doi:10.6041/j.issn.1000-1298.2026.03.025

基于声固耦合法的水翼结构模态特性研究

王　薇[1]　敬若玺[1]　曾柯烨[1]　刘铠华[1]　夏　翔[2]　张尚弘[1]
(1.华北电力大学水利与水电工程学院,北京 102206;2.国网电力工程研究院有限公司,北京 100069)

摘要:模态特性分析是进行水力机械设计的关键环节,当水力激励特性与结构的固有模态契合时,可能导致强烈共振,威胁电站的安全稳定运行。以叶轮的简化模型——水翼为研究对象,采用声固耦合法分析了水翼的干湿模态特性,探究了不同攻角和尾部修型下水翼的模态特性。研究发现,附加质量作用下水翼固有频率大幅度降低,湿模态振型也发生显著变化。攻角线性变化时,水翼固有频率呈现非线性变化趋势,2°攻角下频率最大。攻角增大到10°和15°,水翼固有频率会明显下降,15°时频率最小。攻角变化对水翼前4阶模态的展向模态位移和扭转模态的弦向模态位移影响较小,弯曲模态 f_{s1} 和 f_{s3} 的弦向模态位移差异性会增大。尾缘修型情况下,水翼固有频率会增加,30°修型对应的频率最大。尾缘修型对水翼尾缘的变形作用明显,抑制 f_{s1} 和 f_{s3} 的弯曲变形,模态位移变化范围明显减小。而且扭转模态 f_{s2}、f_{s4} 尾缘的弦向模态位移和 f_{s3} 展向模态位移出现小幅度减小。

关键词:水翼;模态特性;攻角;尾缘修型;声固耦合法
中图分类号:TK7　　**文献标识码**:A　　**文章编号**:1000-1298(2026)03-0261-09　　**OSID**:

Modal Characteristics of Hydrofoil Structure Based on Acoustic Fluid-structure Interaction Method

WANG Wei[1]　JING Ruoxi[1]　ZENG Keye[1]　LIU Kaihua[1]　XIA Xiang[2]　ZHANG Shanghong[1]
(1. *School of Water Resources and Hydropower Engineering*, *North China Electric Power University*, *Beijing* 102206, *China*
2. *State Grid Electric Power Engineering Research Institute Co.*, *Ltd.*, *Beijing* 100069, *China*)

Abstract: Modal characteristic analysis is a crucial step in the design of hydraulic machinery. When the hydraulic excitation characteristics match the natural modes of the structure, it may lead to intense resonance phenomena, threatening the safe and stable operation of the power station. The hydrofoil, a simplified model of the impeller, was taken as the research object. The acoustic fluid-structure interaction method was adopted to analyze the dry and wet modal characteristics of the hydrofoil, and the effects of the angle of attack and trailing edge modifications on the modal characteristics were investigated. It was found that the natural frequency of the hydrofoil was decreased significantly under the effect of the added mass, and the mode shape of the wet mode also changed obviously. When the angle of attack changed linearly, the natural frequency of the hydrofoil showed a non-linear variation trend, with the maximum frequency occurring at an angle of attack of 2°. When the angle of attack increased to 10° and 15°, the natural frequency of the hydrofoil decreased significantly, and the frequency was the smallest at 15°. The change in the angle of attack had little effect on the spanwise modal displacement of the first four-order modes and the chordwise modal displacement of the torsional modes of the hydrofoil, while the difference in the chordwise modal displacement of the bending modes f_{s1} and f_{s3} was increased. In the case of trailing edge modification, the natural frequency of the hydrofoil was increased, with the maximum frequency corresponding to the 30° modification. The trailing edge modification had an obvious effect on the deformation of the hydrofoil's trailing edge: suppressing the bending deformation of f_{s1} and f_{s3}, and significantly reducing the range of modal displacement changes. Moreover, there was a slight decrease in the chordwise modal displacement values of the tail edges of torsional modes f_{s2} and f_{s4}, as well as the spanwise modal displacement values of f_{s3}.

Key words: hydrofoil; modal characteristics; angle of attack; trailing edge modification; acoustic fluid-structure interaction method

收稿日期:2025-09-05　修回日期:2025-09-15
基金项目:国家自然科学基金项目(52206048)和中央高校基本科研业务费专项资金项目(2025MS072)
作者简介:王薇(1991—),女,副教授,博士,主要从事水力机械高效及安全稳定运行研究,E-mail:wweihd@ncepu.edu.cn
通信作者:张尚弘(1977—),男,教授,博士生导师,主要从事水力学及数字孪生流域研究,E-mail:zhangsh928@126.com

0 引言

水力发电作为一种可再生清洁能源,具有效率高、灵活性强和运行成本稳定等显著优势。在水力发电设备中,叶轮是能量转换的核心部件,叶片翼型结构的设计参数直接影响机组的效率和运行稳定性[1-2]。实际运行过程中,水翼会受到卡门涡街、空化、压力波动等复杂水力激励,若激励频率与水翼结构的固有频率接近或重合,将可能引发共振现象,这种共振现象不仅会引发叶片结构疲劳破坏,缩短使用寿命,严重时甚至可能导致整个电站失稳和运行事故的发生。因此,通过分析结构的模态特性,包括固有频率和模态振型,可以预测结构在特定频率激励下的振动,并采取适当措施避免共振[3-4]。

大量的学术研究通过理论、试验和计算讨论了水翼结构的模态特性。MEYERHOFF[5]利用势能理论研究了流体内部的矩形薄板,而且引入了附加质量效应。从流固耦合运动方程出发,瞿伦富等[6]分析了空气和工作流道中轴流转桨机组桨叶的主频和振型。基于二维非定常薄翼理论,MAO 等[7]求解了螺旋桨的水动力学参数[8]。DE LA TORRE 等[9]测量了水翼在不同条件下的固有频率和模态振型,发现了模态变形和节点线的位置取决于流体条件。而且受水动力载荷的不稳定性和特定频率下模态响应的影响,空化会导致振动水平的大幅增加[10]。YAO 等[11]对水翼的水力阻尼进行了识别,并用特定的测量系统估算了在不同流速下水翼的固有频率和水力阻尼。桂中华等[12]分析某原型混流式水泵水轮机组在水轮机模式启动过程中转轮的振动响应。RODRIGUEZ 等[13]建立了一个基于结构-声学耦合的流体结构相互作用数值模型,该模型可以准确预测靠近刚性表面淹没悬臂板的固有频率。刘婧[14]分别在动水和静水工况下开展了翼型结构的双向流固耦合计算,获得了弯曲模态和扭曲模态的水翼振型、固有频率和水力阻尼比。与双向流固耦合方法相比,基于声波方程的有限元方法,即声固耦合法应用方便,计算精度高。ESCALER 等[15]通过试验比较了空气中和水中转轮的模态特性,并采用声固耦合法进行了数值计算,计算值与试验值吻合较好[16]。

