doi:10.6041/j.issn.1000-1298.2025.10.027

基于 Hybrid A* 与最优控制的农机精准进田转场轨迹规划方法

迟瑞娟　付国辉　马悦琦　班　超　苏　童　陈嘉翊　李知旻
（中国农业大学工学院，北京 100083）

摘要：狭窄机耕道环境下，农机进田转场轨迹规划影响农机行驶轨迹平滑性和进田作业质量和效率。针对目前农机路径规划在狭窄空间转弯处的轨迹曲率较大、不够平滑和速度规划不够精准，不利于取得较好跟踪效果等问题，本文提出一种基于 Hybrid A* 与最优控制的农机精准进田转场轨迹规划方法。获取先验转场的栅格地图、起始位姿和目标位姿，采用 Hybrid A* 算法获取满足农机运动学约束的最优或者较优转场路径；对路径节点配置时间信息，并通过数据预处理得到非线性问题求解所需初始解；采用最优控制问题的方法，在农机运动学约束、两点边值约束、动力学约束和避障约束等多约束条件下，建立缩短转场时间、提高农机操纵性和提升轨迹平滑性多优化目标代价函数；将最优控制问题转换为非线性规划（NLP）问题，且采用非线性求解器求解，得到农机进田转场轨迹和速度序列。并以洋马 VP6E 型插秧机作为实验平台，在农机车头背向进田通道和车头朝向进田通道 2 种场景中进行仿真与实车实验。实验结果表明，轨迹平均曲率为 0.231 2 ~ 0.251 7 m^{-1}，轨迹平滑性较好，符合车辆运动学特性；在轨迹跟踪实车实验中，平均绝对横向偏差为 1.56 ~ 2.59 cm，平均绝对航向角偏差为 0.97° ~ 1.54°，最大绝对速度偏差为 0.058 ~ 0.102 m/s，平均绝对速度为 0.454 ~ 0.528 m/s，因此，插秧机有效跟踪本文轨迹规划方法生成的轨迹，实现了插秧机在狭窄机耕道上精准、快速地进田转场。

关键词：精准转场；轨迹规划；最优控制；Hybrid A*；非线性规划；轨迹跟踪
中图分类号：TP242.6　　**文献标识码**：A　　**文章编号**：1000-1298(2025)10-0321-11　　**OSID**：

Hybrid A* and Optimal Control-based Trajectory Planning Method for Precise Field Turning of Agricultural Machines

CHI Ruijuan　FU Guohui　MA Yueqi　BAN Chao　SU Tong　CHEN Jiayi　LI Zhimin
(*College of Engineering*, *China Agricultural University*, *Beijing* 100083, *China*)

Abstract: In narrow farm roads, the planning of farm machinery movement trajectories affects the smoothness of the driving trajectory, as well as the quality and efficiency of field operations. Aiming to address the current issues in farm machinery path planning—such as large trajectory curvature, insufficient smoothness, and imprecise speed planning at narrow turns, which hinder optimal tracking performance, a method for precise farm machinery movement trajectory planning was proposed based on Hybrid A* and optimal control. By obtaining the prior grid map of the field entry, the initial pose, and the target pose, the Hybrid A* algorithm was used to obtain the optimal or near-optimal field entry path that satisfied the agricultural machinery's kinematic constraints. Time information was assigned to path nodes, and initial solutions required for solving nonlinear problems were obtained through data preprocessing. Using the optimal control problem method, a multi-objective cost function was established under multiple constraints, including agricultural machinery kinematic constraints, two-point boundary value constraints, dynamic constraints, and obstacle avoidance constraints, to achieve the objectives of shortening transfer time, improve agricultural machinery maneuverability, and enhance trajectory smoothness; the optimal control problem was converted into a nonlinear programming (NLP) problem and solved by using a nonlinear solver to obtain the agricultural machinery field entry and exit trajectory and velocity sequence. Using the Yanmar VP6E rice transplanter as the experimental platform, simulations

收稿日期：2025-05-01　修回日期：2025-05-20
基金项目：国家自然科学基金项目(52172396)
作者简介：迟瑞娟(1969—)，女，副教授，博士生导师，主要从事车辆机电控制及智能化研究，E-mail：chiruijuan@cau.edu.cn

and real-vehicle experiments were conducted in two scenarios: the agricultural machinery head facing away from the field access channel and the head facing toward the field access channel. Experimental results showed that the average trajectory curvature was 0.231 2 ~ 0.251 7 m^{-1}, indicating good trajectory smoothness consistent with vehicle kinematic characteristics. In the trajectory tracking real-vehicle experiments, the average absolute lateral deviation was from 1.56 cm to 2.59 cm, the average absolute heading angle deviation was 0.97° to 1.54°, the maximum absolute speed deviation was 0.058 m/s to 0.102 m/s, and the average absolute speed was 0.454 m/s to 0.528 m/s. Therefore, the rice transplanting machine effectively tracked the trajectory generated by the trajectory planning method, enabling precise and rapid field entry and exit on narrow farm roads.

Key words: precision transit; trajectory planning; optimal control; Hybrid A*; nonlinear programming; trajectory tracking

0 引言

近年来,我国中央一号文件多次聚焦智慧农业发展,明确提出利用自动驾驶农机设备实现精准作业,以提高农业生产效率[1]。为提高土地利用率,我国多数机耕道宽度不超过 3 m,导致中大型农机进田作业困难[2-3]。且农机进田作业过程中,为减少土壤压实与结构破坏,降低农作物压损,需最大限度缩短非作业行驶距离,从而保障作业质量[4-5]。此外,农机进田作业时的上线时间和上线距离的稳定性易受行驶速度和环境等因素影响[6],导致农机可能重复或空缺作业。现有研究实现了农机从机库运移到目标作业地块入田口处的机耕道上[7],但尚未很好解决农机从机耕道向田间关键转场环节存在的问题。因此,开展狭窄机耕道环境下农机精准进田转场方法研究,对推动农业自动化、实现精准作业具有重要的现实意义。

目前,在获取农机行驶参考轨迹方面,多数研究采用无时间信息的路径规划方法。其中,部分研究采用图搜索类[8-10]和采样类[11-13]算法,这类算法计算速度快,但生成的轨迹不平滑,存在大量折线轨迹,不符合农机运动学约束。为解决轨迹平滑问题,张文等[14]运用“视野线”平滑原则优化 A* 算法生成路径,消除锯齿效应,在转角处采用“圆弧-直线-圆弧”转弯策略,但直线与曲线连接处存在曲率突变问题;张伟民等[15]用三阶 B 样条对改进 RRT* 算法生成轨迹进行平滑处理,提高了狭窄通道等特殊环境下路径规划的平滑效果,但未考虑转弯处轨迹是否满足机器人运动学约束;刘慧等[16]对轨迹相邻折线段进行转角约束处理,并采用三阶准均匀 B 样条曲线优化轨迹,使拐弯处曲率小于最大曲率,但拐弯处曲率波动剧烈。为降低轨迹曲率波动,使曲率尽可能连续变化,研究人员采用优化方法。沈跃等[17]通过 A* 算法得到路径点后,结合多种约束条件,构建路径曲率最小化目标函数对轨迹进行优化,降低了轨迹曲率并平滑了轨迹。但实车实验显示,曲线轨迹跟踪效果较差,平均横向偏差大于 20 cm。以上研究表明,采用无时间信息的路径规划方法得到的路径,虽然平滑性较好,但未进行速度规划,导致在实际路径跟踪效果不理想。

