doi:10.6041/j.issn.1000-1298.2026.12.039

具有部分解耦运动特性的空间移动并联机构型综合

宋黎明[1,2]　张彦斌[1]　赵俊超[1]　庞乾辰[1]

(1.河南科技大学机电工程学院,洛阳 471003;2.洛阳理工学院智能制造学院,洛阳 471000)

摘要:机构承载能力与其运动耦合性密切相关,而已有的型综合方法较少兼顾考虑机构运动耦合性和承载能力。本文基于驱动力螺旋理论建立运动解耦特性与驱动力螺旋之间的关系,提出了一种具有部分解耦运动特性的空间移动并联机构型综合方法。根据驱动力螺旋与关节运动之间的关系,建立机构运动耦合性方程;根据并联机构运动特性和支链连接度,综合得到具有空间移动运动的基础支链,并提出了构建产生不同驱动力螺旋支链的方法;将机构动平台所需力线矢分解成若干个力线矢,重新合成后得到了机构所需的驱动力螺旋矩阵;根据不同驱动力螺旋的支链类型,综合得到符合驱动力螺旋矩阵支链,组装得到所期望的机构;分析综合得到的机构自由度和运动学,验证了所提方法的正确性。研究结果为设计不同承载能力的解耦并联机构提供依据。

关键词:空间移动并联机构;部分解耦;型综合;驱动力螺旋

中图分类号:TH112　　**文献标识码**:A　　**文章编号**:1000-1298(2026)12-0414-13　　**OSID**:

Type Synthesis of Spatial Translational Parallel Mechanisms with Partially Decoupled Kinematic Characteristics

SONG Liming[1,2]　ZHANG Yanbin[1]　ZHAO Junchao[1]　PANG Qianchen[1]

(1. *School of Mechatronics Engineering*, *Henan University of Science and Technology*, *Luoyang* 471003, *China*
2. *School of Intelligent Manufacturing*, *Luoyang Institute of Science and Technology*, *Luoyang* 471000, *China*)

Abstract: The load-bearing capacity of a mechanism is closely related to its kinematic coupling, yet existing type synthesis methods seldom take both the kinematic coupling characteristics and the load-bearing capacity into account. The spatial geometric relationship between partially decoupled motion characteristics and the actuation wrench based on the actuation wrench matrix was established, and then a type synthesis method for translational parallel mechanisms with partially decoupled motion characteristics was proposed. Firstly, based on the actuation wrench theory, the coupling equation of the mechanism was established. Secondly, according to the kinematic characteristics of the translational parallel mechanism and the degree of connection of a branch, the basic branch with spatial translational was synthesized, and the branch types producing different actuation wrenches were given. Once again, the required force line vectors for the moving platform were decomposed into several force line vectors, and the required actuation wrench matrix was obtained by resynthesizing the force line vectors. Then, according to the type of branch producing different actuation wrenches, the branches conforming to the actuation wrench matrix were synthesized, and the spatial translational parallel mechanisms with partially decoupled motion characteristics were assembled. Finally, the correctness of the proposed method was verified through the analysis of degrees of freedom and mechanisms' kinematics. The research results can provide a basis for designing parallel mechanisms with different capacities.

Key words: spatial translational parallel mechanisms; partially decoupled characteristics; type synthesis; actuation wrench screw

收稿日期:2025-02-28　修回日期:2025-05-09

基金项目:河南省科技发展计划项目(232102220044、232102220069)

作者简介:宋黎明(1990—),男,博士生,主要从事并联机构学理论和机器人技术及应用研究,E-mail:lg_songlm@lit.edu.cn

通信作者:张彦斌(1974—),男,教授,博士生导师,主要从事机构学与并联机器人理论研究,E-mail:yanbin_zh@163.com

0　引言

空间移动并联机构是指动平台具有 3 自由度平移运动的并联机构，此类机构结构相对简单，易于控制，广泛应用于抓取机器人、运动模拟和组装生产线等领域[1-3]。

自 CLAVEL[4] 提出具有 3 自由度移动运动的 Delta 机器人以来，空间移动并联机构型综合与设计已经受到学者的广泛关注。HUNT[5] 综合了具有空间移动运动的支链类型。JIN 等[6] 从功能需求和拓扑特征的角度系统地构建了移动并联机构的拓扑综合。HUANG 等[7] 提出了综合对称非过约束移动并并联机构的系统性方法。KONG 等[8] 基于虚拟支链法提出了构建单闭环运动支链的方法，综合得到了大量的移动并联机构构型。文献[9-10]基于李群理论分别综合了一类具有 4 个自由度支链的过约束移动并联机构和 3 自由度移动并联机构。YANG 等[11] 基于有限螺旋理论建立了支链构型计算公式，确保综合得到的移动并联机构实现全周期有限运动。杨廷力等[12] 以单开链支路为单元，提出了一种三平移并联机器人机构构型综合方法。朱小蓉等[13] 基于方位特征集设计了 3 自由度无过约束支链构型，提出了综合无过约束移动并联机构方法。史巧硕等[14] 基于 GF 集理论构建了 3 自由度移动并联机构 GF 集的各种组合形式，并列举具有确定运动特性的支链，综合了移动并联机构。ZHAO 等[15] 提出了一类在不同位姿下恒定功率传输的移动并联机构。李永泉等[16] 基于图谱理论运用线图等效的方法，拓展了大量的分支等效自由度线图，并根据支链数量和支链所包含的约束数量，提出了 7 种分支选取方案，综合了分支数为 3 或 4 的三移动并联机构。LIN 等[17] 设计了一种仅包含转动副的大载荷高重复性移动并联机构，并分析了运动学、工作空间和奇异性。GREGORIO 等[18] 提出了具有最大定向误差的移动并联机构新方法。

多数已有的型综合方法仅限于构造具有给定自由度特性的并联机构，而较少考虑机构运动耦合性。运动耦合性是并联机构的固有特性，强耦合性有助于提高机构刚度和承载能力，而解耦性则有利于求解运动学、动力学方程，以及降低控制设计的难度。在承载能力要求不高的应用场合，解耦并联机构能有效地解决强耦合性造成的控制设计困难，工作空间减小等难题。为此，解耦并联机构已受学者们的关注[19-21]。GOGU[22] 基于线性变换理论提出了完全各向同性和无耦合平移并联机构结构综合方法。张彦斌等[23-24] 基于互易螺旋理论提出了一种无奇异完全各向同性纯移动并联机构型综合的系统方法，又根据机构速度雅可比矩阵为对角阵条件综合出 60 种具有对称结构和 47 种非对称机构的完全解耦移动并联机构。曾达幸等[25] 以螺旋理论为基础，归纳了分支运动副配置原则，并按照任务要求设计了完全解耦三移动并联机构。LI 等[26] 引入封闭移动运动单元，综合了具有高刚度的完全解耦移动并联机构。与完全解耦并联机构相比，部分解耦不仅控制容易，还能够增加某些方向的承载能力，兼具有一定承载能力和控制容易的优点。沈惠平等[27-29] 利用方位特征(POC)方程分别设计了不同约束的 2 条支链构成的零耦合度且部分运动解耦的三平移并联机构，一个具有解析式位置正解且部分运动解耦的三平移并联机构以及包含闭环子运动链的部分解耦移动并联机构。WANG 等[30] 基于位移流行理论构建了两自由度驱动系统，并设计了一类单闭环结构的部分解耦移动并联机构。近年来，虽然已有学者对部分解耦空间移动并联机构展开了研究，但关于部分解耦空间移动并联机构型综合方法鲜有研究。

本文以机构运动耦合性与驱动力螺旋之间的空间几何关系为切入点，提出一种具有部分解耦运动特性的空间移动并联机构型综合方法，并完成机构型综合，进而得到多种部分解耦空间移动并联机构。

1　理论基础

1.1　力线矢分类

由纯力以及与该力作用线平行的力偶组成的力，称为作用在螺旋轴线上的力螺旋，简称力螺旋，记为 $\$$。力螺旋是含有力幅值的螺旋，可表示为

$$f\$ = f(\boldsymbol{S};\boldsymbol{S}^0)^{\mathrm{T}} = f(\boldsymbol{S};\boldsymbol{r}\times\boldsymbol{S}+h\boldsymbol{S})^{\mathrm{T}} \tag{1}$$

式中　f——力螺旋幅值

$\boldsymbol{S}$——力螺旋单位方向矢量，表示力螺旋在空间内作用方向

$\boldsymbol{S}^0$——力螺旋在空间中位置

$\boldsymbol{r}$——螺旋轴线位置矢量

h——螺旋节距

式(1)也可以写为 Plücker 坐标形式，即

$$\$ = (L \quad M \quad N;P \quad Q \quad R) \tag{2}$$

式中　L、M、N——力螺旋轴线方向余弦

P、Q、R——L、M、N 对偶部分，与力螺旋线空间位置相关

当螺旋节距 h 为 0 时，力螺旋退化为力线矢，可表示作用在刚体上的力大小、方向和作用线。根据力线矢与空间坐标系轴线之间的位置关系，可将其分为轴线力线矢、平面力线矢和空间力线矢，如图 1

所示。轴线力线矢是指螺旋轴线与空间坐标系轴线平行或重合力线矢,即 L、M 和 N 中有 2 个等于零,如图中线矢①;平面力线矢是指螺旋轴线在空间中某一个平面内且不与空间坐标系轴线平行或重合的力线矢,即 L、M 和 N 中有 1 个等于零,如图中线矢②;空间力线矢是指其螺旋轴线在空间内除了轴线力线矢和平面力线矢以外的力线矢,即 L、M 和 N 都不等于零,如图 1 中线矢③。

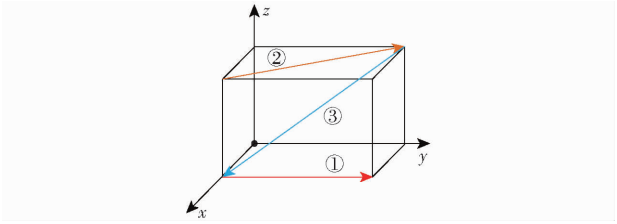


图 1 力线矢示意图

Fig. 1 Schematic of force line vector

1.2 力线矢分解

根据螺旋代数和运算法则,力螺旋可表示为

$$f\$ = f\$_f + f\$_c = f(\boldsymbol{S};\boldsymbol{r}\times\boldsymbol{S})^{\mathrm{T}} + f(0;h\boldsymbol{S})^{\mathrm{T}} \tag{3}$$