不同于空气,水力机械结构部件模态参数的变化很大程度上受到周边流体的影响。这是因为结构与周边重流体(水)的相互作用使得振动系统中产生了附加质量。附加质量的影响因素很多,包括浸没深度、浸没方式、壁面条件、流体声速、结构设计参数等。BERGAN 等[17]测量了流速 0 ~ 28 m/s 范围内水翼的固有频率,并指出变化在 3.22% 以内。DE LA TORRE 等[18]分析了不同介质中 NACA0009 水翼的固有模态,结果发现附加质量对第 1 阶弯曲模态的影响最大,第 2 阶弯曲模态次之,扭转模态受水体附加质量的影响较小。WANG 等[19]针对不同声速条件下翼型的模态特性进行了分析,揭示了结构湿模态和声学模态的耦合关系。其中水翼结构的设计参数,不仅影响水翼的水动力特性,还通过改变质量分布和刚度分布,对其模态特性产生显著影响。CAO 等[20]分析了间隙流体、根部圆角、叶片厚度和下环厚度对混流式水轮机转轮模态特性的影响。XIA 等[21]探究了叶片开度和轴承刚度对轴流式水轮机转轮频率的影响,提出不同导叶开度下转轮频率出现明显差异。因此,在结构设计和优化过程中,通过分析结构设计参数对模态特性的响应规律,可以提供工程指导和理论依据。

本文采用基于声波方程的声固耦合数值模拟方法,通过构建考虑附加质量效应的不同攻角和尾缘修型多组数值模拟模型,研究不同攻角和尾缘修型对水翼固有频率与模态振型的作用,明确设计参数对结构模态特性的响应规律。

1 研究方法

1.1 控制方程

分析水力机械内部流动特性时,流体运动通常可用基于质量守恒和动量守恒定律推导的连续性方程与 Navier-Stokes 方程(N-S 方程)来描述,即

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \boldsymbol{U}) = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial (\rho \boldsymbol{U})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \boldsymbol{U}\boldsymbol{U} - \boldsymbol{\tau}) = \boldsymbol{f} \tag{2}$$

式中 ρ——流体密度 $\boldsymbol{U}$——速度

$\boldsymbol{\tau}$——剪切力张量

$\boldsymbol{f}$——流体受到的体积力

结构部件控制方程为

$$\rho_s \boldsymbol{u}_s = \nabla \boldsymbol{\sigma}_s + \boldsymbol{f}_s \tag{3}$$

式中 ρ_s——结构密度

$\boldsymbol{u}_s$——结构场当地加速度

$\boldsymbol{\sigma}_s$——柯西应力张量

$\boldsymbol{f}_s$——结构的体积力

流固耦合面作为结构域和流体域共用的边界,首先应当满足位移协调(即运动条件)和牵引力平衡条件(即动力条件)

$$\boldsymbol{u}_{F,I} = \boldsymbol{u}_{S,I} \tag{4}$$

$$\boldsymbol{n} \cdot \boldsymbol{\tau}_{F,I} = \boldsymbol{n} \cdot \boldsymbol{\tau}_{S,I} \tag{5}$$

式中 $\boldsymbol{u}_I$——流场或结构场在耦合面上的节点位移

$\boldsymbol{n}$——耦合面的法向单位向量

$\boldsymbol{\tau}_l$——流场或结构场在耦合面上的节点剪切应力

下标 F 和 S 分别表示流体和结构。

1.2　基于声波方程的声固耦合法

假设流体为可压缩、无旋、无体积力且无平均流动，将连续性方程与 N－S 方程简化并改写为

$$\nabla \cdot \boldsymbol{U}_F = -\frac{1}{\rho_0 c^2}\frac{\partial p_F}{\partial t} + \frac{Q}{\rho_0} \tag{6}$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{U}_F}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_0}\nabla p_F + \frac{4\mu}{3\rho_0}\nabla\left(-\frac{1}{\rho_0 c^2}\frac{\partial p_F}{\partial t} + \frac{Q}{\rho_0}\right) \tag{7}$$

式中　ρ_0——流体的平均密度

$\boldsymbol{U}_F$——声流体速度矢量

p_F——声压

Q——质量源项

使用 Galerkin 方法进行离散，令其乘以测试函数 w 并积分到整个计算域，得到

$$\begin{aligned}&\iiint_{\Omega_F}\frac{1}{\rho_0 c^2}w\frac{\partial^2 p_F}{\partial t^2}\mathrm{d}v + \iiint_{\Omega_F}\nabla w\left(\frac{4\mu}{3\rho_0^2 c^2}\nabla\frac{\partial p_F}{\partial t}\right)\mathrm{d}v + \\ &\iiint_{\Omega_F}\nabla w\left(\frac{1}{\rho_0}\nabla p_F\right)\mathrm{d}v - \\ &\oiint_{\Gamma_F}\left(\frac{1}{\rho_0}+\frac{4\mu}{3\rho_0^2 c^2}\frac{\partial}{\partial t}\right)\hat{n}\cdot\nabla p_F\mathrm{d}s + \\ &\oiint_{\Gamma_F} w\frac{4\mu}{3\rho_0^2}\hat{n}\cdot\nabla Q\mathrm{d}s = \\ &\iiint_{\Omega_F} w\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial Q}{\partial t}\mathrm{d}v + \iiint_{\Omega_F}\nabla w\left(\frac{4\mu}{3\rho_0^2}\nabla Q\right)\mathrm{d}v\end{aligned} \tag{8}$$

式中　w——测试函数

$\mathrm{d}v$——声学区域 Ω_F 的体积微分

$\mathrm{d}s$——声学边界 Γ_F 的表面积分

为了便于对 $\boldsymbol{U}_F$ 和 p_F 进行求解，需引入位移向量和压力的有限元近似形函数

$$\boldsymbol{U}_F = \boldsymbol{N}'^{\mathrm{T}}\boldsymbol{u}_e \tag{9}$$

$$p_F = \boldsymbol{N}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{p}_e \tag{10}$$

由此可将式(8)改写为

$$\begin{aligned}&\iiint_{\Omega_F}\frac{1}{\rho_0 c^2}\boldsymbol{N}\boldsymbol{N}^{\mathrm{T}}\mathrm{d}v\ddot{\boldsymbol{p}}_e + \iiint_{\Omega_F}\frac{4\mu}{3\rho_0^2 c^2}\nabla\boldsymbol{N}^{\mathrm{T}}\nabla\boldsymbol{N}\mathrm{d}v\dot{\boldsymbol{p}}_e + \\ &\iiint_{\Omega_F}\frac{1}{\rho_0}\nabla\boldsymbol{N}^{\mathrm{T}}\nabla\boldsymbol{N}\mathrm{d}v\boldsymbol{p}_e + \oiint_{\Gamma_F}\boldsymbol{N}\boldsymbol{n}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{N}'^{\mathrm{T}}\mathrm{d}s\ddot{\boldsymbol{u}}_e = \\ &\iiint_{\Omega_F}\frac{1}{\rho_0}\boldsymbol{N}\boldsymbol{N}^{\mathrm{T}}\mathrm{d}v\dot{\boldsymbol{q}} + \iiint_{\Omega_F}\frac{4\mu}{3\rho_0^2}\nabla\boldsymbol{N}^{\mathrm{T}}\nabla\boldsymbol{N}\mathrm{d}v\boldsymbol{q}\end{aligned} \tag{11}$$

式中　$\boldsymbol{N}$——压力形函数

$\boldsymbol{N}'$——位移形函数

$\boldsymbol{p}_e$——节点压力

$\boldsymbol{u}_e$——节点位移

$\boldsymbol{q}$——节点质量源项

将式(11)改写为矩阵形式可得

$$\boldsymbol{M}_F\ddot{\boldsymbol{p}}_e + \boldsymbol{C}_F\dot{\boldsymbol{p}}_e + \boldsymbol{K}_F\boldsymbol{p}_e + \bar{\rho}_0\boldsymbol{R}^{\mathrm{T}}\ddot{\boldsymbol{u}}_e = \boldsymbol{f}_F \tag{12}$$

