doi:10.6041/j.issn.1000-1298.2026.09.007

适收期芒果果实离散元模型构建与接触参数标定

李　华[1]　李　炅[1,2]　弓满锋[1,2]　石怀鑫[1,3]　马文宇[1,3]　李　明[4]　郑镇辉[4]　王　槊[4]

(1.岭南师范学院机电工程学院, 湛江 524048; 2.广东海洋大学机械工程学院, 湛江 524088;
3.石河子大学机械电气工程学院, 石河子 832003; 4.中国热带农业科学院农业机械研究所, 湛江 524013)

摘要: 针对芒果机械化低损伤采收技术与装备研究中离散元仿真模型与关键接触参数缺失,无法有效揭示芒果果实与机械部件接触时的作用机理问题,以适收期台农芒和蛋芒两种典型芒果为研究对象,测定其物理参数,并利用三维扫描技术与 EDEM 仿真分析结合的方式构建芒果果实离散元模型。对两种芒果分别进行自由落体碰撞试验、斜面滑动和滚动试验,获得两种芒果在 EVA 材料上的碰撞恢复系数、静摩擦因数、滚动摩擦因数分别为 0.499、0.478、0.037 8 和 0.590、0.481、0.022 0;在橡胶材料上的碰撞恢复系数、静摩擦因数、滚动摩擦因数分别为 0.388、0.723、0.037 6 和 0.420、0.779、0.017 9。采用双摆线试验,测得台农芒和蛋芒同种芒果间的碰撞恢复系数分别为 0.312 和 0.294。通过芒果堆积角试验、最陡爬坡和旋转正交组合试验,构建仿真试验堆积角的二次回归模型并优化得到台农芒和蛋芒同种芒果间的静摩擦因数分别为 0.280 和 0.302;滚动摩擦因数为 0.025 2 和 0.019 5。采用圆筒提升试验验证堆积角仿真试验的相对误差分别为 3.84% 和 4.35%,验证了芒果接触参数标定的准确性。

关键词: 芒果; 三维扫描; 离散元方法; 接触参数标定; 仿真验证

中图分类号: S667.7; TP391.9　　**文献标识码**: A　　**文章编号**: 1000-1298(2026)09-0069-13　　**OSID**:

Construction of DEM Model and Calibration of Contact Parameters for Mango Fruit at Optimal Harvest Maturity

LI Hua[1]　LI Jiong[1,2]　GONG Manfeng[1,2]　SHI Huaixin[1,3]　MA Wenyu[1,3]　LI Ming[4]
ZHENG Zhenhui[4]　WANG Shuo[4]

(1. *College of Mechanical and Electrical Engineering, Lingnan Normal University, Zhanjiang* 524048, *China*
2. *College of Mechanical Engineering, Guangdong Ocean University, Zhanjiang* 524088, *China*
3. *College of Mechanical and Electrical Engineering, Shihezi University, Shihezi* 832003, *China*
4. *Institute of Agricultural Machinery, Chinese Academy of Tropical Agricultural Sciences, Zhanjiang* 524013, *China*)

Abstract: Aiming to address the shortage of discrete element simulation models and key contact parameters in research on low-damage mechanized mango harvesting, which has limited the accurate interpretation of interaction mechanisms between fruit and mechanical components, two typical cultivars at optimal harvest maturity, Tainong and Egg were selected. The physical parameters of the fruits were measured in detail, and a discrete element model of mango fruit was developed by integrating three-dimensional scanning with EDEM simulation analysis, ensuring that the geometric features and material attributes of the model were consistent with the actual samples used in the experiments. To obtain accurate contact parameters for typical engineering materials used in harvesting equipment, free-fall impact, inclined-plane sliding, and rolling tests were conducted separately for the two cultivars under identical test conditions. On EVA material, the measured coefficients for Tainong and Egg were as follows: coefficient of restitution was 0.499 and 0.590, static friction coefficient was 0.478 and 0.481, and rolling friction coefficient was 0.037 8 and 0.022 0, respectively. On rubber, the corresponding values were coefficient of restitution of 0.388 and 0.420, static friction coefficient of 0.723 and 0.779, and rolling friction coefficient of 0.037 6 and 0.017 9, respectively. In addition, fruit-to-fruit collision behavior was analyzed using a double pendulum test, which yielded same-cultivar coefficients of restitution of 0.312 for Tainong and 0.294 for Egg, providing essential data for modeling fruit-to-fruit

收稿日期: 2025-12-01　修回日期: 2025-12-25

基金项目: 广东省普通高校重点领域专项(2023ZDZX4029、2022ZDZX3009)和广东省高校科研创新团队项目(2020KCXTD039)

作者简介: 李华(1981—),男,教授,博士,主要从事特色热带水果机械化采收关键技术研究,E-mail: shzdxlh@126.com

通信作者: 弓满锋(1973—),男,教授,博士,主要从事物料力学特性研究,E-mail: gongmanfeng@163.com

contact in discrete element simulations. To further calibrate the inter-fruit friction parameters, angle-of-repose experiments were combined with the steepest-ascent method and a central composite rotatable design to establish a quadratic regression model describing the simulated repose angle. Through optimization of this model, the static friction coefficients between fruits of the same cultivar were determined to be 0.280 for Tainong and 0.302 for Egg, while the rolling friction coefficients were 0.025 2 and 0.019 5. Model accuracy was verified using a lifting-cylinder validation test. The simulated repose angles exhibited relative errors of 3.84% for Tainong and 4.35% for Egg, indicating that the calibrated contact parameters were both accurate and reliable. These results demonstrated that the discrete element model can effectively reproduce the mechanical behavior of mangoes during contact and motion. In conclusion, a discrete element simulation model of mango fruit at optimal harvest maturity was established and a complete, experimentally calibrated set of contact parameters was obtained. The model accuracy was verified through multiple independent experiments. The research can provide a dependable simulation foundation and theoretical basis for analyzing contact processes between mango fruits and mechanical components, and it offered valuable reference data for the design and optimization of actuating components, conveying systems, and end-effectors used in low-damage mechanized mango harvesting equipment, thereby supporting the development of efficient and high-quality mango harvesting technologies.

Key words: mango; 3D scanning; discrete element method; contact parameter calibration; simulation validation

0 引言

芒果富含蛋白质、氨基酸与多酚等多种活性成分,具有较高的营养价值[1-2]。近年来,全球热带水果产量持续增长[3],芒果种植规模不断扩大。中国作为全球第二大芒果生产国,截至 2023 年,芒果种植面积达到 3.733×10^5 hm^2,年产量 4×10^6 t,主产区为海南、广东等热带地区[4]。采收是芒果生产的重要环节,但现阶段芒果采收仍主要依靠人工作业,效率低、成本高,难以满足规模化生产需求,收获期劳动力成本占生产总成本的 50% 以上[5-6]。实现芒果采收的机械化作业是解放劳动力、降低生产成本、提升生产效率的主要途径。

芒果果皮薄、含水率高、生理代谢旺盛[7],在机械化采摘过程中,芒果果实之间、果实与采收机械之间的复杂作用力易导致果实损伤,其内部作用力难以通过物理试验直接测定[8]。离散元方法(Discrete element method,DEM)作为一种从微观尺度模拟颗粒物质力学行为的数值计算方法,能够可视化果品碰撞接触过程中的动态响应[9-10],为研究芒果机械采收中的损伤规律与特性提供了新思路。

随着离散元法在农业领域的广泛应用[11-13],国内外学者利用物理试验与仿真相结合的方法,在粮食作物种子[14-17]、果蔬[18-20]及植物茎秆[21-22]的接触参数标定方面取得了显著进展,然而现阶段相关研究多聚焦于上述对象,在水果方面的研究也仅限于苹果、梨等温带水果,面向芒果这一热带水果的离散元相关研究国内外鲜有报道。为精确标定芒果接触参数,本文以台农芒和蛋芒为研究对象,通过测量芒果的本征参数,结合三维扫描技术构建果实三维模型,开展芒果与不同材料间的碰撞恢复系数、静摩擦因数、滚动摩擦因数的物理与仿真试验,同时进行芒果间的碰撞恢复系数和堆积角物理与仿真试验,分别以反弹高度和角度为试验指标,基于堆积角试验结果,利用最陡爬坡试验快速寻找各因素最优值的区间,通过旋转正交组合试验建立堆积角与芒果间静摩擦因数和滚动摩擦因数的二阶回归模型,获取芒果离散元仿真的接触参数,采用圆筒提升试验验证芒果模型和接触参数的可靠性,以期为芒果果实物理特性研究以及芒果采摘机器人低损伤末端执行器的设计提供理论依据和模型支撑。

1 芒果本征参数测定及离散元模型建立

1.1 芒果本征参数测定

本文选取广东省湛江市覃斗镇主产的国家地理标志产品台农芒和蛋芒为研究对象。分别挑选 100 个大小、形状、硬度相近,采摘后 3 d 且表面无明显损伤的果实作为测试样本,对其物理及力学参数进行测定[23],结果如表 1 所示。

