doi:10.6041/j.issn.1000-1298.2025.11.071

基于边界规范与拓扑近似的 TuoA 机器人设计方法

李一耕　周玉林
(燕山大学机械工程学院, 秦皇岛 066004)

摘要: 面向太空太阳能电站在轨制造对桁架单元高效装配的重要需求,针对当前机器人功能集成度低和灵活性不足等问题,本文设计了一种集行走、抓取和操作功能于一体的三支链 TuoA 机器人,实现了多种运动模式在不同支链中相互切换和灵活高效的在轨装配,并基于 D-H 方法开展了机器人运动学分析和尺度综合。针对刚度与重量映射模型构建过程中拓扑优化频繁和制造工艺性差导致机器人轻量化设计效率低问题,提出了一种基于边界规范与拓扑近似的轻量化设计方法,使同一部件在相同质量保留比和受力条件下的拓扑结构可以快速一次生成,省去以往拓扑优化中的反复迭代和工艺性后处理,大幅提高机器人设计效率。以 TuoA 机器人为例开展算例验证,结果表明:该机器人每种连杆仅需 3 次拓扑优化即可构建出刚度与质量映射模型,拓扑优化得到的结构材料分布更加合理且无毛刺,在满足刚度要求条件下,经全局优化得到的最终解使机器人质量降低 17.4%。研究结果不仅为桁架单元在轨装配机器人构型设计提供了重要参考,也为其他类似机器人轻量化设计奠定了坚实的理论基础。

关键词: TuoA 机器人; 边界规范; 拓扑近似; 轻量化设计
中图分类号: TH112　　**文献标识码**: A　　**文章编号**: 1000-1298(2025)11-0726-10　　**OSID**:

TuoA Robot Design Methodology Based on Boundary Specification and Topological Approximation

LI Yigeng　ZHOU Yulin
(*School of Mechanical Engineering*, *Yanshan University*, *Qinhuangdao* 066004, *China*)

Abstract: In addressing the critical demand for the efficient assembly of truss units in the in-orbit manufacturing of space solar power stations, the research was cantered on the challenges posed by the limited integration of robot functions and the absence of sufficient flexibility. A novel three-branch TuoA robot that integrated walking, grasping, and manipulation functions was proposed. This robot enabled the switching of multiple motion modes among different branches, facilitating efficient and flexible in-orbit assembly. Additionally, the approach involved conducting a kinematic analysis and scale synthesis of the robot based on the D-H method. The methodology employed was predicated on the D-H method, which was utilized to conduct a thorough analysis of the robot's kinematics and synthesize the scale. The objective was to address the challenges posed by the low efficiency of lightweight design, which was attributed to the frequent topology optimization and the suboptimal manufacturing process involved in constructing the stiffness and weight mapping model. To address these challenges, a novel lightweight design method was proposed. This method was based on boundary specification and topology approximation, with the aim of facilitating the rapid generation of a topology with the same mass retention ratio and force conditions. This approach was expected to enhance the design efficiency of robots by eliminating the need for repeated iterations and post-processing of the topology optimization process. This approach was shown to significantly enhance the efficiency of robot design. To illustrate this point, the TuoA robot was used as an example to carry out case validation and analysis. The process and results showed that each kind of connecting rod of the robot needed only three topology optimizations to construct a stiffness and weight mapping model with high fitting accuracy. The material distribution of the structure obtained from the topology optimization was more reasonable and free of burrs. Furthermore, the weight of

收稿日期: 2025-04-02　修回日期: 2025-04-30
基金项目: 国家自然科学基金项目(52275027)
作者简介: 李一耕(1985—),女,博士生,主要从事机器人与机构学研究,E-mail: yigengli@ysu.edu.cn
通信作者: 周玉林(1961—),男,教授,博士生导师,主要从事机器人与机构学研究,E-mail: zyl@ysu.edu.cn

the robot was reduced by 17.4% by the global optimization under the condition of meeting the requirement of stiffness. The research result can provide a crucial reference point for the design of truss cell in-orbit assembly robot configuration. Furthermore, it established a substantial theoretical foundation for the lightweight design of other robots with analogous functionality.

Key words: TuoA robot; boundary specification; topological approximation; lightweight design

0　引言

在全球对清洁能源需求呈井喷式增长的大背景下,太空太阳能电站成为了极具潜力的战略性能源解决方案[1-3]。太空太阳能电站主体结构主要由大量桁架单元有序组合而成,这些桁架单元作为电站的支撑骨架,其装配效率和质量直接决定整个电站建设周期以及未来的运行稳定性[4-5]。

在当下装配技术领域,基于两个或多个机械臂协作的装配方式较为常见[6-8]。通过多机械臂的协同作业,可灵活高效地完成各类复杂的装配动作,在航空航天零部件装配、大型精密仪器组装等装配场景中展现出了显著优势,但运维成本高[9-10]。

从经济成本角度来看,单个机械臂以较小的质量和简单的结构使得运输和维护成本得到了显著控制。然而,当前大多数机械臂普遍功能集成度低和灵活性不足,仅能完成简单的搬运或抓取动作,而没有集成快速行走、精准抓取、复杂操作以及灵活翻转等多种对于桁架单元装配至关重要的功能[11-12]。

机器人轻量化设计旨在依据服役环境对机构动平台运动学与静力学性能要求,对各部件进行结构优化,以提供最佳设计方案[13]。按设计变量可分为尺寸优化、形状优化与拓扑优化,其中尺寸优化和拓扑优化最为常用。

尺寸优化属多目标、多参数、多约束的非线性规划问题,多目标优化常见方法有权重系数法、约束转换法和 Pareto 前沿法[14-15]。权重系数法给每个优化目标赋权重,将多目标转换为单目标优化,如 MILLER[16]对 Delta 并联机构分配相同权重给可操作度与工作空间求解设计参数,但该方法未考虑目标量纲可叠加性,权重选择主观性强。约束转换法把部分优化目标转换为约束条件,仅对某一目标优化,如汪满新[17]为实现 Exechon 并联机构与 A3 头轻量化,将整机刚度视为约束条件求解设计参数。不过,约束范围设置直接影响优化目标求解,和权重系数法本质都是对单一目标优化。Pareto 前沿法针对机器人多参数耦合与非线性规划特性,对多个目标同步优化,得到相对均衡解集,该方法有效考虑各目标相互关系,为多目标优化提供良好决策空间[18-19]。

拓扑优化相较于尺寸优化,拥有更为广阔的设计空间,其核心在于重新调配设计域内的材料分布。目前拓扑优化主要集中于单个零部件的优化,而面对机器人多体系统时,由于负载条件多变等因素,其应用遭遇了诸多阻碍。KWON 等[20]运用拓扑优化手段对双足人形机器人下肢轻量化固定支架进行设计,在确保刚度的同时,显著减轻了机器人负荷。文献[21-22]借助固体各向同性材料惩罚(SIMP)方法,完成了机器人上臂拓扑设计。LUO 等[23]借助有限元法,对搅拌摩擦焊接机器人滑块结构进行优化,并深入分析了其动静态特性。然而,上述方法尽管实现了机器人部分零部件轻量化设计,却未考虑机器人在运动过程中的动态负载。