其中

$$\boldsymbol{M}_F = \bar{\rho}_0\iiint_{\Omega_F}\frac{1}{\rho_0 c^2}\boldsymbol{N}\boldsymbol{N}^{\mathrm{T}}\mathrm{d}v$$

$$\boldsymbol{C}_F = \bar{\rho}_0\iiint_{\Omega_F}\frac{4\mu}{3\Omega^2 c^2}\nabla\boldsymbol{N}^{\mathrm{T}}\nabla\boldsymbol{N}\mathrm{d}v$$

$$\boldsymbol{K}_F = \bar{\rho}_0\iiint_{\Omega_F}\frac{1}{\rho_0}\nabla\boldsymbol{N}^{\mathrm{T}}\nabla\boldsymbol{N}\mathrm{d}v$$

$$\boldsymbol{R}^{\mathrm{T}} = \oiint_{\Gamma}\boldsymbol{N}\boldsymbol{n}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{N}'^{\mathrm{T}}\mathrm{d}s$$

$$\boldsymbol{f}_F = \bar{\rho}_0\iiint_{\Omega_F}\frac{1}{\rho_0}\boldsymbol{N}\boldsymbol{N}^{\mathrm{T}}\mathrm{d}v\dot{\boldsymbol{q}} + \bar{\rho}_0\iiint_{\Omega_F}\frac{4\mu}{3\rho_0^2}\nabla\boldsymbol{N}^{\mathrm{T}}\nabla\boldsymbol{N}\mathrm{d}v\boldsymbol{q}$$

式中　$\boldsymbol{M}_F$——声学质量矩阵

$\boldsymbol{C}_F$——声学阻尼矩阵

$\boldsymbol{K}_F$——声学刚度矩阵

$\boldsymbol{R}$——声学边界矩阵

$\boldsymbol{f}_F$——声学流体荷载

$\bar{\rho}_0$——声流体的密度常数

而对于线性结构动力学系统而言，其控制方程经过有限元离散后可以表示为

$$\boldsymbol{M}_S\ddot{\boldsymbol{u}}_S + \boldsymbol{C}_S\dot{\boldsymbol{u}}_S + \boldsymbol{K}_S\boldsymbol{u}_S = \boldsymbol{f}_S \tag{13}$$

式中　$\boldsymbol{M}_S$——结构质量矩阵

$\boldsymbol{C}_S$——结构阻尼矩阵

$\boldsymbol{K}_S$——结构刚度矩阵

$\boldsymbol{u}_S$——结构位移

$\boldsymbol{f}_S$——结构所受的外部荷载

为了完整描述流固耦合问题，还需将作用在耦合面上的流体压力荷载 $\boldsymbol{f}^{pr}$ 考虑在内，即

$$\boldsymbol{M}_S\ddot{\boldsymbol{u}}_S + \boldsymbol{C}_S\dot{\boldsymbol{u}}_S + \boldsymbol{K}_S\boldsymbol{u}_S = \boldsymbol{f}_S + \boldsymbol{f}^{pr} \tag{14}$$

其中 $\boldsymbol{f}^{pr} = \iint_{\Gamma_l}\boldsymbol{N}'p_F\boldsymbol{n}\mathrm{d}s = \iint_{\Gamma_l}\boldsymbol{N}'\boldsymbol{N}'^{\mathrm{T}}\boldsymbol{n}\mathrm{d}s\boldsymbol{p}_e = \boldsymbol{R}\boldsymbol{p}_e$ (15)

再将 $\boldsymbol{u}_S$ 用式(9)所示的形函数来表示，可得

$$\boldsymbol{M}_S\ddot{\boldsymbol{u}}_e + \boldsymbol{C}_S\dot{\boldsymbol{u}}_e + \boldsymbol{K}_S\boldsymbol{u}_e - \boldsymbol{R}\boldsymbol{p}_e = \boldsymbol{f}_S \tag{16}$$

将式(14)、(16)进行整合即可得到完整的声固耦合离散方程

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{M}_S & 0\\ \bar{\rho}_0\boldsymbol{R}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{M}_F\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\ddot{\boldsymbol{u}}_e\\ \ddot{\boldsymbol{p}}_e\end{Bmatrix} + \begin{bmatrix}\boldsymbol{C}_S & 0\\ 0 & \boldsymbol{C}_F\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\dot{\boldsymbol{u}}_e\\ \dot{\boldsymbol{p}}_e\end{Bmatrix} + \begin{bmatrix}\boldsymbol{K}_S & -\boldsymbol{R}\\ 0 & \boldsymbol{K}_F\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\boldsymbol{u}_e\\ \boldsymbol{p}_e\end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix}\boldsymbol{f}_S\\ \boldsymbol{f}_F\end{Bmatrix} \tag{17}$$

为了量化附加质量效应对结构动力特性的影响，在此引入频率下降率 η 和附加质量系数 λ，公式为

$$\eta = \frac{f_{\mathrm{air}} - f_{\mathrm{water}}}{f_{\mathrm{air}}}\times 100\% \tag{18}$$

$$\lambda = \left(\frac{f_{\mathrm{air}}}{f_{\mathrm{water}}}\right)^2 - 1 \tag{19}$$

式中　f_{air}——空气中的固有频率

f_{water}——水中的固有频率

2 研究对象

2.1 物理模型

研究对象为三维 NACA0009 钝型尾缘形状水翼,弦长 $l=0.1$ m,翼展长度 $b=0.15$ m,翼型尾翼厚度 $h=0.003\ 22$ m,如图 1 所示。翼型由铝合金制成,密度为 2 700 kg/m^3,杨氏模量为 52 GPa,泊松比为 0.3。水翼的入射攻角 $\alpha=0°$,安装在水洞试验段内,如图 2 所示的位置。水洞试验段即流体域的尺寸为 0.15 m×0.15 m×0.3 m,流体域被设置为基于声波方程的均匀声学模块,密度为 1 000 kg/m^3,声速为 1 450 m/s,流体域壁面为刚性壁面边界;流体域与水翼的接触面设置为流固耦合交界面;水洞固定水翼的接触面设置为固定约束。

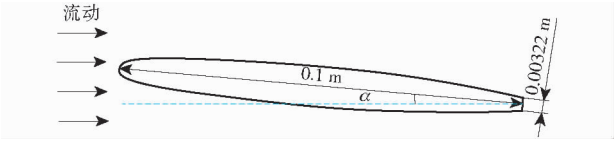


图 1 NACA0009 钝型水翼从前缘(左)到后缘(右)的横截面图

Fig. 1 Cross-sectional view of NACA0009 blunt hydrofoil from leading edge (left) to trailing edge (right)