式中 $\$_f$——沿 $\$_f$ 轴线方向力线矢

$\$_c$——沿 $\$_f$ 方向力偶矢

力线矢 $f\$_f$ 可以视作为作用在空间刚体上所有力线矢的和,即

$$f\$_f = \sum_{k=1}^{m} f_k\$_{fk} \tag{4}$$

其中 $$f_k\$_{fk} = (\boldsymbol{S}_{fk};\boldsymbol{r}_{rk}\boldsymbol{S}_{fk})$$

式中 m——力线矢数量

$\boldsymbol{S}_{fk}$——单位矢量

$\boldsymbol{r}_{fk}$——$\boldsymbol{S}_{fk}$ 位置矢量

且有

$$\begin{cases} \sum_{k=1}^{m} f_k\boldsymbol{S}_{fk} = f\boldsymbol{S} \\ \sum_{k=1}^{m} f_k\boldsymbol{r}_{fk}\boldsymbol{S}_{fk} = f\boldsymbol{r}\boldsymbol{S} \end{cases} \tag{5}$$

不失一般性,选取一个力线矢 $f\$_f$,将其分解为空间上力线矢。如图 2 所示,选取力线矢方向与坐标系 z 轴方向重合如 $f\$_f = (0\ \ 0\ \ 1;\ \ 0\ \ 0\ \ 0)$,根据式(5)将其分解为 3 个大小相等、方向均与 z 轴平行的力线矢,且在 oxy 平面上的作用点围成一个等边三角形 $\triangle ABC$,其形心与坐标系原点重合,3 个点坐标分别可以写为 $A(x_1\ \ y_1\ \ 0)$,$B(x_2\ \ y_2\ \ 0)$,$C(x_3\ \ y_3\ \ 0)$,如图 2 所示。3 个力线矢可以分别表示为 $f_k\$_{fk} = f_k(0\ \ 0\ \ 1;\ \ y_k\ \ -x_k\ \ 0)(k=1,2,3)$,取 $f_k = f/3$。

1.3 机构运动耦合性方程

并联机构动平台瞬时运动速度可表达为所有支链全部运动螺旋线性组合,即

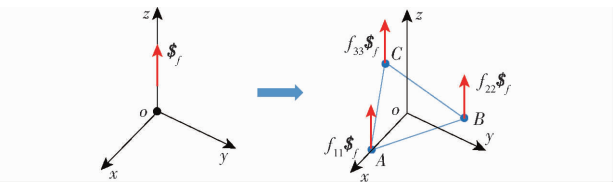


图 2 力线矢分解示意图

Fig. 2 Diagram of force vector decomposition

$$\boldsymbol{V} = [\boldsymbol{\omega}_p \quad \boldsymbol{v}_p]^{\mathrm{T}} = \sum_{j=1}^{C_i} \dot{\boldsymbol{q}}_{ij}\$_{ij} \quad (i=1,2,\cdots,n) \tag{6}$$

式中 $\boldsymbol{V}$——动平台瞬时输出速度

$\boldsymbol{\omega}_p$——瞬时输出角速度

$\boldsymbol{v}_p$——瞬时输出线速度

c_i——第 i 条支链连接度

$\dot{\boldsymbol{q}}_{ij}$——第 i 条支链中第 j 个关节瞬时速度

$\$_{ij}$——第 i 条支链中第 j 个关节运动螺旋

n——机构所含支链个数

为了减小主动运动副产生的惯性,选取支链中第 1 个运动副作为驱动副,且与基座直接相连。用第 i 条支链产生的驱动力螺旋与式(6)两边做互易积,可得

$$\$_{ai}\circ\boldsymbol{V} = \dot{\boldsymbol{q}}_{i1}\ \$_{ai}\circ\$_{i1} \tag{7}$$

式中 $\$_{ai}$——支链产生的驱动力螺旋

$\dot{\boldsymbol{q}}_{i1}$——第 i 条支链驱动副瞬时速度

$\$_{i1}$——第 i 条支链主动运动螺旋

根据式(7)可得 n 自由度并联机构速度表达式为

$$\boldsymbol{J}_{\mathrm{dir}}\boldsymbol{V} = \boldsymbol{J}_{\mathrm{inv}}\dot{\boldsymbol{q}}_{i1} \tag{8}$$

其中

$$\boldsymbol{J}_{\mathrm{dir}} = \begin{bmatrix} \$_{a1}^{\mathrm{T}} \\ \$_{a2}^{\mathrm{T}} \\ \vdots \\ \$_{an}^{\mathrm{T}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{a1} & M_{a1} & N_{a1} & P_{a1} & Q_{a1} & R_{a1} \\ L_{a2} & M_{a2} & N_{a2} & P_{a2} & Q_{a2} & R_{a2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ L_{an} & M_{an} & N_{an} & P_{an} & Q_{an} & R_{an} \end{bmatrix}_{n\times 6}$$

$$\boldsymbol{J}_{\mathrm{inv}} = \begin{bmatrix} \$_{a1}\circ\$_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \$_{a2}\circ\$_{21} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \$_{an}\circ\$_{n1} \end{bmatrix}_{n\times n}$$

式中 $\boldsymbol{J}_{\mathrm{dir}}$——机构速度正雅可比矩阵

$\boldsymbol{J}_{\mathrm{inv}}$——机构速度逆雅可比矩阵

空间移动并联机构具有三移动运动特性,根据式(8)可推导得该类型机构输入-输出运动之间的关系,即

$$\begin{bmatrix} \$_{a1}^{\mathrm{T}} \\ \$_{a2}^{\mathrm{T}} \\ \$_{a3}^{\mathrm{T}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \$_{a1}\circ\$_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \$_{a2}\circ\$_{21} & 0 \\ 0 & 0 & \$_{a3}\circ\$_{31} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_{11} \\ \dot{q}_{21} \\ \dot{q}_{31} \end{bmatrix} \tag{9}$$

若将式(9)中速度矢量零元素去除，可得空间移动并联机构运动耦合性方程，即

$$\boldsymbol{J}_{\mathrm{dir}}^{(1)}\boldsymbol{V}^{(1)}=\boldsymbol{J}_{\mathrm{inv}}^{(1)}\dot{\boldsymbol{q}}^{(1)} \tag{10}$$

式中　$\boldsymbol{V}^{(1)}$——空间移动并联机构动平台瞬时输出速度

$\dot{\boldsymbol{q}}^{(1)}$——支链中主动运动副瞬时输入速度

$\boldsymbol{J}_{\mathrm{dir}}^{(1)}$——空间移动并联机构速度正雅可比矩阵

$\boldsymbol{J}_{\mathrm{inv}}^{(1)}$——空间移动并联机构速度逆雅可比矩阵

并联机构雅可比矩阵表示操作空间与关节空间之间速度与驱动力螺旋之间的关系，是并联机构性能分析与评价的基础。并联机构运动耦合特性可通过雅可比矩阵判断[31-32]。根据运动雅可比矩阵形式不同，部分解耦并联机构雅可比矩阵为三角阵。由于 $\boldsymbol{J}_{\mathrm{inv}}$ 为对角阵，故可根据 $\boldsymbol{J}_{\mathrm{dir}}$ 矩阵形式判定并联机构运动耦合性，表明可通过构造特定的 $\boldsymbol{J}_{\mathrm{dir}}$ 形式进行具有部分解耦运动特性并联机构设计。

2　部分解耦空间移动并联机构型综合

2.1　基础支链构建

并联机构动平台可实现的运动空间是所有支链产生运动空间的交集，即

$$\{M_m\}=\bigcap_{i=1}^{n}\{M_i\} \tag{11}$$

式中　$\{M_m\}$——机构动平台具有的运动空间

$\{M_i\}$——第 i 条驱动支链具有的运动空间

根据式(11)可确定运动支链连接度为 3、4 和 5，且每条支链能实现空间移动运动，在此基础上，综合得到仅包含转动副(R)和移动副(P)基本支链构型，见图 3 和表 1，表中下角标∞和 0 分别表示螺旋是无穷大和零节距螺旋。蓝色双箭头实线表示驱动副运动。下划线“_”和“≈”表示运动副轴线相互平行。

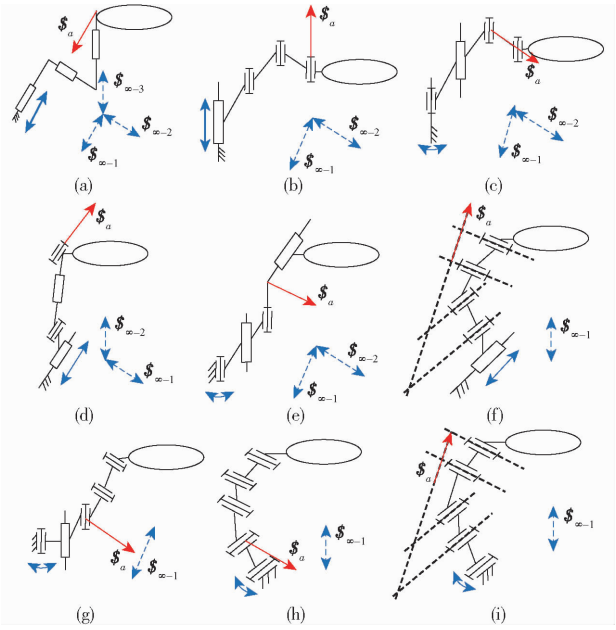


图 3　基础支链构型

Fig. 3　Basic branch chain configuration

设定支链第 1 个运动副作为支链驱动副，且与基座直接相连。由于支链中除主动运动螺旋 $\$_1^m$ 外的所有非主动运动螺旋 $\$_j^m$ 与驱动力螺旋 $\$_a$ 互易积等于零，故有

