doi:10.6041/j.issn.1000-1298.2026.04.041

大功率拖拉机振动能量收集装置设计与试验

姚艳春[1,2]　修伟嘉[1]　贾龙飞[1]　武继达[1,3]　耿端阳[1,3]　李永胜[4]

（1.山东理工大学农业工程与食品科学学院，淄博 255049；2.山东理工大学现代农业装备研究院，淄博 255049；
3.山东省大田作物智慧农业技术与智能农机装备重点实验室，淄博 255049；
4.山东五征集团农机装备研究院，济宁 272111）

摘要：农机装备在田间作业过程中持续产生机械振动，俘获其振动能量并实现农业机械自供电具有现实意义。针对振动能量收集装置应用中无法匹配外界激励或机械结构振动频率，能量收集效率低的问题，本文基于电磁感应和压电效应，采用双晶压电悬臂梁结构，设计了谐振频率可调的压电-电磁耦合振动能量收集装置，实现了谐振频率在 14.8～31.0 Hz 范围可调，拓宽了振动能量收集带宽。基于 Hamilton 原理，建立了机电耦合数学模型，分析了系统谐振频率调节机制。通过室内试验，研究了不同负载电阻、激振加速度、激励频率、磁距对发电性能的影响规律，确定了最优负载电阻配置和不同磁距下的谐振频率。利用 EH2604 型大功率拖拉机开展田间试验，研究了农田土壤路面下振动能量回收装置发电性能。结果表明，当悬臂梁压电片、电磁线圈、弯曲压电换能器最优负载电阻分别为 850 kΩ、990 Ω、300 kΩ 和最优磁距为 53 mm 时，振动能量收集装置输出功率达到峰值。该装置在不同磁距和拖拉机车速下均能有效收集振动能量，输出功率随车速增加呈上升趋势，当磁距为 38 mm、车速为 12 km/h 时，最大输出功率为 25.97 μW。研究结果为农业机械自供能系统开发提供了技术方案和参考。

关键词：大功率拖拉机；振动能量收集；压电电磁耦合；谐振频率可调

中图分类号：S232.3　　**文献标识码**：A　　**文章编号**：1000-1298(2026)04-0415-12　　**OSID**：

Design and Experiment of Vibration Energy Harvesting Device for High-horsepower Tractors

YAO Yanchun[1,2]　XIU Weijia[1]　JIA Longfei[1]　WU Jida[1,3]　GENG Duanyang[1,3]　LI Yongsheng[4]

(1. *College of Agricultural Engineering and Food Science, Shandong University of Technology, Zibo* 255049, *China*
2. *Institute of Modern Agricultural Equipment, Shandong University of Technology, Zibo* 255049, *China*
3. *Shandong Province Field Crop Intelligent Agricultural Technology and Intelligent Agricultural Machinery Equipment Primary Laboratory, Zibo* 255049, *China*
4. *Research Institute of Agricultural Machinery and Equipment, Shandong Wuzheng Group, Jining* 272111, *China*)

Abstract: Agricultural equipment in the field operation process continues to produce mechanical vibration, capture its vibration energy and realize agricultural machinery self-power supply is of practical significance. For the application of vibration energy harvesting device can't match the external excitation or mechanical structure vibration frequency, energy harvesting efficiency is low, a resonance frequency adjustable piezoelectric-electromagnetic coupling vibration energy harvesting device was designed, combining the use of bicrystalline piezoelectric cantilever beam structure, and the combination of electromagnetic induction and piezoelectric effect, to achieve the resonance frequency adjustable from 14.8 Hz to 31.0 Hz, and to broaden the bandwidth of the vibration energy harvesting. Based on Hamilton's principle, an electromechanical coupling mathematical model was established, which revealed the regulation mechanism of the resonant frequency of the system. Through indoor experiments, the effects of different load resistances, excitation acceleration, excitation frequency, and magnetic distance on the power generation performance were investigated, and the optimal load resistance configurations and resonant frequencies under different magnetic distances were determined. Field tests were carried out by

收稿日期：2025－05－16　修回日期：2025－06－26

基金项目：山东省自然科学基金面上项目(ZR2023ME149)和农业装备技术全国重点实验室开放基金项目(NKL2023007)

作者简介：姚艳春(1987—)，男，副教授，博士，主要从事农机装备振动模态参数辨识方法等研究，E-mail：ycyao2018@sdut.edu.cn

通信作者：耿端阳(1969—)，男，教授，博士，主要从事农机装备设计与试验研究，E-mail：dygxt@sdut.edu.cn

using EH2604 high power tractor to study the power generation performance of the vibration energy recovery device under the soil surface of farmland. The results showed that when the optimal load resistances for the cantilever piezoelectric patch, electromagnetic coil, and bending piezoelectric transducer were 850 kΩ, 990 Ω, and 300 kΩ, respectively, and the optimal magnetic distance was 53 mm, the vibration energy output power peaked. The device can effectively collect vibration energy under different magnetic distances and vehicle speeds, and the output power tended to increase with the increase of vehicle speed, and the magnetic distance was 38 mm, and the maximum output power was 25.97 μW at a vehicle speed of 12 km/h. The research result can provide technical solutions and ideas for the development of self-supply energy system of agricultural machinery for reference.

Key words: high power tractor; vibration energy harvesting; piezoelectric-electromagnetic coupling; tunable resonant frequency

0 引言

传统电池供电方式存在寿命有限、维护成本高、环境适应性差等问题,而太阳能、风能等能源在农田环境中受天气、地理条件限制,无法保证持续稳定的能源供给。随着传感器在智能农机装备上的广泛应用,在复杂农田作业环境下实现稳定、长效的自供能,不仅可以为农业机械内部的传感器、无线通信模块、自动控制系统持续供电,还可以减少电池更换频率,降低维护成本,提高农机装备智能化水平[1-3]。

拖拉机、联合收获机等农机装备在田间作业过程中持续产生大量机械振动[4-6],而一般认为这些农机装备机械振动是能量损耗。如果能有效利用这些振动,将其转换为电能,则具有重要的现实意义。因此,收集农机装备作业过程中的振动能量,提供复杂农田作业环境中农业机械的绿色能源方案,逐渐成为智能农业领域的重要研究方向[7-9]。

压电能量收集装置在微型传感器和小型机械结构上得到应用[10-12]。基于法拉第电磁感应的电磁能量收集相较于压电能量收集,能量收集效果更好[13-15]。大功率轮式拖拉机在水泥路面或田间路面行驶工况复杂,振动频率较低,在设计振动能量收集装置时,需控制谐振频率,并增宽振动能量收集的频带,是实现高效能量收集的关键。国内外学者针对谐振频率可调的振动能量收集装置开展了相关研究。GUO 等[16]通过多物理场模型与室内试验相结合方法,探讨了长度、宽度、厚度以及质量因素影响多自由度悬臂梁谐振频率的规律,得到谐振频率变化范围为 5 ~ 35 Hz。CHALLA 等[17]针对压电能量收集不可调谐的问题,设计了双向共振频率可调谐的压电能量收集器,可实现频率 22 ~ 32 Hz 间的调节。KOURITEM 等[18]为克服传统阵列式振动能量装置收集频率单一,通过引入多个压电悬臂梁,并改变梁上质量块位置,使各质量块在空间上构成特定夹角,拓宽了频带,并提高了能量收集效率。KANG 等[19]通过改变齿轮组角度使系统固有频率发生变化,提高振动能量收集系统收集效率。杨俊斌等[20]设计了复合梁压电-电磁能量收集器,有效工作带宽为 13.4 Hz。吕品雷等[21]采用了悬臂梁谐振结构,结合压电和电磁 2 部分,采集高压频率下的振动能量。WANG 等[22]探讨了非线性压电电磁振动式能量收集器的能量收集,推导了机电耦合模型,并验证了振动能量收集性能。SANTOS 等[23]将压电材料应用于农业机械的能量收集,集成到质量弹簧系统中,测试了串联、并联和混合排列的能量收集性能。李岩[24]设计了机械式馈能装置,建立了非线性数学模型,并结合电磁和压电,收集行驶时的拖拉机前端振动能量。李守太等[25]设计了惯性摆式俘能器,安装在农业机械典型振动部位,以配重块质量、惯性摆半径、不同激励振幅为变量,研究了其能量俘获特性。