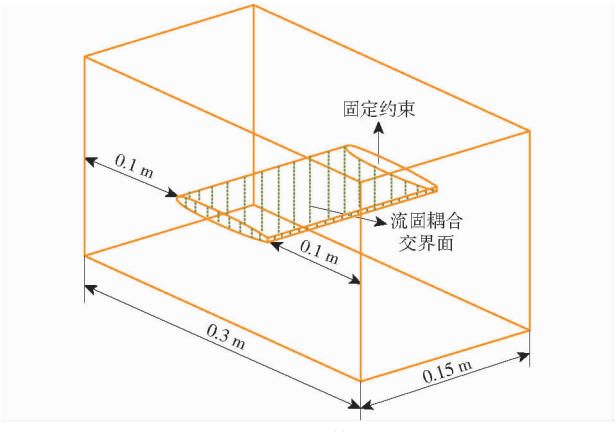


图 2 三维流场计算域几何尺寸

Fig. 2 Geometric dimensions of three-dimensional flow field calculation domain

2.2 数值模型的验证

采取 4 套不同尺寸网格对空气和水中水翼的第 1 阶弯曲模态(f_1,f_{s1})、第 1 阶扭转模态(f_2,f_{s2})、第 2 阶弯曲模态(f_3,f_{s3})和第 2 阶扭转模态(f_4,f_{s4})进行网格无关性验证。其中网格编号 A、B、C 和 D,进行空气中水翼模态的求解,如表 1 所示。网格编号 E、F、G 和 H,进行水中水翼模态的求解,如表 2 所示。图 3 为网格划分示意图,固体域采用 solid186 单元进行离散,流体域采用 fluid220 单元进行离散。结果显示,随着网格数量的加密,各阶模态的固有频率趋于稳定,尤其是当网格加密到C和G时,水翼频率基本保持不变。综合考虑求解的精度和效率,选取编号为 C 和 G 的网格分别进行空气和水中水翼的模态特性计算。

表 1 空气中网格密度对水翼固有频率预测的影响

Tab. 1 Influence of grid density on predicting natural frequency of hydrofoil in air

网格编号	网格单元数	f_1/Hz	f_2/Hz	f_3/Hz	f_4/Hz
A	1 312	280.15	978.34	1 684.8	3 137.4
B	2 760	279.97	977.70	1 683.6	3 135.1
C	4 550	279.89	977.31	1 683.0	3 133.6
D	9 261	279.83	977.09	1 682.5	3 132.7

表 2 水中网格密度对水翼固有频率预测的影响

Tab. 2 Influence of grid density on predicting natural frequency of hydrofoil in water

网格编号	网格单元数	f_{s1}/Hz	f_{s2}/Hz	f_{s3}/Hz	f_{s4}/Hz
E	14 144	132.37	599.31	941.58	2 006.7
F	18 496	131.47	594.42	938.91	1 992.9
G	26 816	131.39	593.78	938.42	1 990.9
H	38 912	131.39	593.79	938.42	1 990.9

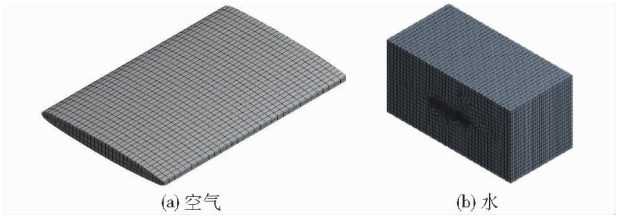


图 3 水翼及其周围水体网格划分

Fig. 3 Mesh division of hydrofoils and surrounding water bodies

将数值模拟结果与试验测量数据[18]进行比较,如表 3 所示,声固耦合法可以很好地预测出空气和水中水翼的固有频率,最大误差为 4.05%。

表 3 数值模拟与试验测量对比

Tab. 3 Comparison between simulation data and standard experimental data

振型阶次	数值模拟值/Hz	试验测量值/Hz	相对误差/%
f_{s1}	131.39	130.20	0.91
f_{s2}	593.78	614.80	3.42
f_1	279.89	270.20	3.59
f_2	977.31	1 018.60	4.05

3 结果与讨论

3.1 干湿模态分析

采用声固耦合法对空气中和水中第 1 阶弯曲模态、第 1 阶扭转模态、第 2 阶弯曲模态和第 2 阶扭转模态的模态特性进行预测,频率预测如表 4 所示,相应的结构模态振型如表 5 所示。结果显示,由于附加质量效应,水中水翼的固有频率明显下降,不同振

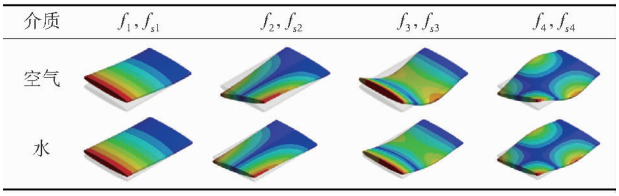
表 4　空气和水中水翼的固有频率

Tab. 4　Natural frequency of hydrofoil in air and water

模态	空气中固有频率/Hz	水中固有频率/Hz	η/%	λ
f_1、f_{s1}	279.89	131.39	53.06	3.54
f_2、f_{s2}	977.31	594.79	39.24	1.71
f_3、f_{s3}	1 683.00	938.42	44.24	2.22
f_4、f_{s4}	3 133.60	1 990.90	36.47	1.48

表 5　空气和水中水翼的模态振型

Tab. 5　Mode shape of hydrofoil in air and water



型对应的频率下降率和附加质量存在差异，而且扭转模态的频率下降率和附加质量系数均小于弯曲模态，水体附加质量效应对于弯曲模态更加明显。

此外，附加质量效应会影响结构与水体间的耦合作用，进而可能导致模态振型发生改变。为了明确水体的附加质量对水翼模态振型的影响，选取水翼前缘位置展向位移和水翼自由端弦向位移进行模态振型的分析，如图 4 所示。

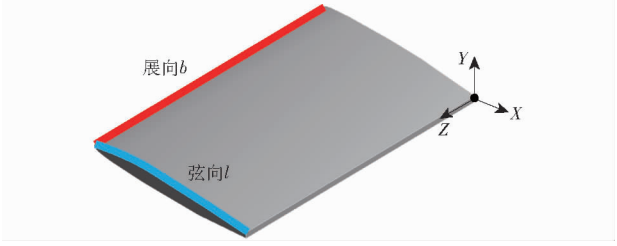


图 4　弦向和展向示意图

Fig. 4　Schematic of chordwise and spanwise directions

位移定义为

$$D^* = |D/D_{\max}| \tag{20}$$

$$b^* = |Z/b| \tag{21}$$

$$l^* = |X/l| \tag{22}$$

式中　D^*——无量纲模态位移

b^*——无量纲展向位置

l^*——无量纲弦向位置

D——水翼的模态位移

$D_{\max}$——模态位移的最大值

Z——展向位置　　X——弦向位置

图 5 分析了空气和水中水翼展向与弦向模态位移的变化。结果显示，附加质量会改变水翼的模态振型，对比展向模态位移，f_{s1}、f_{s2}和f_{s4}模态中的展向模态位移没有明显差异，但附加质量改变了f_{s3}模态，水翼展向中间位置的模态位移减小，第 2 阶弯曲模态的弯曲变形程度增大。对比弦向模态位移，附加质量作用下f_{s1}和f_{s3}的靠近尾缘位置模态位移减小，变化范围增加，尤其是对于f_{s3}模态的作用更加显著。对于f_{s2}和f_{s4}，附加质量会使水翼弦向模态位移值先大于空气中的模态位移值，后小于空气中的模态位移值，而且最大模态位移点位置也发生变化。

3.2　不同攻角下模态特性分析

不同工况下水流会形成不同的冲角流经叶轮，造成水翼结构不同的壁面条件，影响周围水体声学模态特性的分布，改变结构的模态特性。文中为了突出攻角的影响，以静水中 0°攻角的 NACA0009 钝型尾缘水翼为基础，如图 1 所示攻角示意图，建立不同攻角 α 的数值计算模拟模型，包括小攻角（1°、2°、3°）、大攻角（10°、15°）工况，分析攻角变化对水翼固有频率及模态振型的影响。