此外,农机曲线路径跟踪的相关研究也验证了通过速度规划,使参考轨迹包含时间信息对取得良好跟踪效果的重要性。迟瑞娟等[18]以插秧机速度 0.5 m/s 在水泥地面上跟踪直线-半圆轨迹,平均横向偏差达到 0.542 m,平均航向偏差为 10.847°。何杰等[19]以插秧机速度 0.7 m/s 跟踪两个半圆组成的 S 形轨迹,最大横向偏差为 0.103 m,最大航向偏差为 8.90°。熊中刚等[20]以插秧机速度 0.4 m/s 跟踪人工绘制的 S 形曲线轨迹,最大横向偏差为 0.23 m,平均横向偏差为 0.09 m。尽管这些研究中参考轨迹的平滑性较好,但无法精准获取参考轨迹每个节点的速度,导致跟踪精度不高。而轨迹规划方法是在路径规划的基础上,引入时间信息进行速度规划,明确车辆沿轨迹行驶的速度,确保车辆在整个运动过程中满足运动学/动力学、避障以及系统内外的时空约束[21],使得生成的轨迹更加符合车辆运动特性。因此,采用考虑时间信息的轨迹规划方法,使轨迹平滑且规划的轨迹节点均包含速度信息,以便在轨迹跟踪取得良好跟踪效果。

综上所述,现有农机路径规划研究难以生成包含速度信息的平滑轨迹,导致轨迹不易精准跟踪,难以满足狭窄机耕道环境下农机精准进田转场的需求。因此,本文提出一种基于 Hybrid A* 与最优控制的农机精准进田转场轨迹规划方法。利用 Hybrid A* 算法在狭窄转弯空间生成一条最优或较优的进田转场路径;采用最优控制问题描述进田转场的多约束条件和多优化目标代价函数,并求解得到包含速度信息的平滑轨迹;通过仿真实验和实车实验,验证本文方法可行性。

1　农机进田转场作业分析

1.1　进田转场场景

在静态场景中，农机于目标地块附近的狭窄机耕道上，从任意初始位姿出发，精准、快速地抵达田间起始作业位姿，从而实现农机运移与田间全覆盖作业高效衔接的精准进田转场。由于需与田间作业相衔接，因此在田间全覆盖路径规划结果已知的前提下，针对地头转向区域与机耕道接壤场景，研究农机精准进田转场问题，并采用平行四边描述多边形地块，如图 1 所示。

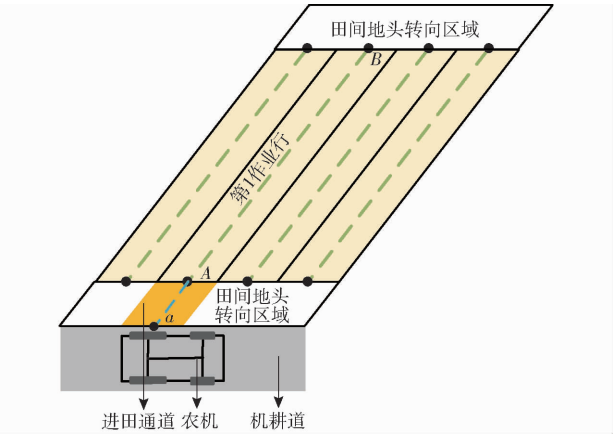


图 1　农机进田转场示意图

Fig. 1　Schematic of intelligent farm machinery entering and transferring to field

根据田间全覆盖路径规划结果，农机作业起始位姿、第 1 作业行宽度以及地头转向区域位置与大小等关键参数已知。为了减少农机转弯进入农田在地头转向区域行驶距离、确保农机可以快速精准抵达田间作业起始位姿，在地头转向区域铺设虚拟进田通道，如图 1 中橙色区域。将农机进田路径限定在该通道内，它由第 1 作业行向机耕道延伸而成，宽度与第 1 作业行相同，长度等同于地头转向区域宽度。在此基础上，农机转场目标位置为第 1 作业行中心线（*AB* 线）的起始点点 *A*，目标航向为 *AB* 线在绝对坐标系下航向角，因此得到进田转场的目标位姿，该位姿也为快速开始田间作业的最佳起始位姿。

1.2　轨迹规划方法描述

农机精准进田转场轨迹规划方法整体流程如图 2 所示。在已获取农机起始位姿、目标位姿和转场的栅格地图前提下，采用 Hybrid A* 生成一条最优或较优的转场路径。由期望农机以最快速度完成转场，得到行驶完该条路径的最短期望时间，然后配置路径点时间信息，并通过数据预处理得到每个路径点状态量和控制量，即轨迹规划非线性问题初始解。

由于实际转场过程中存在多种约束（转场过程满足农机动态约束、行驶轨迹满足农机运动学约束、农机需精准抵达目标位姿和避障约束），以及期望农机转场花费时长最短、轨迹平滑性和农机操纵性优良，因此采用最优控制问题描述。将最优控制问题转换为非线性规划问题，并根据初始解，利用非线性求解器 IPOPT 进行求解，得到农机精准进田转场的轨迹和速度序列。采用横纵解耦的轨迹跟踪方法对通过本文方法得到的转场轨迹和速度进行跟踪控制，并根据跟踪效果以验证本文方法的可行性。

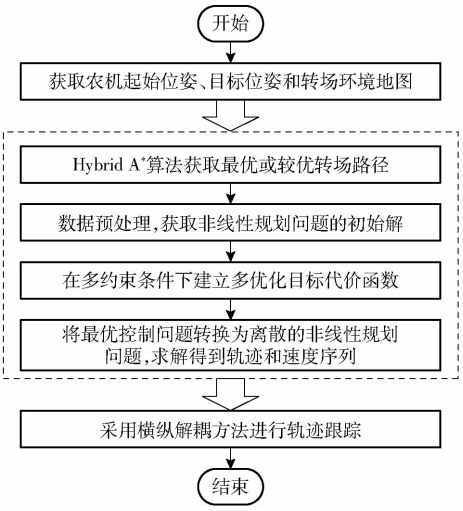


图 2　农机精准进田转场轨迹规划流程图

Fig. 2　Flowchart for precision field transfer trajectory planning for agricultural machines

2　转场路径规划与数据预处理

2.1　基于 Hybrid A* 算法转场路径规划

由于农机处在狭窄机耕道环境中进行进田转场，为了保障车辆安全行驶、获取的转场轨迹满足车辆运动学/动力学约束和提升农机在狭窄空间运动的灵活性，采用在 A* 算法基础上改进的 Hybrid A* 算法[22]。因此根据已知的农机初始位姿和目标位姿，以及先验的转场环境地图，采用 Hybrid A* 算法获取连接农机初始位姿和目标位姿最优或较优转场路径。

Hybrid A* 算法代价函数由两部分组成：从起点到当前节点 n 的实际代价 $g(n)$ 和从当前节点 n 到目标节点的启发式估计代价 $h(n)$，即

$$\begin{cases} f(n) = g(n) + h(n) \\ g(n) = g_l(n) + p_b g_b(n) + p_{dc} g_d(n) + p_{sc} g_s(n) \\ h(n) = \max(h_{ca}(n), h_{rs}(n)) \end{cases} \tag{1}$$

式中　$g(n)$——起点到当前节点 n 的实际代价

$h(n)$——当前节点 n 到目标节点代价

$g_l(n)$——起点到当前节点 n 路径长度代价

$g_b(n)$——倒车代价
$g_d(n)$——改变方向代价
$g_s(n)$——转向变化代价
p_b——倒车惩罚系数
p_{dc}——方向改变惩罚系数
p_{sc}——转向改变惩罚系数
$h_{rs}(n)$——RS 曲线的启发函数
$h_{ca}(n)$——避障的启发函数

