,路懿. 分流式柔性铰六维力传感器刚度分析与结构优化[J]. 农业机械学报,2019,50(6):419-426.
Wang Yongli, Lu Yi. Stiffness analysis and structure optimization of shunted sensor with flexure hinge[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery,2019,50(6):419-426. (in Chinese)

[16] 金鑫,索宏斌,张恒毅,等. 一体式蔬菜钵苗取苗爪夹持力检测传感器设计与试验[J]. 农业机械学报,2023,54(7):175-183.
Jin Xin, Suo Hongbin, Zhang Hengyi, et al. Development and experiment of integrated vegetable pot seedling picking jaw

clamping force detection sensor[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery,2023,54(7):175 – 183. (in Chinese)

[17] 侯雨雷,曾达幸,姚建涛,等. 超静定并联式六维力传感器动力学[J]. 光学精密工程,2009,17(7):1594 – 1601.
Hou Yulei, Zeng Daxing, Yao Jiantao, et al. Dynamics of hyperstatic parallel six-component force sensor[J]. Optics and Precision Engineering,2009,17(7):1594 – 1601. (in Chinese)

[18] 张春涛,王勇. 工业机器人六维力传感器在线标定方法研究[J]. 电子测量与仪器学报,2021,35(6):161 – 168.
Zhang Chuntao, Wang Yong. Research on online calibration method of six-axis force sensor for industrial robot[J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation,2021,35(6):161 – 168. (in Chinese)

[19] 王张飞,刘春阳,隋新,等. 基于深度投影的三维点云目标分割和碰撞检测[J]. 光学精密工程,2020,28(7):1600 – 1608.
Wang Zhangfei, Liu Chunyang, Sui Xin, et al. Three-dimensional point cloud object segmentation and collision detection based on depth projection[J]. Optics and Precision Engineering, 2020,28(7):1600 – 1608. (in Chinese)

[20] 朱博承,王志军,李占贤. 碰撞检测及其在机器人领域中的应用研究综述[J]. 机床与液压,2023,51(16):201 – 210.
Zhu Bocheng, Wang Zhijun, Li Zhanxian. A review of collision detection and its application in robotics[J]. Machine Tool & Hydraulics,2023,51(16):201 – 210. (in Chinese)

[21] 李洋,徐达,周诚. 基于自适应步长 RRT 的双机器人协同路径规划[J]. 农业机械学报,2019,50(3):358 – 367.
Li Yang, Xu Da, Zhou Cheng. Cooperation path planning of dual-robot based on self-adaptive stepsize RRT[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery,2019,50(3):358 – 367. (in Chinese)

[22] 梁喜凤,陈坤,姚宝国. 基于改进 RRT 算法的多关节机械臂路径规划方法研究[J]. 农业机械学报,2025,56(10):792 – 801.
Liang Xifeng, Chen Kun, Yao Baoguo. Path planning method of multi-joint manipulator based on improved RRT algorithm[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery,2025,56(10):792 – 801. (in Chinese)

[23] 黄沿江,汪子钦,张宪民,等. 人与机器人共存中的位姿估计与碰撞检测[J]. 机器人,2022,44(3):281 – 290.
Huang Yanjiang, Wang Ziqin, Zhang Xianmin, et al. Pose estimation and collision detection in human-robot coexistence[J]. Robot,2022,44(3):281 – 290. (in Chinese)

[24] 申耀武,唐细永,曾翔. 基于力觉信息的工业机器人力跟随研究[J]. 机械设计,2021,38(8):97 – 103.
Shen Yaowu, Tang Xiyong, Zeng Xiang. Force follow-up of industrial robots based on force sensing[J]. Journal of Machine Design,2021,38(8):97 – 103. (in Chinese)

[25] Duan Jinjun, Liu Zhouchi, Bin Yiming, et al. Payload identification and gravity/inertial compensation for six-dimensional force/torque sensor with a fast and robust trajectory design approach[J]. Sensors,2022,22:439.

[26] 石炜,郝安民,张玉宝. 基于凯恩方法的机器人动力学建模与仿真[J]. 微计算机信息,2008(29):222 – 223,196.
Shi Wei, Xi Anmin, Zhang Yubao. Robot dynamics modeling and simulation based on Kane[J]. Microcomputer Information, 2008(29):222 – 223,196. (in Chinese)