SRINIVAS 等[24]提出了一种探究不同受力状况对零部件拓扑结构影响的拓扑结构叠加优化法。该方法针对特定尺寸参数的构件开展拓扑优化,但却忽视了尺寸参数对刚度的作用。此后,CHONG 等[25]提出了分层优化设计法,但并未深入剖析机器人系统与零部件拓扑优化之间的相互关联。鉴于此,文献[26-27]提出了基于刚度-质量元模型优化设计法,并将其应用于 7 自由度喷涂机器人设计中,该方法构建了零部件单一拓扑结构刚度-质量元模型,却忽略了尺寸参数对拓扑结构的影响。WANG 等[28]提出了能够同时实现拓扑结构与尺寸参数同步设计的方法,并以平面 5R 和空间 3-PRS 机器人为例,探究了尺寸参数与拓扑结构之间的作用规律,但研究在部件拓扑结构生成过程中需要反复操作,导致设计效率偏低[29]。

此外,当前拓扑优化过程中采用的方法无法得到形状规则的结构,不便于后续加工,借助拔模等措施虽可在优化过程中规范结构方向,但并不能对局部进行细化处理,制约了机器人零部件的制造工艺性[30]。

本文设计一种集成行走、抓取和操作功能为一体的新型 TuoA 机器人,并提出一种基于边界规范与拓扑近似轻量化设计方法。

1　TuoA 机器人

根据太空太阳能电站桁架单元在轨装配对机器

人的基本要求,本文设计一种末端开放式三支链多自由度串联 TuoA 机器人,其虚拟样机如图 1 所示。该机器人仅有 8 个转动关节,却具有行走、抓取和操作 3 种功能,其结构特点使其兼具高灵活、可重构和少关节等优势。

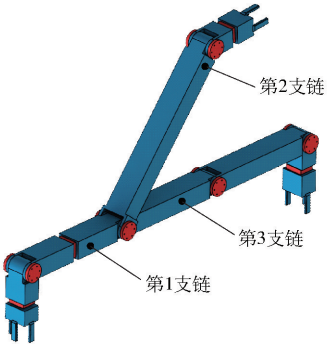


图 1 TuoA 机器人虚拟样机

Fig. 1 TuoA robot virtual prototype

由图 1 可知,第 1 支链和第 3 支链共同构成行走功能,第 1 支链部分关节和第 2 支链共同构成抓取功能,第 3 支链单独构成操作功能;在单个桁架单元装配过程中,行走、抓取和操作 3 种功能依次发挥作用,该机器人在装配桁架单元过程中的行走状态和装配状态如图 2 所示。TuoA 机器人 3 条支链所采用的运动副和排列顺序相似度很高,所以 3 种功能可在不同支链中相互切换,从而具有多种运动模式,便于灵活高效地完成桁架单元“蚂蚁搬家”式在轨装配。

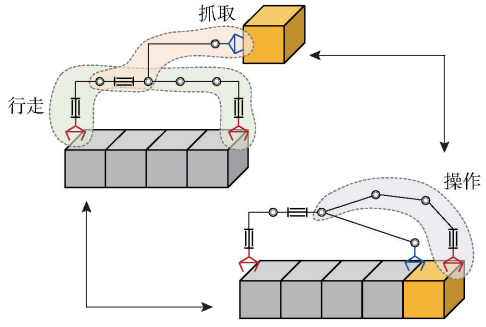


图 2 TuoA 机器人装配桁架单元简图

Fig. 2 Diagram of truss unit assembled by TuoA robot

2 运动学分析与尺度综合

根据 D - H 参数定义方法[27],按照 TuoA 机器人各关节布置方式建立其连杆坐标系,为便于表示,对所有运动副进行标号,如图 3 所示,相应 D - H 参数如表 1 所示。

根据图 3 中的基本定义,将 TuoA 机器人行走、抓取和操作功能中各连杆位姿变换矩阵顺序相乘可以分别得到机器人在行走、抓取和操作状态下正运动学为

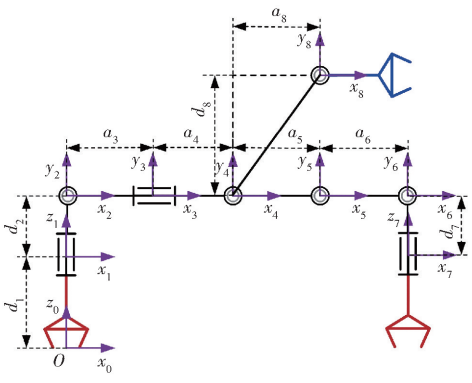


图 3 TuoA 机器人连杆坐标系

Fig. 3 Coordinate systems of TuoA robot

表 1 D - H 参数

Tab. 1 D - H parameters

i	a_i	$\alpha_i/(°)$	d_i	θ_i
1	0	0	d_1	θ_1
2	0	-90	d_2	θ_2
3	a_3	0	0	θ_3
4	a_4	0	0	θ_4
5	a_5	0	0	θ_5
6	a_6	0	0	θ_6
7	0	90	0	θ_7
8	a_8	0	d_8	θ_8

$$\begin{cases} \boldsymbol{T}_{\mathrm{wa}} = {}_1^0\boldsymbol{T}(\boldsymbol{\theta}_1){}_2^1\boldsymbol{T}(\boldsymbol{\theta}_2){}_3^2\boldsymbol{T}(\boldsymbol{\theta}_3){}_4^3\boldsymbol{T}(\boldsymbol{\theta}_4)\cdot \\ \qquad {}_5^4\boldsymbol{T}(\boldsymbol{\theta}_5){}_6^5\boldsymbol{T}(\boldsymbol{\theta}_6){}_7^6\boldsymbol{T}(\boldsymbol{\theta}_7) & \text{(行走)} \\ \boldsymbol{T}_{\mathrm{gb}} = {}_2^1\boldsymbol{T}(\boldsymbol{\theta}_2){}_3^2\boldsymbol{T}(\boldsymbol{\theta}_3){}_4^3\boldsymbol{T}(\boldsymbol{\theta}_4){}_8^4\boldsymbol{T}(\boldsymbol{\theta}_8) & \text{(抓取)} \\ \boldsymbol{T}_{\mathrm{op}} = {}_4^3\boldsymbol{T}(\boldsymbol{\theta}_4){}_5^4\boldsymbol{T}(\boldsymbol{\theta}_5){}_6^5\boldsymbol{T}(\boldsymbol{\theta}_6) & \text{(操作)} \end{cases} \tag{1}$$

式中 ${}_i^{i-1}\boldsymbol{T}(\boldsymbol{\theta}_i)$——关节转角 $\boldsymbol{\theta}_i$ 的函数

$\boldsymbol{T}_{\mathrm{wa}}$——TuoA 机器人工具坐标系在基础坐标系下行走位姿矩阵

$\boldsymbol{T}_{\mathrm{gb}}$——TuoA 机器人工具坐标系在基础坐标系下抓取位姿矩阵

$\boldsymbol{T}_{\mathrm{op}}$——TuoA 机器人工具坐标系在基础坐标系下操作位姿矩阵

3 个位姿矩阵皆具有形式

$$\boldsymbol{T}_{\mathrm{end}} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{R}_{\mathrm{end}} & \boldsymbol{p}_{\mathrm{end}} \\ \boldsymbol{O} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{2}$$