Hybrid A* 算法执行过程如表 1 所示。n_0 和 n_e 表示起始节点和目标节点,f 表示自行车模型对应的状态方程,U_a 表示所有访问过的节点,Λ 为节点优先级序列。generate(n_p)表示从当前节点生成农机控制量。$n_c$parent()表示子节点的父节点。χ 表示 RS 曲线。$n_p$reverse()表示通过逆序重排获得的到达初始节点的节点列表。V 表示农机从起始节点到目标节点的避障且符合农机运动学约束的路径节点集合。

表 1 Hybrid A* 算法执行过程

Tab.1 Hybrid A* algorithm execution process

序号	执行步骤
1	初始化 $p_0,p_e,f,U_a\leftarrow\{\},\Lambda\leftarrow\{n_0\}$
2	从中获取代价最小的节点 n_p
3	生成控制量集合 $U=$generate(n_p)
4	更新子节点 $n_c=f(n_p,u),u\in U,n_c$parent()$\leftarrow n_c,\Lambda\leftarrow n_c$
5	生成连接 n_p 到 n_e 的 $\chi,U_a\leftarrow U_a\cup\{n_p\}$
6	若 χ 能够避障跳转至第 7 行,否则跳转到第 2 行
7	$V=n_p$reverse()$\cup\chi$
8	求解成功,输出 V

2.2 轨迹节点数据预处理

2.2.1 时间节点数量

为了实现规划轨迹的每个路径节点能够被精准跟踪控制,根据跟踪控制系统控制频率 F,设定轨迹上相邻两个轨迹节点之间的时间间距为

$$t=1/F \tag{2}$$

由农机路径规划结果得到转场路径长度 R_l,并根据农机性能参数可知最高行驶速度 $v_{\max}$。以进田转场时间最短为目标,得到初始转场时间 R_t 为

$$R_t=R_l/v_{\max} \tag{3}$$

因此转场轨迹时间节点数量 t_n 为

$$t_n=R_t/A \tag{4}$$

式中 A——时间分辨率

2.2.2 非线性规划问题的初始解

由上文可知农机进田转场路径每个路径节点位姿(x,y,φ)和相邻两个路径节点时间间距 t,因此通过数据预处理得到转场路径上每个时间节点 $t(i)$对应的速度 $v_{t(i)}$、加速度 $a_{t(i)}$、前轮转角 $\theta_{t(i)}$和前轮转向角速度 $\omega_{t(i)}$。并按照农机性能参数进行修正,得到每个路径点状态量$(x_{t(i)},y_{t(i)},\varphi_{t(i)},v_{t(i)},\theta_{t(i)})$和控制量$(a_{t(i)},\omega_{t(i)})$作为非线性规划问题的初始解即

$$\begin{aligned}
v_{t(i)}&=\max(\min(v_{t(i)},v_{\max}),-v_{\max})\\
a_{t(i)}&=\max(\min(a_{t(i)},a_{\max}),-a_{\max})\\
\theta_{t(i)}&=\max(\min(\theta_{t(i)},\theta_{\max}),-\theta_{\max})\\
\omega_{t(i)}&=\max(\min(\omega_{t(i)},\omega_{\max}),-\omega_{\max})
\end{aligned} \tag{5}$$

式中 $\theta_{\max}$——农机最大前轮转向角度,rad
$a_{\max}$——农机最大加速速度,m/s²
$\omega_{\max}$——农机最大前轮转向角速度,rad/s

3 轨迹规划最优控制问题与求解

3.1 轨迹规划最优控制问题

最优控制问题主要由代价函数和约束条件组成。农机精准进田转场轨迹规划的最优控制问题一般形式可表示为

$$\min(J)=\boldsymbol{\Phi}[z(t_0),z(t_f),t_f,t_0]+\int_0^{t_f}L[z(t),u(t),t]\,\mathrm{d}t$$

$$\text{s.t.}\begin{cases}
z(t)=f(z(t),u(t)) \quad (t\in[0,t_f])\\
(\underline{z}\leqslant z(t)\leqslant\bar{z},\underline{u}\leqslant u(t)\leqslant\bar{u})\\
z(0)=z_{\text{initial}} \quad z(t_f)=z_{\text{end}}\\
u(0)=u_{\text{initial}} \quad u(t_f)=u_{\text{end}}\\
G(z(t),u(t))\leqslant 0 \quad (t\in[0,t_f])
\end{cases} \tag{6}$$

式中 t_0、t_f——转场始、末时刻
$z(t)$——农机状态量
$u(t)$——农机控制量
J——系统性能代价函数,由末值型指标和积分型指标分别对应的代价函数所组成
$f(\cdot)$——农机状态约束,即运动学约束
$[\underline{z},\bar{z}]$——状态量 $z(t)$上下限
$[\underline{u},\bar{u}]$——控制量 $u(t)$上下限
$[z_{\text{initial}},z_{\text{end}}]$——状态量 $z(t)$初始值和目标值
$[u_{\text{initial}},u_{\text{end}}]$——控制量 $u(t)$初始值和目标值
$G(\cdot)$——避障约束

3.2 农机转场多约束条件

3.2.1 农机动态方程约束

假设农机为刚体,车轮与地面接触良好,始终保持滚动接触,且农机车速普遍不高,因此选用自行车模型描述农机进田转场过程的运动状态,如图 3 所示。

通过自行车模型微分方程组表示进田转场过程农机动态方程约束

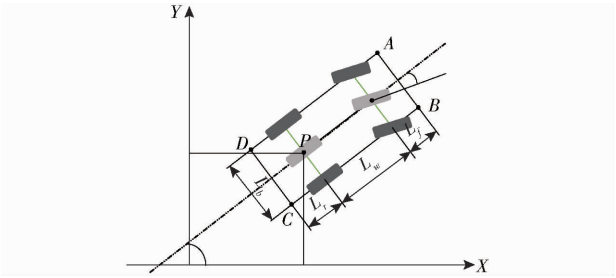


图 3　自行车模型

Fig. 3　Bicycle model

$$\frac{\partial}{\partial t}\begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \\ \varphi(t) \\ v(t) \\ \theta(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v(t)\cos\varphi(t) \\ v(t)\sin\varphi(t) \\ v(t)\tan\theta(t)/L_w \\ a(t) \\ \omega(t) \end{bmatrix} \quad (t\in[0,t_f]) \tag{7}$$

式中　$(x(t)、y(t))$——t 时刻农机后轴中心在大地坐标系中的位置，m

L_w——农机轴距，m

3.2.2　运动学约束

农机在运行过程中，其行驶速度、加速度、前轮转角以及前轮转向角速度均存在一定的物理极限约束，且要避免因规划轨迹与实际运动能力不匹配，造成碰撞障碍物、偏离预设路线、未按预期抵达目标位姿等问题。因此结合农机性能参数，建立运动学约束

$$\begin{cases} |\theta(t)| \leqslant \theta_{\max} \\ |a(t)| \leqslant a_{\max} \\ |v(t)| \leqslant v_{\max} \\ |\omega(t)| \leqslant \omega_{\max} \end{cases} \quad (t\in[0,t_f]) \tag{8}$$

3.2.3　两点边值约束

通过组合导航获取农机在机耕道上的起始位姿、速度、加速度以及通过角度传感器获取前轮转向角度和转向角速度，从而获得起始点状态量和控制量，并建立起始点边值约束

$$\begin{cases} z(t_0) = [x(t_0), y(t_0), \varphi(t_0), v(t_0), \theta(t_0)] = z_{\text{initial}} \\ u(t_0) = [a(t_0), \omega(t_0)] = u_{\text{initial}} \end{cases} \tag{9}$$