综上,目前缺少结合农业机械工作过程振动特性与振动能量收集装置发电性能的研究,且大多停留在实验室能量收集阶段,未进入实际应用场景。针对农业机械田间作业过程的低频振动能量收集存在谐振频率调节不便和调频范围窄等问题,本文设计一种谐振频率可调的压电电磁耦合振动能量装置,推导该装置理论模型,得到机电耦合方程。通过室内试验,研究振动能量收集装置中负载电阻、激振频率、激振加速度、磁距对发电性能的影响,并研究改变磁距对谐振频率的影响规律。利用 EH2604 型大功率拖拉机开展田间试验,研究农田土壤路面条件下振动能量回收装置的发电性能,验证应用在大功率拖拉机上的有效性。

1 振动能量收集装置设计与理论分析

1.1 装置设计

设计的谐振频率可调压电-电磁耦合振动能量收集装置包括固定台支架、压电悬臂梁、电磁线圈和弯曲压电换能器。如图 1 所示,固定台支架包括上

固定台、下固定台、螺栓、螺母和夹台；压电悬臂梁基板为铝材，悬臂梁根部表面安装了一对上下对称的压电片（PZT－5H 型），通过环氧树脂胶定向粘贴，构成串联双晶压电悬臂梁结构；电磁部分包括磁铁、线圈、线圈骨架和线圈放置台；上、下固定台通过螺栓和螺母固定，压电悬臂梁通过夹台夹紧，夹台通过螺母固定在螺栓中间位置，可调节上、下固定台位置，从而改变磁铁间距。

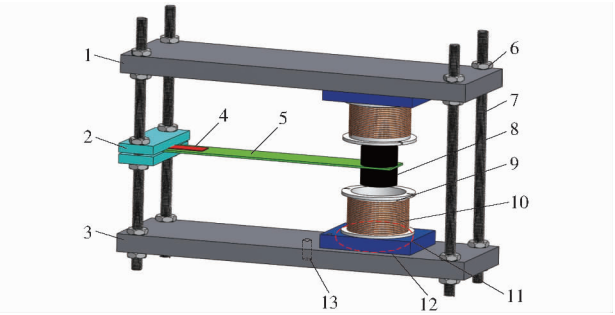


图 1　谐振频率可调压电-电磁耦合振动能量收集装置结构图

Fig. 1　Schematic of piezoelectric－electromagnetic coupling vibration energy harvesting device with adjustable resonant frequency

1. 上固定台　2. 夹台　3. 下固定台　4. 压电片　5. 铝基板　6. 螺母　7. 螺栓　8. 磁铁　9. 线圈骨架　10. 线圈　11. 弯曲压电换能器　12. 线圈放置台　13. 安装孔

弯曲压电换能器包括压电片、弯曲夹片和磁铁，如图 2 所示。

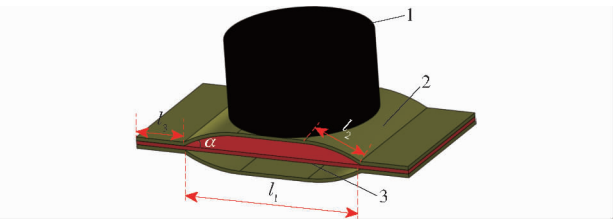


图 2　弯曲压电换能器结构简图

Fig. 2　Schematic of bending piezoelectric transducer

1. 磁铁　2. 弯曲夹片　3. 压电片

振动能量收集装置固定台长宽高为 200 mm × 55 mm × 10 mm、夹台为 55 mm × 20 mm × 5 mm、压电片为 20 mm × 10 mm × 0.5 mm、铝基板为 150 mm × 20 mm × 1 mm。

1.2　理论分析

基于 Hamilton 原理和变分法，以悬臂梁末端位移 $q(t)$、压电悬臂梁双晶压电片电压 $V_1(t)$、上电磁线圈电流 $I_{e1}(t)$、下电磁线圈电流 $I_{e2}(t)$、上弯曲压电换能器压电片电压 $V_{B1}(t)$、下弯曲压电换能器压电片电压 $V_{B2}(t)$ 为独立变量，并将系统一阶固有频率定义为 ω_1。设外部激励为 $F(t)$，建立外部激励下多物理场耦合谐振频率可调压电-电磁耦合振动能量收集系统的分布式参数模型，$w(x,t)$ 为压电悬臂梁绝对位移，根据 Hamilton 原理有

$$\int_{t_1}^{t_2}\left[\delta(T-U-U_m+W_e+W_c-\Psi)+\delta W_{nc}\right]\mathrm{d}t=0 \tag{1}$$

式中　T——系统总动能

U——系统总势能

U_m——总磁势能

W_e——电磁线圈电势能

W_c——电磁线圈电磁能

Ψ——弯曲压电换能器变形焓

W_{nc}——虚功

铝基板动能 T_b 表示为

$$T_b=\frac{1}{2}\int_{v_b}\rho_b\left(\frac{\partial w(x,t)}{\partial t}\right)^2\mathrm{d}v_b \tag{2}$$

式中　ρ_b——铝基板密度

v_b——铝基板体积

压电悬臂梁上压电片动能 T_p 表示为

$$T_p=\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{2}\int_{v_i}\rho_p\left(\frac{\partial w(x,t)}{\partial t}\right)^2\mathrm{d}v_p \tag{3}$$

式中　ρ_p——压电片密度

v_p——压电片体积

v_i——第 i 块压电片体积

压电悬臂梁末端磁铁动能 T_M（考虑转动惯量）表示为

$$T_M=\frac{1}{2}M_t\left(\left[\frac{\partial w(x,t)}{\partial t}\right]_{x=l_b}+\frac{l_b}{2}\left[\frac{\partial w(x,t)}{\partial t\partial x}\right]_{x=l_b}+\dot{z}(t)\right)^2+\frac{1}{2}I_t\left[\frac{\partial w(x,t)}{\partial t\partial x}\right]_{x=l_b}^2 \tag{4}$$

式中　M_t——压电悬臂梁末端磁铁质量

$z(t)$——压电悬臂梁末端速度

l_b——铝基板长度

I_t——转动惯量

系统总动能 T 表示为

$$T=T_b+T_p+T_M \tag{5}$$

在外界激励下，压电悬臂梁上下运动，铝基板和压电层产生弹性势能，铝基板弹性势能 U_b 可表示为

$$U_b=\frac{1}{2}Y_bI_b\int_0^{l_b}\left(\frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2}\right)^2\mathrm{d}x \tag{6}$$

式中　Y_b——铝基板杨氏模量

I_b——截面惯性矩

压电片弹性势能 U_p 表示为

$$U_p=\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{2}\int_{v_i}T_1S_1\mathrm{d}v_i \tag{7}$$

式中　v_i——第 i 块压电片体积

T_1——压电片应力

S_1——压电片应变

压电层发生形变产生电能 W_p 表示为

$$W_p = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{2}\int_{v_i} E_{3,i}D_{3,i}\mathrm{d}v_i \tag{8}$$

式中 $E_{3,i}$——第 i 块压电片电场强度

$D_{3,i}$——第 i 块压电片电位移

系统总势能 U 可表示为

$$U = U_b + U_p - W_p \tag{9}$$

压电悬臂梁末端磁铁上下运动时，上下电磁线圈周围的磁通密度发生变化，磁通量改变，根据法拉第电磁感应定律，闭合线圈内部产生感应电流，线圈两端形成感生电动势，同时线圈中电流会对磁铁产生阻碍运动的反作用力，即为安培力，系统线圈安培力做功 W_e 表示为

$$W_e = \theta_e\dot{Q}_{e1}w(x,t) + \theta_e\dot{Q}_{e2}w(x,t) \tag{10}$$

式中 θ_e——电磁耦合系数[26]

$\dot{Q}_{e1}$——上电磁线圈电路中电荷一阶导数

$\dot{Q}_{e2}$——下电磁线圈电路中电荷一阶导数

铜绕制线圈存在电感，随着磁铁的运动产生电磁能，系统电磁能 W_c 表示为

$$W_c = \frac{1}{2}L_{c1}\dot{Q}_{e1}^2(t) + \frac{1}{2}L_{c2}\dot{Q}_{e2}^2(t) \tag{11}$$