式中 $\boldsymbol{p}_{\mathrm{end}}$——工具坐标系原点在基础坐标系中的位置向量

$\boldsymbol{R}_{\mathrm{end}}$——工具坐标系原点在基础坐标系中的姿态矩阵

$\boldsymbol{O}$——零矩阵

根据太空太阳能电站桁架单元基本形状和装配

任务需求，TuoA 机器人以圆规方式行走较为合理，则其构型应具有几何对称性；此外，为保证行走、抓取和操作功能，机器人应具备其他基本条件为

$$\begin{cases} a_5 + a_6 \geqslant \sqrt{a_8^2 + d_8^2} \\ a_3 + a_4 + a_5 + a_6 \geqslant L \\ a_3 + a_4 + \sqrt{a_8^2 + d_8^2} \geqslant L \end{cases} \tag{3}$$

式中　L——2 个相邻节点中心距离

令 $a_9 = \sqrt{a_8^2 + d_8^2}$，且 $a_3 + a_4 = a_5 = a_6$，则式(3)可写为

$$\begin{cases} 2a_5 \geqslant a_9 \\ 3a_5 \geqslant L \\ a_5 + a_9 \geqslant L \end{cases} \tag{4}$$

若 $L = 1\ 000$ mm 且 $a_3 = a_4$，$a_5 = 400$ mm，$a_9 = 600$ mm，则 $a_3 = a_4 = 200$ mm。

考虑到桁架单元节点结构和机器人夹爪抓取方式，令 $l_1 = 150$ mm、$l_2 = 100$ mm。TuoA 机器人机构关键尺寸参数如表 2 所示，基于关键尺寸简图见图 4。

表 2　TuoA 机器人关键尺寸参数

Tab. 2　Key dimension parameters of TuoA robot

mm

参数	d_1	d_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_9
数值	150	100	200	200	400	400	600

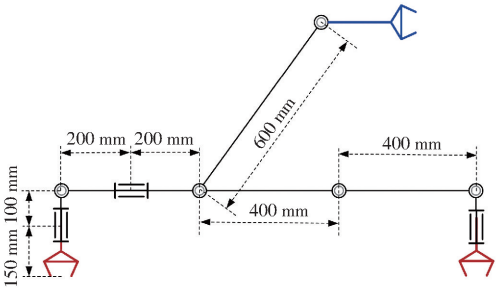


图 4　基于关键尺寸的 TuoA 机器人机构简图

Fig. 4　Diagram of TuoA robot based on key dimensions

3　边界规范与拓扑近似算法

3.1　边界规范算法

TuoA 机器人轻量化设计核心环节之一是部件刚度与质量映射模型构建，其基础是拓扑优化。当前普遍的拓扑优化方法虽可添加拔模方向等制造约束，但为了追求更好的应力分布和较小变形等性能，没有进一步约束拓扑结构的加工面形状，这种拓扑结构一般仅能采用价格高昂的增材方式制造，而不适用于价格低廉的减材方式。此外，对于形状类似结构件的拓扑优化，当前方法是每改变其中一个参数，需重新拓扑优化一次，以至于不同参数但相似结构件的生成效率极低，大大制约了机构设计效率[28]。

为减少加工成本和增加设计效率，本文提出针对形状规则相似部件拓扑优化的边界规范算法与拓扑近似算法。采用 Canny 算法[28]对规则形状部件的拓扑结构进行边缘检测，获取部件拓扑优化后形状，鉴于得到的每个部件加工面均为平面，其图像数据均可被二值化，所以每个图像像素梯度幅度可表示为

$$G(x,y) = \sqrt{g_x^2(x,y) + g_y^2(x,y)} \tag{5}$$

式中　x、y——每个像素坐标值

$g_x(x,y)$——沿 x 轴梯度幅度

$g_y(x,y)$——沿 y 轴梯度幅度

上述 2 个梯度幅度可通过 Sobel 算子[28]或其他算子获得。

记边缘像素所有坐标集合为

$$\boldsymbol{Q}[\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}] = \{(x,y) \mid G > G_P\} \tag{6}$$

式中　G_P——边缘梯度幅度阈值

所提出的边界规范算法：

Input: $a = b = 0$, $\boldsymbol{Q}[\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}]^{\mathrm{T}}$, $P(x_{01},y_{01})$, $Q(x_{02},y_{02})$, $\boldsymbol{C} = [c_1,c_2]^{\mathrm{T}}$

for $x > x_{01} \rightarrow d_1 = |x - x_{01}| + |y - y_{01}|$

$[x_{c1},y_{c1}] = \min(d_1)$

for $x < x_{02} \rightarrow d_2 = |x - x_{02}| + |y - y_{02}|$

$[x_{c2},y_{c2}] = \min(d_2)$

$\boldsymbol{S}_1(a,:) = [x_{c1},y_{c1}]$, $\boldsymbol{S}_2(b,:) = [x_{c2},y_{c2}]$, $\boldsymbol{S} = [\boldsymbol{S}_1,\boldsymbol{S}_2]^{\mathrm{T}}$, $\boldsymbol{A} = [\boldsymbol{1},\boldsymbol{S}(:,1)]$, $\boldsymbol{B} = \boldsymbol{S}(:,2)$

Solve $(\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}\boldsymbol{C} = \boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B})$, then return c_1, c_2

if $|y_i - \hat{y}_i| < \varepsilon_1$ & $[JB < 2(\| \sum (y_i - \hat{y}_i)^2 / \sum (y_i - \bar{y}_i)^2 \|) > \varepsilon_2$

$x_{01} = x_{c1}$, $x_{02} = x_{c2}$, $y_{01} = y_{c1}$, $y_{02} = y_{c2}$, $a = a + 1$, $b = b + 1$

else interrupt a or b

end if

end for

end for

$([x_U,y_U] = \max(\boldsymbol{S}(:,1)), [x_L,y_L] = \min(\boldsymbol{S}(:,1))) \in \boldsymbol{O} \Rightarrow (x + x_M)^2 + (y + y_M)^2 = r_M^2$

Satisfy $y = c_1 + c_2 x$ is tangent to $\boldsymbol{O}$, then return r_M

if $r_M \geqslant r_\varepsilon$, then return x_M, y_M

else $r_M = r_\varepsilon$, then return x'_U, x'_L, y'_U, y'_L, x'_M, y'_M

end if

该算法思路是从具有近似直线特征的中间向两端搜索，直到得到符合直线特征的所有像素坐标，然

后使用最小二乘法拟合直线线性方程,并确定当前线段上下边界坐标。基于此,将相邻线段边界坐标视为切点,插入与 2 条临近直线方程相切的内切圆弧。若圆弧半径大于刀具半径,则算法结束;反之,对内切圆弧半径进行修正,将刀具半径更新为圆弧半径,并解析修正后圆弧中心和切点坐标,该过程如图 5 所示。