从目标地块田间全覆盖路径规划结果中获取进田转场的目标位姿，根据作业需求设定期望农机田间作业速度、前轮转角和前轮角速度（因期望前轮回正，则两者期望为零）。因此，得到农机进田转场目标点状态量和控制量，并建立目标点边值约束

$$\begin{cases} z(t_f) = [x(t_f), y(t_f), v(t_f), \theta(t_f)] = z_{\text{end}} \\ \sin\varphi(t_f) = \sin\varphi_{t_f} \\ \cos\varphi(t_f) = \cos\varphi_{t_f} \\ u(t_f) = [a(t_f), \omega(t_f)] = u_{\text{end}} \end{cases} \tag{10}$$

3.2.4　避障约束

为了保障农机在狭窄机耕道上有效避开田间障碍物，安全抵达目标位姿，因此需建立农机转场的避障约束。首先，获取农机车身 4 个顶点在 t 时刻坐标位置

$$\begin{cases} A^x_{(t)} = x(t) + (L_w + L_f)\cos\varphi(t) - 0.5L_b\sin\varphi(t) \\ A^y_{(t)} = y(t) + (L_w + L_f)\sin\varphi(t) + 0.5L_b\cos\varphi(t) \\ B^x_{(t)} = x(t) + (L_w + L_f)\cos\varphi(t) + 0.5L_b\sin\varphi(t) \\ B^y_{(t)} = y(t) + (L_w + L_f)\sin\varphi(t) - 0.5L_b\cos\varphi(t) \\ C^x_{(t)} = x(t) - L_r\cos\varphi(t) + 0.5L_b\sin\varphi(t) \\ C^y_{(t)} = y(t) - L_r\sin\varphi(t) - 0.5L_b\cos\varphi(t) \\ D^x_{(t)} = x(t) - L_r\cos\varphi(t) - 0.5L_b\sin\varphi(t) \\ D^y_{(t)} = y(t) - L_r\sin\varphi(t) + 0.5L_b\cos\varphi(t) \end{cases} \tag{11}$$

式中　L_f——农机前悬长度，m

L_r——农机后悬长度，m

L_b——农机轮距长度，m

碰撞检测采用三角形面积法[23]。其中检测点和障碍物顶点是相对的，车身顶点 $A(t)\sim D(t)$ 和障碍物顶点 $Q^1_k\sim Q^j_k$ 均可作为检测点。因此，在进田转场过程中任意时间 t，农机避障约束为

$$\begin{cases} pointoutobs(\chi, Q^1_k\sim Q^j_k) \quad (\chi\in\{A(t),B(t),C(t),D(t)\}) \\ pointoutobs(\chi, A(t)\sim D(t)) \quad (\chi\in\{Q^1_k\sim Q^j_k\}) \\ j = 1,2,\cdots,N_{obs} \quad (t\in[0,t_f]) \end{cases} \tag{12}$$

式中　N_{obs}——障碍物数量

3.3　转场多优化目标代价函数

为了综合实现农机转场时间尽量短、规划的轨迹曲率尽可能连续变化，以及农机尽可能平稳到达目标位姿等优化目标。因此，将农机进田转场时间作为代价函数的末值型指标，农机前轮转向角速度平方和加速度平方作为代价函数积分型指标。即农机精准进田转场多优化目标代价函数为

$$\begin{cases} J = \Phi[z(t_f), t_f] + \int_0^{t_f} L[z(t), u(t), t]\,\mathrm{d}t \\ L[z(t), u(t), t] = a^2(t) + \omega^2(t) \end{cases} \tag{13}$$

其中

$$\Phi[z(t_f), t_f] = t_f$$

$$t = \frac{t_f}{t_n}i$$

3.4　非线性规划问题

最优控制问题中存在诸多复杂的非线性约束，所以采用常用于航天器轨迹优化的 Radau 伪谱法[24]将轨迹规划的最优控制问题转换为离散非线性规划（NLP）问题，以便采用非线性求解器求解。

Radau 伪谱法主要分为:时间区间分割与变换、Legendre - Gauss - Radau 节点配置、系统状态量和控制量离散化和农机动态方程转换。

3.4.1 时间区间分割与变换

由上文可知,时间节点数量 t_n。将优化时域[0, t_f]分割成 t_n 份等时间间距的子区间

$$t_{i+1}-t_i=\frac{t_f}{t_n}\quad(i=1,2,\cdots,t_n)\tag{14}$$

变换映射每个子区间到 $\tau\in[-1,1]$ 上,其变换方程为

$$\tau=\frac{2t-t_{i+1}-t_i}{t_{i+1}-t_i}\tag{15}$$

3.4.2 Legendre - Gauss - Radau 节点配置

由于对每个子时间区间的连续问题采用等间距 Legendre 函数拟合插值方法,可能在插值节点边界处发生龙格现象,从而影响计算误差[25]。因此基于 Legendre - Gauss - Radau(LGR)正交配置点法,确定 K 阶 Legendre 多项式的配置点

$$P_K(\tau)=\begin{cases}1 & (K=0)\\ \dfrac{1}{2^K K!}\dfrac{d^K}{d\tau^K}(\tau^2-1)^K & (K=1,2,\cdots,n)\end{cases}\tag{16}$$

其中 $\tau\in[-1,1]$

式中 K——拟合插值阶次

对上述求解结果再进行归一化,变换关系为

$$\tau=\frac{\tau+1}{2}\tag{17}$$

3.4.3 系统状态量和控制量离散化

采用 K 阶 Legendre 多项式来描述农机状态量 $z(t)$ 和控制量 $u(t)$ 在插值节点处的离散形态,其表达式为

$$\begin{cases}z(t)=\sum\limits_{j=0}^{K}l_j(\tau)z_{i,j}\\ u(t)=\sum\limits_{j=0}^{K}\bar{l}_j(\tau)u_{i,j}\\ t=t_i+(t_{i+1}-t_i)\tau\quad(\tau\in[0,1])\end{cases}\tag{18}$$

其中,$l_j(\tau)$、$\bar{l}_j(\tau)$ 为变量 $z(t)$ 和 $u(t)$ 的基函数;$z_{i,j}$、$u_{i,j}$ 为变量 $z(t)$ 和 $u(t)$ 的离散配置点。为保证状态量和控制量在每个配置点处的拟合误差为 0,Legendre 基函数 $l_j(\tau)$ 和 $\bar{l}_j(\tau)$ 需满足

$$\begin{cases}l_j(\tau)=\prod\limits_{k=0,k\neq j}^{K}\dfrac{\tau-\tau_k}{\tau_j-\tau_k}\\ \bar{l}_j(\tau)=\prod\limits_{k=1,k\neq j}^{K}\dfrac{\tau-\tau_k}{\tau_j-\tau_k}\end{cases}\tag{19}$$

其中 $l_j(\tau_k)=\begin{cases}1 & (k=j)\\ 0 & (k\neq j)\end{cases}$ $\bar{l}_j(\tau_k)=\begin{cases}1 & (k=j)\\ 0 & (k\neq j)\end{cases}$

$$\tau_k\in[0,1]$$

式中 τ_k——配置点相对位置

为了确保系统状态量和控制量在分割点连续性,状态量在每个优化时域子区间的分割点处连续。即状态量和控制量在分割点处有约束

$$\begin{cases}z_{i+1,0}=z_{i,K}\\ u_{i+1,0}=u_{i,K}\end{cases}\tag{20}$$

3.4.4 农机动态方程转换

将状态变量的基函数代入自行车模型微分方程中。因此农机动态方程约束转换为在每个插值节点等式约束

$$\frac{\partial(z(t))}{\partial\tau}=\frac{\partial(z(t))}{\partial t}\frac{\partial t}{\partial\tau}=\sum_{j=0}^{K}\left(\frac{\partial l_j(\tau)}{\partial\tau}\bigg|_{\tau=\tau_k}z_{i,j}\right)=f(z_{i,j},u_{i,j})(t_{i+1}-t_i)\tag{21}$$