式中 L_{c1}——上电磁线圈电感

L_{c2}——下电磁线圈电感

电磁线圈匝数为 4 200，线圈高度为 20 mm，导线线径为 0.1 mm，磁铁尺寸（底面半径 × 高度）为 10 mm × 10 mm。

利用磁偶极子模型[27]分析振动能量收集装置磁铁间的相互作用力，以及磁铁间互斥力在弯曲压电换能器上的作用位置，如图 3 所示。

磁铁 A、B、C 磁矩分别表示为

$$\begin{cases}\boldsymbol{m}_A = M_A V_A \sin\theta\boldsymbol{e}_x - M_A V_A\cos\theta\boldsymbol{e}_z\\ \boldsymbol{m}_B = M_B V_B\boldsymbol{e}_z\\ \boldsymbol{m}_C = M_C V_C\boldsymbol{e}_z\end{cases} \tag{12}$$

式中 M_A、M_B、M_C——永磁体 A、B、C 磁化强度

V_A、V_B、V_C——永磁体 A、B、C 体积

$\boldsymbol{e}_z$——z 轴方向单位向量

$\boldsymbol{e}_x$——x 轴方向单位向量

由图 3 几何关系可知，压电悬臂梁磁铁最外端位移为 $w(l_b,t)$，磁铁 A 偏转角为 θ，压电悬臂梁磁铁与上下端固定磁铁水平位移为 Δx，$\Delta x = (w(l_b,t) - a\sin\theta)\tan\theta$。其中 $a \ll l_b$，$\theta \approx 0°$，$\tan\theta = 0$，$a\sin\theta = 0$，则末端磁铁 A 与固定磁铁 B、C 距离 $\boldsymbol{r}_{BA}$、$\boldsymbol{r}_{CA}$ 关系为

$$\begin{cases}\boldsymbol{r}_{BA} = -(d - w(l_b,t))\boldsymbol{e}_z\\ \boldsymbol{r}_{CA} = (d + w(l_b,t))\boldsymbol{e}_z\end{cases} \tag{13}$$

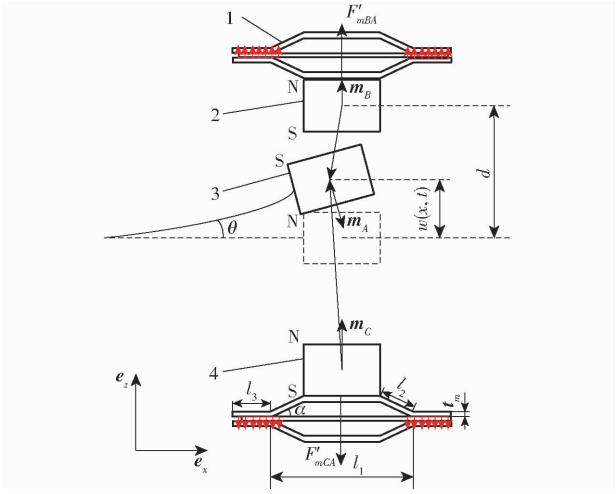


图 3 磁偶极子模型及磁斥力在弯曲压电换能器的作用位置

Fig. 3 Magnetic dipole model and location of magnetic repulsion on bending piezoelectric transducer

1. 弯曲压电换能器 2. 磁铁 B 3. 磁铁 A 4. 磁铁 C

式中 d——磁铁 A 与磁铁 B 距离

磁铁 B、C 在磁铁 A 处的磁通密度 $\boldsymbol{B}_{BA}$、$\boldsymbol{B}_{CA}$ 为

$$\begin{cases}\boldsymbol{B}_{BA} = -\dfrac{\mu_0}{4\pi}\nabla\dfrac{\boldsymbol{m}_B\boldsymbol{r}_{BA}}{|\boldsymbol{r}_{BA}|^3}\\ \boldsymbol{B}_{CA} = -\dfrac{\mu_0}{4\pi}\nabla\dfrac{\boldsymbol{m}_C\boldsymbol{r}_{CA}}{|\boldsymbol{r}_{CA}|^3}\end{cases} \tag{14}$$

式中 ∇——函数梯度计算符号

μ_0——真空磁导率

同时偏转角 θ 与挠度 $w(l_b,t)$ 满足

$$\theta(t) = \arctan(w'(l_b,t)) \tag{15}$$

磁铁 A 与磁铁 B、C 之间的磁势能 U_{BA}、U_{CA} 可表示为

$$\begin{cases}U_{BA} = -\boldsymbol{m}_A\boldsymbol{B}_{BA}\\ U_{CA} = -\boldsymbol{m}_A\boldsymbol{B}_{CA}\end{cases} \tag{16}$$

系统总磁势能 U_m 可表示为

$$U_m = U_{BA} + U_{CA} \tag{17}$$

将式(17)关于 $q(t)$ 泰勒展开，得到磁势能 U_m 的泰勒展开式，求关于 $q(t)$ 的导数得到磁铁 A 与 B、磁铁 A 与 C 间磁斥力 F_m。

谐振频率可调的压电-电磁耦合振动能量收集装置中弯曲压电换能器部分，顶部磁铁 B、C 受到压电悬臂梁末端磁铁 A 的磁力作用，上下弯曲压电换能器受到应力产生应变，上、下弯曲压电换能器产生的变形焓[28] Ψ_u、Ψ_d 分别表示为

$$\begin{cases}\Psi_u = \displaystyle\int_0^{t_p}\int_0^b\int_0^l \delta\Psi_u\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z\\ \Psi_d = \displaystyle\int_0^{t_p}\int_0^b\int_0^l \delta\Psi_d\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z\end{cases} \tag{18}$$

式中 t_p——弯曲压电换能器压电片厚度

b——弯曲夹片宽度

l——弯曲压电换能器长度

压电悬臂梁受阻尼力、静电力、电磁力，弯曲压电换能器对系统所做虚功为

$$\delta\int_{t_1}^{t_2} W_{nc} = -\int_0^{l_b} c_1\dot{w}(x,t)\delta w(x,t)\,\mathrm{d}x - V_i(t)\delta Q_i - \delta Q_1(R_c+R_{L_1})\dot{Q}_1 - \delta Q_2(R_c+R_{L_2})\dot{Q}_2 - Q_i\delta V_i \tag{19}$$

式中　c_1——机械阻尼系数

R_c——电磁线圈内阻

R_{L_1}、R_{L_2}——上、下线圈负载电阻

采用 Rayleigh－Ritz 法对压电悬臂梁末端位移 $w(x,t)$ 降阶求解。将位移 $w(x,t)$ 用悬臂梁的前 N 阶模态表示为[29]

$$w(x,t) = \sum_{i=1}^{N}\varphi_i(x)q_i(t) \tag{20}$$

式中　$\varphi_i(x)$——第 i 阶模态

$q_i(t)$——广义模态坐标

将式(20)分别代入式(5)、(9)、(10)、(17)、(18)、(19)，得到动能、势能、磁势能、安培力做功、弯曲压电换能器变形焓、虚功的微分表达式。

将得到的微分表达式代入式(1)，得到谐振频率可调压电-电磁耦合振动能量收集装置机电耦合方程为

$$\begin{cases}
\ddot{q}(t)+2\zeta_1\omega_1\dot{q}(t)+\omega_1^2 q(t)-\theta_p V_1(t)+\lambda\left[\left(-\dfrac{2\phi'^2(l_b)}{d^3}+\dfrac{24\phi^2(l_b)}{d^5}\right)q(t)+\left(\dfrac{3\phi'^4(l_b)}{d^3}-\dfrac{24\phi^2(l_b)\phi'^2(l_b)}{d^5}+\dfrac{120\phi^4(l_b)}{d^7}\right)q^3(t)\right]-\\
\theta_e I_{e1}(t)-\theta_e I_{e1}(t)+\beta\left(F_{mBA}\dfrac{\partial F_{mBA}}{\partial q}+F_{mCA}\dfrac{\partial F_{mCA}}{\partial q}\right)-\\
d_{eff}\dfrac{\partial F_{mBA}}{\partial q}V_{B1}-d_{eff}\dfrac{\partial F_{mCA}}{\partial q}V_{B2}=F(t)\\
\theta_p\dot{q}(t)+\dfrac{1}{2}C_p\dot{V}_1(t)-\dfrac{V_1(t)}{R_1}=0\\
\theta_e\dot{q}(t)-I_{e1}(R_2+R_c)-L_{c1}\dot{I}_{e1}=0\\
\theta_e\dot{q}(t)-I_{e2}(R_3+R_c)-L_{c2}\dot{I}_{e2}=0\\
C_{p_1}\dot{V}_{B1}(t)+\dfrac{V_{B1}(t)}{R_{B1}}-d_{eff}\dfrac{\partial F_{mBA}}{\partial q}\dot{q}(t)=0\\
C_{p_2}\dot{V}_{B2}(t)+\dfrac{V_{B2}(t)}{R_{B2}}-d_{eff}\dfrac{\partial F_{mCA}}{\partial q}\dot{q}(t)=0
\end{cases} \tag{21}$$