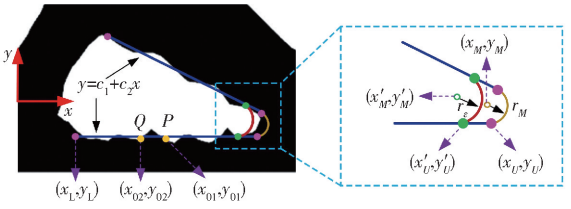


图 5 边界规范算法示意图

Fig. 5 Schematic of boundary specification algorithm

3.2 拓扑近似算法

拓扑近似内涵:相似部件在拓扑优化时的几何尺寸变化不大的情况下,认为每个材料去除比例下拓扑结构形状近似。

鉴于所研究边界规范算法和拓扑近似算法情况主要针对二维平面,假设某一几何参数集所生成的拓扑结构坐标集为[$\boldsymbol{x}_\mathrm{I}$,$\boldsymbol{y}_\mathrm{I}$],当变换几何参数集中的对拓扑结构有影响的参数以原点为中心进行缩放时,所生成的坐标集为[$\boldsymbol{x}_\mathrm{F}$,$\boldsymbol{y}_\mathrm{F}$],两者近似变换关系为

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{x}_\mathrm{F}\\ \boldsymbol{y}_\mathrm{F}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}s_x & 0\\ 0 & s_y\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\boldsymbol{x}_\mathrm{I}\\ \boldsymbol{y}_\mathrm{I}\end{bmatrix} \tag{7}$$

式中 $\boldsymbol{x}_\mathrm{F}$——变换后拓扑结构 x 轴坐标集

$\boldsymbol{y}_\mathrm{F}$——变换后拓扑结构 y 轴坐标集

$\boldsymbol{x}_\mathrm{I}$——变换前拓扑结构 x 轴坐标集

$\boldsymbol{y}_\mathrm{I}$——变换前拓扑结构 y 轴坐标集

s_x——拓扑结构 x 轴近似变换因子

s_y——拓扑结构 y 轴近似变换因子

虽然上述拓扑近似算法有利于提高相似部件拓扑结构生成效率,而要损失部分表征精度;但在几何尺寸与拓扑结构同步优化过程中,部件刚度与重量映射模型构建仅是中间环节,且多目标优化涉及多个参数和相互交叉的设计空间,最后结果需得到的 Pareto 前沿中选择,所以参数变化经过近似处理后带来的影响较小,但对于效率提升却有用,所以拓扑近似处理。

4 静力学建模

TuoA 机器人主要在微重力环境中工作,虽几乎没有重力作用,但装配精度对机器人运动精度提出的要求不会减少,而影响机器人精度的主要因素是其不同位姿下刚度[27],因为足够的刚度可减少机器人在运动和负载过程中的变形,保证末端执行器能准确到达指定位置和姿态,从而实现高精度的装配作业。同时,机器人面临高运载成本,降低机器人的质量也一直是需解决的问题[18]。

4.1 受力分析

根据以上分析,在轨装配机器人刚度对精度的影响主要体现在其执行任务时,对装配状态时机器人进行受力分析是其轻量化设计的前提,再确定各部件拓扑优化载荷边界条件。

TuoA 机器人装配时受力分析如图 6 所示。已知条件 $l_{BC}=l_{CD}=400$ mm、$l_{BE}=600$ mm、$l_{DE}=100$ mm。经计算,$\alpha\approx30°$、$\beta=2\alpha\approx60°$、$\gamma\approx60°$和 $\delta=90°$。

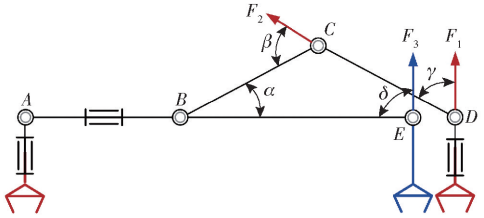


图 6 TuoA 机器人装配时受力分析图

Fig. 6 Force analysis diagram of TuoA robot assembly

因此,连杆 BC、CD 和 BE 前端受力方向可确定。

4.2 部件刚度与重量映射模型

根据连杆 BC、CD 和 BE 受力分析,可确定这 3 个连杆拓扑优化分析与设置条件,如图 7、8 所示。

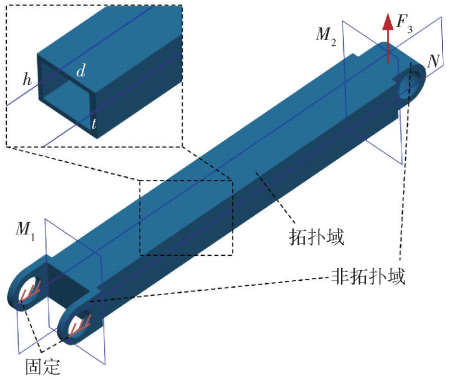


图 7 连杆(BC)CD 分析与设置

Fig. 7 Linkage (BC)CD analysis and setup

连杆 BC、CD 和 BE 左侧转动副连接处为固定约束,转动副与连杆连接之处为拓扑域和非拓扑域的分界,3 个连杆的中间部分(平面 M_1 和 M_2 之间、平面 P_1 和 P_2 之间)皆为拓扑域;制造工艺性中的拔模方向设置为从上表面到下表面,对上下表面实施边界规范,并且关于上下、左右表面(平面 N 和平面 Q)对称。此外,3 个连杆横截面高度 h、宽度 d 和厚度 t 初始值相同,且在后续构建刚度与质量映射模型时变化方式一致。

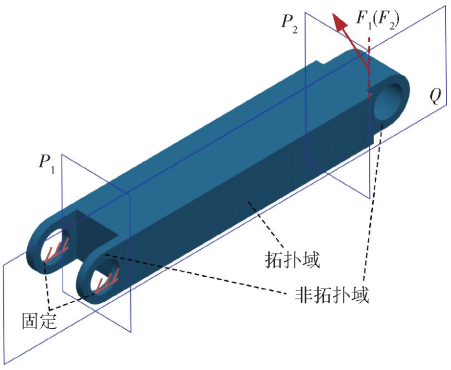


图 8　连杆 *BE* 分析与设置

Fig. 8　Linkage *BE* analysis and setup

由于连杆 *BC* 和 *CD* 受力条件相同，且基本几何尺寸相同，所以这两个连杆条件设置相同（图 7），后续两者刚度与质量映射模型也相同。

采用基于边界规范的 SIMP[27] 方法对连杆 *BC*、*CD* 和 *BE* 进行拓扑优化，初始基准尺寸宽和高都设置为 60 mm 和 40 mm；经测算，连杆 *BC*、*CD* 和 *BE* 质量保留比 r_m 分别设为 55%、65% 和 75%，设置优化目标为柔度最小，拓扑优化模型为

$$\begin{cases} \min\ \widetilde{C}(x_e) = \boldsymbol{U}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{K}\boldsymbol{U} \\ \text{s. t.} \begin{cases} V(x_e) - Vr_m = 0 \\ \boldsymbol{K}\boldsymbol{U} - \boldsymbol{F} = 0 \\ 0 \leqslant x_{\min} \leqslant x_e \leqslant 1 \end{cases} \end{cases} \tag{8}$$