图 6 为f_{s1}、f_{s2}、f_{s3}和f_{s4}模态的固有频率随攻角的变化趋势。结果发现，攻角的不同会造成不同的附加质量效应，从而改变水翼的固有频率。小攻角线性变化工况下，水翼频率呈现非线性变化趋势，尤其是攻角 2°时，频率明显增大。大攻角情况下，水翼频率会明显下降，攻角为 15°时，水翼频率最小。而且随着阶数的增加，水翼最大频率和最小频率之间的变化范围增大，包括：0°～15°变化时，f_{s1}频率变化值为 0.84 Hz；f_{s2}频率变化值为 1.3 Hz；f_{s3}频率变化值为 3.35 Hz；f_{s4}频率变化值为 3.65 Hz。不同攻角下，水体的声学模态发生变化，影响声学模态与水翼的耦合方式，改变水翼频率。同时，不同攻角条件会形成不同的壁面条件，也将会进一步改变水翼频率，因此，可能会导致某一攻角下的水翼频率出现显著变化。

图 7 为不同攻角下水翼的模态位移分布，可以发现，攻角变化时，4 种模态下展向模态位移均变化很小。同时，不同攻角下扭转模态弦向模态位移的变化也很小。但是不同攻角下弯曲振型弦向模态位移的差异性会增大一些，尤其对于f_{s1}模态作用最为明显。

3.3　不同尾缘修型下模态特性分析

工程中通过叶片尾部修型抑制涡激振动引起的共振，合理的修型不仅可以改变过流部件的水力激励特性，还会改变结构本身的模态特性。该部分以 NACA0009 钝体尾缘水翼为基础，保持 0°攻角不变，采用与水平方向成 30°和 45°夹角的斜线过顶点对水翼尾缘进行切割，如图 8 所示。

由图 9 可知，水翼尾缘修型情况下会影响结构的质量矩阵、水体的附加质量和附加刚度，导致水翼固有频率的变化。f_{s1}、f_{s2}、f_{s3}和f_{s4}模态中，钝体水

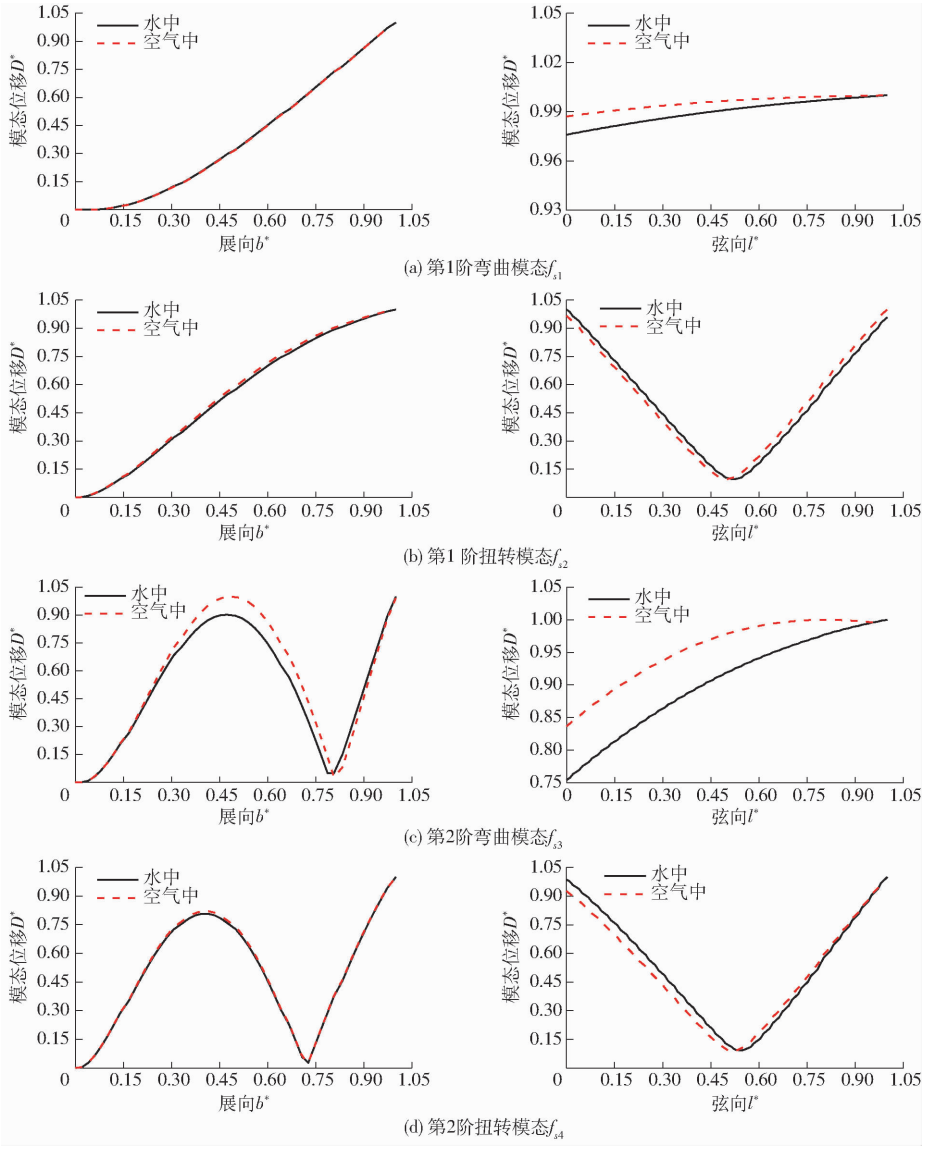


图 5 干湿模态下水翼展向与弦向的模态位移

Fig. 5 Modal displacements in spanwise and chordwise directions of hydrofoil under dry and wet modes