式中　ζ_1——一阶阻尼比

θ_p——悬臂梁和压电片的机电耦合系数

C_p——电容

d_{eff}——弯曲压电换能器等效压电系数

β——弯曲压电换能器的放大系数

F_{mBA}——磁铁 A 与 B 间磁斥力

F_{mCA}——磁铁 A 与磁铁 C 间磁斥力

$\phi(l_b)$——各阶模态函数

R_i——各发电部分负载电阻

2　发电特性试验

2.1　振动能量收集测试系统

通过室内激励测试系统，改变负载电阻、激励频率、激振加速度、磁距 4 个参数，测试振动能量收集装置发电性能。采用 NI 采集卡采集数据，采样频率设置为 2 000 Hz，每组试验采集 3 次，计算平均值作为能量收集装置发电功率。

搭建振动能量收集测试系统(图 4)，包括信号发生器、功率放大器、激振器、试验样机、负载电阻、NI 采集卡和计算机。信号发生器发出简谐激励信号，通过功率放大器放大激励信号，负载电阻两端连接 NI 采集卡。试验仪器及参数如表 1 所示。

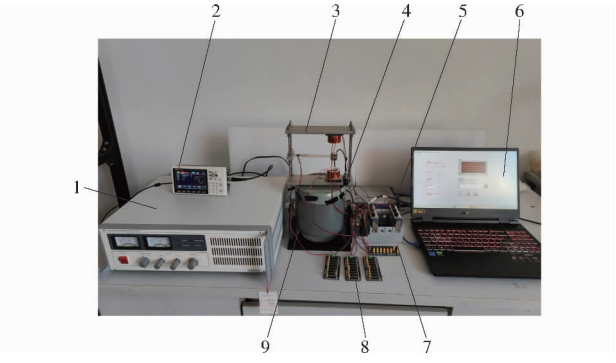


图 4　测试系统

Fig. 4　Test system

1. 功率放大器　2. 信号发生器　3. 振动能量收集装置　4. 加速度传感器　5. 振动采集仪　6. 计算机　7. NI 采集卡　8. 可变电阻　9. 电磁激振器

表 1　试验仪器及参数

Tab. 1　Experimental instruments and parameters

仪器名称	参数/型号
加速度传感器	9226(540)
信号发生器	UTG926
功率放大器	YE5872
激振器	电磁激振器
振动测试仪	INV 3062－C1
NI 数据采集卡	NI9225
压电可变负载电阻	10 MΩ
电磁可变负载电阻	10 kΩ

利用 COMSOL 软件对带有磁铁的压电悬臂梁进行模态分析，得到其一阶模态频率为 10.05 Hz，如图 5 所示。在非线性磁力作用下，压电悬臂梁谐振

频率大于其一阶模态频率,由于主要收集低频振动能量,因此,设置激振频率为 11 ~ 19 Hz。

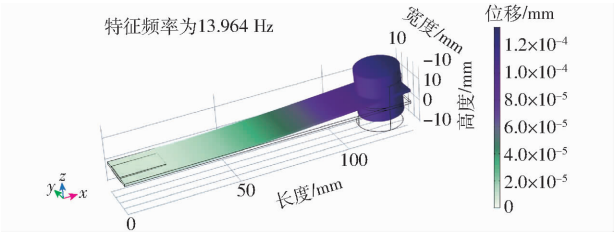


图 5 压电悬臂梁一阶模态分析

Fig. 5 First order modal analysis of piezoelectric cantilever beam with magnet at end

2.2 最优负载

为确定最优负载电阻,进行了负载电阻扫描试验,振动加速度为 1 g,磁距设定为 68 mm,分别在激振频率 11、13、15、17、19 Hz 下,获得压电悬臂梁、电磁线圈和弯曲压电换砖器输出功率随负载变化规律如图 6 ~ 8 所示。

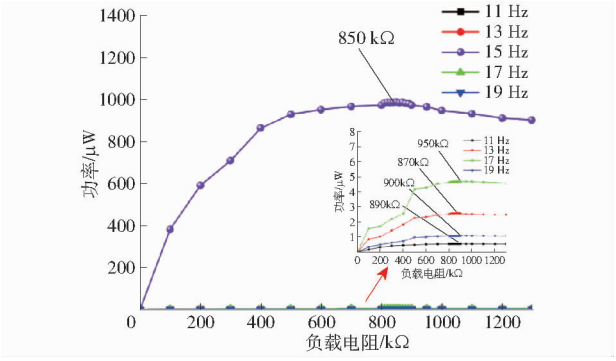


图 6 压电悬臂梁输出功率随负载变化曲线

Fig. 6 Variation curves of output power of piezoelectric cantilever beam with load

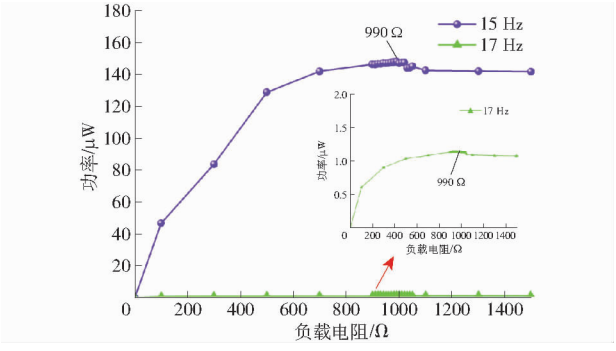


图 7 电磁线圈输出功率随负载变化曲线

Fig. 7 Variation curves of output power of electromagnetic coil with load

由图 6 ~ 8 可知,随着负载电阻逐渐增大,激振频率在 11 ~ 19 Hz 范围内变动,输出功率呈先增大后减小变化趋势,并在特定负载电阻值处取得峰值。从图 6 可知,悬臂梁压电片最优负载为 850 kΩ,最优激振频率为 15 Hz;由于电磁线圈的最优负载阻值与激励频率无关,仅测试了激励频率为 15、17 Hz 情况。从图 7 可知,电磁线圈最优负载为 990 Ω,最优负载输出功率为 147.98 μW;图 8 表明弯曲压电换能器最优负载为 300 kΩ,最优激振频率为 15 Hz。

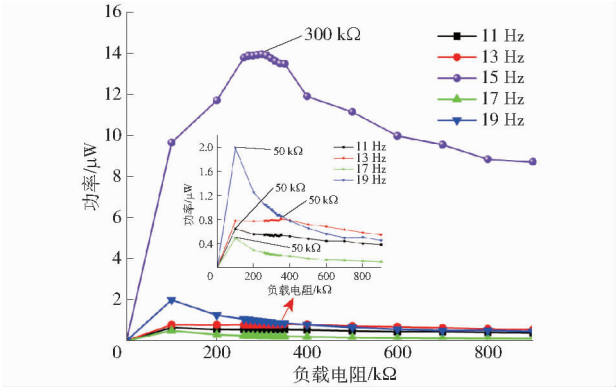


图 8 弯曲压电换能器输出功率随负载变化曲线

Fig. 8 Variation curves of output power of bending piezoelectric transducer with load

综合图 7、8 可知,振动能量收集装置中压电悬臂梁、弯曲压电换能器负载电阻最优值与激振频率有关;在最优负载电阻值时,能够收集到最大振动能量。

2.3 激振加速度对振动能量的影响

试验过程中,激振加速度低,产生振动和电压信号小,激振加速度大,将导致压电陶瓷片断裂。为探究激振加速度对振动能量收集装置输出功率的影响规律,选择激振加速度为 0.5 g、1 g、1.5 g 和 2 g 进行试验。当磁距为 48 mm、激振加速度为 0.5 g ~ 2 g 时,输出功率随激振频率的变化规律如图 9 所示。

由图 9 可知,在激振加速度为 0.5 g 时,振动能量收集装置输出功率在 20.4 Hz 处达到峰值,压电悬臂梁、上下电磁线圈、上下弯曲压电换能器峰值输出功率分别为 193.16 μW、670.81 μW、757.76 μW、2.47 nW、41.17 nW,总输出峰值功率为 1.62 mW。

当激振加速度为 1 g 时,输出功率仍在 20.4 Hz 处达到峰值,压电悬臂梁、上下电磁线圈、上下弯曲压电换能器峰值输出功率分别为 583.77 μW、1 741 μW、1 965.6 μW、1.78 nW、240.39 nW,总输出峰值功率为 4.29 mW。