式中　$\widetilde{C}$——部件柔度

$\boldsymbol{U}$——位移矢量

$x_{\min}$——最小相对密度，取 0.01

$\boldsymbol{F}$——外部载荷

$\boldsymbol{K}$——全局刚度矩阵

V——初始设计空间体积

$V(x_e)$——最终材料体积

拓扑优化执行过程中，当收敛程度最大值不大于 0.1% 时，迭代循环结束。基于上述条件，连杆 *BC*、*CD* 和 *BE* 在质量保留比为 55%、65% 和 75% 时拓扑优化结果如图 9、10 所示。

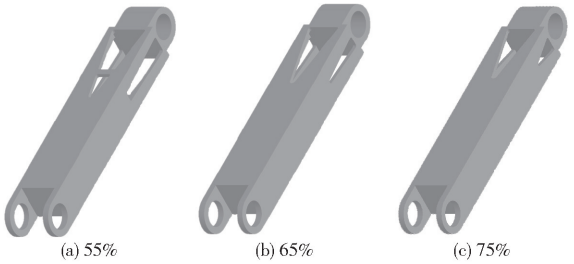


图 9　连杆 (*BC*)*CD* 拓扑结构

Fig. 9　Linkage (*BC*)*CD* topology

由图 9、10 可知，不同质量保留比拓扑结构相差较大，基于边界规范与拓扑近似的拓扑优化使连杆拓扑结构受力更合理，且越靠近受力端的材料去除越多，从固定端到受力端整体呈倒三角形，优化后所有部件没有任何毛刺，可直接用于加工。

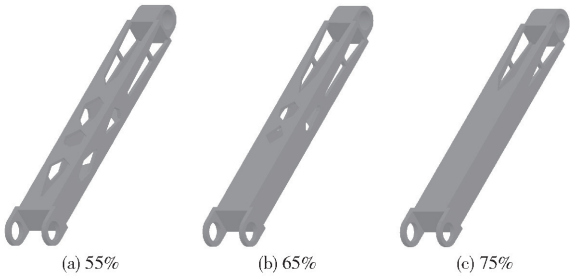


图 10　连杆 *BE* 拓扑结构

Fig. 10　Linkage *BE* topology

为进一步说明拓扑优化过程中优化目标的收敛过程，2 种不同连杆 (*BC*)*CD* 和 *BE* 在质量保留比 75% 条件下收敛精度曲线，如图 11、12 所示。

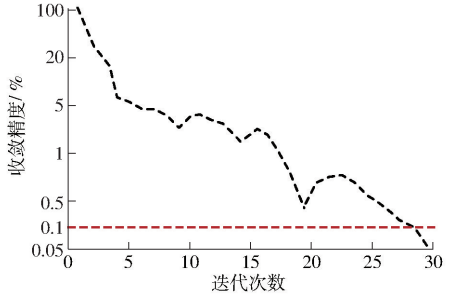


图 11　连杆 (*BC*)*CD* 拓扑结构收敛精度曲线

Fig. 11　Convergence accuracy curve of linkage (*BC*)*CD*

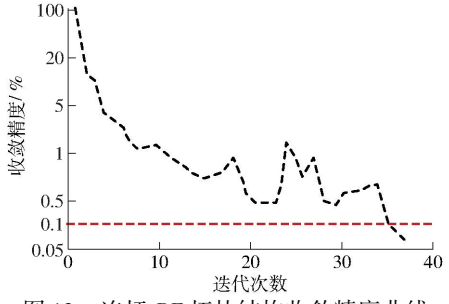


图 12　连杆 *BE* 拓扑结构收敛精度曲线

Fig. 12　Convergence accuracy curve of linkage *BE*

采用正交设计方法采集不同参数与刚度、质量之间的样本点，由于连杆 *BC*、*CD* 和 *BE* 长度一定，高度对拓扑结构和部件刚度影响均较小，设定所有部件高度均为 40 mm，其余变化参数只有壁厚 t、宽度 d 和质量保留比 r_m。采用最常见的三因素三水平，如表 3 所示。

由于拓扑结构和形状皆不受连杆壁厚和质量保留比的影响，仅与宽度相关；若长度方向为 x 轴，宽度方向为 y 轴，则式 (7) 改写为

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{x}_{\mathrm{F}} \\ \boldsymbol{y}_{\mathrm{F}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \overline{d}/d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{x}_{\mathrm{I}} \\ \boldsymbol{y}_{\mathrm{I}} \end{bmatrix} \tag{9}$$

表 3 变量正交设计

Tab. 3 Variables orthogonal design

组数	t/mm	d/mm	r_m/%
1	4	50	55
2	4	60	65
3	4	70	75
4	5	60	55
5	5	70	65
6	5	50	75
7	6	70	55
8	6	50	65
9	6	60	75

式中 $\bar{d}$——拓扑结构近似后宽度

d——拓扑结构近似前宽度

基于上述正交变量设置和拓扑近似方式,结合图 9 ~ 12 可得连杆 *BC*、*CD* 和 *BE* 尺寸和拓扑结构,利用 ANSYS 提取其刚度矩阵和质量;采用响应面法[18]构建壁厚、宽度、质量保留比和每个刚度矩阵主对角元素映射模型,部件质量可直接通过质量保留比计算得到,从而形成以变量为中间桥梁的各种规格部件刚度与质量映射模型

$$1/k_{(BC)CD,1}=10^{-7}(0.69-9r_{m,CD}+8.2\times10^{-5}d_{L,CD}^2-5\times10^{-4}t_{L,CD}d_{L,CD}+0.3tr_{m,CD}) \tag{10}$$

$$1/k_{(BC)CD,2}=10^{-7}(2.4-0.19t_{L,CD}+2.46\times10^{-3}t_{L,CD}^2+2.7r_{m,CD}^2+t_{L,CD}r_{m,CD}-0.1d_{L,CD}) \tag{11}$$

$$1/k_{(BC)CD,3}=10^{-7}(-5.7-0.1d_{L,CD}+7.2\times10^{-4}t_{L,CD}^2+2.7t_{L,CD}d_{L,CD}+0.16t_{L,CD}r_{m,CD}) \tag{12}$$

$$1/a_{(BC)CD,1}=10^{-7}(112-1.5t_{L,CD}+0.1d_{L,CD}+50r_{m,CD}+1.4\times10^{-2}t_{L,CD}^2+0.5t_{L,CD}r_{m,CD}) \tag{13}$$

$$1/a_{(BC)CD,2}=10^{-7}(15+6.4t_{L,CD}-0.05t_{L,CD}^2+68r_{m,CD}^2+0.002t_{L,CD}d_{L,CD}) \tag{14}$$

$$1/a_{(BC)CD,3}=10^{-7}(7.9+1.4t_{L,CD}d_{L,CD}+170r_{m,CD}-1.2t_{L,CD}r_{L,CD}) \tag{15}$$

$$1/k_{BE,1}=10^{-7}(0.67-9.2r_{m,BE}+8\times10^{-5}d_{L,BE}^2-6\times10^{-4}t_{L,BE}d_{L,BE}+0.3t_{L,BE}r_{m,BE}) \tag{16}$$