故基于 Radau 伪谱法将轨迹规划的最优控制问题转换为离散化 NLP 问题

$$\min(J)=t_f+\sum_{i=1}^{t_n-1}\sum_{j=0}^{K}a^2(t)+\omega^2(t)$$

$$\text{s.t.}\begin{cases}\sum\limits_{j=0}^{K}\left[\dfrac{\partial l_j(\tau)}{\partial\tau}\bigg|_{\tau=\tau_k}*z_{i,j}\right]=f(z_{i,j},u_{i,j})\dfrac{t_f}{t_n}\\ z\leqslant z_{i,j}\leqslant\bar{z}\\ u\leqslant u_{i,j}\leqslant\bar{u}\\ \quad(i=1,2,\cdots,t_n;\ j=0,1,2,\cdots,K)\\ z(0)=z_{\text{initial}}\\ z(t_f)=z_{\text{end}}\\ u(0)=u_{\text{initial}}\\ u(t_f)=u_{\text{end}}\\ G(z_{i,j},u_{i,j})\leqslant 0\\ z_{0,0}=z_0\\ z_{i+1,0}=z_{i,K}\quad(i=1,2,\cdots,t_n-1)\end{cases}\tag{22}$$

4 农机转场实验

4.1 仿真实验

选用洋马 VP6E 型插秧机作为实验平台。其性能参数:最大前轮转角为 1 rad、最大前轮转向角速度为 1 rad/s、最大行驶速度为 1 m/s、最大加速度为 1 m/s^2。结构尺寸:长 × 宽 × 高为 2 890 mm × 2 441 mm × 2 287 mm、前悬为 630 mm、后悬为 500 mm、轴距为 1 050 mm、轮距为 1 200 mm、作业幅宽为 1 800 mm、最小转弯半径为 0.83 m。

在 Matlab 2023a 环境下构建模拟机耕道与进田通道的栅格地图,其中每个栅格边长设定为 0.1 m。地图主要包含机耕道、进田通道和障碍物。机耕道的尺寸为 20 m × 3 m,进田通道尺寸为 3 m × 2 m。障

碍物为机耕道和进田通道道路边缘，宽度为 0.2 m。

根据专家经验，实验中 Hybrid A* 算法参数如表 2 所示。Radau 伪谱法采用 3 阶 Legendre 多项式，以兼顾非线性问题求解精度与收敛速度。非线性求解器选用 IPOPT 3.12.1，最大迭代次数设定为 500，收敛精度设定为 10^{-6}。

表 2　Hybrid A* 参数

Tab. 2　Hybrid A* parameters

参数	数值
栅格 x，y 的分辨率/m	0.2
栅格 φ 的分辨率/rad	0.1
探索步长/m	0.3
最大节点数量	5 000
单次扩展节点数量	10
倒车的惩罚系数 p_b	1
转向改变的惩罚系数 p_{sc}	3
方向改变的惩罚系数 p_{dc}	2

在实际转场作业过程中，农机进田作业大田形状可以是任意一种多边形[26]，导致田间全覆盖路径规划的作业行线 AB（即目标位姿的航向角）与农机进田转场的初始航向角之间，存在无固定角度差。因此，在靠近进田通道附近的 3 m × 3 m 机耕道上随机采样插秧机初始位置，并基于此矩形区域，针对农机车头背向进田通道（场景 1）和农机车头朝向进田通道（场景 2）2 种典型场景，从航向角 $\varphi_0 \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ 和 $\varphi_0 \in \left[\frac{\pi}{2}, 3\frac{\pi}{2}\right]$ 内分别随机抽取 5 组初始航向角，即在 2 种场景中分别获取 5 组初始位姿，而目标位姿均为进田通道中心线末端点位姿。

为了体现本文方法生成轨迹的平滑性，选用 Hybrid A* 算法作为对比方法，5 组仿真实验结果均值如表 3 所示。从 2 种场景 5 组仿真结果中，分别抽取 1 组仿真，如图 4 ~ 7 所示。其中，在场景 1 和场景 2 中，插秧机起始位姿状态量分别为［7.0 m，1.3 m，2.8 rad，0 m/s，0 rad］和［7.0 m，1.3 m，0.3 rad，0 m/s，0 rad］，目标位姿状态量相同，均为［11.1 m，5.4 m，1.57 rad，0.3 m/s，0 rad］。

表 3　轨迹平滑性对比

Tab. 3　Comparison of trajectory smoothness

类别	性能指标	Hybrid A* 算法	本文方法	性能提升/%
场景 1	曲率突变次数	7.4	2	72.97
	曲率/m^{-1}	0.277 9	0.237 2	14.65
	轨迹尖点数量	4.2	1	76.19
场景 2	曲率突变次数	9.0	2	77.78
	曲率/m^{-1}	0.310 4	0.251 7	18.91
	轨迹尖点数量	5.6	0	100

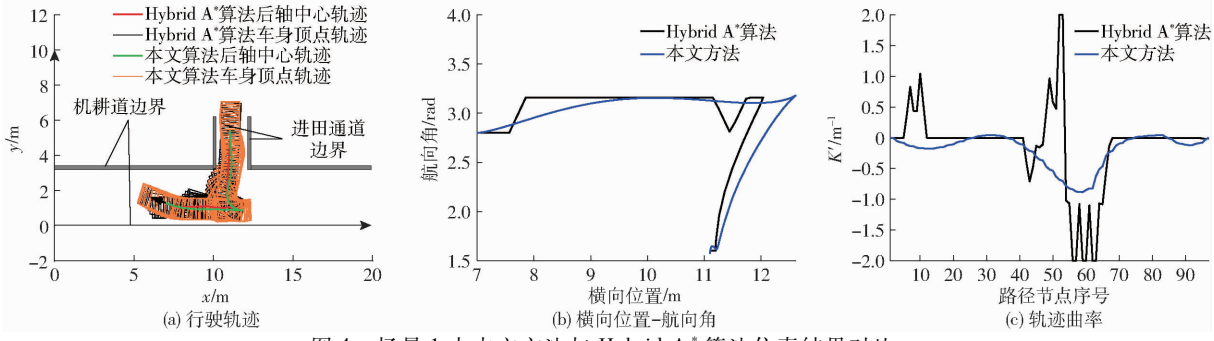


图 4　场景 1 中本文方法与 Hybrid A* 算法仿真结果对比

Fig. 4　Comparison of simulation results between proposed method and Hybrid A* algorithm in Scenario 1

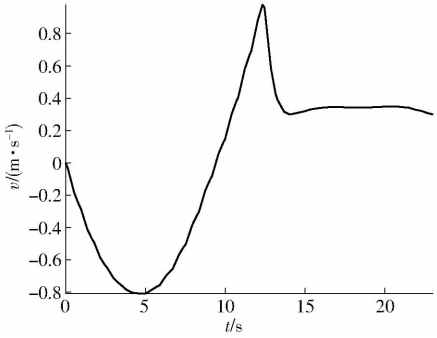


图 5　场景 1 中速度规划结果

Fig. 5　Speed planning results in Scenario 1

从图 4a、图 6a 可知，相较于 Hybrid A* 算法，本文方法生成的轨迹直观上整体更加平滑。从图 4b 和图 6b 可知，Hybrid A* 算法生成的轨迹在插秧机接近目标位姿时，横向坐标稍有变动，航向角便会剧烈波动，轨迹呈震荡形态。而本文方法生成的轨迹，其横向位置与航向角曲线整体平滑，航向角无明显突变，充分体现出本文方法在轨迹平滑处理上的优势。