表 1 芒果本征参数

Tab.1 Intrinsic parameters of mangoes

参数	台农芒	蛋芒
横径/mm	113.64 ± 8.86	107.15 ± 5.57
纵径/mm	63.95 ± 7.53	61.31 ± 4.21
质量/g	287.41 ± 31.06	230.57 ± 23.59
弹性模量/MPa	6.78	5.66
剪切模量/MPa	2.51	1.99
泊松比	0.35	0.42
密度/(kg·m^{-3})	1 020	1 020

1.2　三维扫描构建芒果离散元模型

芒果外形不规则，各部位的曲率差异较大，直接测量的指标难以完整构建芒果模型。为准确建立芒果的三维模型，提高试验的准确性，本文选取各参数接近平均值的芒果作为扫描样本，采用 PRINCE335 型便携式三维扫仪（精度 0.03 mm，扫描速度 320 000 次/s）对样本进行全方位扫描，精确获取芒果表面的三维坐标，生成点云数据，将点云数据导入与仪器配套的 Scan Viewer 软件中，后续通过 Blender 软件对数据进行降噪、锐化等处理，最后将芒果三维模型保存为 STL 格式文件。三维模型构建过程如图 1 所示。

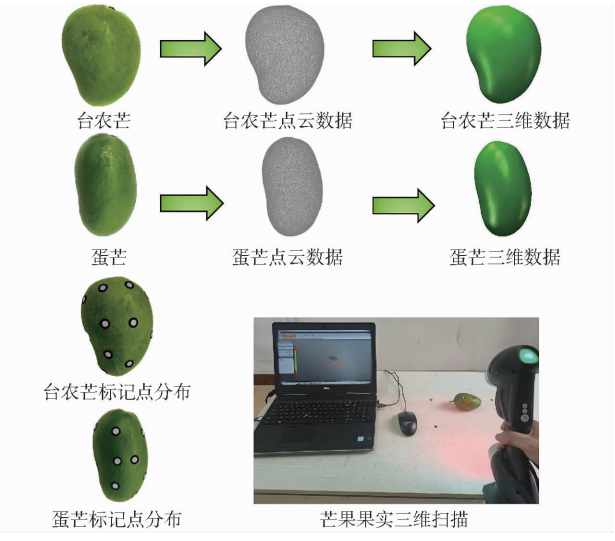


图 1　芒果三维模型构建过程

Fig. 1　Process of building 3D model for mango

1.3　接触模型选取

将芒果的三维模型导入到 EDEM 2022 软件中，根据芒果的几何轮廓，限定颗粒的填充边界，软件中自带的自动填充方法[24-25]不适用于芒果这类不规则的物体，填充效果较差。本文采用单球颗粒填充的方式构建芒果离散元模型，可以更好地模拟果实内部的相互作用力；同时采用 Hertz－Mindlin 接触力学模型，该模型不仅能考虑颗粒间的弹性接触与塑性变形，还兼顾了颗粒间的摩擦作用[26-27]。

Hertz－Mindlin 模型定义了颗粒间或颗粒与材料间的物理碰撞，芒果颗粒受的法向力和切向力满足函数关系

$$\begin{cases} F_n = \dfrac{4}{3} E^* \sqrt{R^*}\, \delta_n^{\frac{3}{2}} \\ F_t = -S_t \delta_t \end{cases} \tag{1}$$

式中　F_n——法向力，N

F_t——切向力，N

E^*——等效弹性模量，MPa

R^*——等效接触半径，mm

δ_n——法向重叠量，mm

S_t——切向刚度，N/m

δ_t——切向重叠量，mm

芒果颗粒间法向阻尼力与切向阻尼力满足函数关系

$$\begin{cases} F_n^d = -2\sqrt{\dfrac{5}{6}}\beta \sqrt{S_n m^*}\, v_n^{rel} \\ F_t^d = -2\sqrt{\dfrac{5}{6}}\beta \sqrt{S_t m^*}\, v_t^{rel} \end{cases} \tag{2}$$

式中　F_n^d——法向阻尼力，N

F_t^d——切向阻尼力，N

β——阻尼比

S_n——法向刚度，N/m

m^*——等效质量，kg

v_n^{rel}——相对速度的法向分量，m/s

v_t^{rel}——相对速度的切向分量，m/s

在仿真过程中，颗粒间相互作用力是影响颗粒运动的关键因素。切向力受到库伦摩擦力的限制，满足函数关系

$$F_t^{\max} = -\mu_k F_n \tag{3}$$

式中　$F_t^{\max}$——切向力最大值，N

μ_k——静摩擦因数

当仿真中切向力大于最大值时，颗粒将开始滑动。在芒果运动的过程中，不仅有滑动摩擦力，同时滚动摩擦力也是一个重要的影响因素。滚动摩擦力通过接触表面上的力矩来定义，满足函数关系

$$T_i = -\mu_i F_n R_i \omega_i \tag{4}$$

式中　T_i——力矩，N·m

μ_i——滚动摩擦因数

R_i——颗粒 i 的质心到接触点的距离，mm

ω_i——颗粒 i 在接触点处的角速度，rad/s

为选取最合适的颗粒半径，在 1 ~ 5 mm 范围内，每隔 1 mm[19]，构建一系列的芒果离散元模型，如图 2 所示，台农芒（蛋芒）模型相应的颗粒数分别为 51 267（39 012）、6 271（4 759）、1 854（1 437）、743（591）和 368（307）。

为了评估模型的精确度，采用果实-接触材料碰撞试验的弹起高度作为参考，进行仿真模拟，以仿真时间和相对误差作为颗粒半径的选取依据，结果如图 3 所示。由图可知，填充颗粒半径越小，仿真得到的果实反弹高度与真实值的误差越低，但仿真耗时明显增加。尽管颗粒半径为 1 mm 的模型仿真结果与实际结果吻合度最好，但填充颗粒数与仿真时间也达到峰值。综合考量计算效率和仿真精度后，本文选取填充颗粒半径为 2 mm 建立芒果离散元模型。该模型不仅保持较低相对误差（9.38%），同时

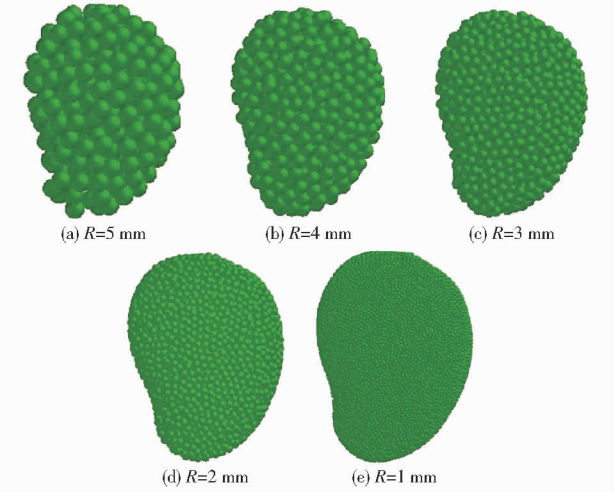


图 2 不同颗粒半径下台农芒果离散元模型

Fig. 2 Discrete element models of Tainong mango under different particle radii

在耗时方面也相对合理。

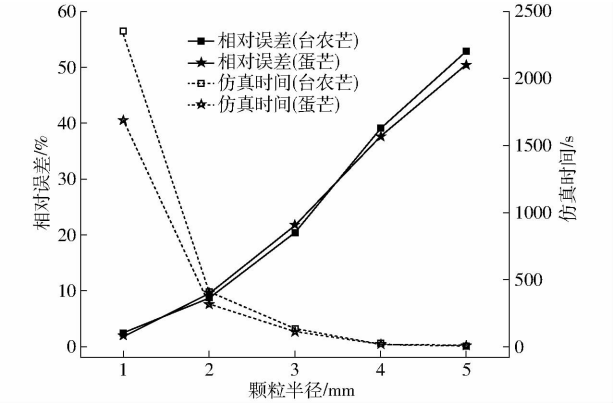


图 3 颗粒半径与仿真效率的关系曲线

Fig. 3 Particle radius's relationship with simulation efficiency

1.4 接触材料选取

随着农业机械化水平提升,柔性采摘机器人应用也愈加广泛,可以有效解决传统刚性采摘机器人损伤率高的问题[28-30]。为此,本文接触材料选取 EVA(乙烯/醋酸乙烯酯)和橡胶两种常见的柔性材料。依照 GB/T 1040.2—2022 制样,如图 4a 所示,利用万能力学试验机(型号 MTS Exceed E45,最大额定力 100 kN,设备精度 ±0.5%)进行拉伸试验,测定材料的弹性模量和泊松比,该材料主要参数如表 2 所示。