$$1/k_{BE,2}=10^{-7}(9-0.4t_{L,BE}+6\times10^{-3}t_{L,BE}^2+5r_{m,BE}^2+0.2t_{L,BE}r_{m,BE}-0.4d_{L,BE}) \tag{17}$$

$$1/k_{BE,3}=10^{-7}(-8-0.5d_{L,BE}+9\times10^{-4}t_{L,BE}^2+2.7t_{L,BE}d_{L,BE}+0.2t_{L,BE}r_{m,BE}) \tag{18}$$

$$1/a_{BE,1}=10^{-7}(179-3t_{L,BE}+0.6d_{L,BE}+61r_{m,BE}+1.8\times10^{-2}t_{L,BE}^2+0.6t_{L,BE}r_{m,BE}) \tag{19}$$

$$1/a_{BE,2}=10^{-7}(21+6.9_{L,BE}-0.07t_{L,BE}^2+53r_{m,BE}^2+2.3\times10^{-3}t_{L,BE}d_{L,BE}) \tag{20}$$

$$1/a_{BE,3}=10^{-7}(8+3.6t_{L,BE}d_{L,BE}+89r_{m,BE}-4.8t_{L,BE}r_{m,BE}) \tag{21}$$

选取均方根误差(RMSE)和 R^2[29]作为精度评价指标,连杆 *BC*、*CD* 和 *BE* 各向刚度拟合精度结果如表 4 所示。

表 4 拟合精度

Tab. 4 Fitting accuracy

模型	RMSE	R^2
$k_{(BC)CD,1}$	0.15 N/μm	0.91
$k_{(BC)CD,2}$	0.18 N/μm	0.90
$k_{(BC)CD,3}$	0.12 N/μm	0.95
$a_{(BC)CD,1}$	0.14 N·m/rad	0.94
$a_{(BC)CD,2}$	0.03 N·m/rad	0.99
$a_{(BC)CD,3}$	0.14 N·m/rad	0.94
$k_{BE,1}$	0.12 N/μm	0.92
$k_{BE,2}$	0.16 N/μm	0.96
$k_{BE,3}$	0.13 N/μm	0.95
$a_{BE,1}$	0.16 N·m/rad	0.97
$a_{BE,2}$	0.14 N·m/rad	0.93
$a_{BE,3}$	0.15 N·m/rad	0.94

从表 4 看出,所有部件刚度与质量映射模型 RMSE 均不大于 0.18 N/μm,R^2均不小于 0.90,说明这些模型可以表征连杆 *BC*、*CD* 和 *BE* 刚度,可将其嵌入机器人性能模型,开展轻量化设计。

4.3 机器人刚度与质量模型

根据虚功原理[18]可得

$$\boldsymbol{\tau}=\boldsymbol{J}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{F}=\boldsymbol{J}^{\mathrm{T}}[f_x\quad f_y\quad f_z\quad m_x\quad m_y\quad m_z]^{\mathrm{T}} \tag{22}$$

式中 $\boldsymbol{\tau}$——机器人关节力矩

$\boldsymbol{J}$——机器人雅可比矩阵

$\boldsymbol{F}$——机器人末端所受六维力

f——机器人末端所受力

m——机器人末端所受力矩

在笛卡尔空间中,假设机器人末端变形与所受力遵循胡克定律,即

$$\boldsymbol{F}=\boldsymbol{K}_X\Delta\boldsymbol{X} \tag{23}$$

式中 $\boldsymbol{K}_X$——机器人笛卡尔刚度矩阵

$\Delta\boldsymbol{X}$——机器人末端产生的六维变形

基于虚拟铰链法[28],机器人每一个关节可等效为一个线弹性范围内的一维线性扭簧。因此,在关节空间中存在

$$\boldsymbol{\tau}=\boldsymbol{K}_\theta\Delta\boldsymbol{\theta}=\mathrm{diag}[\boldsymbol{K}_{\theta_1}\quad\boldsymbol{K}_{\theta_2}\quad\cdots\quad\boldsymbol{K}_{\theta_i}][\Delta\theta_1\quad\Delta\theta_2\quad\cdots\quad\Delta\theta_i]^{\mathrm{T}} \tag{24}$$

式中 $\boldsymbol{K}_\theta$——机器人关节刚度矩阵

$\Delta\boldsymbol{\theta}$——关节转角

若将所有连杆刚度叠加至临近关节刚度矩阵中,则第 m 个连杆在临近关节局部坐标系中的刚度矩阵可表示为

$$\bar{\boldsymbol{K}}_m=\boldsymbol{T}_m\boldsymbol{K}_m^{-1}\boldsymbol{T}_m^{\mathrm{T}} \tag{25}$$

其中 $$\boldsymbol{T}_m=\begin{bmatrix}\boldsymbol{R}_m & [\boldsymbol{r}_m\times]\boldsymbol{R}_m\\ \boldsymbol{O} & \boldsymbol{R}_m\end{bmatrix} \tag{26}$$

式中 $\boldsymbol{K}_m$——第 m 个连杆在其局部坐标系中的刚度矩阵

$\boldsymbol{T}_m$——第 m 个部件局部坐标系与临近关节局部坐标系的转换矩阵

$\boldsymbol{R}_m$——第 m 个部件局部坐标系与临近关节局部坐标系的姿态转换矩阵

$[\boldsymbol{r}_m\times]$——第 m 个部件局部坐标系与临近关节局部坐标系原点间向量 $\boldsymbol{r}_m$ 的斜矩阵

根据机器人雅可比矩阵可得

$$\Delta\boldsymbol{X}=\boldsymbol{J}\Delta\boldsymbol{\theta} \tag{27}$$

进而可得六维变形与六维力的关系

$$\Delta\boldsymbol{X}=\boldsymbol{J}\boldsymbol{K}_\theta^{-1}\boldsymbol{J}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{F} \tag{28}$$

根据式(27)、(28)可得机器人笛卡尔刚度矩阵表达式为

$$\boldsymbol{K}_X=\boldsymbol{J}^{-\mathrm{T}}\boldsymbol{K}_\theta\boldsymbol{J}^{-1} \tag{29}$$

由于 TuoA 机器人由第 1 支链、第 2 支链和第 3 支链组成，所以其质量可通过叠加每个支链各部件质量得到；由此，TuoA 机器人整体质量可表示为

$$G_{\mathrm{TuoA}}=G_{\mathrm{L1}}+G_{\mathrm{L2}}+G_{\mathrm{L3}} \tag{30}$$

其中 $$\begin{cases}G_{\mathrm{L1}}=g_{\mathrm{R1}}+g_{\mathrm{R2}}+g_{\mathrm{R3}}+g_{\mathrm{L1}}+g_{\mathrm{L2}}+g_{\mathrm{L3}}\\ G_{\mathrm{L2}}=g_{\mathrm{R4}}+g_{\mathrm{R4}}+g_{\mathrm{L4}}+g_{\mathrm{L8}}\\ G_{\mathrm{L3}}=g_{\mathrm{R5}}+g_{\mathrm{R6}}+g_{\mathrm{R7}}+g_{\mathrm{L5}}+g_{\mathrm{L6}}+g_{\mathrm{L7}}\end{cases} \tag{31}$$