为便于统计轨迹中尖点数量，考虑到轨迹尖点处曲率不存在，且农机最小转弯半径对应的最大曲率为 1.2 m^{-1}，故将尖点处轨迹曲率定为 2 m^{-1}。由图 4c 和图 6c 可知，Hybrid A* 算法生成的轨迹分别存在 7 次和 10 次曲率突变，以及 4 个和 6 个尖点。曲率非连续变化表明插秧机行驶轨迹在直线与圆弧

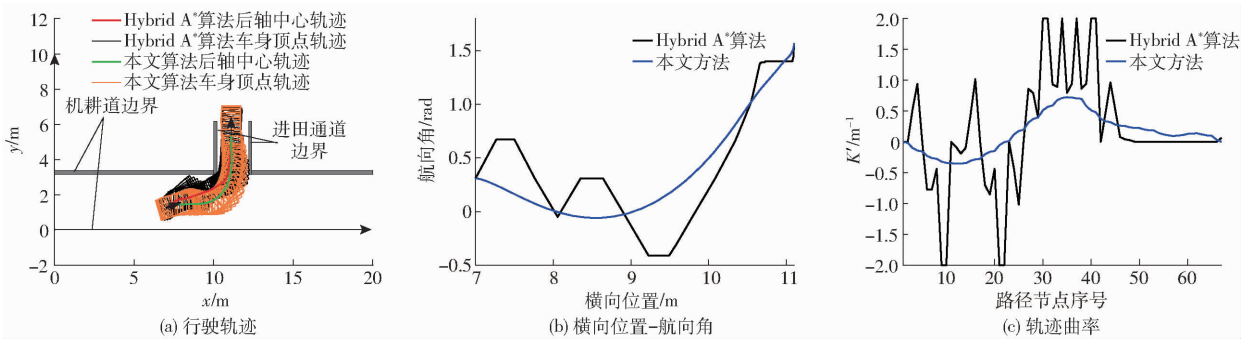


图 6 场景 2 中本文方法与 Hybrid A* 算法仿真结果对比

Fig. 6 Comparison of simulation results between proposed method and Hybrid A* algorithm in Scenario 2

间频繁切换,不利于实现良好的轨迹跟踪效果。相反,本文方法生成的轨迹,其曲率整体平缓,均只出现 1 次曲率绝对值大于 0.5 m^{-1} 的较大曲率波动,以及轨迹尖点数量分别为 1 个和 0 个。由此可见,本文方法生成的轨迹平滑性更佳,有效解决了狭窄空间下转弯处轨迹难以符合农机运动特性的问题。

在速度规划方面,由图 5 和图 7 可知,在 2 种不同场景下,本文方法对插秧机进田转场轨迹速度规划较好,速度随时间变化曲线整体平滑,没有明显震荡现象,体现出插秧机行驶过程平稳,利于速度跟踪。

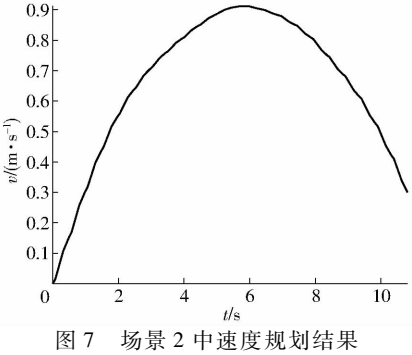


图 7 场景 2 中速度规划结果

Fig. 7 Speed planning results in Scenario 2

表 3 为场景 1 和场景 2 中各进行 5 组进田转场仿真实验结果均值。在场景 1 中,曲率突变次数减少 72.97%,轨迹尖点数量降低 76.19%,平均曲率下降 14.65%。在场景 2 中,曲率突变次数减少 77.78%,轨迹尖点数量降低 100%,平均曲率下降 18.91%。由此可知,相较于 Hybrid A* 算法,本文方法大幅减少了曲率突变次数和轨迹尖点数量,同时有效降低了曲率,显著提升了轨迹平滑性,为取得良好轨迹跟踪效果奠定基础。

从表 3 可发现,场景 2 与场景 1 相比,曲率相对大但轨迹尖点数量相对少。原因为场景 1 中插秧机需倒车调整车头朝向,倒车轨迹存在直线段,倒车完成后再正向驶入进田通道,这种运动方式使得轨迹相对较为平缓,曲率较小,但由于倒车与前进的切换,容易产生轨迹尖点;而场景 2 中,插秧机在狭窄机耕道上向前行驶并持续修正姿态,使得轨迹曲率相对较大,但由于没有倒车与前进切换动作,轨迹尖点数量较少。

4.2 实车实验

在中国农业大学上庄实验站南区开展农机进田转场轨迹规划与跟踪实车实验。采用洋马 VP6E 型插秧机为实验平台,如图 8 所示。搭载 CHC CGI-610 厘米级组合导航,定位精度为 ±2.5 cm,姿态精度为 ±0.1°,数据传输频率为 10 Hz;选择搭载 STM32F407 芯片的控制器作为底盘控制器,上位机选择搭载 13th Gen Intel (R) Core (TM) i7-13700H 2.40 GHz 的 LAPTOP-UL6IVFUV,并采用 CAN 总线与底盘控制器进行通信,通信频率为 10 Hz。

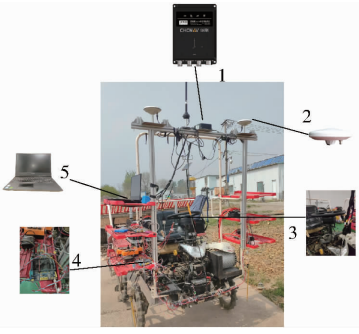


图 8 实验平台

Fig. 8 Test platform

1. 高精度组合导航 2. GPS 天线 3. 电动方向盘 4. 控制器 5. 上位机

根据已知的田间全覆盖路径规划结果,并通过 GNSS 技术采集长宽为 20 m × 30 m 机耕道和长宽为 3 m × 2 m 进田通道的关键路径点,在 Matlab 中进行数据预处理,得到插秧机精准转场实验先验地图。

在水泥地面机耕道和旱田中开展进田转场实车实验,实验现场示意图如图 9 所示。实验采用横纵解耦控制方法,控制频率为 10 Hz。纵向控制采用 PI 算法,根据轨迹规划生成的参考速度,结合插秧机当前速度,计算输出扭矩,参数设置为 $k_p = 10$ 和

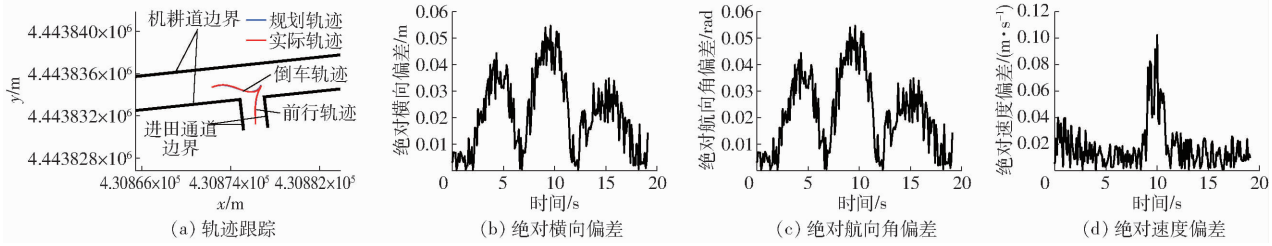


图 9　插秧机进田转场实验

Fig. 9　Experiment of rice transplanter transferring into field

$k_i = 0.15$；横向控制采用 PID 算法，根据本文轨迹规划方法得到参考轨迹点位姿，结合插秧机当前位姿，计算输出的方向盘转角，参数设置为 $k_p = 10$、$k_i = 0.15$ 和 $k_d = 0.01$。