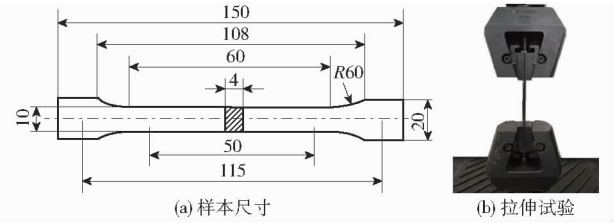


图 4 接触材料参数测定

Fig. 4 Measurement of contact material parameters

表 2 接触材料参数

Tab. 2 Parameters of contact materials

参数	材料	
	EVA	橡胶
泊松比	0.22	0.48
剪切模量/MPa	0.91	5.18
密度/(kg·m^{-3})	101	1 330

2 芒果与材料间接触参数标定

2.1 碰撞恢复系数测定

碰撞恢复系数是指两物体碰撞前后接触点法线方向上分离速度与接近速度的比值,是评估物体受到撞击后恢复为原来形状的物理量[31-32]。通过自由落体碰撞的方法分别对芒果-EVA 和芒果-橡胶的碰撞恢复系数进行测定,如图 5 所示。

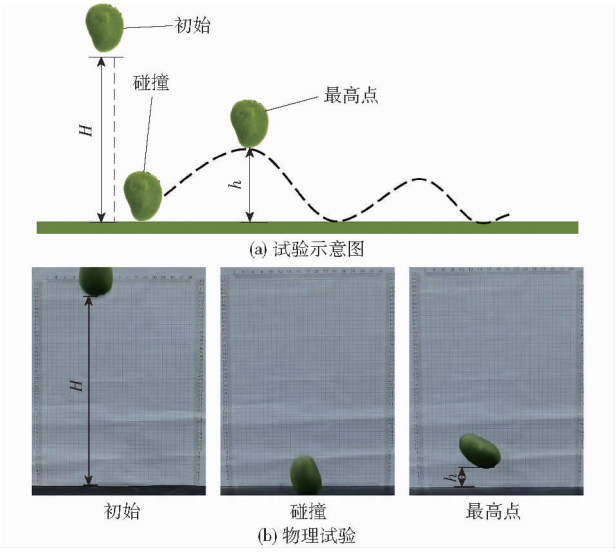


图 5 芒果碰撞恢复系数标定试验

Fig. 5 Calibration test of mango collision recovery coefficient

芒果在距离接触材料 $H=500$ mm 的高度做初速度为 0 m/s 的自由落体,对下方水平放置的接触材料进行碰撞。通过高速摄像机(型号 Revealer M220M/C,满幅帧率 2 000 Hz)对芒果反弹的高度进行捕捉。芒果与接触材料的碰撞恢复系数计算公式为

$$e_x=\frac{|v_1|}{|v_0|}=\sqrt{\frac{h}{H}} \tag{5}$$

式中 e_x——芒果与接触材料的碰撞恢复系数

v_0——碰撞前芒果的瞬时速度,m/s

v_1——碰撞后芒果的瞬时速度,m/s

h——芒果的反弹高度,mm

考虑到芒果碰撞恢复系数与果实质量、外形有关,为此,试验选取形状、大小相似的芒果,进行芒果与材料之间碰撞恢复系数标定物理试验,每组试验重复 10 次,结果如表 3 所示。

表 3　芒果与材料碰撞恢复系数的测量值

Tab. 3　Measured values of collision recovery coefficients between mangoes and materials

品种	材料	反弹高度/mm	碰撞恢复系数
台农芒	EVA	86.73 ~ 149.82	0.416 ~ 0.548
	橡胶	45.66 ~ 98.67	0.302 ~ 0.444
蛋芒	EVA	116.83 ~ 149.95	0.483 ~ 0.547
	橡胶	64.85 ~ 112.35	0.360 ~ 0.474

仿真试验中，将芒果颗粒从距离材料表面 500 mm 处释放，使其做初速度为 0 m/s 的自由落体运动。为避免其他因素干扰，除芒果与材料碰撞恢复以外的接触参数均设置为 0，取时间步长 20%，网格尺寸为 3R。根据表 3 的结果，将芒果与材料的碰撞恢复系数取值范围规定在 0.30 ~ 0.58，以 0.035 为间隔，进行 9 组仿真试验，每组试验重复 5 次求平均值，仿真试验过程如图 6 所示。

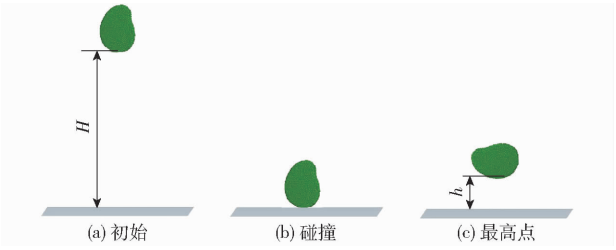


图 6　芒果碰撞恢复系数仿真试验

Fig. 6　Simulation experiment of collision recovery coefficient of mango

对试验数据进行二次项拟合，得到仿真试验中芒果与材料之间碰撞恢复系数与反弹高度的关系，拟合曲线如图 7 所示，拟合方程为

$$\begin{cases} h_1 = 611.840e_{x1}^2 - 72.650e_{x1} + 11.989 & (R^2 = 0.999) \\ h_2 = 494.743e_{x2}^2 - 19.174e_{x2} + 4.186 & (R^2 = 0.999) \\ h_3 = 547.946e_{x3}^2 - 19.335e_{x3} + 3.614 & (R^2 = 0.999) \\ h_4 = 387.093e_{x4}^2 + 97.830e_{x4} - 20.964 & (R^2 = 0.998) \end{cases} \tag{6}$$

式中　h_1——台农芒与 EVA 碰撞的反弹高度，mm

h_2——台农芒与橡胶碰撞的反弹高度，mm

h_3——蛋芒和 EVA 碰撞的反弹高度，mm

h_4——蛋芒与橡胶碰撞的反弹高度，mm

e_{x1}——台农芒与 EVA 的碰撞恢复系数

e_{x2}——台农芒与橡胶的碰撞恢复系数

e_{x3}——蛋芒与 EVA 的碰撞恢复系数

e_{x4}——蛋芒与橡胶的碰撞恢复系数

将物理试验的平均弹起高度 128.28、71.39、136.21、88.51 mm 代入相对应的曲线方程，得到碰撞恢复系数分别为 0.499、0.388、0.590、0.420。将结果作为输入值代入 EDEM 中进行验证，每组试验重复 5 次，得到仿真试验反弹高度分别为 124.20、74.23、127.06、87.03 mm，与物理试验测量结果相对误差分别为 3.18%、3.97%、6.71%、1.67%。由此说明，标定后的仿真结果与物理试验结果基本一致。确定台农芒与 EVA、橡胶的碰撞恢复系数分别为 0.499 和 0.388；蛋芒与 EVA、橡胶的碰撞恢复系数分别为 0.590 和 0.420。

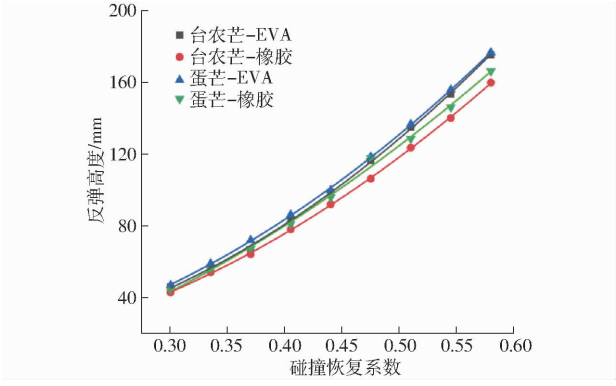


图 7　仿真试验中反弹高度与碰撞恢复系数拟合曲线

Fig. 7　Fitting curves of rebound height and collision recovery coefficient in simulation test

2.2　静摩擦因数测定

静摩擦因数是指两个互相接触的物体即将发生相对运动时，接触面产生的最大静摩擦力与正压力的比值。本文采用广泛应用的斜面滑动法测定芒果与接触材料的静摩擦因数[8,19]，如图 8a 所示。

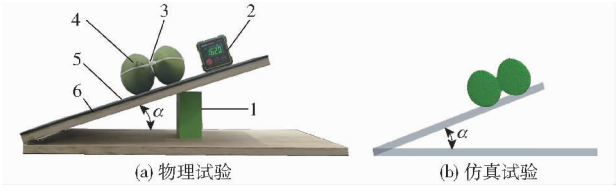


图 8　芒果与接触材料静摩擦因数的物理试验与仿真试验

Fig. 8　Physical experiment and simulation experiment on static friction coefficient between mangoes and contact materials

1. 滑块　2. 角度仪　3. 绑带　4. 芒果　5. 接触材料　6. 静摩擦装置

将两个形状大小相似的芒果绑定在一起，置于贴有接触材料的静摩擦装置上，匀速倾斜装置，当芒果重力平行于斜面的分力小于最大静摩擦力时，芒果静止不动，随着斜面角度 α 的增大，芒果重力平行于斜面的分力大于最大静摩擦力时，芒果出现滑动趋势。芒果与接触材料的静摩擦因数计算公式为

$$\mu_s = \tan\alpha \tag{7}$$

分别重复 10 次试验，记录板面与水平面夹角 α，结果如表 4 所示。

仿真试验中，将静摩擦因数测定装置模型简化并导入 EDEM 软件，为确保与物理试验的一致性，将两个芒果颗粒进行绑定开展仿真模拟，如图 8b 所

表 4 芒果与材料静摩擦因数的测量值

Tab. 4 Measured values of static friction coefficients between mangoes and materials