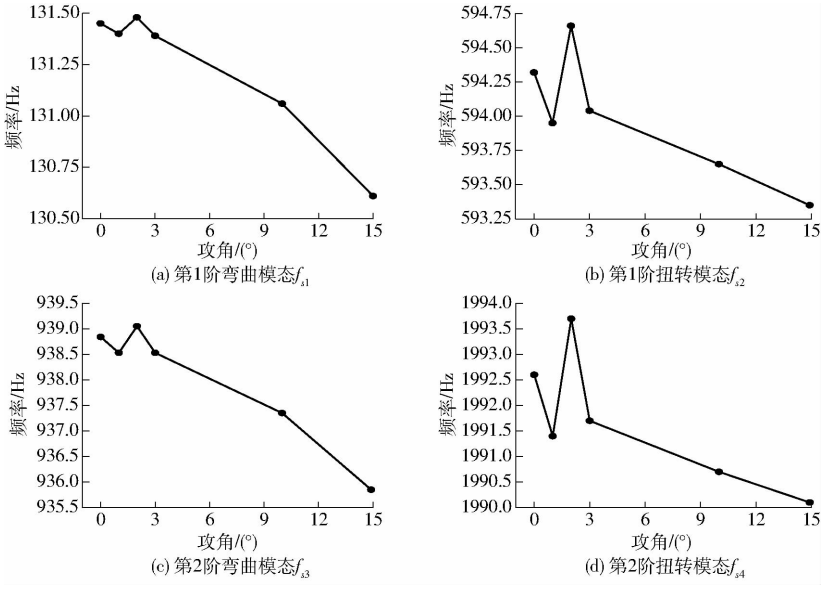


图 6 水翼的固有频率随攻角变化趋势

Fig. 6 Variation trends of hydrofoil natural frequencies with angle of attack

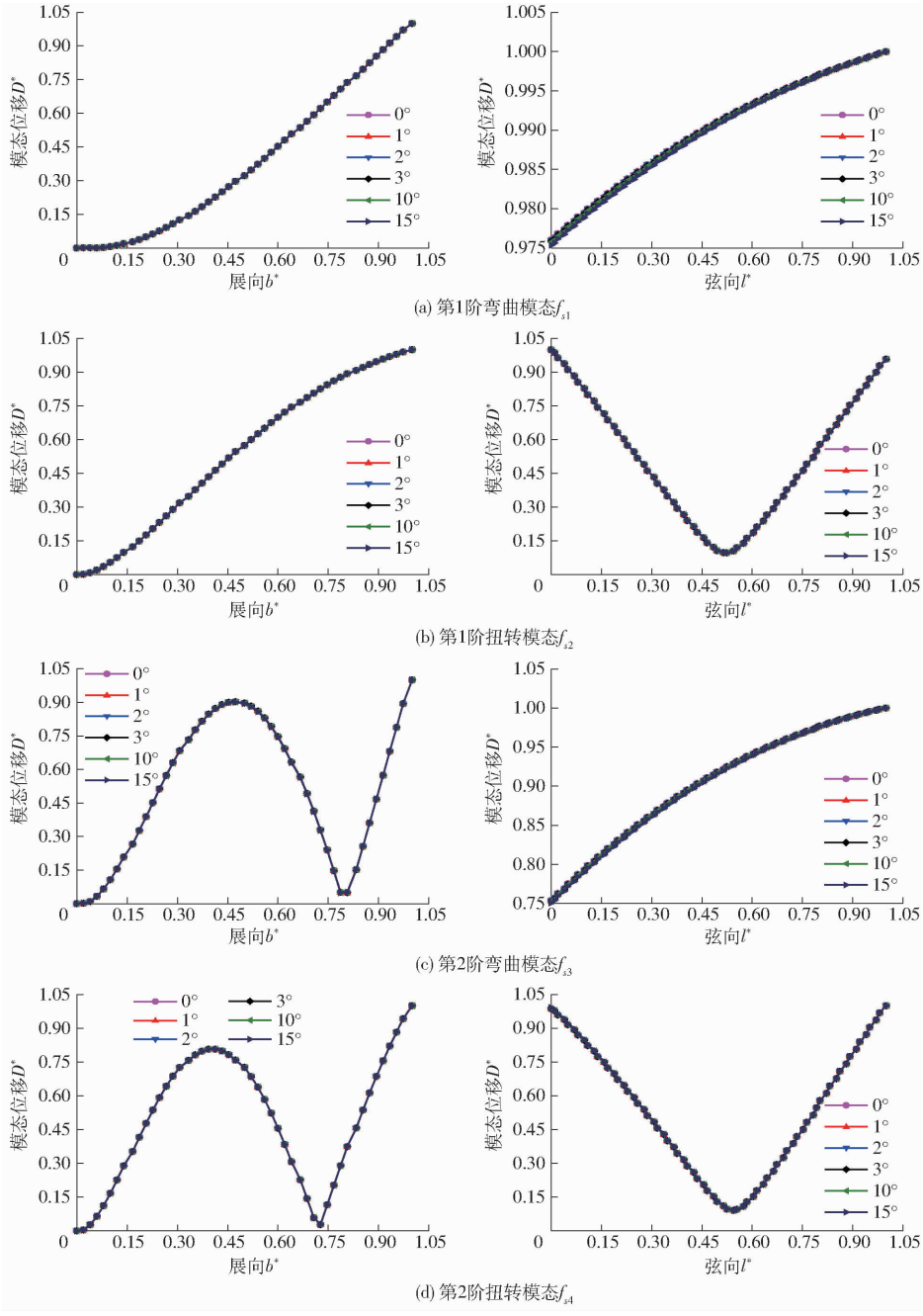


图 7　不同攻角下水翼的模态位移

Fig. 7　Modal displacements of hydrofoils with different angles of attack

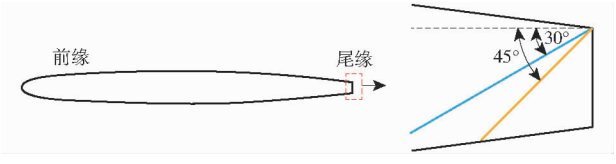


图 8　尾缘修型角度示意图

Fig. 8　Schematic of trailing edge modification angle

翼的固有频率较小，45°修型水翼的固有频率会增加，30°修型水翼的固有频率会进一步增大，而且不同尾缘结构情况下，水翼的固有频率变化范围较大，尤其是对于第 2 阶扭转模态 f_{s4}，频率增大 46 Hz。

图 10a 和图 10c 为水翼弯曲模态振型随尾缘修型的变化。结果显示，修型的情况下水翼尾缘体积被消减，附加质量对于尾缘模态位移的作用明显，f_{s1} 和 f_{s3} 尾缘弯曲变形被抑制，弦向模态位移的变化范围会进一步减小。尾缘修型对于弯曲振型 f_{s1} 展向模态位移的影响不显著，但对于第 2 阶弯曲 f_{s3} 模态，30°和 45°修型作用下水翼展向中间位置的模态位移减小。

图 10b 和图 10d 为水翼扭转模态振型随尾缘修型的变化。结果显示，与 f_{s1} 和 f_{s3} 的弦向模态位移作用方式一样，尾缘修型可以改变扭转振型 f_{s2} 和 f_{s4} 的尾缘弦向模态位移，30°和 45°修型情况下水翼的体积被消减，尾缘的扭转变形被抑制，模态位移减小。不同修型方式对于扭转模态展向模态位移的影响较小。

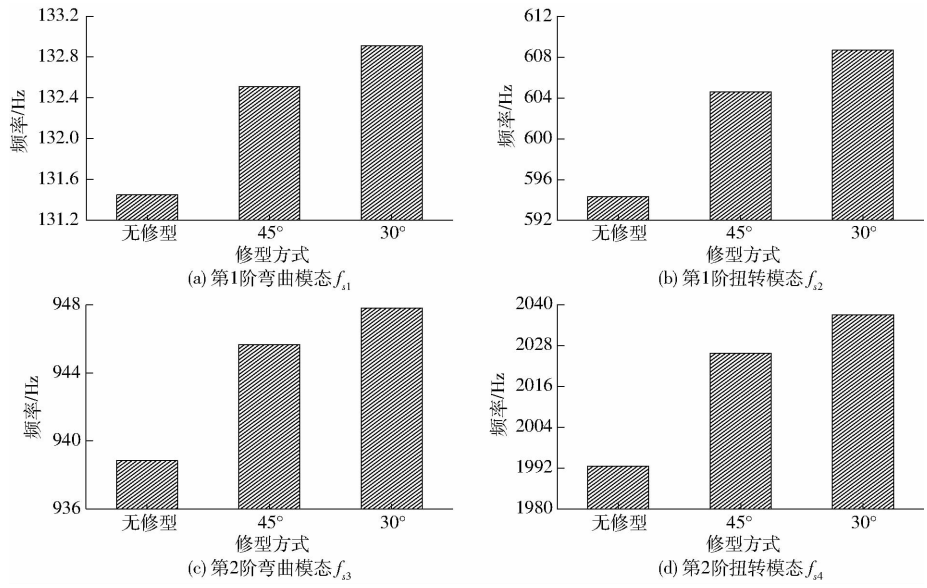


图 9 水翼固有频率随尾缘修型变化趋势

Fig. 9 Variation trends of natural frequencies hydrofoil with trailing edge modification