$$\begin{cases}\$_a\circ\$_1^m\neq 0\\ \$_a\circ\$_j^m=0\end{cases} \tag{12}$$

根据式(12)可确定支链中驱动力螺旋 $\$_a$，如图 3 中红色单箭头实线。

根据并联机构运动螺旋和约束螺旋互为反螺旋条件，可判断支链约束类型和数量，见表 1 和图 3，蓝色双箭头虚线表示约束螺旋，用 $\$_\infty$ 表示。

表 1　具有空间移动运动的基础支链构型

Tab. 1　Basic branch configuration capable of spatial translational motion

连接度	支链组成	含单自由度运动副	运动数	约束数	驱动力螺旋	图示
3	3P	PPP	$3-\xi_\infty$	$3-\$_\infty$	$1-\$_a$	图 3a
4	1P3R	P$\underline{\mathrm{RRR}}$	$3-\xi_\infty-1-\xi_0$		$1-\$_a$	图 3b
	1P3R	$\underline{\mathrm{RP}}$ $\underline{\mathrm{RR}}$	$3-\xi_\infty-1-\xi_0$	$2-\$_\infty$	$1-\$_a$	图 3c
	2P2R	PP $\underline{\mathrm{RR}}$; $\underline{\mathrm{RP}}$ $\underline{\mathrm{RP}}$	$3-\xi_\infty-1-\xi_0$	$2-\$_\infty$	$1-\$_a$	图 3d、3e
5	1P4R	P$\underset{\approx}{\mathrm{RR}}\underline{\mathrm{RR}}$	$3-\xi_\infty-2-\xi_0$	$1-\$_\infty$	$1-\$_a$	图 3f
	1P4R	$\underset{\approx}{\mathrm{RP}}$ $\underset{\approx}{\mathrm{R}}\underline{\mathrm{RR}}$	$3-\xi_\infty-2-\xi_0$	$1-\$_\infty$	$1-\$_a$	图 3g
	5R	$\underset{\approx}{\mathrm{RR}}\underline{\mathrm{RRR}}$; $\underset{\approx}{\mathrm{RRR}}\underline{\mathrm{RR}}$	$3-\xi_\infty-2-\xi_0$	$1-\$_\infty$	$1-\$_a$	图 3h、3i

2.2　不同驱动力螺旋支链构建

2.2.1　轴线力线矢支链构型

在不改变支链中包含运动副数量、类型和配置顺序的情况下，通过设定基础支链中某一个或多个运动副轴线方向，构建产生轴线力线矢的运动支链类型。例如：对于 PRRR，将所有运动副轴线方向均设定为 x 轴方向，即支链构型变换为 $\mathrm{P}_x\mathrm{R}_x\mathrm{R}_x\mathrm{R}_x$，便可得到 1 条产生驱动力螺旋方向沿着 x 轴方向的支链。不失一般性，假设支链产生的驱动力螺旋轴线平行于 x 轴，支链仅控制动平台沿 x 轴线性移动。基于基础支链

构建的产生与 x 轴平行的力线矢支链见表 2,部分构型如图 4 所示。表 2 中右下角标 x、y、z 表示运动副移动方向或转动轴线方向。右下标字母相同表示运动副轴线或运动方向平行。右上角标 r、t 分别表示驱动运动副为移动副和转动副。右上角标“$\perp$”分别表示运动轴线与后面 1 个运动副的轴线垂直。U 副两侧上角标字母或“$\perp$”表示 2 条轴线方向。闭合回路 Pa 是由 4 个轴线平行的转动副组成的平行四边形结构。根据式(12)确定支链产生 1 个与 x 轴平行的轴线力线矢 $\$_{ax}$,如图 4 中红色单箭头实线。

表 2 轴线力线矢支链构型

Tab. 2 Axial force line vector branch configuration

连接度	支链组成	含单自由度运动副	含多自由度运动副	含闭合回路(Pa)结构
3	3P	$P_xP_yP_z$; $P_xP_zP_y$		P_xPaPa
4	2P2R	$P_xP_yR_xR_x$; $P_xR_xP^{\perp}R_x$; $P_xR_xR_xP_y$; $R_yR_yP_yP_z$; $R_yP_yR_yP_z$; $R_zR_zP_yP_z$; $R_zP_zR_zP_y$	$C_x^tP^{\perp}R_x$; $C_xR_xP_y$; $C_y^tR_yP_z$; $C_zR_zP_y$	$P_xPaR_xR_x$; $P_xR_xPaR_x$
	1P3R	$P_mR_xR_xR_x$	$C_x^tR_xR_x$	
5	1P4R	$R_yR_yR_xR_xP_z$; $R_yR_yR_xP^{\perp}R_x$; $R_yR_yP_yR_xR_x$; $R_yP_yR_yR_xR_x$; $R_zR_zR_xR_xP_y$; $R_zR_zR_xP^{\perp}R_x$; $R_zR_zP_zR_xR_x$; $R_zP_zR_zR_xR_x$; $R_zR_zP_zR_xR_x$; $R_zP_zR_zR_xR_x$	$R_y^yU^xR_xP_z$; $R_y^yU^xP^{\perp}R_x$; $R_yC_yR_xR_x$; $C_y^rR_yR_xR_x$; $R_z^zU^xR_xP_z$; $R_zC_zR_xR_x$; $R_z^zU^xP^{\perp}R_x$; $C_z^rR_zR_xR_x$	$R_y^yU^xR_xPa$; $R_y^yU^xPaR_x$; $R_yR_yPaR_xR_x$; $R_yPaR_yR_xR_x$; $R_zR_zR_xPaR_x$; $R_zR_zPaR_xR_x$
	5R	$R_yR_yR_xR_xR_x$; $R_zR_zR_xR_xR_x$; $R_{yz}R_{yz}R_xR_xR_x$	$R_y^yU^xR_xR_x$; $R_z^zU^xR_xR_x$	

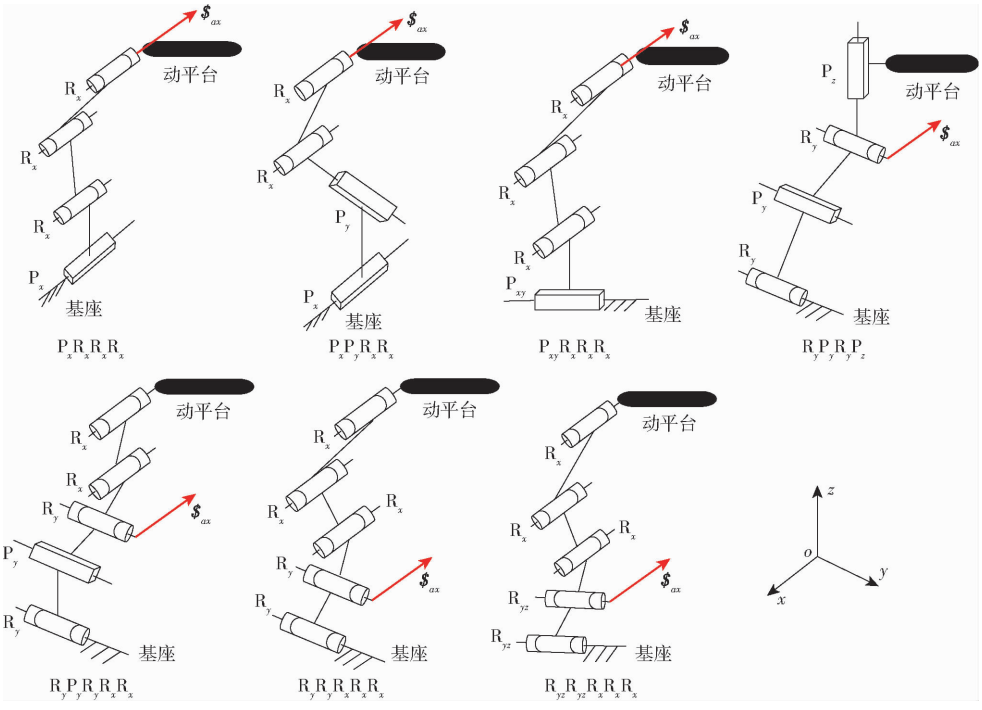


图 4 部分轴线力线矢支链构型

Fig. 4 Partial axial force line vector branch configuration

2.2.2 平面力线矢支链构型

在保证基础支链运动结构不变的前提下,通过设定基础支链中运动副轴线方向,构建产生平面力线矢的运动支链类型。例如:对于 PRRR,将所有运动副的轴线方向设定为与 yoz 平面平行(不与坐标轴线平行),即支链构型变换为 $P_{xy}R_{xy}R_{xy}R_{xy}$,可得到 1 条产生驱动力螺旋方向与 yoz 平面平行的支链。不失一般性,假设支链能够产生 1 个轴线平行于 yoz 平面的力螺旋,可以控制支链末端沿 yoz 平面的线性移动运动,该运动可以分解为沿 x 轴和 y 轴的运动。基于基础支链构建的产生 1 个与 yoz 平面平行的力线矢支链见表 3,部分构型如图 5 所示。表 3 和图 5 中右下角标 yz 表示运动副的移动方向或转动轴线与 yoz 平面平行,右下角标 m 表示该运动副方向与相邻运动副轴线不能垂直。“$//yoz$”表示蓝色背景代表的平面与坐标系内 yoz 平面平行。U 副左上方“”表示驱动转动副轴线的方向。根据式(12)确定支链产生 1 个与 yoz 平面平行的力线矢 $\$_{ayz}$。