当激振加速度为 1.5 g 时,各发电部分输出功率均在 20.6 Hz 处达到新峰值,压电悬臂梁、上下电磁线圈、上下弯曲压电换能器峰值功率分别为 1 258.65 μW、3 661.5 μW、4 117.6 μW、23.35 nW、230.3 nW,总输出峰值功率为 9.04 mW。

当激振加速度为 2 g 时,各发电部分输出功率在 20.8 Hz 处达到峰值,压电悬臂梁、上下电磁线圈、上下弯曲压电换能器峰值功率分别为 2 082.3 μW、6 123.9 μW、6 849.3 μW、39.89 nW、

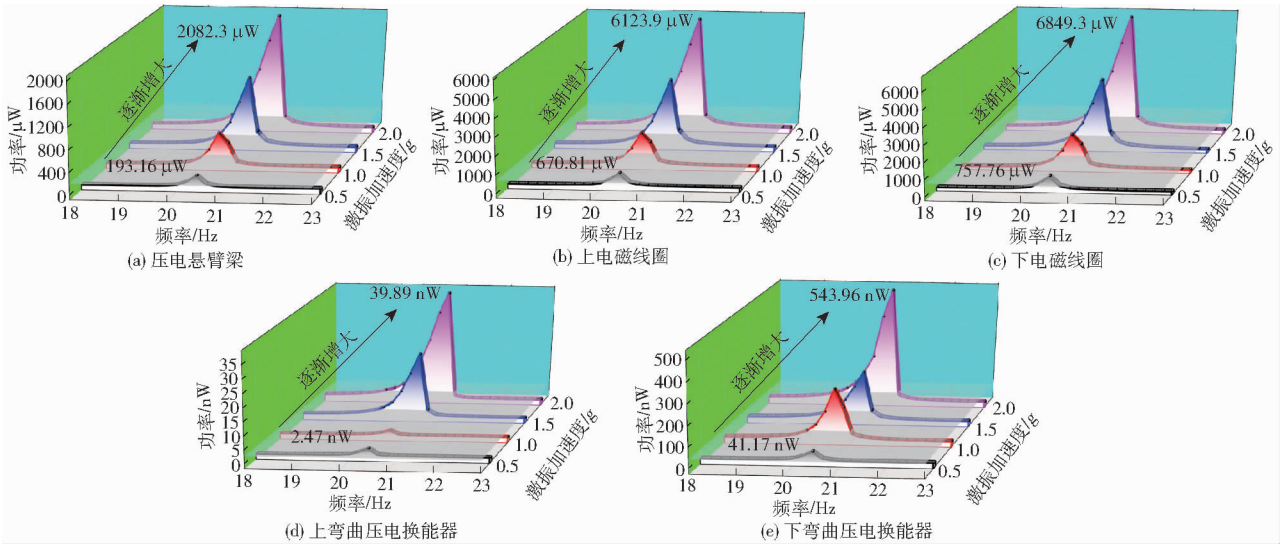


图 9　不同激振加速度下输出功率随激励频率变化规律

Fig. 9　Variation of output power with excitation frequency under different excitation accelerations

543.96 nW，总输出峰值功率为 15.06 mW。

通过研究发现，当激振加速度为 0.5 g 时，系统振幅较小，受势阱约束，表现为线性单稳态运动。由于势阱的束缚作用，输出功率较低。当激振加速度为 2 g 时，系统振幅增大，系统能量足够克服势垒，非线性增强，谐振频率从 20.4 Hz 变为 20.8 Hz，进入双稳态振动模式。

对比不同激振加速度下振动能量收集装置输出电压及功率，随着激振加速度增大，系统运动幅度增大，提供能量帮助单稳态运动越过能量势垒，进入双稳态运动，提高了输出电压和功率，非线性刚度增大，谐振频率发生变化，拓宽了振动能量收集频带，提高振动能量收集装置发电性能。

2.4　磁距对谐振频率与振动能量的影响

调整磁距可改变非线性磁力，为探究磁距对振动能量收集装置发电性能的影响规律，设定磁距分别为 38、43、48、53、58、63、68 mm，研究不同磁距对压电悬臂梁谐振频率和振动能量产能效率的影响规律。激振加速度为 1 g，外部负载为最优负载，获得不同磁距下输出功率随激振频率变化如图 10、11 所示。

由图 10 可知，当磁距为 38 mm 时，在 31 Hz 处出现

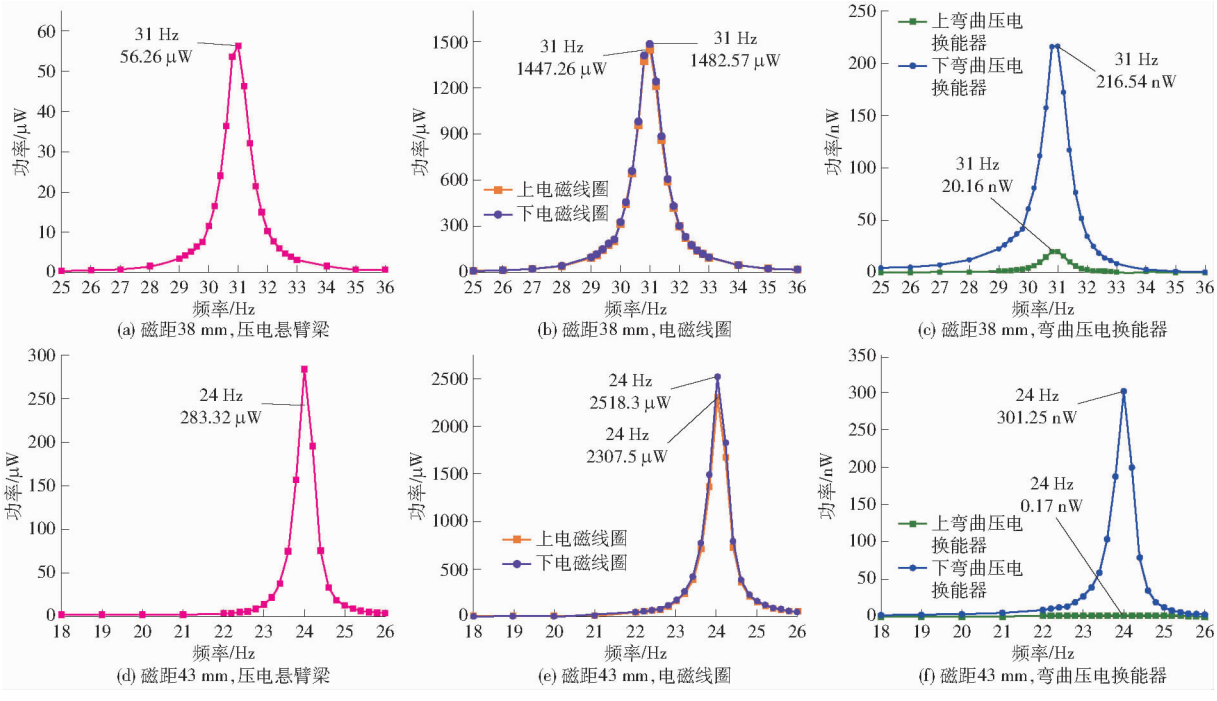


图 10　磁距 38 mm 和 43 mm 下振动能量收集装置输出功率随激振频率变化曲线

Fig. 10　Variation curves of output power of vibration energy harvesting device changed with excitation frequency at 38 mm and 43 mm magnet distance