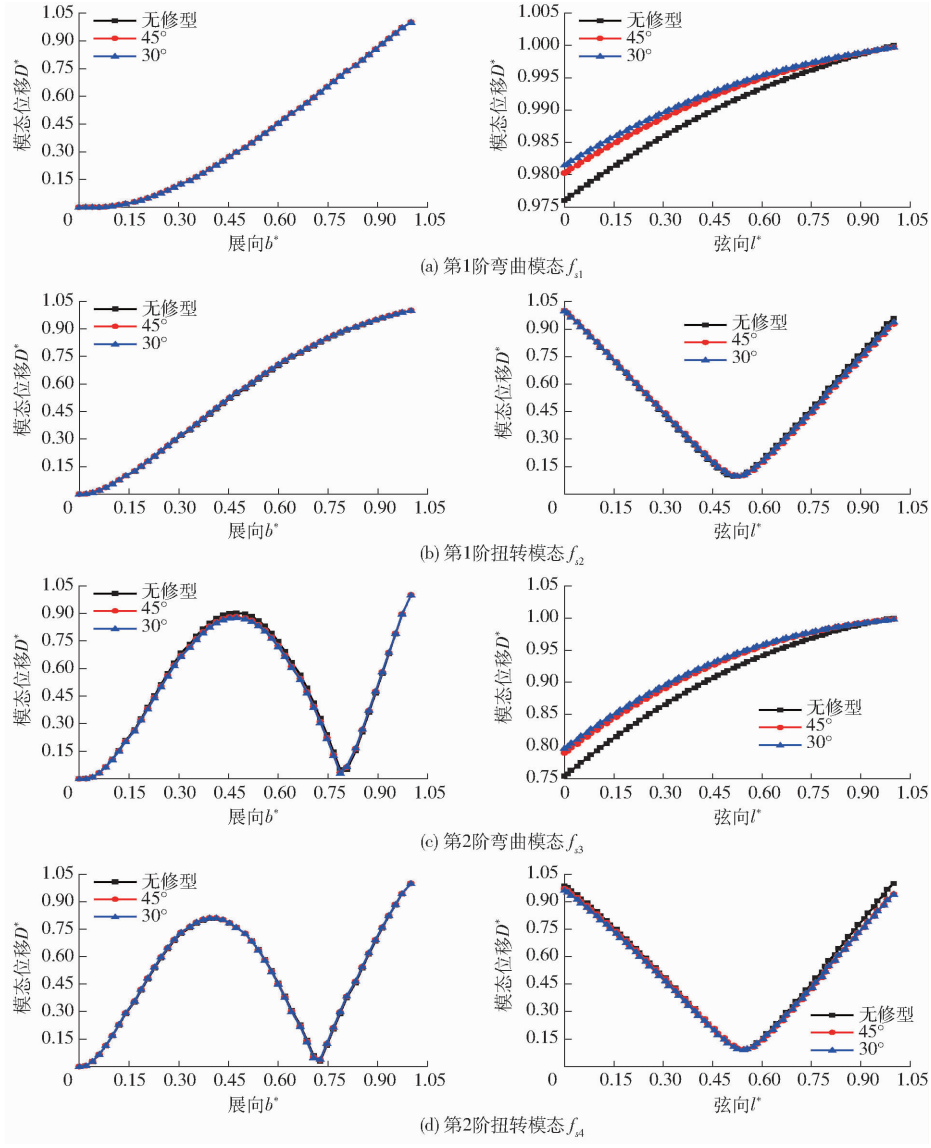


图 10 不同尾缘修型下水翼的模态位移

Fig. 10 Modal displacement of hydrofoil with different trailing edge modifications

4　结论

(1)相比较空气中水翼的模态特性,水体的附加质量作用下,不仅造成水翼固有频率的急剧下降,还会造成水翼模态振型的明显变化。f_{s1}和f_{s3}尾缘的弦向模态位移减小,变化范围增加,而且f_{s3}的展向模态位移明显减小,弯曲变形增加。f_{s2}和f_{s4}的弦向模态位移值先大于空气中模态位移值,后小于空气中模态位移值,最大模态位移点位置发生变化。

(2)以 0°攻角水翼为基础,分析了攻角变化对水翼模态特性的影响。水翼固有频率随攻角线性变化呈现非线性变化趋势,攻角为 2°时,频率最大。攻角增大到 10°和 15°,固有频率会明显下降,15°对应频率最小。随着阶数的增加,水翼最大频率和最小频率之间变化范围变大。攻角变化时,4 种振型的展向模态位移和扭转模态的弦向模态位移变化均很小,但f_{s1}和f_{s3}的弦向模态位移差异性会增大。

(3)以钝体尾缘水翼为基础,分析了 30°和 45°尾缘修型对水翼模态特性的影响。修型水翼的固有频率会增加,30°修型的频率会进一步增大,尤其是对于f_{s4},频率增大 46 Hz。尾缘修型对水翼体积进行了消减,模态变形作用明显。其中,f_{s1}和f_{s3},弦向模态变形被抑制,模态位移变化范围明显减小,f_{s1}的展向位移基本没有变化,f_{s3}的展向中间位置模态位移小幅度减小。对于f_{s2}和f_{s4},尾缘修型会减小弦向模态位移值,但对展向模态位移的作用较小。

参　考　文　献

[1] 王世成, 杨军虎. 基于 NACA 翼型厚度特征的多级泵作透平叶片优化研究[J]. 华中科技大学学报(自然科学版), 2025, 53(8): 1 – 6.
WANG Shicheng, YANG Junhu. Optimization study of multi-stage pump as turbine blades based on NACA airfoil thickness characteristics[J]. J. Huazhong Univ. of Sci. & Tech. (Natural Science Edition), 2025, 53(8): 1 – 6. (in Chinese)

[2] 耿琳琳,方海渊,曹彦涛, 等. 考虑能量传递效率的水翼空蚀数值预测分析[J]. 农业机械学报, 2025, 56(5):361 – 369.
GENG Linlin, FANG Haiyuan, CAO Yantao, et al. Numerical prediction analysis of cavitation erosion of hydrofoils considering energy transfer efficiency[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2025, 56(5):361 – 369. (in Chinese)

[3] 谭文胜, 万元, 李崇仕, 等. 大型水电机组顶盖垂直振动异常原因分析及对策[J]. 大电机技术, 2020, 270(3): 77 – 82.
TAN Wensheng, WAN Yuan, LI Chongshi, et al. Cause analysis and countermeasure of abnormal vertical vibration of top cover of large hydropower unit[J]. Large Electric Machine and Hydraulic Turbine, 2020, 270(3): 77 – 82. (in Chinese)

[4] XIA X, ZHOU L, WANG Z, et al. Effects of trailing-edge modification of guide vanes on the wake vortices under different inflow conditions[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part A: Journal of Power and Energy, 2021, 235(8): 1892 – 1901.

[5] MEYERHOFF W. Added masses of thin rectangular plates calculated from potential theory[J]. Journal of Ship Research, 1970, 14(2): 100 – 111.

[6] 瞿伦富, 王正伟, 周凌九. 轴流转桨机组桨叶液固耦合振动特性仿真计算[J]. 清华大学学报(自然科学版), 1998(1): 17 – 20.
QU Lunfu, WANG Zhengwei, ZHOU Lingjiu. Fluid-structure interaction vibrating properties simulation of Kaplan turbine runner blade[J]. Journal of Tsinghua University (Sci. & Tech.), 1998(1): 17 – 20. (in Chinese)

[7] MAO Y, YOUNG Y L. Influence of skew on the added mass and damping characteristics of marine propellers[J]. Ocean Engineering, 2016, 121(15): 437 – 452.