式中 G_{TuoA}——TuoA 机器人质量

G_{L1}——第 1 支链质量

G_{L2}——第 2 支链质量

G_{L3}——第 3 支链质量

$g_{\mathrm{R}i}$——第 i 个关节质量

$g_{\mathrm{L}i}$——第 i 个连杆质量

$g_{\mathrm{R}i}$在设计过程中不变，可在三维模型中直接测得，$g_{\mathrm{L}i}$与其几何特征直接相关；$g_{\mathrm{R}i}$计算式为

$$g_{\mathrm{R}i}=g\pi\rho r_{\mathrm{R}i}^2 l_{\mathrm{R}i} \tag{32}$$

式中 ρ——材料密度

$r_{\mathrm{R}i}$——第 i 个关节底面半径

$l_{\mathrm{R}i}$——第 i 个关节长度

不同于关节质量计算方法，连杆质量涉及拓扑优化和非拓扑优化，$g_{\mathrm{L}i}$计算式为

$$g_{\mathrm{L}i}=\begin{cases}g\rho l_{\mathrm{L}i}\Theta & (\text{非拓扑优化})\\ g\rho r_{\mathrm{m,L}i}l_{\mathrm{L}i}\Theta & (\text{拓扑优化})\end{cases} \tag{33}$$

其中 $$\Theta=2t_{\mathrm{L}i}d_{\mathrm{L}i}+2h_{\mathrm{L}i}t_{\mathrm{L}i}-4t_{\mathrm{L}i}^2$$

式中 $h_{\mathrm{L}i}$——第 i 个连杆高度

$d_{\mathrm{L}i}$——第 i 个连杆宽度

$l_{\mathrm{L}i}$——第 i 个连杆长度

$t_{\mathrm{L}i}$——第 i 个连杆壁厚

$r_{\mathrm{m,L}i}$——第 i 个连杆拓扑优化时质量保留比

5　轻量化设计

5.1　优化模型

从图 4 可以看出，抓取功能和操作功能主要依赖第 2 支链和第 3 支链，但它们共同依附于第 1 支链，即抓取功能机构依托于第 1 支链和第 2 支链、操作功能机构依托于第 1 支链和第 3 支链，因此可将抓取功能机构末端以及操作功能机构末端在极限工况下的 z 轴角刚度 $k_{\mathrm{gb},za}$和 $k_{\mathrm{op},za}$最大值以及 TuoA 机器人质量 G_{TuoA}最小值作为优化目标，各连杆、关节尺寸参数与拓扑优化条件以及抓取功能机构末端和操作功能机构末端在极限工况下 y 轴线刚度 $k_{\mathrm{gb},yl}$与 $k_{\mathrm{op},yl}$作为约束条件，建立多目标优化模型为

$$\begin{cases}F=\min\{G_{\mathrm{TuoA}},1/k_{\mathrm{gb},za},1/k_{\mathrm{op},za}\}\\ \text{s.t.}\begin{cases}\underline{k}_{\mathrm{gb},yl}\leqslant k_{\mathrm{gb},yl}\\ \underline{k}_{\mathrm{op},yl}\leqslant k_{\mathrm{op},yl}\\ 55\%\leqslant r_{\mathrm{m,L}i}\leqslant 75\%\\ 5\ \mathrm{mm}\leqslant t_{\mathrm{L}i}\leqslant 7\ \mathrm{mm}\\ 50\ \mathrm{mm}\leqslant d_{\mathrm{L}i}\leqslant 70\ \mathrm{mm}\end{cases}\end{cases} \tag{34}$$

式中 $\underline{k}_{\mathrm{gb},yl}$——抓取功能机构末端在极限工况下 y 轴角刚度

$\underline{k}_{\mathrm{op},yl}$——操作功能机构末端在极限工况下 y 轴角刚度

根据 TuoA 机器人使用要求，$\underline{k}_{\mathrm{gb},yl}$、$\underline{k}_{\mathrm{op},yl}$为 5×10^5、8×10^5 N/m。基于上述条件联合 Isight 与 Matlab 实施多目标优化；选择粒子群优化算法，参数设置如表 6 所示。

表 6　粒子群优化算法参数

Tab. 6　Parameters of PSO optimization algorithm

参数	数值
Global learning coefficient	1.36
Personal learning	1.48
Maximum iterations	50
Number of particles	40
Initialweight	0.816

5.2　结果分析

基于优化模型式(34)得到优化结果如图 13 所示；在 2 000 个样本遍历过程中，满足 Pareto 前沿可行解个数为 169，为了权衡各指标的利弊，采用合作均衡点选择准则[28]选定的解对应的优化目标值为 $G_{\mathrm{TuoA}}=45.1$ kg、$k_{\mathrm{gb},za}=4.72\times10^4$ N·m/rad 和 $k_{\mathrm{op},za}=6.84\times10^4$ N·m/rad。

得到的最终解所对应的宽度经圆整后分别为

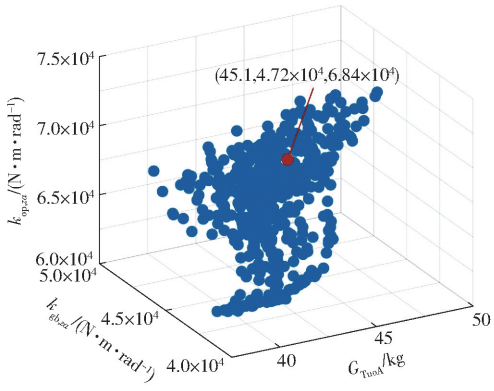
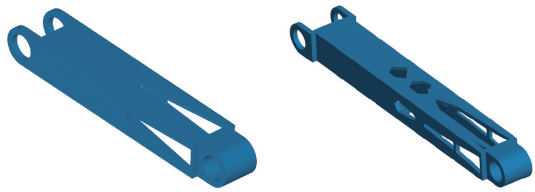


图 13 优化结果

Fig. 13 Optimization results

$d_{L,BC}=64$ mm、$d_{L,CD}=59$ mm 和 $d_{L,BE}=62$ mm，壁厚为 $t_{L,BC}=5.6$ mm、$t_{L,CD}=4.8$ mm 和 $t_{L,BE}=5.4$ mm，质量保留比经圆整分别为 $r_{m,BC}=67\%$、$r_{m,CD}=67\%$ 和 $r_{m,BE}=63\%$；优化后机器人质量降低 17.4%；对应连杆 *BC*、*CD* 和 *BE* 最终拓扑结构如图 14 所示。



(a) *BC*(*CD*)拓扑结构 (b) *BE*拓扑结构

图 14 最终拓扑结构

Fig. 14 Final topology structures

6 结论

(1)设计了一种集行走、抓取和操作功能于一身的新型三支链 TuoA 机器人，且 3 种功能可以在不同支链中相互切换，实现灵活高效的桁架单元“蚂蚁搬家”式在轨装配。

(2)通过对 TuoA 机器人进行多种运动模式下的运动学分析和尺度综合，确定了功能实现下的各部件尺度。为该机器人后续刚度和质量模型构建及轻量化设计奠定了基础。

(3)开发了拓扑近似和边界规范两种算法，并基于受力分析对连杆 *BC*、*CD* 和 *BE* 进行一次成型拓扑优化，从而实现了部件刚度与质量映射模型快速构建。

(4)基于刚度与重量映射模型和虚拟铰链法构建的整机刚度模型，采用粒子群优化算法开展全局优化，优化后机器人质量降低 17.4%。

参 考 文 献

[1] HU W, DENG Z. A review of dynamic analysis on space solar power station[J]. Astrodynamics, 2023, 7(2): 115 – 130.