品种	材料	倾斜角度/(°)	静摩擦因数
台农芒	EVA	25.30 ~ 26.90	0.473 ~ 0.507
	橡胶	37.90 ~ 39.25	0.778 ~ 0.817
蛋芒	EVA	28.20 ~ 29.00	0.536 ~ 0.554
	橡胶	39.40 ~ 40.80	0.821 ~ 0.863

示。将完成测定的芒果与材料碰撞恢复系数赋予模型,其余未标定接触参数均设置为 0,取时间步长 20%,网格尺寸为 3R。根据表 4 的结果,将芒果与材料的静摩擦因数取值范围规定在 0.47 ~ 0.87,以 0.05 为间隔,进行 9 组仿真试验,每组试验重复 5 次求平均值。对试验数据进行二次项拟合,得到仿真试验中芒果与材料之间静摩擦因数与斜面倾角的关系,拟合曲线如图 9 所示,拟合方程为

$$\begin{cases} \alpha_1 = -32.563\mu_{s1}^2 - 86.501\mu_{s1} - 7.550 & (R^2 = 0.997) \\ \alpha_2 = -39.533\mu_{s2}^2 + 94.387\mu_{s2} - 8.918 & (R^2 = 0.998) \\ \alpha_3 = -25.052\mu_{s3}^2 + 75.800\mu_{s3} - 2.421 & (R^2 = 0.998) \\ \alpha_4 = -21.337\mu_{s4}^2 + 65.736\mu_{s4} + 1.888 & (R^2 = 0.998) \end{cases} \tag{8}$$

式中 α_1——台农芒与 EVA 静摩擦试验的斜面倾角,(°)

α_2——台农芒与橡胶静摩擦试验的斜面倾角,(°)

α_3——蛋芒与 EVA 静摩擦试验的斜面倾角,(°)

α_4——蛋芒与橡胶静摩擦试验的斜面倾角,(°)

μ_{s1}——台农芒与 EVA 静摩擦因数

μ_{s2}——台农芒与橡胶静摩擦因数

μ_{s3}——蛋芒与 EVA 静摩擦因数

μ_{s4}——蛋芒与橡胶静摩擦因数

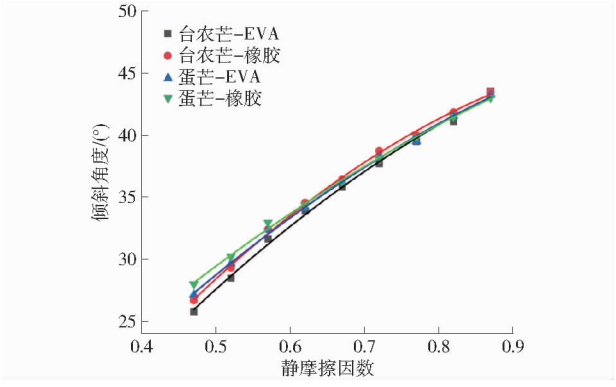


图 9 仿真试验中倾斜角度与静摩擦因数拟合曲线

Fig. 9 Fitting curves of incline angle and static friction coefficient in simulation experiment

将物理试验测得的平均斜面倾角 25.85°、38.69°、27.78°、40.17°代入相对应的曲线方程,得到静摩擦因数分别为 0.478、0.723、0.481、0.779。将结果作为输入值代入 EDEM 中进行验证,每组试验重复 5 次,得到仿真试验斜面倾角分别为 26.56°、38.06°、28.58°、40.63°,与物理试验测量结果相对误差分别为 2.74%、1.62%、2.88%、1.15%。由此说明,标定后的仿真结果与物理试验结果基本一致。确定台农芒与 EVA、橡胶的静摩擦因数分别为 0.478 和 0.723;蛋芒与 EVA、橡胶的静摩擦因数分别为 0.481 和 0.779。

2.3 滚动摩擦因数测定

滚动摩擦因数指物体在另一物体表面滚动时,滚动摩擦力与正压力的比值。芒果与接触材料的滚动摩擦因数通过斜面滚动与动能定理结合进行测定[18],如图 10a 所示。考虑芒果的质量和体积较大,且形状不规则,斜面的倾斜角度和芒果在斜面上滚动的距离不宜过大,防止芒果弹起和滚动时路径发生偏移。芒果以初速度 0 m/s 沿斜面滚动,由于滚动摩擦的阻力作用,最终会在平板的某一位置停止滚动。经过多次预试验,将平板斜面倾角设为 7°,芒果在斜面上滚动的距离设为 50 mm。芒果与接触材料的滚动摩擦因数计算公式为

$$\mu_r = \frac{L_0 \sin\gamma}{L_0 \cos\gamma + L_r} \tag{9}$$

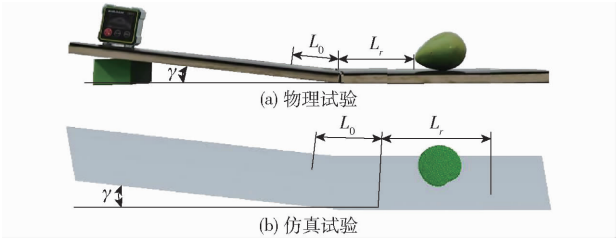


图 10 芒果与接触材料滚动摩擦因数的物理试验与仿真试验

Fig. 10 Physical experiment and simulation experiment on rolling friction coefficient between mangoes and contact materials

分别重复 10 次试验,记录芒果在水平面上滚动距离 L_r,结果如表 5 所示。

表 5 芒果与材料滚动摩擦因数的测量值

Tab. 5 Measured values of rolling friction coefficients between mangoes and materials

品种	材料	水平滚动距离/mm	滚动摩擦因数
台农芒	EVA	83.84 ~ 92.37	0.042 9 ~ 0.045 6
	橡胶	97.63 ~ 121.60	0.035 5 ~ 0.041 4
蛋芒	EVA	241.31 ~ 262.17	0.019 5 ~ 0.020 9
	橡胶	284.26 ~ 302.13	0.017 3 ~ 0.018 2

仿真试验中，将滚动摩擦因数测定装置模型简化导入 EDEM 软件，如图 10b 所示。将完成测定的芒果与材料碰撞恢复系数和静摩擦因数赋予模型，其余未标定接触参数均设置为 0，取时间步长 20%，网格尺寸为 3R。根据表 5 结果，将芒果与材料的滚动摩擦因数取值范围规定在 0.015 0 ~ 0.055 0，以 0.005 为间隔，进行 9 组仿真试验，每组试验重复 5 次求平均值。对试验数据进行二次项拟合，得到仿真试验中芒果与材料之间滚动摩擦因数与水平滚动距离的关系，拟合曲线如图 11 所示，拟合方程为

$$\begin{cases} L_{r1} = 22\,853.372\mu_{r1}^2 - 2\,252.280\mu_{r1} + 613.236 & (R^2 = 0.985) \\ L_{r2} = 17\,336.437\mu_{r2}^2 - 1\,821.059\mu_{r2} - 545.898 & (R^2 = 0.987) \\ L_{r3} = 18\,235.342\mu_{r3}^2 - 1\,935.593\mu_{r3} + 578.258 & (R^2 = 0.987) \\ L_{r4} = 18\,988.935\mu_{r4}^2 - 1\,984.370\mu_{r4} + 598.749 & (R^2 = 0.987) \end{cases} \tag{10}$$

式中　L_{r1}——台农芒与 EVA 滚动摩擦试验的水平滚动距离，mm

L_{r2}——台农芒与橡胶滚动摩擦试验的水平滚动距离，mm

L_{r3}——蛋芒与 EVA 滚动摩擦试验的水平滚动距离，mm

L_{r4}——蛋芒与橡胶滚动摩擦试验的水平滚动距离，mm

μ_{r1}——台农芒与 EVA 的滚动摩擦因数

μ_{r2}——台农芒与橡胶的滚动摩擦因数

μ_{r3}——蛋芒与 EVA 的滚动摩擦因数

μ_{r4}——蛋芒与橡胶的滚动摩擦因数

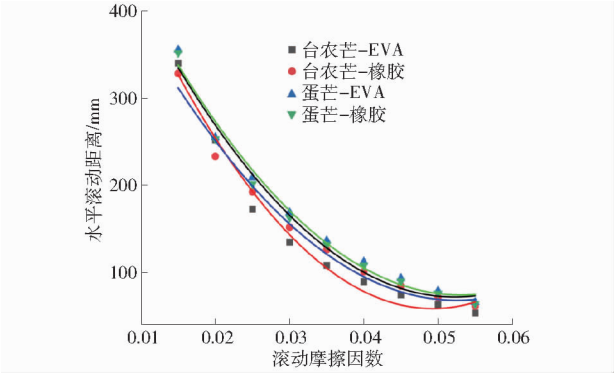


图 11　仿真试验中水平滚动距离与滚动摩擦因数拟合曲线

Fig. 11　Fitting curves of horizontal rolling distance and rolling friction coefficient in simulation experiment