表 3　平面力线矢支链构型

Tab. 3　Plane force line vector branch configuration

连接度	支链组成	含单自由度运动副	含多自由度运动副	含闭合回路(Pa)结构
4	1P3R	$P_m R_{yz} R_{yz} R_{yz}$；$R_x P_x R_x R_x$；$R_x R_x P_x R_x$；$R_x R_x R_x P_x$	$C^t_{yz} R_{yz} R_{yz}$；$C^r_x R_x R_x$；$R_x C_x R_x$；$R_x R_x C_x$	
	2P2R	$P_m R_{yz} P^{\perp} R_{yz}$；$P_m P_x R_{yz} R_{yz}$；$R_x P_x R_x P_{yz}$；$R_x P_x P_{yz} R_x$	$C^t_{yz} P^{\perp} R_{yz}$；$C^r_x R_x P_{yz}$；$C^r_x P_{yz} R_x$	$C^t_{yz} PaR_{yz}$；$P_m PaR_{yz} R_{yz}$
5	1P4R	$R^{/\!/} R^{\perp} R_{yz} P^{\perp} R_{yz}$	$R^{/\!/\perp} U^{yz} P^{\perp} R_{yz}$	$R^{/\!/} R^{\perp} R_{yz} PaR_{yz}$
	5R	$R^{/\!/} R^{\perp} R_{yz} R_{yz} R_{yz}$；$R^{\perp} R_{yz} R_{yz} R^{\perp} R_{yz}$	$R^x_x U^{yz} R_{yz} R_{yz}$；$R_x R_{yz} R^x_{yz} U^{yz}$；$^{x}_{\perp} U^{yz} R_{yz} {}^{x} U^{yz}$	

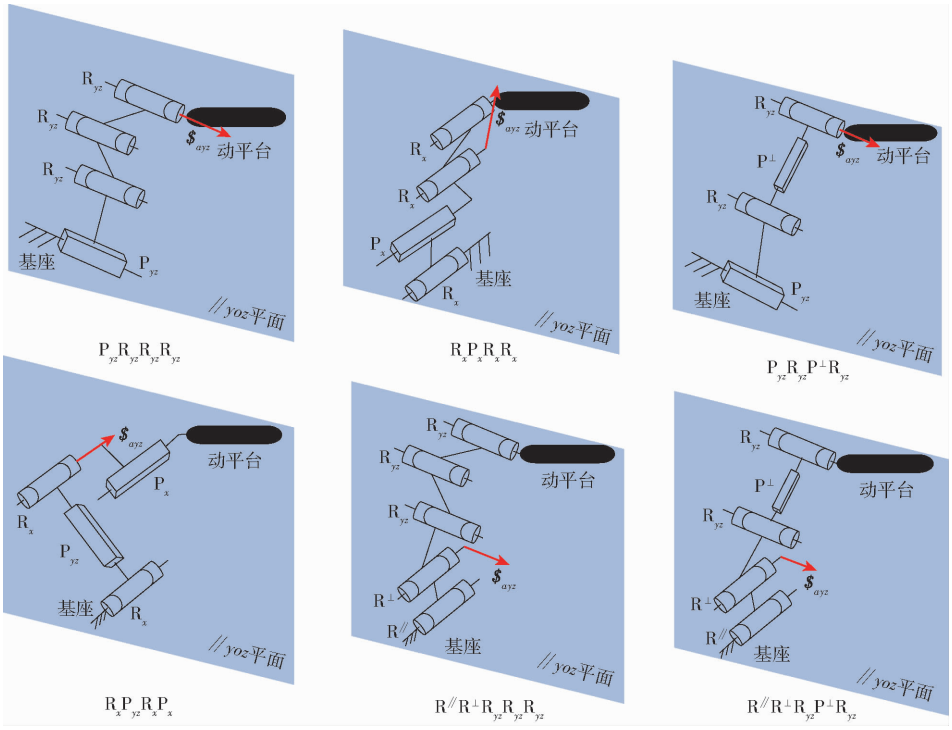


图 5　部分平面力线矢支链构型

Fig. 5　Partial plane force line vector branch configuration

2.2.3　空间力线矢支链构型

假设支链能够产生 1 个空间力线矢，可以控制支链末端在空间内的线性平移运动，该运动分解为沿 x 轴、y 轴和 z 轴的运动。将表 1 所列的支链中 1 个或多个运动副的轴线设定为空间内不与坐标轴线平行且不与 xoy、yoz 和 xoz 平面平行的方向，构建产生空间力线矢的运动支链类型，例如：将基础支链 PRRR 中所有运动副的轴线方向设定为空间内直线 xyz，即支链构型变换为 $P_{xyz}R_{xyz}R_{xyz}R_{xyz}$，便可得到 1 条产生驱动力螺旋方向与直线 xyz 平行的支链。由此构建产生空间力线矢的支链见表 4，部分构型如图 6 所示。表 4 和图 6 中右下角标 xyz 表示运动副移动方向或转动轴线方向在空间内不与 xoy、yoz 和 xoz 平行的任意平面内。图 6 中“xyz 平面”是指空间内不与 xoy、yoz 和 xoz 平行的的任意平面。根据式(12)确定支链产生 1 个空间力线矢 $\$_{axyz}$。

2.3　部分解耦空间移动并联机构型综合

空间移动并联机构的运动螺旋系含有 3 个沿 x 轴、y 轴和 z 轴的线性移动运动。根据力与运动的关系，若机构末端能够产生所需空间线性移动运动，需要支链提供沿坐标系 x 轴、y 轴和 z 轴 3 个驱动力线矢 $\$_{ax}$、$\$_{ay}$和 $\$_{az}$，如图 7 所示。

如 1.2 节所述，将空间移动并联机构所需力线矢 $\$_{ax}$、$\$_{ay}$和 $\$_{az}$进行分解，具体情况为：

情况 1：不失一般性，$\$_{ax}$和 $\$_{ay}$可视为与 x、y 轴平行的力线矢 $\$^1_{ax}$ 和 $\$^1_{ay}$，$\$_{az}$ 可分解为过点 A、B 2 个与 z 轴平行的力线矢 $\$^1_{az}$和 $\$^2_{az}$，此时，点 B 力线矢 $\$^1_{az}$和 $\$^1_{ay}$可合成为 1 个力线矢 $\$^1_{axyz}$，如图 8a 所示。作用在动平台上的力线矢为：2 个与坐标系轴线平行的力线矢和 1 个与 yoz 平面平行且不与坐标系轴线平行的力线矢。若满足机构所需力线矢，3 条支链产生的驱动力螺旋可写为

表 4 空间力线矢支链构型

Tab. 4 Spatial force line vector branch configuration

连接度	支链组成	含单自由度运动副	含多自由度运动副	含闭合回路(Pa)结构
4	1P3R	$P_m R_{xyz} R_{xyz} R_{xyz}$；$R_{xyz} P_{xyz} R_{xyz} R_{xyz}$； $R_{xyz} R_{xyz} P_{xyz} R_{xyz}$；$R_{xyz} R_{xyz} R_{xyz} P_{xyz}$	$C^t_{xyz} R_{xyz} R_{xyz}$ $C^r_{xyz} R_{xyz} R_{xyz}$	
	2P2R	$P_m R_{xyz} P^{\perp} R_{xyz}$；$P_m R_{xyz} R_{xyz} P_{xyz}$ $R_{xyz} R_{xyz} P^{\perp} P_{xyz}$；$R_{xyz} P^{\perp} R_{xyz} P_{xyz}$	$C^t_{xyz} P^{\perp} R_{xyz}$	$P_m R_{xyz} Pa R_{xyz}$
5	1P4R	$P_x R_x R_x R_y R_y$；$R^{/\!/} R^{\perp} R_{xyz} P^{\perp} R_{xyz}$	$P_{xyz}{}^{\perp} U^{xyz\perp} U^{xyz}$	$R^{/\!/} R^{\perp} R_{xyz} Pa R_{xyz}$
	5R	$R^{/\!/} R^{\perp} R_{xyz} R_{xyz} R_{xyz}$；$R^{\perp} R_{xyz} R_{xyz} R^{\perp} R_{xyz}$； $R^{/\!/} R^{/\!/} R^{\perp} R_{xyz} R_{xyz}$；$R_x R_x R_x R_y R_y$； $R_x R_x R_y R_y R_x$；$R_x R_y R_y R_x R_x$；$R_y R_x R_x R_x$；	$R^{/\!/\perp} U^{xyz} R_{xyz} R_{xyz}$； $R_x R_x{}^x U^y R_y$；$R_x R_x R_y{}^x U^y$； $R_x{}^x U^{yx} U^y$；${}^x_z U^y R_y R_x R_x$； $R_x R_y^y U^x R_x$；${}^z_y U^y R_x R_x R_y$； ${}^y U^x R_x R_x R_y$；${}^y_z U^x R_x{}^x U^y$	

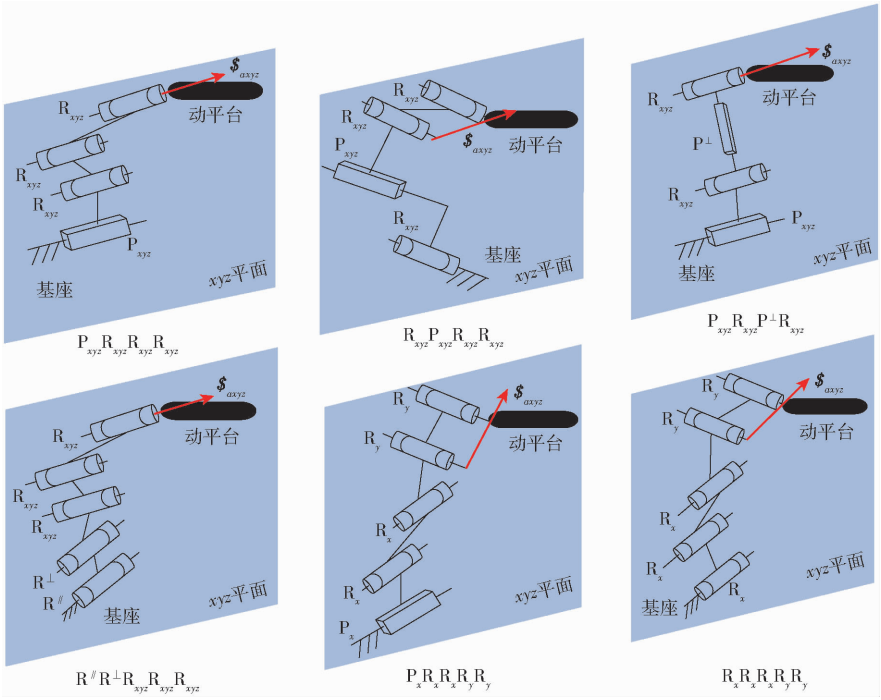


图 6 部分空间力线矢支链构型

Fig. 6 Partial spatial force line vector branch configuration

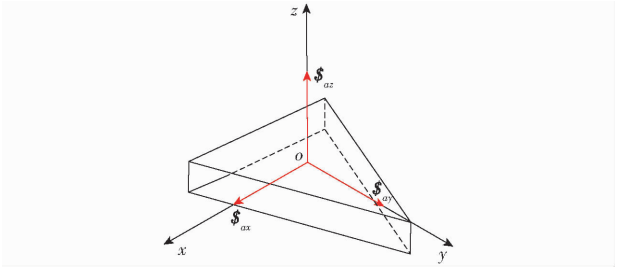


图 7 空间移动并联机构驱动力线矢示意图

Fig. 7 Diagram of actuation wrenches for spatial translational parallel mechanism

$$\begin{bmatrix} \$^{\mathrm{T}}_{a1} \\ \$^{\mathrm{T}}_{a2} \\ \$^{\mathrm{T}}_{a3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{a1} & 0 & 0 & 0 & Q_{a1} & R_{a1} \\ 0 & M_{a2} & N_{a2} & P_{a2} & Q_{a2} & R_{a2} \\ 0 & 0 & N_{a3} & P_{a3} & Q_{a3} & 0 \end{bmatrix}$$