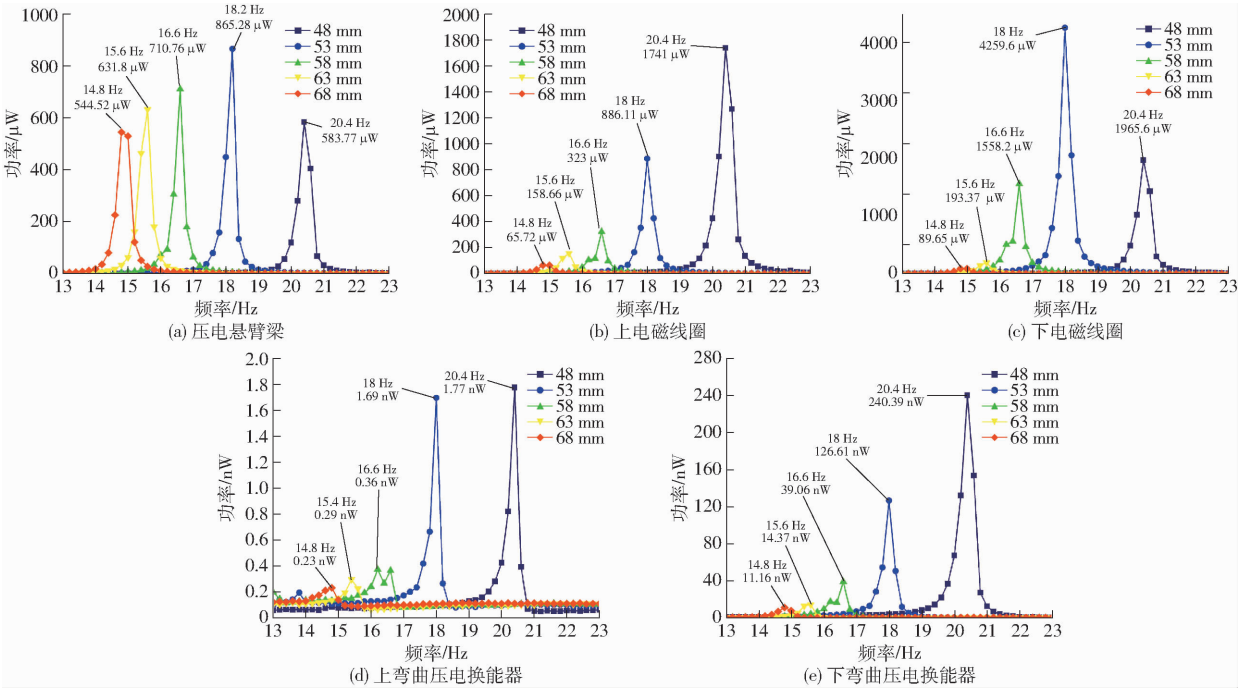


图 11 不同磁距下振动能量收集装置输出功率随激振频率变化曲线

Fig. 11 Variation curves of output power of vibration energy harvesting device with excitation frequency under different magnet distances

峰值功率,压电悬臂梁、上下电磁线圈、上下弯曲压电换能器输出功率分别为 56.26 μW、1 447.26 μW、1 482.57 μW、20.16 nW、216.54 nW;当磁距为 43 mm 时,在 24 Hz 处出现峰值功率,压电悬臂梁、上下电磁线圈、上下弯曲压电换能器输出功率分别为 283.32 μW、2 307.5 μW、2 518.3 μW、0.17 nW、301.25 μW。通过分析输出功率峰值,可找到振动能量收集装置产能的谐振频率。

由图 11 可知,当磁距为 48 mm 时,在 20.4 Hz 处出现峰值功率,输出功率分别为 583.77 μW、1 741 μW、1 965.6 μW、1.77 nW、240.39 nW。当磁距为 53 mm 时,在 18.2 Hz 处出现峰值功率,输出功率分别为 865.28 μW、886.1 μW、4 259.6 μW、1.69 nW、126.61 nW。当磁距为 58 mm 时,在 16.6 Hz 处出现峰值功率,输出功率分别为 710.76 μW、323 μW、1 558.2 μW、0.36 nW、39.06 nW。当磁距为 63 mm 时,在 15.6 Hz 处出现峰值功率,输出功率分别为 631.8 μW、158.66 μW、193.37 μW、0.29 nW、14.37 nW。当磁距为 68 mm 时,在 14.8 Hz 处出现峰值功率,输出功率分别为 544.52 μW、65.72 μW、89.65 μW、0.23 nW、11.16 nW。

研究发现,随着磁距增大,装置产能峰值频率逐渐减小,在谐振频率附近能实现高效率能量收集。磁距从 38 mm 增大至 68 mm,振动能量收集装置谐振频率由 31 Hz 减小为 14.8 Hz,振动能量收集装置发电性能先增大后减小,在磁距为 53 mm 处出现最高输出功率,谐振频率可调范围为 14.8 ~ 31 Hz。磁距增大,谐振频率减小,主要是由于磁力变小引起压电悬臂梁位移振幅增大,出现软化刚度效应,非线性刚度降低,导致系统谐振频率降低。

对比不同磁距发电性能,磁距从 38 mm 增大到 53 mm,磁力作用减弱,对压电悬臂梁末端自由位移限制减小,装置整体发电效率提高;磁距从 53 mm 增大到 68 mm,磁力作用减弱,压电悬臂梁振动减小,功率输出减少。磁距为 63 mm 和 68 mm,电磁线圈和弯曲压电换能器输出功率大幅度下降,说明磁力作用微弱。

通过上、下电磁线圈、压电换能器输出功率可以得到,下半部分输出功率高于上半部分,主要是由于悬臂梁末端磁铁运动过程中受重力作用,向下运动行程大于向上运动行程,导致电磁线圈、压电换能器上、下两部分输出功率存在差异。

3 田间试验

为验证该装置在大功率拖拉机上的有效性和应用效果,将该装置安装到大功率拖拉机上,进行振动能量收集装置的农田土壤路面发电性能试验,在农田土壤路面工况下收集振动能量。

3.1 振动能量收集田间试验

设计的振动能量收集装置主要收集垂向振动能量,选择大功率拖拉机垂向振动大、存在共振频率和空间布局合理的位置。在设计谐振频率可调压电-

电磁耦合振动能量收集装置前，对山东五征集团 EH2604 型拖拉机发动机支架进行振动测试。

当车速为 8 km/h 时，EH2604 型拖拉机发动机支架处时域信号和频率特征如图 12 所示。

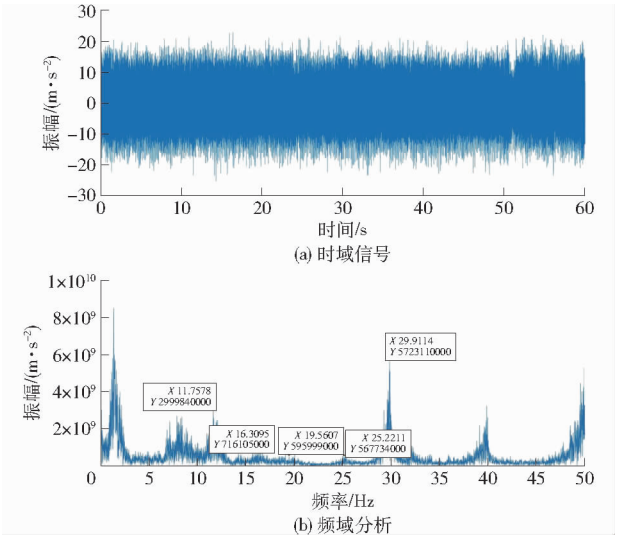


图 12　EH2604 型拖拉机发动机支架振动特性分析

Fig. 12　EH2604 tractor engine bracket vibration characteristics analysis

在不同车速下，提取农田土壤路面条件下 0 ~ 50 Hz 主要频率，如表 2 所示。

表 2　农田土壤路面发动机支架频率

Tab. 2　Frequency of engine bracket on agricultural soil road

车速/(km·h⁻¹)	频率/Hz
0(怠速)	36. 26、15. 40、18. 12、24. 16、
4	36. 68、27. 51、23. 32、10. 82、
8	29. 91、11. 76、16. 31、19. 56
12	2. 07、12. 76、32. 34、14. 17

由表 2 可知，存在多个振动频率在能量收集装置的频率范围，有利于能量收集。

3.2　农田土壤路面发电性能试验

为验证设计的振动能量收集装置在大功率拖拉机上的有效性，在山东省济宁市兖州区新兖镇周家楼开展农田试验，试验现场如图 13 所示。

试验中，改变拖拉机车速和振动能量收集装置磁距，外部负载不变。结合室内试验，设置压电悬臂梁、电磁线圈、弯曲压电换能器外部负载分别为 900、1、300 kΩ；车速设置为 0(怠速)、4、8、12 km/h；磁距设置为 38、43、48、53、58、63、68 mm。在不同磁距、不同车速下，分析振动能量收集装置发电性能。

分析农田土壤路面振动能量收集装置振动数据的时域信号，提取不同车速下的频率数据，如表 3 所示。



图 13　农田土壤路面试验

Fig. 13　Agricultural soil road test

表 3　农田土壤路面振动能量收集装置频率

Tab. 3　Frequency of vibration energy harvesting device on agricultural soil pavement