[2] YANG Y, ZHANG Y, DUAN B, et al. A novel design project for space solar power station (SSPS – OMEGA)[J]. Acta Astronautica, 2016, 121: 51 – 58.

[3] LI W. Overview on space solar power station[J]. Advances in Astronautics Science and Technology, 2022, 5(1): 1 – 2.

[4] CHENG Z, HOU X, ZHANG X, et al. In-orbit assembly mission for the space solar power station[J]. Acta Astronautica, 2016, 129: 299 – 308.

[5] VERDUCI R, ROMANO V, BRUNETTI G, et al. Solar energy in space applications: review and technology perspectives[J]. Advanced Energy Materials, 2022, 12(29): 2200125.

[6] YONGA CHUENGWA T, SWANEPOEL J A, KURIEN A M, et al. Research perspectives in collaborative assembly: a review[J]. Robotics, 2023, 12(2): 37.

[7] ZHANG S, HUANG H, HUANG D, et al. Subtask-learning based for robot self-assembly in flexible collaborative assembly in manufacturing[J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2022, 120(9): 6807 – 6819.

[8] JIANG Y, HUANG Z, YANG B, et al. A review of robotic assembly strategies for the full operation procedure: planning, execution and evaluation[J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2022, 78: 102366.

[9] JIANG J, YAO L, HUANG Z , et al. The state of the art of search strategies in robotic assembly[J]. Journal of Industrial Information Integration, 2022, 26: 100259.

[10] NABONI R, KUNIC A, SCHLETTE C, et al. Design, simulation and robotic assembly of reversible timber structures[J]. Construction Robotics, 2021, 5: 13 – 22.

[11] KUNIC A, NABONI R, KRAMBERGER A, et al. Design and assembly automation of the robotic reversible timber beam[J]. Automation in Construction, 2021, 123: 103531.

[12] ZHANG C J, GUO W Z, HU J X, et al. Space truss construction modeling based on on-orbit assembly motion feature[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2024, 37(3): 365 – 379.

[13] 沈惠平, 仲锐, 李菊, 等. 运动副分布顺序对并联机构运动学与动力学性能的影响[J]. 农业机械学报, 2023, 54(7): 412 – 426.
SHEN Huiping, ZHONG Rui, LI Ju, et al. Influence of different distribution order of joints on kinematic and dynamic performance of parallel mechanism[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2023, 54(7): 412 – 426. (in Chinese)

[14] 陈修龙, 郭景尧, 王景庆, 等. 考虑混合间隙的空间并联机构非线性动力学特性分析[J]. 农业机械学报, 2023, 54(12): 431 – 448.

CHEN Xiulong, GUO Jingyao, WANG Jingqing, et al. Dynamic characteristics analysis of spatial parallel mechanism with compound clearances[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2023, 54(12): 431 - 448. (in Chinese)

[15] 李菊, 肖思进, 沈惠平,等. 两支链三平移并联机构动力学分析与性能优化[J]. 农业机械学报, 2022, 53(10): 412 - 422.
LI Ju, XIAO Sijin, SHEN Huiping, et al. Dynamics analysis and performance optimization of two-chain and three-translation parallel mechanism[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2022, 53(10): 412 - 422. (in Chinese)

[16] MILLER K. Optimal design and modeling of spatial parallel manipulators[J]. International Journal of Robotics Research, 2004, 23(2): 127 - 140.

[17] 汪满新. 一种五自由度混联机器人设计理论与方法研究[D]. 天津: 天津大学, 2015.
WANG Manxin. Investigation into compliance modeling and design methodology of a five degree of freedom hybrid robot[D]. Tianjin: Tianjin University, 2015. (in Chinese)

[18] SUN T, LIAN B B. Stiffness and mass optimization of parallel kinematic machine uncertainty[J]. Mechanism and Machine Theory, 2018, 120: 73 - 88.

[19] LIAN B B, WANG X V, WANG L H. Static and dynamic optimization of a pose adjusting mechanism considering parameter changes during construction approaches[J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2019, 59: 267 - 277.

[20] KWON W, KIM H K, PARK J K. Biped humanoid robot Mahru Ⅲ[C]// Proceedings of the 7th IEEE-RAS International Conference on Humanoid Robots, 2007:583 - 588.

[21] HUANG H B, ZHANG G. The topology optimization for L-shape arm of motorman-HP20 robot[J]. Applied Mechanics and Materials, 2012, 201 - 202: 871 - 874.

[22] BAI Y F, CONG M, LI Y Y. Structural topology optimization for a robot upper arm based on SIMP method[J]. Mechanisms and Machine Science, 2016, 36: 725 - 733.

[23] LUO H T, FU J, WANG P, et al. Design optimization of the ram structure of friction stir welding robot[J]. Mechanics of Advanced Materials and Structures, 2020, 27(2): 108 - 118.

[24] SRINIVAS G L, JAVED A. Synthesis and performance evaluation of manipulator-link using improved weighted density matrix approach with topology optimization method[J]. Journal of Engineering Science and Technology, 2021, 24: 1239 - 1252.

[25] CHONG Z H, XIE F G, LIU X J, et al. Worst-case identification-based topology optimization of a 2-DoF hybrid robotic arm [J]. International Journal of Intelligent Robotics and Applications, 2020, 4: 136 - 148.

[26] KIM B J, YUN D K, LEE S H, et al. Topology optimization of industrial robots for system-level stiffness maximization by using part-level metamodels[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2016, 54: 1061 - 1071.

[27] WANG X H, ZHANG D W, ZHAO C, et al. Optimal design of lightweight serial robots by integrating topology optimization and parametric system optimization[J]. Mechanism and Machine Theory, 2019, 132: 48 - 65.

[28] WANG M, SONG Y M, LIAN B B. Dimensional parameters and structural topology integrated design method of a planar 5R parallel machining robot[J]. Mechanism and Machine Theory, 2022, 175: 104964.

[29] 王猛, 林文琦, 崔青春, 等. 基于结构相似性的并联机构拓扑与尺寸同步设计方法[J]. 农业机械学报, 2024, 55(4): 431 - 439.
WANG Meng, LIN Wenqi, CUI Qingchun, et al. Topology and dimension synchronization design method for parallel mechanisms based on structural similarity[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2024, 55(4): 431 - 439. (in Chinese)

[30] JIN R C, CHEN W. Comparative studies of metamodeling techniques under multiple modeling criteria[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2001, 23: 1 - 13.