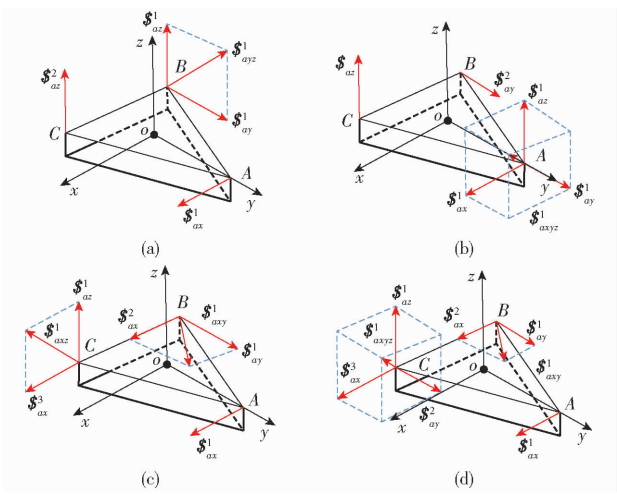


图 8 驱动力线矢分解图

Fig. 8 Decomposition diagrams of actuation forces line vector

将式(13)代入式(9)可得

$$\boldsymbol{J}^{1}_{\mathrm{dir}}=\begin{bmatrix} L_{a1} & 0 & 0 \\ 0 & M_{a2} & N_{a2} \\ 0 & 0 & N_{a3} \end{bmatrix} \tag{14}$$

根据式(14)，用表 2～4 中不同力线矢的支链构建部分解耦空间移动并联机构。

(1)第 1 条支链构型

第 1 条支链需要产生 1 个与 x 轴平行的轴线力线矢，仅控制动平台沿 x 轴方向的线性移动，表 2 中的支链构型满足要求。

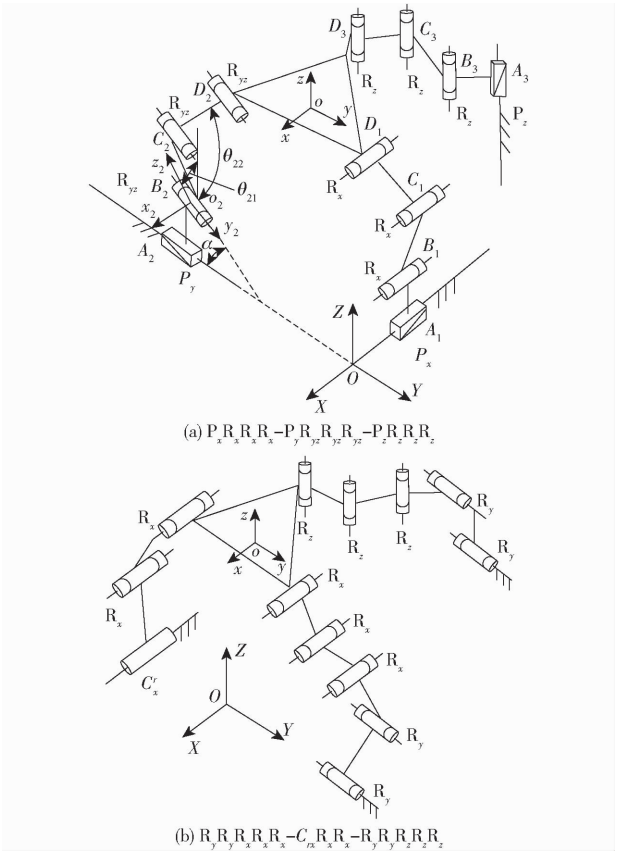
(2)第 2 条支链构型

第 2 条支链需要产生 1 个与 yoz 平面平行的平面力线矢，控制动平台沿 yoz 平面的线性移动，表 3 中的支链构型满足要求。

(3)第 3 条支链构型

第 3 条支链需要产生 1 个与 z 轴平行的轴线力线矢，仅控制动平台沿 z 轴方向的线性移动，令表 2 中 $x=z$，$y=x$，$z=y$，可得到第 3 条支链。

从 3 条支链构型中各选择 1 条支链，将 3 条支链分别与基座和动平台相连，便可组成 2A－1P 型部分解耦空间移动并联机构，部分结构如图 9 所示。



(a) $\mathrm{P}_x\mathrm{R}_x\mathrm{R}_x\mathrm{R}_x-\mathrm{P}_y\mathrm{R}_{yz}\mathrm{R}_{yz}\mathrm{R}_{yz}-\mathrm{P}_z\mathrm{R}_z\mathrm{R}_z\mathrm{R}_z$

(b) $\mathrm{R}_y\mathrm{R}_y\mathrm{R}_x\mathrm{R}_x\mathrm{R}_x-C_{rx}\mathrm{R}_x\mathrm{R}_x-\mathrm{R}_y\mathrm{R}_y\mathrm{R}_z\mathrm{R}_z\mathrm{R}_z$

图 9　2A－1P 型部分解耦空间移动并联机构

Fig. 9　2A－1P type partially decoupled spatial translational parallel mechanism

根据机构驱动力螺旋类型和数量，将部分解耦空间移动并联机构命名为 aA－bP－cS 型，其中 A、P 和 S 表示轴线力线矢、平面力线矢和空间力线矢，a、b 和 c 表示指机构所需轴线力线矢、平面力线矢和空间力线矢个数。

情况 2：不失一般性，将 $\$_{ax}$ 可视为过点 A 与 x 轴平行的力线矢 $\$^{1}_{ax}$、$\$_{ay}$ 分解为过点 A、B 与 y 轴平行的力线矢 $\$^{1}_{ay}$ 和 $\$^{2}_{ay}$，$\$_{az}$ 分解为过点 A、C 与 z 轴平行的力线矢 $\$^{1}_{az}$ 和 $\$^{2}_{az}$，此时，点 A 力线矢 $\$^{1}_{ax}$、$\$^{1}_{ay}$ 和 $\$^{1}_{az}$ 可以合成为 1 个力线矢 $\$^{1}_{axyz}$，如图 8b 所示。作用在动平台上的力线矢为：2 个与坐标系轴线平行的力线矢和 1 个空间力线矢。若满足机构所需力线矢，3 条支链产生的驱动力螺旋可写为

$$\begin{bmatrix} \$^{\mathrm{T}}_{a1} \\ \$^{\mathrm{T}}_{a2} \\ \$^{\mathrm{T}}_{a3} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} L_{a1} & M_{a2} & N_{a2} & P_{a1} & Q_{a1} & R_{a1} \\ 0 & M_{a2} & 0 & P_{a2} & 0 & R_{a2} \\ 0 & 0 & N_{a3} & P_{a3} & Q_{a3} & 0 \end{bmatrix} \tag{15}$$

将式(15)代入式(9)可得

$$\boldsymbol{J}^{1}_{\mathrm{dir}}=\begin{bmatrix} L_{a1} & M_{a1} & N_{a1} \\ 0 & M_{a2} & 0 \\ 0 & 0 & N_{a3} \end{bmatrix} \tag{16}$$

根据式(16)，用表 2～4 中不同力线矢的支链构建部分解耦空间移动并联机构。

(1)第 1 条支链构型

第 1 条支链需要产生 1 个空间力线矢，可以控制机构动平台在空间内做线性移动，表 4 中的支链构型满足要求。

(2)第 2 条支链构型

第 2 条支链需要产生 1 个与 y 轴平行的轴线力线矢，仅控制动平台沿 y 轴方向的线性移动，令表 2 中 $x=y$，$y=z$，$z=x$，便可得到第 2 条支链。

(3)第 3 条支链构型

第 3 条支链需要产生 1 个与 z 轴平行的轴线力线矢，仅控制动平台沿 z 轴方向的线性移动，令表 2 中 $x=z$，$y=x$，$z=y$，便可得到第 3 条支链。

从 3 条支链构型中各选择 1 条支链，将 3 条支链分别与基座和动平台相连，便可组成 2A－1S 型部分解耦三移动并联机构，部分结构如图 10 所示。

情况 3：不失一般性，将 $\$_{ax}$ 分解为过 A、B 和 C 3 点与 x 轴平行的力线矢 $\$^{1}_{ax}$、$\$^{2}_{ax}$ 和 $\$^{3}_{ax}$，$\$_{ay}$ 和 $\$_{az}$ 分别为过点 B 和点 C 平行于 y 轴和 z 轴的力线矢 $\$^{1}_{ay}$ 和 $\$^{1}_{az}$，此时，点 B 力线矢 $\$^{2}_{ax}$ 和 $\$^{1}_{ay}$ 可合成 1 个平面力线矢 $\$^{1}_{axy}$，点 C 力线矢 $\$^{3}_{ax}$ 和 $\$^{1}_{az}$ 也可合成 1 个平面力线矢 $\$^{1}_{axz}$，如图 8c 所示。作用在动平台上的力线矢为：1 个与坐标系轴线平行的力线矢和 2