将物理试验测得的平均水平滚动距离 88.22、105.86、249.95、295.53 mm 代入相对应的曲线方程，得到滚动摩擦因数分别为 0.037 8、0.037 6、0.022 0、0.017 9。将结果作为输入值代入 EDEM 中进行验证，每组试验重复 5 次，得到仿真试验水平滚动距离分别为 96.02、112.83、268.78、305.50 mm，与物理试验测量结果相对误差分别为 8.84%、6.58%、7.53%、3.37%。确定台农芒与 EVA 和橡胶的滚动摩擦因数分别为 0.037 8 和 0.037 6；蛋芒与 EVA 和橡胶的滚动摩擦因数分别为 0.022 0 和 0.017 9。滚动摩擦因数试验与上述试验对比误差偏大，主要原因是由于芒果形状不规则，滚动轨迹难以确定，并非所有能量都以直线滚动形式消耗，但误差仍在可控范围内，准确度较高。

3　芒果间接触参数标定

3.1　芒果间碰撞恢复系数测定

测定芒果之间碰撞恢复系数，引入双摆线模型进行试验，如图 12 所示，芒果 B 由细绳悬挂并保持静止，芒果 A 提升至固定高度（保持细绳处于拉伸状态），以初速度 0 m/s 释放，使其在细绳的作用下进行圆周运动，与芒果 B 发生碰撞，记录两芒果摆动至最高点的位置。

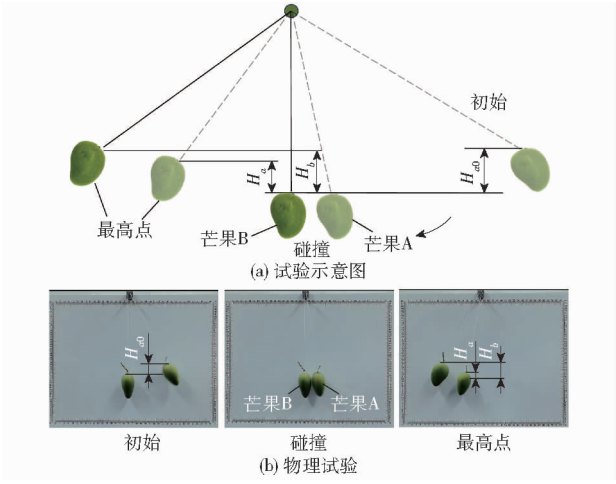


图 12　芒果间碰撞恢复系数试验

Fig. 12　Experiment on collision recovery coefficient between mangoes

结合付函等[19]对苹果的试验结论与多次预试验结果，最终选取芒果 A 的抬升高度为 100 mm，细绳长度为 400 mm。芒果之间的碰撞恢复系数计算公式为

$$e_b = \frac{\sqrt{H_b} - \sqrt{H_a}}{\sqrt{H_{a0}}} \tag{11}$$

式中　e_b——芒果之间的碰撞恢复系数

H_a——碰撞后芒果 A 摆动高度，mm

H_{a0}——芒果 A 抬升高度，mm

H_b——碰撞后芒果 B 摆动高度，mm

分别重复 10 次试验，记录芒果 A、B 摆动高度，结果如表 6 所示。

由于在 EDEM 软件中难以模拟芒果在细绳的作用下进行圆周运动，仿真试验采用等效碰撞模型，

表 6 芒果间碰撞恢复系数的测量值

Tab. 6 Measured values of collision recovery coefficient between mangoes

品种	芒果 A 摆动高度/mm	芒果 B 摆动高度/mm	碰撞恢复系数
台农芒	17.34 ~ 20.37	50.89 ~ 76.93	0.285 ~ 0.421
蛋芒	11.34 ~ 18.39	38.67 ~ 69.48	0.229 ~ 0.405

芒果 B 静止放置在半径为 400 mm 的圆形轨道最下方,芒果 A 在距离芒果 B 高度 100 mm 的轨道边缘下落,如图 13 所示。

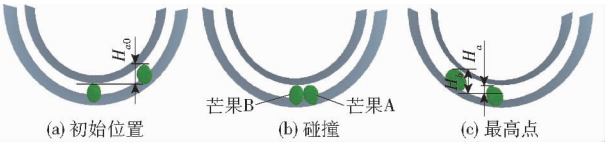


图 13 芒果间碰撞恢复系数仿真试验

Fig. 13 Simulation experiments on collision recovery coefficient between mangoes

芒果与轨道间的碰撞恢复系数、静摩擦因数、滚动摩擦因数均设为 0,取时间步长 20%,网格尺寸为 3R。根据表 6 的结果,将芒果之间的碰撞恢复系数取值范围规定在 0.20 ~ 0.44,以 0.03 为间隔,进行 9 组仿真试验,每组试验重复 5 次求平均值。对试验数据进行二次项拟合,得到仿真试验中芒果之间碰撞恢复系数与碰撞后最大摆动高度的关系,拟合曲线如图 14 所示,拟合方程为

$$\begin{cases} H_{a1}=47.002e_{b1}^2-83.341e_{b1}+35.539 & (R^2=0.998) \\ H_{b1}=6.533e_{b1}^2+248.640e_{b1}-19.405 & (R^2=0.997) \\ H_{a2}=34.204e_{b2}^2-63.945e_{b2}+30.317 & (R^2=0.997) \\ H_{b2}=290.159e_{b2}^2+13.336e_{b2}+18.968 & (R^2=0.999) \end{cases} \tag{12}$$

式中 H_{a1}——台农芒 A 碰撞后最大摆动高度,mm

H_{b1}——台农芒 B 碰撞后最大摆动高度,mm

H_{a2}——蛋芒 A 碰撞后最大摆动高度,mm

H_{b2}——蛋芒 B 碰撞后最大摆动高度,mm

e_{b1}——台农芒间的碰撞恢复系数

e_{b2}——蛋芒间的碰撞恢复系数

将物理试验测得的台农芒和蛋芒的平均摆动高度 14.49、59.27、14.34、47.37 mm 代入相对应的曲线方程,联立方程解得两种芒果的碰撞恢复系数分别为 0.312 和 0.294。将结果作为输入值代入 EDEM 中进行验证,每组试验重复 5 次,得到仿真试验台农芒和蛋芒碰撞后最大摆动高度分别为 13.96、57.82、14.07、48.18 mm,与物理试验测量结果相对误差分别为 1.62%、2.44%、1.88%、1.71%。由此说明,标定后的仿真结果与物理试验结果基本一致。确定两种芒果之间碰撞恢复系数分别为 0.312 和 0.294。

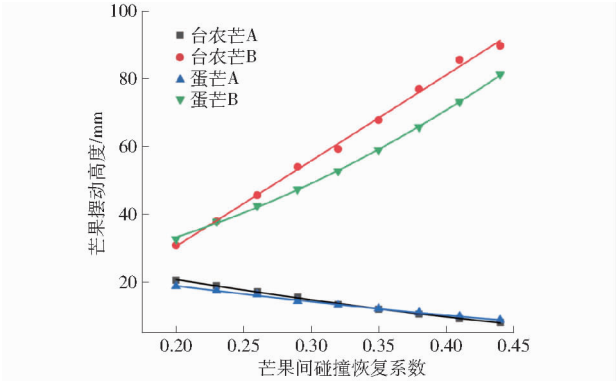


图 14 仿真试验中芒果摆动高度与碰撞恢复系数拟合曲线

Fig. 14 Fitting curves of mango swing height and collision recovery coefficient in simulation experiment

3.2 芒果堆积角试验

堆积角是颗粒物料研究中的关键参数,可以有效表征物体流动性、摩擦特性等,其中静摩擦因数与滚动摩擦因数对其结果影响显著[33-34]。考虑到芒果形状不规则,用斜面法和滚动法进行标定难度较大,干扰因数较多。本文通过堆积角物理试验与仿真试验,对芒果间的静摩擦因数和滚动摩擦因数进行标定。试验装置由钢材制成的箱体(长 300 mm、宽 300 mm、高 500 mm)、挡板(长 300 mm、高 500 mm)组成,内壁贴有 EVA 材料。试验时将箱体放置于表面平整的试验桌上,在箱体内部放入 70 个芒果,以速度 0.05 m/s 缓慢抽动挡板[35-36],使芒果在堆积过程中充分扩散并形成无约束的芒果堆,如图 15a 所示,待芒果堆稳定后形成的斜面与水平的夹角即为堆积角。