车速/(km·h⁻¹)	频率/Hz
0(怠速)	36. 25、30. 21、24. 17、18. 13、
4	36. 64、27. 48、23. 30、18. 33
8	1. 84、8. 41、10. 31、11. 77、
12	2. 15、12. 46、30. 14、14. 80

在农田土壤路面条件下，研究不同磁距和车速影响振动能量收集装置的发电性能，如图 14 所示。

由图 14a 可知，当磁距不变时，随着车速不断增大，振动能量收集装置能量收集效率越好。当磁距为 38、48 mm 时，装置能量收集效果高于其他磁距。当拖拉机车速为 0、4、8、12 km/h 时，最高输出功率分别为 0. 41、4. 58、3. 47、6. 81 μW。

结合室内试验可知，当磁距为 38、48 mm 时，压电悬臂梁最优输出频率分别为 31、20. 4 Hz。当磁距为 63 mm，车速为 12 km/h 时，最优输出频率在 15 Hz 附近，装置振动频率接近室内峰值输出功率对应的频率。进一步，结合表 3 测试获得振动频率数据，频率接近各磁距下压电悬臂梁的最优输出功率对应频率，表明不同磁距下的能量收集特性与其谐振频率密切相关。

由图 14b、14c 可知，农田路面工况下，电磁线圈发电性能随着车速增大，输出功率增大。当磁距为 38 mm 时，电磁线圈发电性能均达到峰值，上电磁线圈输出功率如图 14b 所示，怠速时，其输出功率为 2. 27 μW；当车速为 4、8、12 km/h 时，输出功率分别为 7. 06、6. 88、8. 34 μW。下电磁线圈输出功率如图 14c 所示，当车速为 0、4、8、12 km/h 时，输出功率分别为 2. 43、7. 84、8. 63、10. 58 μW。通过分析农田工况下的电磁线圈输出功率分布，农田土壤路面存在较强的非均匀激励，磁铁运动受到限制，出现位移受阻或非线性跳跃，运动轨迹随机，电磁线圈内磁通量变化速率减小，降低了电磁线圈的能量收集效率。当磁距变小时，磁铁贴近线圈，压电悬臂梁发生轻微振动，电磁线圈产生较好的输出功率。因此，电磁线

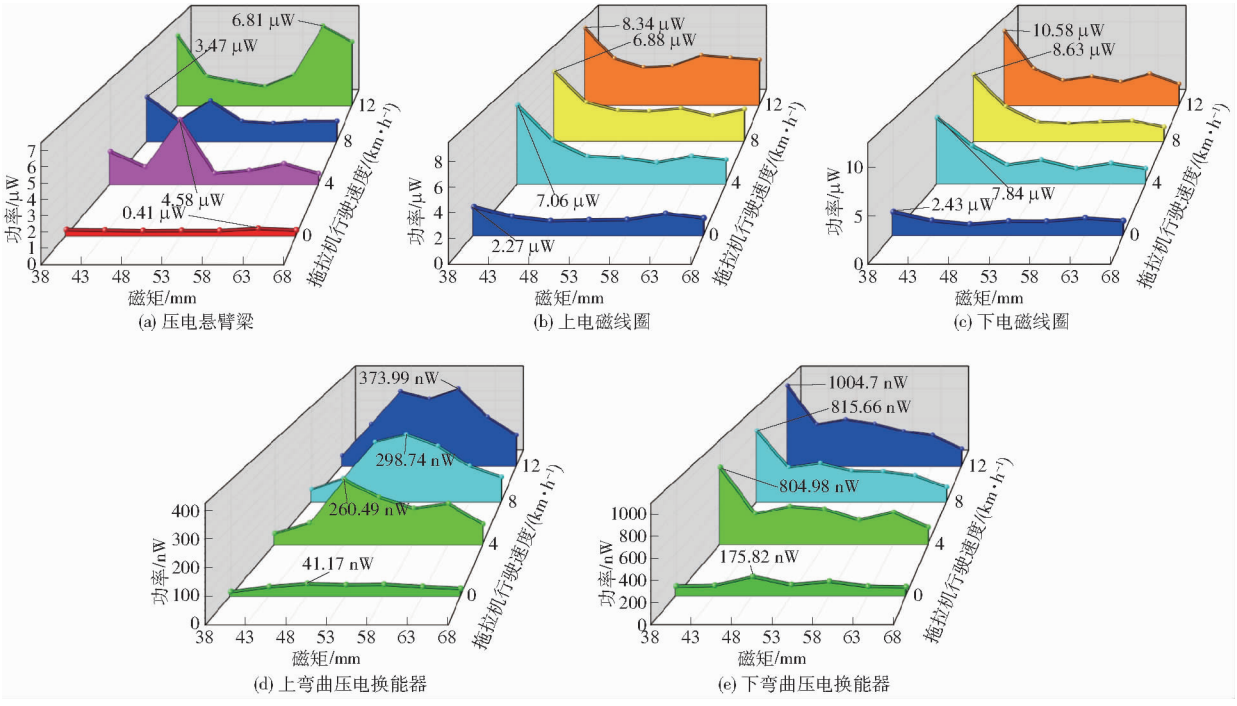


图 14 不同磁距和车速下振动能量收集装置输出功率

Fig. 14 Power of vibration energy harvesting device under different magnet distance and different vehicle speed conditions

圈在磁距为 38 mm 时发电性能更好。

由图 14d、14e 可知,上、下弯曲压电换能器都有较好的发电性能,受压电悬臂梁末端磁铁磁力作用影响。图 14d 中,当车速为怠速和 4 km/h 时,均在磁距为 48 mm 处取得最高输出功率,分别为 41.17、260.49 nW。当车速为 8 km/h,磁距为 53 mm 时得到最高输出功率 298.74 nW。车速提升至 12 km/h 时,在磁距为 58 mm 取得最高输出功率,达到 373.99 nW。图 14e 中,车速为怠速时,在磁距为 48 mm 处取得最高输出功率 175.82 nW;当车速为 4、8、12 km/h,均在磁距为 38 mm 时出现峰值输出功率,最高输出功率分别为 804.98、815.66、1 004.7 nW。

由以上分析可知,农田土壤路面工况,上、下弯曲压电换能器输出功率变化不一致,造成这种差异的原因主要是农田土壤路面工况的激励信号复杂,压电悬臂梁末端磁铁不规则运动,同时压电悬臂梁末端磁铁的重力作用,增强了下弯曲压电换能器部分的磁力作用,变形明显,提高了发电性能,减弱了上弯曲压电换能器的磁力作用,降低了发电性能。

综上所述,农田路面工况强烈的振动激励和复杂的动态特性提高了装置整体能量收集效果。然而,压电悬臂梁末端磁铁运动的不规则性导致磁通变化不稳定,削弱了电磁线圈和弯曲压电换能器的发电性能。

4 结论

(1)设计了一种谐振频率可调的压电-电磁耦合振动能量收集装置,通过调整磁距实现了谐振频率在 14.8 ~ 31.0 Hz 范围可调,提高了振动能量收集性能和适应性。

(2)振动能量收集装置发电性能受负载电阻、电磁效应及非线性影响。悬臂梁压电片、电磁线圈、弯曲换能器最优负载电阻分别为 850 kΩ、990 Ω、300 kΩ,当最优磁距为 53 mm 时,振动能量输出功率达到峰值。随着激振加速度增加,系统进入双稳态振动模式,提高了发电性能和能量收集带宽。

(3)大功率拖拉机振动能量收集农田土壤路面试验中,随着车速增加,装置输出功率提高,当磁距为 38 mm、车速为 12 km/h 时,最大输出功率为 25.97 μW。不同磁距下的最优输出频率与拖拉机振动特性相匹配,表明该装置可在复杂农田作业环境中收集振动能量,田间试验验证了该装置的实际应用价值。

参 考 文 献

[1] 徐立友,张俊江,闫祥海,等. 农业装备电动化技术研究综述[J]. 农业机械学报,2023,54(9):1 - 12.
XU Liyou, ZHANG Junjiang, YAN Xianghai, et al. Review of research for agricultural equipment electrification technology[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2023, 54(9): 1 - 12. (in Chinese)

[2] 刘浩鲁,沈成,胡良龙,等.电动农业装备研究进展与发展趋势[J].农业工程学报,2024,40(23):39 – 51.
LIU Haolu, SHEN Cheng, HU Lianglong, et al. Research progress and development trend of electric agricultural equipments [J]. Transactions of the CSAE,2024,40(23):39 – 51. (in Chinese)

[3] 李思语,李臻,何志祝,等.基于印制绕组的电磁式自供电拖拉机轮速传感器研究[J].农业机械学报,2023,54(增刊 1):411 – 418.
LI Siyu, LI Zhen, HE Zhizhu, et al. Design of electromagnetic self-powered tractor wheel speed sensor based on printed winding [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2023,54(Supp. 1):411 – 418. (in Chinese)

[4] HUANG P, YAO Y C, XIU W J, et al. Vibration modelling and testing of off-road vehicle incorporating coupled roll and pitch vibrations[J]. Biosystems Engineering, 2024, 240: 111 – 122.