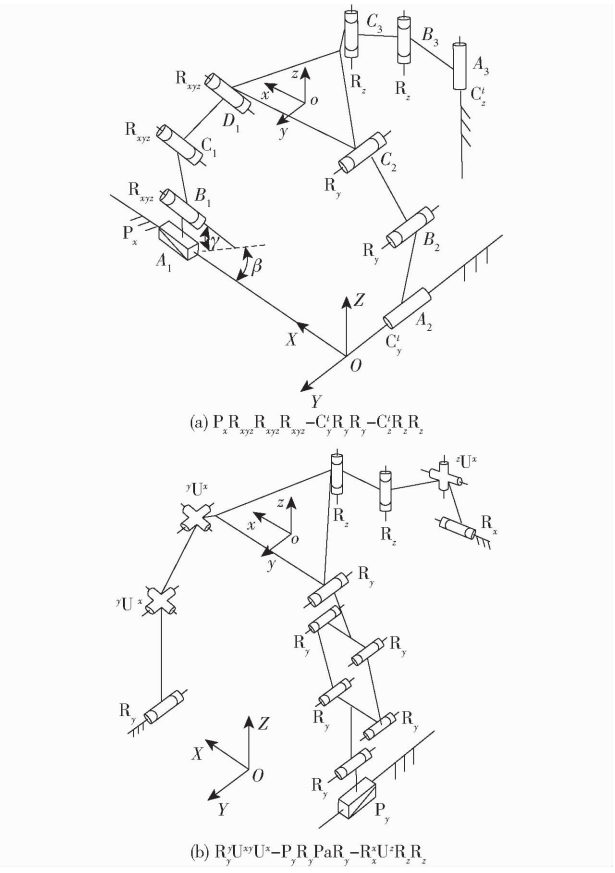


图 10 2A－1S 型部分解耦空间移动并联机构

Fig. 10 2A－1S type partially decoupled spatial translational parallel mechanism

个分别与 *xoy*、*xoz* 平面平行且不与坐标系轴线平行的力线矢。若满足机构所需力线矢,3 条支链产生的驱动力螺旋可写为

$$\begin{bmatrix} \$_{a1}^{\mathrm{T}} \\ \$_{a2}^{\mathrm{T}} \\ \$_{a3}^{\mathrm{T}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{a1} & 0 & 0 & 0 & Q_{a1} & R_{a1} \\ L_{a2} & M_{a2} & 0 & P_{a2} & Q_{a2} & R_{a2} \\ L_{a3} & 0 & N_{a3} & P_{a3} & Q_{a3} & R_{a3} \end{bmatrix} \tag{17}$$

将式(17)代入式(9)可得

$$\boldsymbol{J}_{\mathrm{dir}}^{1} = \begin{bmatrix} L_{a1} & 0 & 0 \\ L_{a2} & M_{a2} & 0 \\ L_{a3} & 0 & N_{a3} \end{bmatrix} \tag{18}$$

根据式(18),用表 2～4 中不同力线矢的支链构建部分解耦空间移动并联机构。

(1)第 1 条支链构型

第 1 条支链需要产生 1 个与 *x* 轴平行的轴线力线矢,仅控制机构动平台沿 *x* 轴的线性移动,表 2 中的支链构型满足要求。

(2)第 2 条支链构型

第 2 条支链需要产生 1 个与 *xoy* 平面平行的平面力线矢,控制机构动平台沿 *xoy* 平面的线性移动,令表 3 中 $z=x$,$x=y$,$y=z$,可得第 2 条支链的构型。

(3)第 3 条支链构型

第 3 条支链需要产生 1 个与 *xoz* 平面平行的平面力线矢,控制机构动平台沿 *xoz* 平面的线性移动,令表 3 中 $x=y$,$y=z$,$z=x$,可得第 3 条支链的构型。

从 3 条支链构型中各选择 1 条支链,将 3 条支链分别与基座和动平台相连,便可组成 1A－2P 型部分解耦空间移动并联机构,部分结构如图 11 所示。

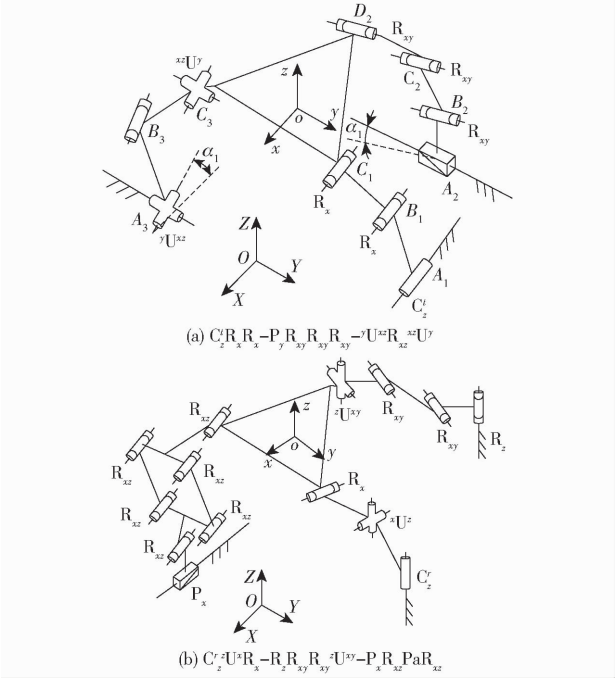


图 11 1A－2P 型部分解耦空间移动并联机构

Fig. 11 1A－2P type partially decoupled spatial translational parallel mechanism

情况 4:不失一般性,将 $\$_{ax}$ 分解为分别过点 *A*、*B* 和 *C* 3 点与 *x* 轴平行的 3 个力线矢 $\$_{ax}^{1}$、$\$_{ax}^{2}$ 和 $\$_{ax}^{3}$,将 $\$_{ay}$ 分解为分别过点 *B*、*C* 与 *y* 平行的 2 个力线矢 $\$_{ay}^{1}$ 和 $\$_{ay}^{2}$,将 $\$_{az}$ 视为与 *z* 轴平行的力线矢 $\$_{az}^{1}$,此时,点 *B* 力线矢 $\$_{ax}^{2}$ 和 $\$_{ay}^{1}$ 可以合成 1 个平面力线矢 $\$_{axy}^{1}$,点 *C* 力线矢 $\$_{ax}^{3}$、$\$_{ay}^{2}$ 和 $\$_{az}^{1}$ 也可以合成 1 个空间力线矢 $\$_{axyz}^{1}$,如图 8d 所示。作用在动平台上的力线矢为:1 个与坐标系轴线平行的力线矢、1 个与 *xoy* 平面平行且不与坐标系轴线平行的力线矢和 1 个空间内的力线矢(不与坐标系任意轴线平行)。若满足机构所需力线矢,3 条支链产生的驱动力螺旋可写为

$$\begin{bmatrix} \$_{a1}^{\mathrm{T}} \\ \$_{a2}^{\mathrm{T}} \\ \$_{a3}^{\mathrm{T}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{a1} & 0 & 0 & 0 & Q_{a1} & R_{a1} \\ L_{a2} & M_{a2} & 0 & P_{a2} & Q_{a2} & R_{a2} \\ L_{a3} & M_{a3} & N_{a3} & P_{a3} & Q_{a3} & R_{a3} \end{bmatrix} \tag{19}$$

将式(19)代入式(9)可得

$$\boldsymbol{J}_{\mathrm{dir}}^{1}=\begin{bmatrix} L_{a1} & 0 & 0 \\ L_{a2} & M_{a2} & 0 \\ L_{a3} & M_{a3} & N_{a3} \end{bmatrix} \tag{20}$$

根据式(20)，用表 2～4 中不同力线矢的支链构建部分解耦空间移动并联机构。

(1)第 1 条支链构型

第 1 条支链需要产生 1 个与 x 轴平行的轴线力线矢，仅控制机构动平台沿 x 轴的线性移动，表 2 中的支链构型满足要求。

(2)第 2 条支链构型

第 2 条支链需要产生 1 个与 xoy 平面平行的平面力线矢，控制机构动平台沿 xoy 平面的线性移动，令表 3 中 $z=x$，$x=y$，$y=z$，可得第 2 条支链的构型。

(3)第 3 条支链构型

第 3 条支链第一条支链需要产生 1 个空间力线矢，可以控制机构动平台在空间内做线性移动，表 4 中的支链构型满足要求。

从 3 条支链构型中各选择 1 条支链，将 3 条支链分别与基座和动平台相连，便可组成 1A－1P－1S 型部分解耦空间移动并联机构，部分结构如图 12 所示。

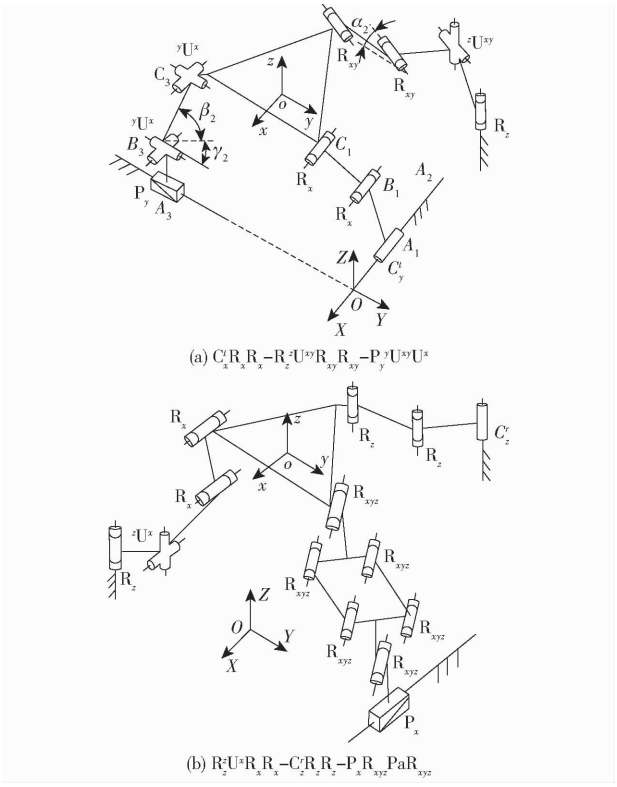


图 12　1A－1P－1S 型部分解耦空间移动并联机构

Fig. 12　1A－1P－1S type partially decoupled spatial translational parallel mechanism