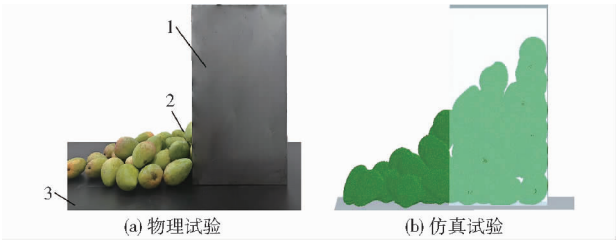


图 15 芒果堆积角物理试验与仿真试验

Fig. 15 Physical experiment and simulation experiment of mangoes stacking angle

1. 箱体 2. 芒果 3. 水平面

每组试验重复 10 次。利用 Matlab 软件对收集的图像依次进行灰度处理、二值化处理、提取轮廓线,最后在 Origin 软件中对曲线进行线性拟合,如图 16 所示,其中图 16d 横、纵坐标分别为图片水平方向和垂直方向的像素点数,不具有实际量纲。拟合直线的斜率即为堆积角的正切值,由此得到两品种芒果的堆积角平均值分别为 20.43° 和 14.96°。

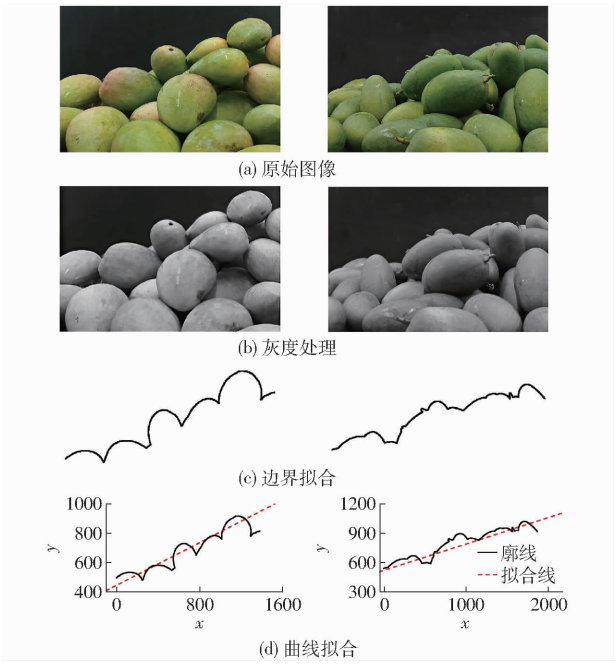


图 16　芒果堆积角试验图像处理

Fig. 16　Mango stacking angle experiment image processing

3.3　最陡爬坡试验

为确定芒果之间摩擦因数的最佳取值范围，在分析堆积角试验结果的基础上进行最陡爬坡试验仿真分析。将上文中标定完成的接触参数赋予芒果模型，仿真时间步长设为 20%，网格尺寸为 3R[8]。通过改变芒果间的摩擦因数分析堆积角模拟值与真实值的误差，快速确定芒果二次回归旋转正交组合试验的零水平和最优值区间。

查阅其他农作物研究进展[37]，确定静摩擦因数的范围 0.1 ~ 0.5，滚动摩擦因数的范围 0.01 ~ 0.05。以静摩擦因数和滚动摩擦因数为试验因素，以堆积角物理试验与仿真试验相对误差为试验指标，进行最陡爬坡试验，试验设计及结果如表 7 所示。

表 7　最陡爬坡试验及结果

Tab. 7　Steepest climbing experiment and results

序号	试验因素		θ/(°)		σ/%	
	μ_n	μ_f	台农芒	蛋芒	台农芒	蛋芒
1	0.1	0.01	16.76	12.27	17.96	17.98
2	0.2	0.02	18.33	13.18	10.28	12.16
3	0.3	0.03	20.09	15.42	2.74	3.07
4	0.4	0.04	22.97	16.83	12.43	12.50
5	0.5	0.05	24.53	18.31	20.06	22.39

注：μ_n 为芒果之间静摩擦因数；μ_f 为芒果之间滚动摩擦因数。

每组试验重复 5 次，堆积角相对误差计算公式为

$$\sigma = \frac{|\theta' - \theta|}{\theta} \times 100\% \tag{13}$$

式中　σ——堆积角相对误差，%

θ——芒果堆积角物理试验测量值，(°)

θ'——芒果堆积角仿真试验测量值，(°)

3.4　旋转正交组合试验及方差分析

由表 7 可得，随着 μ_n 和 μ_f 的增大，堆积角相对误差先减小后增大，试验 3 的相对误差最小，为找到堆积角仿真试验中静摩擦因数和滚动摩擦因数最佳参数组合，选取 2、3 和 4 组试验因素作为二次回归旋转中心组合试验的 -1、0 和 1 水平因素[36]，试验因素编码如表 8 所示。以芒果堆积角为响应值，仿真试验设计方案与结果如表 9 所示，表中 A、B 表示 μ_n、μ_f 的编码值。

表 8　仿真试验因素编码

Tab. 8　Levels of simulation experiment factors

编码	因素	
	μ_n	μ_f
-1.414	0.158	0.015 8
-1	0.200	0.020 0
0	0.300	0.030 0
1	0.400	0.040 0
1.414	0.414	0.041 4

表 9　旋转正交组合试验结果

Tab. 9　Results of orthogonal rotation combination experiment

序号	试验因素		θ/(°)	
	A	B	台农芒	蛋芒
1	1	1	22.83	16.67
2	1	-1	21.39	15.75
3	-1	1	20.29	14.90
4	-1	-1	18.79	13.71
5	1.414	0	22.96	16.27
6	-1.414	0	18.25	13.79
7	0	1.414	21.38	16.13
8	0	-1.414	19.23	14.74
9	0	0	21.21	15.49
10	0	0	21.12	15.08
11	0	0	21.47	15.65
12	0	0	20.43	15.49
13	0	0	20.65	15.42

对试验数据应用 Matlab 软件进行方差分析与多元线性拟合，得到两品种芒果的二次回归方程

$$\theta_1 = 21.176 + 1.475A + 0.748B - 0.193A^2 - 0.343B^2 - 0.015AB \quad (R^2 = 0.958) \tag{14}$$

$$\theta_2 = 15.510 + 0.915A + 0.510B - 0.234A^2 - 0.031B^2 - 0.068AB \quad (R^2 = 0.959) \tag{15}$$

式中　θ_1——台农芒堆积角仿真试验的测量值

θ_2——蛋芒堆积角仿真试验的测量值

方差分析如表 10 所示。结合二次回归拟合方程和

方差分析表可知,两种芒果的回归模型 P 值均小于 0.01,失拟项的 P 值均大于 0.05,回归模型极其显著,失拟项不显著,方程的决定系数均高于 95%,表明回归方程的实际值与预测值拟合度高;变异系数分别为 1.81% 和 1.53%,说明本次试验的可靠性高。尽管交互项 AB 不显著,但一次项 A、B 及二次项 B^2 对堆积角影响显著。

为一步确定芒果之间静摩擦因数和滚动摩擦因数的值,利用 Matlab 软件进行优化求解,将堆积角物理试验结果作为目标值,堆积角最小相对误差为优化求解的目标函数,具体约束为

$$\begin{cases} \theta(A,B)=20.43^\circ \\ \min\sigma(A,B) \\ \text{s.t.}\begin{cases} -1.414\leqslant A\leqslant 1.414 \\ -1.414\leqslant B\leqslant 1.414 \end{cases} \end{cases} \tag{16}$$

通过优化求解,确定两品种芒果之间的静摩擦因数和滚动摩擦因数分别为 0.280、0.025 2 和 0.302、0.019 5。

表 10 两种芒果二次回归模型的方差分析

Tab. 10 Analysis of variance for two mangoes quadratic regression models

方差来源	台农芒					蛋芒				
	平方和	自由度	均方	F	P	平方和	自由度	均方	F	P
模型	22.853 0	5	4.570 6	32.099 0	0.000 1 **	9.167 6	5	1.833 3	33.056 6	0.000 1 **
A	17.407 8	1	17.407 4	122.251 5	0.000 1 **	6.692 8	1	6.692 8	120.664 7	0.000 1 **
B	4.470 9	1	4.470 9	31.987	0.000 8 **	2.076 5	1	2.076 5	37.437 0	0.004 **
AB	0.000 9	1	0.000 9	0.006 3	0.938 8	0.018 2	1	0.018 2	0.328 6	0.584 4
A^2	0.258 9	1	0.258 9	1.887 0	0.219 5	0.380 1	1	0.380 1	6.852 6	0.034 5 *
B^2	0.818 2	1	0.818 2	5.746 2	0.047 6 *	0.006 8	1	0.006 8	0.122 3	0.736 8
残差	0.996 7	7	0.142 4			0.388 2	7	0.055 4		
失拟项	0.564 8	3	0.188 3	1.743 5	0.296 2	0.015 3	3	0.005 1	0.054 5	0.981 0
纯误差	0.431 9	4	0.108 0			0.373 0	4	0.093 2		
总和	23.849 7	12				9.555 9	12			

注:** 表示影响极显著($P<0.01$),* 表示影响显著($0.01\leqslant P<0.05$)。

4 验证试验

为检验已标定芒果间接触参数的准确性,通过圆筒提升法进行验证试验[36]。如图 17 所示,在试验平台上放置一个无上下端面的圆筒(内径 200 mm,高 500 mm),以速度 0.05 m/s 缓慢提升圆筒,待芒果堆稳定后,测定芒果堆形成斜面与水平面的夹角,每组试验重复 10 次。利用 EDEM 软件建立与验证试验一致的仿真模型,将所有标定的芒果接触参数赋予模型开展验证模型,计算物理试验与仿真试验的相对误差。