[5] 翁晓星,谭大鹏,蔡勇,等.乘坐式采茶机人体垂向振动模型及减振设计与试验[J].农业机械学报,2024,55(增刊 2):380 – 388.
WENG Xiaoxing, TAN Dapeng, CAI Yong, et al. Vertical vibration model of human body and vibration reduction design and test of riding tea picker[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2024, 55(Supp. 2):380 – 388. (in Chinese)

[6] 姚艳春,赵雪彦,杜岳峰,等.考虑质量时变的收获机械工作模态分析与试验[J].农业工程学报,2018,34(9):83 – 94.
YAO Yanchun, ZHAO Xueyan, DU Yuefeng, et al. Operating modal analysis and test of harvester induced by mass-varying process[J]. Transactions of the CSAE,2018,34(9):83 – 94. (in Chinese)

[7] ZHANG Y Q, YANG T, DU H F, et al. Wideband vibration isolation and energy harvesting based on a coupled piezoelectric-electromagnetic structure[J]. Mechanical Systems and Signal Processing,2023,184: 109689.

[8] 吴义鹏,李森,蓝春波,等.压电能量俘获结构及其升频转换技术的发展现状[J].机械工程学报,2022, 58(20):27 – 45.
WU Yipeng, LI Sen, LAN Chunbo, et al. Recent development of piezoelectric energy harvesting structures and the technology of frequency up-converting oscillators[J]. Journal of Mechanical Engineering,2022,58(20):27 – 45. (in Chinese)

[9] 李利桥,高宗余,聂晶.电动拖拉机混合电源负载自适应能量管理策略研究[J].农业机械学报,2024,55(9):459 – 469.
LI Lijiao, GAO Zongyu, NIE Jing. Load-adaptive energy management strategy for electric tractor based on hybrid power source [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery,2024, 55(9):459 – 469. (in Chinese)

[10] LIN S J, KAN J W, HE C Y, et al. A direction-parallel piezoelectric wind-induced vibration energy harvester with the transducer movement oriented toward wind direction for pipeline energy harvesting[J]. Energy,2025, 319: 135028.

[11] YAMADA T, ASANUMA H, HARA Y, et al. High-fidelity analysis and experiments of a wireless sensor node with a built-in supercapacitor powered by piezoelectric vibration energy harvesting[J]. Mechanical Systems and Signal Processing,2025,224: 112147.

[12] 王旭东,王琪,王威,等.电动拖拉机复合式振动馈能系统设计及试验[J].农机化研究,2025,47(4):230 – 235.
WANG Xudong, WANG Qi, WANG Wei, et al. Design and experiment of compound vibration energy regeneration system for electric tractor[J]. Journal of Agricultural Mechanization Research,2025,47(4):230 – 235. (in Chinese)

[13] 毛新辉,张继元,齐欢,等.利用斜齿离合升频机制实现瓦级输出的超低频电磁式振动能量收集器[J].力学学报,2023, 55(10):2168 – 2177.
MAO Xinhui, ZHANG Jiyuan, QI Huan, et al. An ultra-low frequency electromagnetic vibration energy harvester with watt-level output driven by the helical clutch frequency-upgrading mechanism[J]. Acta Mechanica Sinica, 2023, 55(10):2168 – 2177. (in Chinese)

[14] SUN R Q, ZHOU S X, LI Z J, et al. Dual electromagnetic mechanisms with internal resonance for ultra-low frequency vibration energy harvesting[J]. Applied Energy,2024,369: 123528.

[15] 黄曼娟,冯孝为,刘会聪,等.基于双稳态磁耦合效应的瓦级高功率电磁振动能量收集器[J].机械工程学报,2022, 58(20):92 – 100.
HUANG Manjuan, FENG Xiaowei, LIU Huicong, et al. Bistable electromagnetic vibration energy harvester based on magnetic coupling effect realizing watt-level power output[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2022,58(20):92 – 100. (in Chinese)

[16] GUO L K, WANG H. Multi-physics modeling of piezoelectric energy harvesters from vibrations for improved cantilever designs [J]. Energy,2023,263: 125870.

[17] CHALLA V R, PRASAD M G, SHI Y, et al. A vibration energy harvesting device with bidirectional resonance frequency tunability[J]. Smart Materials and Structures,2008,17: 015035.

[18] KOURITEM S A, AL-MOGHAZY M A, NOORI M, et al. Mass tuning technique for a broadband piezoelectric energy harvester array[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2022,181: 109500.

[19] KANG X F, WANG X Z, XIA G H. Ultra-low frequency vibration energy harvesting of piezoelectric vibration systems with an adjustable device[J]. Alexandria Engineering Journal, 2024,100: 92 – 110.

[20] 杨俊斌,宋芳,申俊,等.基于复合梁结构的压电-电磁能量收集器研究[J].传感技术学报,2023,36(9):1368 – 1376.

YANG Junbin, SONG Fang, SHEN Jun, et al. Research on piezoelectric-electromagnetic energy harvester based on composite beam structure[J]. Chinese Journal of Sensors and Actuators, 2023, 36(9): 1368 – 1376. (in Chinese)

[21] 吕品雷,王子乔,杨爱军,等. 基于电磁感应和压电效应复合的变压器振动能量收集研究[J]. 高压电器,2023,59(12):145 – 151.
LÜ Pinlei, WANG Ziqiao, YANG Aijun, et al. Research on hybrid vibration energy collection based on electromagnetic induction and piezoelectric effect for transformer[J]. High Voltage Apparatus, 2023, 59(12): 145 – 151. (in Chinese)

[22] WANG L Z, LIU W D, LIN X Q, et al. Study of vibration suppression and energy harvesting for a vibration-based piezoelectric-electromagnetic energy harvester with nonlinear energy sink[J]. Journal of Magnetism and Magnetic Materials, 2024, 602: 172200.

[23] SANTOS L M D, SANTOS F L, SCINOCCA F, et al. Piezoelectric energy harvesting in agricultural machinery: impact of PZT configurations and rectification techniques on power generation[J]. Energy Reports, 2025, 13: 455 – 464.

[24] 李岩. 机械电磁式振动馈能装置的能量回收性能研究与应用[D]. 杨凌:西北农林科技大学,2022.
LI Yan. Research on energy recovery performance of mechanical electromagnetic vibration energy regenerative device and its application[D]. Yangling: Northwest A&F University, 2022. (in Chinese)

[25] 李守太,李云伍,张丽,等. 面向农业机械的惯性摆式俘能器特性研究与试验验证[J]. 农业工程学报,2022,38(8):45 – 54.
LI Shoutai, LI Yunwu, ZHANG Li, et al. Characteristics and experimental verification of the pendulum-flywheel energy harvester for agricultural machinery[J]. Transactions of the CSAE, 2022, 38(8): 45 – 54. (in Chinese)

[26] ZHANG X H, CHENG Y J, YANG W J, et al. Theoretical analysis and experimental research of piezoelectric-electromagnetic hybrid vibration energy harvester[J]. Smart Materials and Structures, 2024, 33(9): 095024

[27] YUNG K W, LANDECKER P B, VILLANI D D. An analytic solution for the force between two magnetic dipoles[J]. Physical Separation in Science and Engineering, 1998, 9: 39 – 52.

[28] ZOU H X, ZHANG W M, LI W B, et al. Magnetically coupled flextensional transducer for wideband vibration energy harvesting: design, modeling and experiments[J]. Journal of Sound and Vibration, 2018, 416: 55 – 79.

[29] 唐炜,王小璞,曹景军. 非线性磁式压电振动能量采集系统建模与分析[J]. 物理学报,2014,63(24):76 – 89.
TANG Wei, WANG Xiaopu, CAO Jingjun. Modeling and analysis of piezoelectric vibration energy harvesting system using permanent magnetics[J]. Acta Physica Sinica, 2014, 63(24): 76 – 89. (in Chinese)