3　机构自由度和运动学分析

为了验证本文所综合的机构具有预期运动耦合特性，从综合得到的不同部分解耦空间移动并联机构中任意选择 1 种，对其进行自由度和运动学分析。

3.1　2A－1P 型

3.1.1　机构自由度

如图 9a 所示，设定移动副沿着定平台上的导轨移动，在动平台上建立动坐标系 $oxyz$，原点 o 是等边三角形 $D_1D_2D_3$ 的中点，z 轴与动平台初始位置垂直，y 轴过点 D_1，根据右手定则确定 x 轴方向。在基座上建立定坐标系 $OXYZ$，定坐标系各轴的方向与初始位姿下动坐标系对应坐标轴互相平行。

在定坐标系下，第 1 条支链运动螺旋系可写为

$$\begin{cases} \$_{11}=[0 \quad 0 \quad 0;1 \quad 0 \quad 0] \\ \$_{12}=[1 \quad 0 \quad 0;1 \quad Q_1 \quad R_1] \\ \$_{13}=[1 \quad 0 \quad 0;0 \quad Q_2 \quad R_2] \\ \$_{14}=[1 \quad 0 \quad 0;0 \quad Q_3 \quad R_3] \end{cases} \tag{21}$$

根据互易积原理，得到该支链约束螺旋系为

$$\begin{cases} \$_{11}^{r}=[0 \quad 0 \quad 0;0 \quad 1 \quad 0] \\ \$_{12}^{r}=[0 \quad 0 \quad 0;0 \quad 0 \quad 1] \end{cases} \tag{22}$$

同理，可得第 2 条支链和第 3 条支链约束螺旋系。根据 3 条支链的约束螺旋系可以判断：该机构具有沿 x、y 和 z 轴移动自由度，同时，机构存在限制绕 x、y 和 z 轴转动冗余约束。

并联机器人机构自由度计算式为

$$M=d(n-g-1)+\sum_{i=1}^{g} f_i+v+\zeta \tag{23}$$

式中　M——机构自由度数

d——机构阶数

n——机构总构件数

g——机构运动副数

f_i——第 i 个运动副自由度数

v——冗余约束数

ζ——机构局部自由度数

对于图 9a 所示 $P_xR_xR_xR_x-P_yR_{yz}R_{yz}R_{yz}-P_zR_zR_zR_z$ 机构，$d=6$，$n=11$，$g=12$，$\sum f_i=12$，$v=3$，$\zeta=0$，将各参数代入式(23)得 $M=3$，即机构具有 3 个自由度。

综上所述，该机构为空间移动并联机构，与预期运动特性一致。

3.1.2　机构运动学

选取 q_{11}、q_{21} 和 q_{31} 表示 3 条支链中主动运动副的输入参数，x、y 和 z 表示动平台输出参数。如图 9a 所示，A_i、B_i、C_i、D_i 为移动副和 3 个转动副中心，各运动副之间通过长度均为 l 的连杆相连。在点 B_i 建立动坐标系 $B_ix_iy_iz_i$，其中 z_i 轴沿导杆向上，y_i 轴沿着转动副轴线方向，x_i 轴由右手定则确定。

各支链与动平台连接点 D_i 在动坐标系 $oxyz$ 下坐标分别为${}^{O}D_i(a_i,b_i,0)$,在动坐标系 $B_ix_iy_iz_i$ 下坐标分别为${}^{B_i}D_i=(l\sin\theta_{i2},0,l-l\cos\theta_{i2})$。

根据机构几何关系,可得各支链封闭矢量方程,即

$$\begin{cases}\boldsymbol{l}_{A_iB_i}+\boldsymbol{l}_{B_iD_i}+\boldsymbol{l}_{OA_i}=\boldsymbol{l}_{Oo}+l_{oD_i}\\ {}^{O}D_i=\boldsymbol{R}_i{}^{B_i}D_i\end{cases}\tag{24}$$

式中 $\boldsymbol{R}_i$ 为动坐标系 $B_ix_iy_iz_i$ 与定坐标系之间的旋转变换矩阵,根据图 13 可得

$$\begin{cases}R_1=R_Z(-90°)R_Y(-\theta_{11})\\ R_2=R_X(\alpha)R_Y(\theta_{21})\\ R_3=R_X(90°)R_Y(-\theta_{31})\end{cases}\tag{25}$$

式中 α——支链 2 中转动副轴线与 Y 轴之间夹角

利用式(24)、(25)求得机构位置正解,并对时间求一阶导数,可得 $P_xR_xR_xR_x-P_yR_{yz}R_{yz}R_{yz}-P_zR_zR_zR_z$ 机构运动学表达式为

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{v}_x\\ \boldsymbol{v}_y\\ \boldsymbol{v}_z\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&\tan\alpha&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dot{q}_{11}\\ \dot{q}_{21}\\ \dot{q}_{31}\end{bmatrix}\tag{26}$$

式中 v_x、v_y、v_z——动平台沿坐标轴 x、y 和 z 方向移动速度

$\dot{q}_{11}$、$\dot{q}_{21}$、$\dot{q}_{31}$——支链 1、支链 2 和支链 3 中主动运动副输入移动速度

由式(26)可知,机构速度雅可比矩阵为三角阵,结果表明该机构输入和输出运动之间满足部分解耦条件,因此,该机构具有部分解耦运动特性。

3.2 2A-1S 型

对于图 10a 所示 $P_xR_{xyz}R_{xyz}R_{xyz}-C_y^tR_yR_y-C_z^tR_zR_z$ 机构,参考 3.1.1 节,对该机构进行运动螺旋系和约束螺旋系分析,可得机构具有沿 X、Y 和 Z 轴移动运动。对于该机构,$d=6$,$n=9$,$g=10$,$\sum f_i=12$,$v=3$,$\zeta=0$,将各参数代入式(23)得 $M=3$。该机构为空间移动并联机构。

参考 3.1.2 节方法,根据机构几何关系,列出各支链封闭矢量方程,可得该机构运动学表达式为

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{v}_x\\ \boldsymbol{v}_y\\ \boldsymbol{v}_z\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1&0&0\\\cos\gamma\cos\beta&1&0\\-\sin\gamma&0&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dot{q}_{11}\\ \dot{q}_{21}\\ \dot{q}_{31}\end{bmatrix}\tag{27}$$

式中 γ、β——支链 1 中转动副轴线与其在 XOY 平面内投影之间的夹角和其投影与 X 轴之间的夹角

由式(27)可知,机构速度雅可比矩阵为三角阵,结果表明该机构输入和输出运动之间满足部分解耦条件,因此,该机构具有部分解耦运动特性。

3.3 1A-2P 型

如图 11a 所示 $C_z^tR_xR_x-P_yR_{xy}R_{xy}R_{xy}-{}^{y}U^{xz}R_{xz}{}^{xz}U^{y}$ 机构,参考 3.1.1 节,对该机构进行运动螺旋系和约束螺旋系分析,可得机构具有沿 X、Y 和 Z 轴移动运动。对于该机构,$d=6$,$n=9$,$g=10$,$\sum f_i=13$,$v=2$,$\zeta=0$,将各参数代入式(23)得 $M=3$。该机构为空间移动并联机构。

参考 3.1.2 节方法,根据机构几何关系,列出各支链封闭矢量方程,可得该机构运动学表达式为

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{v}_x\\ \boldsymbol{v}_y\\ \boldsymbol{v}_z\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1&-\sin\alpha_1&l\cot\beta_1\sin(q_{31}+\beta_1)\\0&1&0\\0&0&\dfrac{l\sin(q_{31}+\beta_1)}{\sin\beta_1}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dot{q}_{11}\\ \dot{q}_{21}\\ \dot{q}_{31}\end{bmatrix}\tag{28}$$

式中 α_1——支链 2 中转动副轴线在 XOY 平面内的投影与 Y 轴之间的夹角

β_1——支链 3 中与基座直接相连接的非驱动转动副轴线与 X 轴方向之间的夹角

由式(28)可知,机构速度雅可比矩阵为三角阵,结果表明该机构输入和输出运动之间满足部分解耦的条件,因此,该机构具有部分解耦运动特性。

3.4 1A-1P-1S 型

对于图 12a 所示 $C_x^tR_xR_x-P_yR_{xy}R_{xy}-P_y^yU^{xy}U^{x}$ 机构,参考 3.1.1 节,对该机构进行运动螺旋系和约束螺旋系分析,可得机构具有沿 X、Y 和 Z 轴移动运动。对于该机构,$d=6$,$n=9$,$g=10$,$\sum f_i=14$,$v=1$,$\zeta=0$,将各参数代入式(23)得 $M=3$。分析结果和自由度计算结果一致,故该机构为空间移动并联机构。

参考 3.1.2 节,根据机构几何关系,列出各支链封闭矢量方程,可得该机构运动学表达式为

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{v}_x\\ \boldsymbol{v}_y\\ \boldsymbol{v}_z\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1&-l\cot\alpha_2\sin(q_{21}+\alpha_2)&\dfrac{\cos^2\beta_2\cos\gamma_2\cos(\alpha_2-\gamma_2)}{\sin\alpha_2\sin\beta_2}\\0&\dfrac{l\sin(q_{21}+\alpha_2)}{\sin\alpha_2}&-\dfrac{\cos^2\beta_2\cos^2\gamma_2}{\cos\alpha_2\sin\beta_2}\\0&0&\cot\beta_2\cos\gamma_2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dot{q}_{11}\\ \dot{q}_{21}\\ \dot{q}_{31}\end{bmatrix}\tag{29}$$

式中 α_2——支链 2 中转动副 R_{xy} 轴线与 Y 轴之间的夹角

β_2——支链 3 中连杆轴线与其在 XOY 平面内投影之间的夹角

γ_2——支链 3 中连杆轴线在 XOY 平面内投影与驱动移动副移动方向之间的夹角

由式(29)可知,机构的速度雅可比矩阵为三

角阵，结果表明该机构输入和输出运动之间满足部分解耦的条件，因此，该机构具有部分解耦运动特性。

4　结论

（1）基于机构运动特性，设定驱动副类型和布置，且包含具体的运动、约束和驱动力螺旋的基础支链，通过改变基础支链中运动副轴线的方向，构造了产生不同驱动力螺旋支链。

（2）通过分析驱动力螺旋与关节运动之间的关系，建立了机构运动耦合性方程。

（3）将并联机构动平台所需力线矢分解成若干个力线矢，重新合成满足不同种类机构空间几何条件的驱动力螺旋，并制定了符合运动特性的支链构型方法，对部分解耦空间移动并联机构进行构型综合。通过案例验证所提方法的正确性。

参　考　文　献

[1] KONG Xianwen, JIN Yan. Type synthesis of 3-DOF multi-mode translational/spherical parallel mechanisms with lockable joints [J]. Mechanism and Machine Theory, 2016,96:323 – 333.