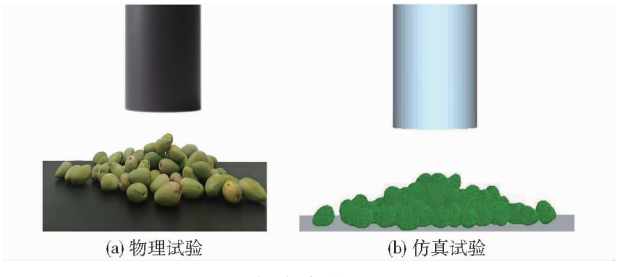


图 17 仿真参数验证试验

Fig. 17 Experiment of simulation parameters verification

为了验证芒果离散元模型的准确性,将上述所有标定的接触参数作为输入值,进行圆筒提升试验,每组重复 10 次。台农芒和蛋芒堆积角仿真试验的值分别为 19.45°和 14.86°,堆积角物理试验的值分别为 18.73°和 14.24°,相对误差分别为 3.84% 和 4.35%,表明通过离散元法标定的芒果接触参数具有较高的准确度,可为芒果低损伤采收装备的设计与优化提供重要理论依据。

5 结论

(1)分别测定了适收期台农芒与蛋芒两种芒果果实的物理特性参数,基于三维扫描技术获取芒果果实表面点云数据并构建三维模型。在 EDEM 软件中采用球形颗粒填充法建立离散元模型,将仿真试验与物理试验对比后确定 2 mm 为最优颗粒半径。通过芒果自由落体碰撞试验、斜面滑动试验与滚动试验,分别测定两种芒果与 EVA 及橡胶两种接触材料间的接触参数,利用物理试验与仿真试验相结合的方式,确定两种芒果与 EVA、橡胶的碰撞恢复系数分别为 0.499、0.388 和 0.590、0.420;两种芒果与 EVA、橡胶的静摩擦因数分别为 0.478、0.723 和 0.481、0.779;两种芒果分别与 EVA、橡胶的滚动摩擦因数分别为 0.037 8、0.037 6 和 0.022 0、0.017 9。

(2)采用双摆线试验测定了芒果间碰撞恢复系数,通过仿真拟合分别确定两种芒果之间的碰撞恢复系数分别为 0.312 和 0.294;开展堆积角试验与

最陡爬坡试验，确定了芒果间的静摩擦因数和滚动摩擦因数的最优区间；建立堆积角与显著性因素之间的二次回归方程，模型拟合度达 95% 以上，获得两品种芒果间的静摩擦因数和滚动摩擦因数分别为 0.280、0.025 2 和 0.302、0.019 5。

(3)利用 EDEM 软件建立最优仿真模型进行仿真试验，与圆筒提升物理试验结果进行对比验证，得到两种芒果的堆积角相对误差分别为 3.84% 和 4.35%，误差较小，表明建立的离散元模型与已标定的接触参数准确、可靠，能够准确模拟芒果的堆积特性，可为芒果离散元物料特性的研究提供重要的理论基础和数据支撑。

参 考 文 献

[1] 段洁利，丁炜妮，江惠芳，等. 芒果低速冲击响应与损伤阈值量化研究[J]. 华南农业大学学报，2025，46(6)：767－775.
DUAN Jieli，DING Weini，JIANG Huifang，et al. Research on quantification of low-impact response and damage thresholds in mangoes[J]. Journal of South China Agricultural University，2025，46(6)：767－775.（in Chinese）

[2] 熊俊涛，刘振，林睿，等. 自然环境下树上绿色芒果的无人机视觉检测技术[J]. 农业机械学报，2018，49(11)：23－29.
XIONG Juntao，LIU Zhen，LIN Rui，et al. Unmanned aerial vehicle vision detection technology of green mango on tree in natural environment[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery，2018，49(11)：23－29.（in Chinese）

[3] 王宇婷，周新，王喆，等. 热带水果生产与保鲜以及加工现状[J]. 热带农业科学，2023，43(10)：80－88.
WANG Yuting，ZHOU Xin，WANG Zhe，et al. The current situation of tropical fruit planting，preservation，and processing[J]. Chinese Journal of Tropical Agriculture，2023，43(10)：80－88.（in Chinese）

[4] 段云，孟婉瑶，李芮，等. 甲氧基丙烯酸酯杀菌剂在芒果中的累积性膳食风险评估[J]. 热带作物学报，2025，46(10)：2530－2537.
DUAN Yun，MENG Wanyao，LI Rui，et al. Cumulative dietary risk assessment of methoxyacrylate fungicides in fresh mango[J]. Chinese Journal of Tropical Crops，2025，46(10)：2530－2537.（in Chinese）

[5] 黄进洋，尹成海，娄开然，等. 芒果采摘机器人设计与试验[J]. 石河子大学学报(自然科学版)，2025，43(2)：152－159.
HUANG Jinyang，YIN Chenghai，LOU Kairan，et al. Design and experiment of mango picking robot[J]. Journal of Shihezi University (Natural Science)，2025，43(2)：152－159.（in Chinese）

[6] 赵春江，范贝贝，李瑾，等. 农业机器人技术进展、挑战与趋势[J]. 智慧农业(中英文)，2023，5(4)：1－15.
ZHAO Chunjiang，FAN Beibei，LI Jin，et al. Agricultural robots：technology progress，challenges and trends[J]. Smart Agriculture，2023，5(4)：1－15.（in Chinese）

[7] 罗朝丹，冯春梅，李建强，等. 基于 GC－MS 非靶向代谢组学分析不同成熟度‘台农一号’芒果香气物质[J]. 中国农业科学，2025，58(3)：564－584.
LUO Chaodan，FENG Chunmei，LI Jianqiang，et al. Analysis of differential aroma volatiles of Tainong No.1 mango of different ripeness by non-targeted metabolomics based on Gas Chromatography－Mass Spectrometry[J]. Scientia Agricultura Sinica，2025，58(3)：564－584.（in Chinese）

[8] 史瑞杰，戴飞，赵武云，等. 胡麻茎秆离散元柔性模型建立与接触参数试验验证[J]. 农业机械学报，2022，53(10)：146－155.
SHI Ruijie，DAI Fei，ZHAO Wuyun，et al. Establishment of discrete element flexible model and verification of contact parameters of flax stem[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery，2022，53(10)：146－155.（in Chinese）

[9] 文恩杨，李玉华，牛子孺，等. 蒜种颗粒离散元模型参数标定[J]. 农机化研究，2021，43(5)：160－167.
WEN Enyang，LI Yuhua，NIU Ziru，et al. Parameters calibration of discrete element model for garlic particles[J]. Journal of Agricultural Mechanization Research，2021，43(5)：160－167.（in Chinese）

[10] ZHANG S L，HUANG Y X，GAO X J，et al. Evaluating the influence of straight-plain types of rotary tiller blades with various edge curves on maize residue using DEM[J]. Biosystems Engineering，2025，250：49－61.

[11] 赵宏波，王学振，郑智旗，等. 农业装备领域离散元法应用研究进展[J]. 农业机械学报，2025，56(7)：1－19.
ZHAO Hongbo，WANG Xuezhen，ZHENG Zhiqi，et al. Research status and progress of discrete element method applications in agricultural equipment[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery，2025，56(7)：1－19.（in Chinese）

[12] 辛亮，李泽泽，庄智圆，等. 基于水稻钵苗根系生长模拟的钵体根-土复合体离散元模型研究[J]. 农业机械学报，2025，56(7)：128－138.
XIN Liang，LI Zeze，ZHUANG Zhiyuan，et al. Discrete element model for pot-type root-soil composite based on root growth simulation in rice pot seedlings[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery，2025，56(7)：128－138.（in Chinese）

[13] ZHANG S, ZHAO H, WANG X. et al. Discrete element modeling and shear properties of the maize stubble-soil complex[J]. Computers and Electronics in Agriculture, 2023, 204: 107519.

[14] NGUYEN X T , LE M L , NGUYEN C T , et al. Characterization of soybeans and calibration of their DEM input parameters [J]. Particulate Science and Technology, 2020, 39(5): 1 – 19.

[15] 于庆旭, 刘燕, 陈小兵, 等. 基于离散元的三七种子仿真参数标定与试验[J]. 农业机械学报, 2020, 51(2): 123 – 132.
YU Qingxu, LIU Yan, CHEN Xiaobing, et al. Parameter calibration and testing of *Panax notoginseng* seed simulation based on discrete element method[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2020, 51(2): 123 – 132. (in Chinese)

[16] 徐国立, 杨发展, 李玉环, 等. 菜心种子离散元仿真参数标定[J]. 中国农业科技导报(中英文), 2026,28(2):84 – 94.
XU Guoli, YANG Fazhan, LI Yuhuan, et al. Vegetables seed discrete element simulation parameters calibration[J]. Journal of Agricultural Science and Technology, 2026,28(2):84 – 94. (in Chinese)

[17] 刘文政, 何进, 李洪文, 等. 基于离散元的微型马铃薯仿真参数标定[J]. 农业机械学报, 2018, 49(5): 125 – 135, 142.
LIU Wenzheng, HE Jin, LI Hongwen, et al. Calibration of micro potato simulation parameters based on discrete element method[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2018, 49(5): 125 – 135,142. (in Chinese)

[18] FAN G, WANG S, SHA W, et al. Simulation parameter calibration and test of typical pear varieties based on discrete element method[J]. Agronomy, 2022, 12: 1720.