图 10 为场景 1 中插秧机进田转场实车实验结果。插秧机从初始位姿[4.308 721 455 × 10^5 m，4.443 834 719 × 10^6 m，0.274 rad，0 m/s，0 rad]行驶至目标位姿[4.308 760 455 × 10^5 m，4.443 831 234 × 10^6 m，−1.605 rad，0.3 m/s，0 rad]。图 10a 为 UTM 坐标系下轨迹规划与跟踪效果，实际轨迹与规划轨迹的重合度达到 98.7%。由于插秧机车头初始背向进田通道，需经倒车姿态调整后再正向驶入，导致规划与实际轨迹在转向处出现曲率突变。图 10b 显示，倒车阶段形成 S 形轨迹，期间最大绝对横向偏差为 5.8 cm；进入正向行驶后，绝对横向偏差迅速收敛至 3.5 cm 以内，满足水稻插秧机作业质量中作业横向偏差要求[27]。图 10c 中，S 形倒车轨迹末端航向角偏差峰值为 4.6°，随后随轨迹收敛快速降至 1.7°以内，有效保障了插秧机入田位姿精度。图 10d 表明，10 s 附近行驶方向切换时，动力系统响应延迟致使瞬时速度偏差达 0.1 m/s，但全程平均绝对速度偏差稳定在 0.028 m/s，确保了作业效率与能耗平衡。



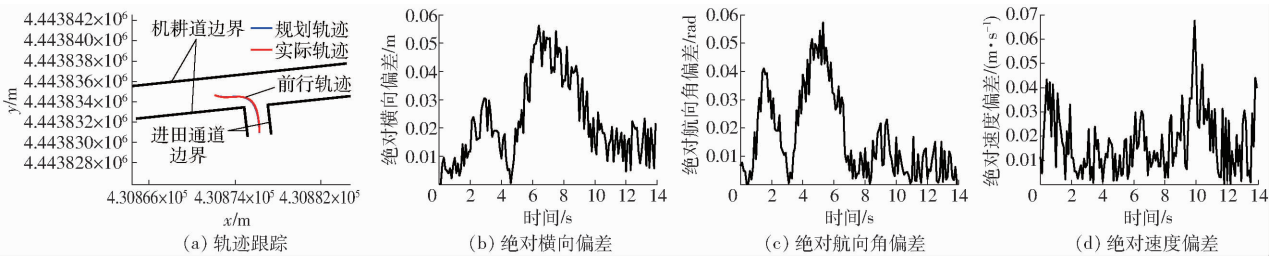
(a) 轨迹跟踪　(b) 绝对横向偏差　(c) 绝对航向角偏差　(d) 绝对速度偏差

图 10　场景 1 下插秧机进田转场实车实验结果

Fig. 10　Experimental results of rice transplanter entering field and transferring to real vehicle under Scene 1

图 11 为场景 2 中插秧机进田转场的实车实验结果，其初始位姿为[4.308 721 455 × 10^5 m，4.443 834 719 × 10^6 m，−0.203 rad，0 m/s，0 rad]，目标位姿为[4.308 762 455 × 10^5 m，4.443 831 049 × 10^6 m，−1.536 rad，0.3 m/s，0 rad]。实验结果表明，本文方法在轨迹平滑性与跟踪精度方面表现优异。在轨迹生成质量上，如图 11a 所示，本文轨迹规划方法生成的轨迹无尖点且整体平滑，直观验证了本文轨迹规划方法的有效性。轨迹跟踪性能方面，图 11b 显示，尽管插秧机在 6 s 附近因路径转向出现横向偏差峰值 5 cm，但在接近目标位姿时迅速收敛至 2 cm 以内，满足插秧机作业质量要求[27]。航向控制与速度调节方面，由图 11c、11d 可知，全程最大绝对航向角偏差仅 3.8°，最大绝对速度偏差为 0.067 m/s，抵达目标位姿时速度偏差进一步缩小至 0.04 m/s，表明本文方法通过速度规划与轨迹优化的协同作用，使规划的参考轨迹在轨迹跟踪中取得良好跟踪效果，确保插秧机在车头朝向进田通道场景下实现高精度、稳定的进田转场。

表 4 为 2 种场景下各 3 组进田转场实车实验的结果。整体来看，2 种场景跟踪效果都较为理想。具体而言，在场景 1 中，因插秧机车头背向进田通道，需先倒车调整姿态再前进至目标位姿，平均绝对速度均值为 0.469 m/s，低于场景 2。同时，其最大绝对航向角偏差均值为 4.99°，高于场景 2，但该偏差相对现有研究保持在一个较低的水平；速度偏差



(a) 轨迹跟踪　(b) 绝对横向偏差　(c) 绝对航向角偏差　(d) 绝对速度偏差

图 11　场景 2 下插秧机进田转场实车实验结果

Fig. 11　Experimental results of rice transplanter entering field and transferring to real vehicle under Scene 2

表 4 不同场景下实车实验结果

Tab. 4 Real vehicle test data under different scenarios

类别	序号	平均绝对速度/(m·s^{-1})	最大绝对速度偏差/(m·s^{-1})	平均绝对横向偏差/cm	最大绝对横向偏差/cm	平均绝对平均航向角偏差/(°)	最大绝对航向角偏差/(°)	加速度/(m·s^{-2})
场景 1	1	0.471	0.090	2.09	5.50	1.52	4.70	-0.252 ~ 0.815
	2	0.481	0.068	1.56	6.21	1.33	5.73	-0.553 ~ 0.488
	3	0.454	0.102	2.08	5.42	1.54	4.53	-0.252 ~ 0.815
	平均值	0.469	0.087	1.91	5.71	1.46	4.99	-0.352 ~ 0.706
场景 2	1	0.514	0.073	2.05	5.67	0.97	3.20	-0.523 ~ 0.426
	2	0.528	0.058	2.33	5.62	1.16	3.33	-0.484 ~ 0.479
	3	0.527	0.064	2.59	6.07	0.97	2.95	-0.445 ~ 0.450
	平均值	0.523	0.065	2.32	5.79	1.03	3.16	-0.484 ~ 0.452

方面,场景 1 中转场起始位姿和倒车 S 形轨迹末端位姿的速度均为 0,使得插秧机需要较为频繁调节行驶速度,导致倒车行径中最大绝对速度偏差达到 0.087 m/s,大于在场景 2,但依然满足插秧机速度跟踪的要求[28];加速度方面,场景 1 加速度比场景 2 更大,但波动幅值小于 1 m/s^2,这表明插秧机在 2 种不同进田转场场景中,均能行驶平稳,具有较好的操纵性。

5 结论

(1)提出了基于 Hybrid A* 与最优控制的农机精准进田转场轨迹规划方法。在 2 种场景中进行仿真和实车实验,验证了本文方法既能在狭窄机耕道环境下生成平滑的进田转场轨迹,实现与田间作业无缝衔接,又能通过速度规划使插秧机在轨迹跟踪中以较快的速度精准跟踪参考轨迹,实现精准进田转场。

(2)与传统 Hybrid A* 算法相比,本文方法生成的轨迹平滑性显著提升。在场景 1 中,平均曲率突变次数降低 72.97%,轨迹尖点数量降低 76.19%,平均曲率降低 14.65%;在场景 2 中平均曲率突变次数降低 77.78%,轨迹尖点完全消除(降幅达 100%),平均曲率降低 18.91%,改善了轨迹平滑性。

(3)实车轨迹跟踪实验结果表明,本文方法生成的参考轨迹在轨迹跟踪中取得良好跟踪效果。在场景 1 和场景 2 中,平均绝对横向偏差控制在 2 cm 以内,平均绝对航向角偏差小于 2°,满足插秧机精准作业要求;转场平均速度约为 0.5 m/s,达到插秧机中等作业速度标准,且最大绝对速度偏差不超过 0.090 m/s,满足快速转场的作业需求;加速度变化幅度始终小于 1 m/s^2,保障了行驶过程平稳性。

参 考 文 献

[1] 中共中央,国务院. 中共中央 国务院关于进一步深化农村改革 扎实推进乡村全面振兴的意见[Z]. 北京:中共中央,国务院,2025.