[2] SONG Yimin, XIAN Wei, HUO Xinming, et al. Type synthesis of parallel mechanism with 3T/3R motion patterns [J]. Mechanism and Machine Theory, 2023,186:105349.

[3] 张春燕,夏宇昂,于欣悦. 一种含过约束支链的多模式移动并联机构设计与仿真[J]. 农业机械学报,2025,56(12):799 – 810.
ZHANG Chunyan, XIA Yuang, YU Xinyue. Design and kinematic analysis of mobile parallel mechanism with over constrained branch chains[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2025,56(12):799 – 810. (in Chinese)

[4] CLAVEL R. Delta, a fast robot with parallel geometry[C]// Proceedings of the 18th International Symposium on Industrial Robots, 1988: 91 – 100.

[5] HUNT K H. Structural kinematics of in-parallel-actuated robot arms[J]. ASME Journal of Mechanical Design, 1983, 105(4): 705 – 712.

[6] JIN Qiong, YANG Tingli. Theory for topology synthesis of parallel manipulators and its application to three-dimension-translation parallel manipulators[J]. ASME Journal of Mechanical Design, 2004, 126(4): 625 – 639.

[7] HUANG Yonggang, DU Li, CHEN Yahua, et al. Type synthesis of symmertrical non-overconstrained 3-DOF translational parallel manipulators based on screw theory[J]. Advanced Materials Research, 2011,308: 2135 – 2138.

[8] KONG X, GOSSELIN C M. Type synthesis of parallel mechanisms[M]. Springer, Heidelberg,2007.

[9] HERVÉ J M. Design of parallel manipulators via the displacement group[C]//9th World Congress on the Theory of Machines and Mechanisms, 1995: 2079 – 2082.

[10] 李秦川,黄真. 基于位移子群分析的 3 自由度移动并联机构型综合[J]. 机械工程学报, 2003, 39(6): 18 – 21.
LI Qinchuan, HUANG Zhen. Type synthesis for 3-DOF translational parallel mechanisms based on displacement subgroup[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2003, 39(6):18 – 21. (in Chinese)

[11] YANG Shoufei, SUN Tao, HUANG Tian, et al. A finite screw approach to type synthesis of three-DOF translational parallel mechanisms[J]. Mechanism and Machine Theory, 2016,104:405 – 419.

[12] 杨廷力,金琼,刘安心,等. 基于单开链单元的三平移并联机器人机构型综合及其分类[J]. 机械工程学报, 2002, 38(8):31 – 36.
YANG Tingli, JIN Qiong, LIU Anxin, et al. Structural synthesis and classification of the 3DOF translational parallel robot mechanisms based on the units of single-opened-chain[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2002,38(8):31 – 36. (in Chinese)

[13] 朱小蓉,宋月月,沈惠平,等. 基于 POC 方法的少自由度无过约束并联机构构型综合[J]. 农业机械学报,2016,47(8): 370 – 377.
ZHU Xiaorong, SONG Yueyue, SHEN Huiping, et al. Structural synthesis based on POC set for lower-mobility non-overconstrained parallel mechanisms[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2016,47(8):370 – 377. (in Chinese)

[14] 史巧硕,高峰,余发国. 基于 GF 集的三自由度移动并联机构构型研究[J]. 上海交通大学学报, 2008,42(7):1109 – 1114.
SHI Qianshuo, GAO Feng, YU Faguo. Type synthesis of 3-DOF translational parallel mechanisms based on GF set[J]. Journal of Shanghai Jiantong University, 2008,42(7):1109 – 1114. (in Chinese)

[15] ZHAO Yanzhi, WANG Jinglei, CAO Yacao, et al. Constant motion/force transmission analysis and synthesis of a class of translational parallel mechanisms[J]. Mechanism and Machine Theory, 2017,108:57 – 74.

[16] 李永泉,江洪升,郑天宇,等. 基于图谱法的 3 平移并联机构型综合[J]. 机械工程学报,2021,57(23):34 – 46.
LI Yongquan, JIANG Hongsheng, ZHENG Tianyu, et al. Type synthesis of 3-translation parallel mechanism based on graphical approach[J]. Journal of Mechanical Engineering,2021,57(23):34 – 46. (in Chinese)

[17] LIN Shita, HUANG Shenyuan, LAN Chao Chieh, et al. Design and experiment of a new translational parallel manipulator with large payload and high repeatability[J]. Mechanism and Machine Theory, 2023,180:105124.

[18] GREGORIO R D, SIMAS H, SIMONI R. A novel method to design translational parallel manipulators with an assigned maximum orientation error[J]. Journal of Mechanical Design, 2023, 145(6): 063302.

[19] ZHANG Shuai, LI Wei, ZHOU Songlin, et al. Kinematics and workspace analysis of a 3-CR(Pa)(Pa)R parallel mechanism with an orthogonal layout[J]. Mechanism and Machine Theory, 2024,195:105616.

[20] LI Ju, HE Hongbo, WU Guanglei, et al. Three 2-DOF 1T1R and one 3-DOF 2T1R full-hinged novel parallel mechanisms with zero coupling degree and motion decoupling: design and analysis[J]. Journal of Mechanism and Robotics-Transactions of the ASME, 2024, 16(3):031003.

[21] 黄俊杰,皇甫晨豪,张家齐,等.3-PRS 并联机构动力学解耦与控制研究[J].农业机械学报,2025,56(6):735-744.
HUANG Junjie, HUANGFU Chenhao, ZHANG Jiaqi, et al. Dynamic decoupling and control of 3-PRS parallel mechanism [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2025,56(6):735-744. (in Chinese)

[22] GOGU G. Structural synthesis of fully-isotropic translational parallel robots via theory of linear transformations[J]. European Journal of Mechanics A/Solids,2004,23(6):1021-1039.

[23] 张彦斌,刘宏昭,吴鑫. 基于互易螺旋理论的无奇异完全各向同性移动并联机构型综合[J].机械工程学报,2008,44(10):83-88.
ZHANG Yanbin, LIU Hongzhao, WU Xin. Type synthesis of no-singular fully-isotropic translational parallel mechanisms based on theory of reciprocal screw[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2008,44(10):83-88. (in Chinese)

[24] 张彦斌,赵浥夫,李跃松,等.无耦合空间移动并联机构型综合[J].农业机械学报, 2017, 48(1):325-332.
ZHANG Yanbin, ZHAO Yifu, LI Yuesong, et al. Structural synthesis of uncoupled spatial translational parallel mechanisms [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery,2017, 48(1):325-332. (in Chinese)

[25] 曾达幸,李晓帆,邱雪松,等.新型三平移解耦并联机构的综合[J].中国机械工程,2015,26(10):1279-1283.
ZENG Daxing, LI Xianfan, QIU Xuesong, et al. Type synthesis of a novel three degree of freedom translational decoupled parallel mechanism[J]. China Mechanical Engineering, 2015,26(10):1279-1283. (in Chinese)

[26] LI Shihua, WANG Sen, LI Haoran, et al. Type synthesis of fully decoupled three translational parallel mechanism with closed-loop units and high stiffness[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2023,36(1):113.

[27] 沈惠平,李霞,李菊,等. 约束支链或无约束支链对并联机构运动学与刚度性能的影响——以两个部分运动解耦的新型三平移并联机构的设计、分析及其优选为例[J].中国机械工程, 2023, 34(13):1533-1549.
SHEN Huiping, LI Xia, LI Ju, et al. Effect of constrained or unconstrained branches on kinematics and stiffness performance of PMs—design, analysis and optimization of two novel three-translation PMs with partial motion decoupling being example [J]. China Mechanical Engineering, 2023, 34(13):1533-1549. (in Chinese)

[28] 沈惠平,朱潇,李菊,等.可轮换用动平台的运动解耦三自由度并联机构拓扑设计与性能分析[J].农业机械学报,2026,57(1):413-426.
SHEN Huiping, ZHU Xiao, LI Ju, et al. Topology design and performances analysis of kinematically decoupled 3-DOF parallel mechanism with alternately used moving platforms[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2026, 57(1):413-426. (in Chinese)

[29] SHEN Huiping, ZHAO Yinan, LI Ju, et al. Kinematic design of a translational parallel mechanism based on sub-kinematic chain determined workspace superposition [J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part C-Journal of Mechanical Engineering Science, 2021, 235(4):7534-7549.

[30] WANG Lin, FANG Yuefa, ZHANG Dan, et al. Design and analysis of partially decoupled translational parallel mechanisms with single-loop structures[J]. Frontiers of Mechanical Engineering, 2022, 17(3):39.

[31] 赵延治,梁博文,曹亚超,等. 恒定雅可比 3-PRRR 移动并联机构及其传递性能研究[J]. 农业机械学报,2017,48(1):333-338.
ZHAO Yanzhi, LIANG Bowen, CAO Yachao, et al. 3-PRRR translational parallel mechanism with constant Jacobian matrix and its transfer performance analysis[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2017,48 (1):333-338. (in Chinese)

[32] MARLIANA E, NURAHMI L, WAHJUDI A, et al. Design and kinematics analysis of 3-PUU translational parallel machine [C]//9th International Conference on Mechatronics and Robotics Engineering, 2023:978-984.