[19] 付函, 吴志治, 段洁利, 等. 基于离散元的‘鲁丽’苹果仿真接触参数标定[J]. 华南农业大学学报, 2025, 46(3): 407 – 418.
FU Han, WU Zhizhi, DUAN Jieli, et al. Calibration of contact parameters of ‘Luli’ apple for simulation based on discrete element[J]. Journal of South China Agricultural University, 2025, 46(3): 407 – 418. (in Chinese)

[20] 张国忠, 陈立明, 刘浩蓬, 等. 荸荠离散元仿真参数标定与试验[J]. 农业工程学报, 2022, 38(11): 41 – 50.
ZHANG Guozhong, CHEN Liming, LIU Haopeng, et al. Calibration and experiments of the discrete element simulation parameters for water chestnut[J]. Transactions of the CSAE, 2022, 38(11): 41 – 50. (in Chinese)

[21] 张宏友, 张程, 钟铭深, 等. 甘蔗茎秆离散元仿真粘结模型参数标定[J]. 中国农业科技导报(中英文), 2025, 27(10):105 – 117.
ZHANG Hongyou, ZHANG Cheng, ZHONG Mingshen, et al. Parameter calibration of sugarcane stalk bonding model based on discrete element method[J]. Journal of Agricultural Science and Technology, 2025,27(10):105 – 117. (in Chinese)

[22] 李骅, 孟煜柏, 齐新丹, 等. 基于 Bonding V2 模型的蒜种离散元建模与参数标定[J]. 农业机械学报, 2025, 56(7): 150 – 157,169.
LI Hua, MENG Yubai, QI Xindan, et al. Discrete element modelling method and parameter calibration of garlic species based on Bonding V2 model[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2025, 56(7): 150 – 157,169. (in Chinese)

[23] 弓满锋, 李炅, 李华, 等. 面向机器人采摘的芒果果实与果梗力学特性试验[J]. 农机化研究, 2025, 47(11): 169 – 176.
GONG Manfeng, LI Jiong, LI Hua, et al. Experimental on mechanical properties of mango and its stem for robotic picking [J]. Journal of Agricultural Mechanization Research, 2025, 47(11): 169 – 176. (in Chinese)

[24] 李涛, 王振华, 翟改霞, 等. 苜蓿草植株离散元模型建立与参数标定[J]. 农业机械学报, 2024, 55(增刊 2): 187 – 199.
LI Tao, WANG Zhenhua, ZHAI Gaixia, et al. Establishment and parameter calibration of discrete element model of alfalfa plant[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2024, 55(Supp. 2): 187 – 199. (in Chinese)

[25] 马永超, 王尊, 石林榕, 等. 冬小麦种子颗粒离散元仿真参数标定[J]. 中国农业大学学报, 2025, 30(3): 175 – 184.
MA Yongchao, WANG Zun, SHI Linrong, et al. Determination the intrinsic parameters and calibration of contact parameters for wheat seed particles[J]. Journal of China Agricultural University, 2025, 30(3): 175 – 184. (in Chinese)

[26] HERTZ H. Ueber die Berührung fester elastischer Körper[J]. Journal fuer die Reine und Angewandte Mathematik, 1882, 92: 156 – 171.

[27] MINDLIN R D. Compliance of elastic bodies in contact[J]. ASME Journal of Applied Mechanics, 1949, 16: 259 – 268.

[28] 韦慧玲, 梁成斌, 王金海, 等. 绳驱柔性机械手研究进展及其在农业机器人中的应用[J]. 智能化农业装备学报(中英文), 2024, 5(4): 95 – 106.
WEI Huiling, LIANG Chengbin, WANG Jinhai, et al. Research progress of cable-driven flexible manipulator and its application in agricultural robots[J]. Journal of Intelligent Agricultural Equipment, 2024, 5(4): 95 – 106. (in Chinese)

[29] 彭艳, 刘勇敢, 杨扬, 等. 软体机械手爪在果蔬采摘中的应用研究进展[J]. 农业工程学报,2018, 34(9): 11 – 20.
PENG Yan, LIU Yonggan, YANG Yang, et al. Research progress on application of soft robotic gripper in fruit and vegetable picking[J]. Transactions of the CSAE, 2018, 34(9): 11 – 20. (in Chinese)

[30] 王得志, 王延鑫, 汪小旦, 等. 农业机器人中的管理与采摘技术:现状、挑战与未来发展[J]. 智能化农业装备学报(中

英文)，2025，6(2)：1－23.
WANG Dezhi，WANG Yanxin，WANG Xiaochan，et al. Management and harvesting technologies in agricultural robotics：current status，challenges and future developments[J]. Journal of Intelligent Agricultural Equipment，2025，6(2)：1－23.(in Chinese)
[31] 陈永，高晓勋，金鑫，等. 油莎豆排种离散元仿真参数标定与试验[J]. 农业机械学报，2023，54(12)：58－69.
CHEN Yong，GAO Xiaoxun，JIN Xin，et al. Calibration and analysis of seeding parameters of *Cyperus esculentus* seeds based on discrete element simulation[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery，2023，54(12)：58－69.(in Chinese)
[32] 徐效伟，魏海，颜建春，等. 花生荚果离散元仿真参数标定[J]. 中国农机化学报，2022，43(11)：81－89.
XU Xiaowei，WEI Hai，YAN Jianchun，et al. Parameter calibration of peanut pods discrete element simulation[J]. Chinese Journal of Agricultural Mechanization，2022，43(11)：81－89.(in Chinese)
[33] 蒋奕蕾. 球柱形颗粒堆积的数值模拟研究[D]. 鞍山：辽宁科技大学，2024.
JIANG Yilei. Numerical simulation study on spherocylinder particle packing[D]. Anshan：University of Science and Technology Liaoning，2024.(in Chinese)
[34] 余参参，段宏兵，蔡兴奎，等. 基于离散元仿真参数的微型薯物料测定[J]. 华中农业大学学报，2021，40(1)：210－217.
YU Cancan，DUAN Hongbing，CAI Xingkui，et al. Discrete element simulation parameters-based measurement of materials for potato minituber[J]. Journal of Huazhong Agricultural University，2021，40(1)：210－217.(in Chinese)
[35] ZHENG Jinming，WANG Lin ，WANG Xiaochao，et al. Parameter calibration of cabbages (*Brassica oleracea* L.) based on the discrete element method[J]. Agriculture，2023，13：555.
[36] 程子文，杨德秋，刘萌萌，等. 基于离散元仿真的马铃薯收获机集薯装袋过程研究[J]. 农业机械学报，2024，55(增刊 2)：62－74.
CHENG Ziwen，YANG Deqiu，LIU Mengmeng，et al. Bagging process of potato harvester based on EDEM[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery，2024，55(Supp.2)：62－74.(in Chinese)
[37] KAFASHAN J，WIACEK J，RAMON H，et al. Modelling and simulation of fruit drop experiments by discrete element method[J]. Biosystems Engineering，2021，212：228－240.

(上接第 36 页)

[21] 中国农业机械化科学研究院.农业机械设计手册[M].北京:中国农业科学技术出版社,2007.
[22] 潘烤鑫,张庆,尤泳,等.小粒径苜蓿种子机械梳脱增流式收获机设计与试验[J].农业机械学报,2025,56(2):342－356.
PAN Kaoxin，ZHANG Qing，YOU Yong，et al. Design and experiment of flow-enhanced mechanical combining harvester for small-seeded alfalfa[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery,2025,56(2):342－356.(in Chinese)
[23] 闫宇霆.自走式单行水稻硬质秧盘起盘机设计与试验研究[D].大庆:黑龙江八一农垦大学,2023.
YAN Yuting. Design and experimental study of a self propelled single row rice hard seedling plate lifting machine[D]. Daqing：Heilongjiang Bayi Agricultural University,2023.(in Chinese)
[24] 俞高红,王磊,孙良,等.大田机械化移栽技术与装备研究进展[J].农业机械学报,2022,53(9):1－20.
YU Gaohong，WANG Lei，SUN Liang，et al. Advancement of mechanized transplanting technology and equipments for field crops[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery,2022,53(9):1－20.(in Chinese)
[25] 俞亚新,潘一隆,王通,等.播量可调式水稻毯苗条播机滚筒排种器设计与试验[J].农业机械学报,2025,56(10):310－320.
YU Yaxin，PAN Yilong，WANG Tong，et al. Design and test of drum seed metering device for drill seeding of rice blanket seedlings[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery,2025,56(10):310－320.(in Chinese)