[8] THEODORSEN T. General theory of aerodynamic instability and the mechanism of flutter[J]. Annual Report of the National Advisory Committee for Aeronautics, 1935, 268: 413.

[9] DE LA TORRE O, ESCALER X, EGUSQUIZA E, et al. Experimental mode shape determination of a cantilevered hydrofoil under different flow conditions[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, 2016, 230(19): 3408 – 3419.

[10] DUCOIN A, ASTOLFI J A, SIGRIST J F. An experimental analysis of fluid structure interaction on a flexible hydrofoil in various flow regimes including cavitating flow[J]. European Journal of Mechanics—B/Fluids, 2012, 36:63 – 74.

[11] YAO Z, WANG F, DREYER M, et al. Effect of trailing edge shape on hydrodynamic damping for a hydrofoil[J]. Journal of Fluids and Structures, 2014, 51: 189 – 198.

[12] 桂中华, 夏翔, 王薇, 等. 水泵水轮机启动过程转轮动应力分析[J]. 农业机械学报, 2021, 52(12): 153 – 161.
GUI Zhonghua, XIA Xiang, WANG Wei, et al. Dynamic stress analysis of pump-turbine runner during start-up[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2021, 52(12): 153 – 161. (in Chinese)

[13] RODRIGUEZ C G, FLORES P, PIERART F G, et al. Capability of structural-acoustical FSI numerical model to predict natural frequencies of submerged structures with nearby rigid surfaces[J]. Computers & Fluids, 2012, 64:117 – 126.

(下转第 305 页)

37(3):620 – 628.
DU Enyu, CHEN Fang, JIA Huicong, et al. Monitoring of irrigation area in the Jiefangzha irrigation area based on Landsat 8 satellite data[J]. Remote Sensing Technology and Application, 2022, 37(3): 620 – 628. (in Chinese)
[37] GORELICK N, HANCHER M, DIXON M, et al. Google earth engine: planetary-scale geospatial analysis for everyone[J]. Remote Sensing of Environment, 2017, 202: 18 – 27.
[38] VERMOTE E, JUSTICE C, CLAVERIE M, et al. Preliminary analysis of the performance of the Landsat 8/OLI land surface reflectance product[J]. Remote Sensing of Environment, 2016, 185: 46 – 56.
[39] YANG Jie, HUANG Xin. 30 m annual land cover and its dynamics in China from 1990 to 2019[J]. Earth System Science Data Discussions, 2021, 2021: 1 – 29.
[40] VENTER Z S, BARTON D N, CHAKRABORTY T, et al. Global 10 m land use land cover datasets: a comparison of dynamic world, world cover and esri land cover[J]. Remote Sensing, 2022, 14(16): 4101.
[41] 赵晋陵,詹媛媛,王娟,等.基于 SE – UNet 的冬小麦种植区域提取方法[J].农业机械学报,2022,53(9):189 – 196.
ZHAO Jinling, ZHAN Yuanyuan, WANG Juan, et al. SE – UNet-based extraction of winter wheat planting areas[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2022, 53(9): 189 – 196. (in Chinese)
[42] 陈燕,陆嘉豪,胡小春,等.基于 VGG – UNet 的食用菌菌丝体表型参数自动测量方法[J].农业机械学报,2024,55(1):233 – 240.
CHEN Yan, LU Jiahao, HU Xiaochun, et al. Automated measurement method of phenotypic parameters of edible mushroom mycelium based on VGG – UNet[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2024, 55(1): 233 – 240. (in Chinese)
[43] ZHU Xiaolin, ZHAN Wenfeng, ZHOU Junxiong, et al. A novel framework to assess all-round performances of spatiotemporal fusion models[J]. Remote Sensing of Environment, 2022, 274:113002.
[44] 张小利,李雄飞,李军.融合图像质量评价指标的相关性分析及性能评估[J].自动化学报,2014,40(2):306 – 315.
ZHANG Xiaoli, LI Xiongfei, LI Jun. Validation and correlation analysis of metrics for evaluating performance of image fusion[J]. Acta Automatica Sinica, 2014, 40(2): 306 – 315. (in Chinese)
[45] DHILLON M S, DAHMS T, KUEBERT-FLOCK C, et al. Modelling crop biomass from synthetic remote sensing time series: example for the DEMMIN test site, Germany[J]. Remote Sensing, 2020, 12(11): 1819.
[46] ROY D P, JU Junchang, LEWIS P, et al. Multi-temporal MODIS – Landsat data fusion for relative radiometric normalization, gap filling, and prediction of Landsat data[J]. Remote Sensing of Environment, 2008, 112(6): 3112 – 3130.
[47] GEVAERT C M, GARCIA-HARO F J. A comparison of STARFM and an unmixing-based algorithm for Landsat and MODIS data fusion[J]. Remote sensing of Environment, 2015, 156: 34 – 44.
[48] FANG Kedi, ZHANG Shengwei, HAN Yongting, et al. MSCPUnet: a multi-task neural network for plot-level crop classification in complex agricultural areas[J]. Smart Agricultural Technology, 2024,9: 100660.
[49] LUNETTA R S, LYON J G, GUINDON B, et al. North american landscape characterization dataset development and data fusion issues[J]. Photogrammetric Engineering Remote Sensing, 1998, 64: 821 – 828.
[50] POHL C, VAN GENDEREN J L. Review article Multisensor image fusion in remote sensing: concepts, methods and applications[J]. International Journal of Remote Sensing, 1998, 19(5): 823 – 854.

(上接第 269 页)

[14] 刘婧. 前缘空化对水翼动力响应特性影响的数值模拟研究[D]. 北京: 中国农业大学, 2020.
LIU Jing. Numerical investigation of the effect of leading edge cavitation on dynamic response for a hydrofoil[D]. Beijing: China Agricultural University, 2020. (in Chinese)
[15] ESCALER X, HUETTER J K, EGUSQUIZA E, et al. Modal behavior of a reduced scale pump-turbine impeller. Part Ⅰ: experiments[J]. IOP Conference Series: Earth and Environmental Science, 2010, 12(1): 012116.
[16] VALERO C, HUANG X, EGUSQUIZA E, et al. Modal behavior of a reduced scale pump-turbine impeller. Part Ⅱ: numerical simulation[J]. IOP Conference Series: Earth and Environmental Science, 2010, 12(1): 012117.
[17] BERGAN C W, TENGS E O, SOLEMSLIE B W, et al. An experimental investigation of the hydrodynamic damping of vibrating hydrofoils[J]. IOP Conference Series: Earth and Environmental Science, 2018, 240(6): 062008.
[18] DE LA TORRE O, ESCALER X, EGUSQUIZA E, et al. Experimental investigation of added mass effects on a hydrofoil under cavitation conditions[J]. Journal of Fluids and Structures, 2013, 39: 173 – 187.
[19] WANG W, ZHOU L J, WANG Z W, et al. Numerical investigation into the effect of sound speed in attached cavitation on hydrofoil modes of vibration[J]. Energies, 2019, 12(9): 1758.
[20] CAO J W, LUO Y Y, BAIG M U, et al. Influence of structural parameters on the modal characteristics of a Francis runner[J]. Engineering Failure Analysis, 2022, 131: 105853.
[21] XIA X, LUO H, LI S, et al. Characteristics and factors of mode families of axial turbine runner[J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2023, 251: 108356.