[2] 国家市场监督管理总局. 高标准农田建设通则:GB/T 30600—2022[S]. 北京:中国标准出版社,2022.

[3] 朱冰, 凌小燕, 高雅, 等 农机作业服务基础保障建设现状分析研究[J]. 中国农机化学报, 2018, 39(6): 93 - 101.
ZHU Bing, LING Xiaoyan, GAO Ya, et al. Analysis and research on the current situation of the construction of basic guarantee for agricultural machinery operation service[J]. Journal of Chinese Agricultural Mechanization, 2018, 39(6): 93 - 101. (in Chinese)

[4] 陈行政, 周浩, 谢守勇, 等. 双螺旋驱动式丘陵山区深泥脚水田插秧机设计与试验[J]. 农业机械学报, 2025, 56(3): 247 - 255.
CHEN Xingzheng, ZHOU Hao, XIE Shouyong, et al. Rice transplanter with double helix drive for deep muddy paddy fields of hilly regions[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2025, 56(3): 247 - 255. (in Chinese)

[5] 李伟, 杨帆, 毛恩荣, 等. 大型高地隙自走式喷雾机转向系统结构设计及优化[J]. 中国农机化学报, 2023, 44(11): 50 - 56, 86.
LI Wei, YANG Fan, MAO Enrong, et al. Design and optimization of steering system structure of high clearance self-propelled sprayer[J]. Journal of Chinese Agricultural Mechanization, 2023, 44(11): 50 - 56, 86. (in Chinese)

[6] 唐小涛, 陶建峰, 李志腾, 等. 自动导航插秧机路径跟踪系统稳定性模糊控制优化方法[J]. 农业机械学报, 2018, 49(1): 29 - 34.
TANG Xiaotao, TAO Jianfeng, LI Zhiteng, et al. Fuzzy control optimization method for stability of path tracking system of automatic transplanter[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2018, 49(1): 29 - 34. (in Chinese)

[7] 丁凡. 拖拉机自动驾驶转场和田间作业关键技术研究[D]. 广州:华南农业大学, 2023.
DING Fan. Research on key technologies of autonomous tractor driving and field tractor operation [D]. Guangzhou: South China Agricultural University, 2023. (in Chinese)

[8] LIKHACHEV M, FERGUSON D, GORDON G, et al. Anytime dynamic A*: an anytime, replanning algorithm[C]// Proceedings of the Fifteenth International Conference on Automated Planning and Scheduling,2005: 262 – 271.
[9] DIJKSTRA E W. A note on two problems in connexion with graphs[J]. Numerische Mathematik, 1959, 1(1): 269 – 271.
[10] NOTO M, SATO H. A method for the shortest path search by extended Dijkstra algorithm[C]// Proceedings 2000 IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics,2000: 2316 – 2320.
[11] ARDIYANTO I, MIURA J. Real-time navigation using randomized kinodynamic planning with arrival time field[J]. Robotics and Autonomous Systems, 2012, 60(12): 1579 – 1591.
[12] ELBANHAWI M, SIMIC M. Sampling-based robot motion planning: a review[J]. IEEE Access, 2014, 2: 56 – 77.
[13] WEBB D J, VAN DEN BERG J. Kinodynamic RRT*: asymptotically optimal motion planning for robots with linear dynamics[C]// IEEE International Conference on Robotics and Automation,2013: 5054 – 5061.
[14] 张文, 刘勇, 张超凡, 等. 基于方向 A* 算法的温室机器人实时路径规划[J]. 农业机械学报, 2017, 48(7): 22 – 28.
ZHANG Wen, LIU Yong, ZHANG Chaofan, et al. Real-time path planning of greenhouse robot based on directional A* algorithm[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery,2017,48(7):22 – 28. (in Chinese)
[15] 张伟民, 付仕雄. 基于改进 RRT* 算法的移动机器人路径规划[J]. 华中科技大学学报(自然科学版), 2021, 49(1): 31 – 36.
ZHANG Weimin,FU Shixiong. Mobile robot path planning based on improved RRT* algorithm[J]. Huazhong Univ. of Sci. & Tech. (Natural Science Edition),2021,49(1):31 – 36. (in Chinese)
[16] 刘慧, 张世义, 段云鹏, 等. 基于改进双向 RRT* 的果园机器人运动规划算法[J]. 农业机械学报, 2022, 53(11): 31 – 39.
LIU Hui, ZHANG Shiyi, DUAN Yunpeng, et al. Orchard robot motion planning algorithm based on improved bidirectional RRT*[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery,2022,53(11):31 – 39. (in Chinese)
[17] 沈跃, 刘子涵, 刘慧, 等. 基于多约束条件的果园喷雾机器人路径规划方法[J]. 农业机械学报, 2023, 54(7): 56 – 67.
SHEN Yue, LIU Zihan, LIU Hui, et al. Orchard spray robot planning algorithm based on multiple constraints[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery,2023,54(7):56 – 67. (in Chinese)
[18] 迟瑞娟, 熊泽鑫, 姜龙腾, 等. 基于模型预测的插秧机路径跟踪控制算法[J]. 农业机械学报, 2022, 53(11): 22 – 30, 99.
CHI Ruijuan, XIONG Zexin, JIANG Longteng, et al. Path tracking control algorithm of transplanter based on model prediction[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery,2022,53(11):22 – 30,99. (in Chinese)
[19] 何杰, 刘善琪, 满忠贤, 等. 基于全状态反馈控制的农机自动驾驶曲线路径跟踪方法[J]. 农业机械学报, 2025, 56(2): 145 – 154.
HE Jie, LIU Shanqi, MAN Zhongxian, et al. Curve path tracking control of agricultural machinery automatic driving based on full state feedbock control[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery,2025,56(2):145 – 154. (in Chinese)
[20] 熊中刚, 叶振环, 贺娟, 等. 基于免疫模糊 PID 的小型农业机械路径智能跟踪控制[J]. 机器人, 2015, 37(2): 212 – 223.
XIONG Zhonggang, YE Zhenhuan, HE Juan, et al. Small agricultural machinery path intelligent tracking control based on fuzzy immune PID[J]. Robot, 2015, 37(2): 212 – 223. (in Chinese)
[21] 李柏, 张友民, 邵之江. 自动驾驶车辆运动规划方法综述[J]. 控制与信息技术, 2018(6): 1 – 6.
LI Bai, ZHANG Youmin, SHAO Zhijiang. Motion planning methodologies for automated vehicles: a critical review[J]. Control and Information Technology, 2018(6): 1 – 6. (in Chinese)
[22] DOLGOV D, THRUN S, MONTEMERLO M, et al. Path planning for autonomous vehicles in unknown semi-structured environments[J]. The International Journal of Robotics Research, 2010, 29(5): 485 – 501.
[23] LI B, SHAO Z. A unified motion planning method for parking an autonomous vehicle in the presence of irregularly placed obstacles[J]. Knowledge-Based Systems, 2015, 86: 11 – 20.
[24] ELNAGAR G, KAZEMI M A, RAZZAGHI M. The pseudospectral Legendre method for discretizing optimal control problems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1995, 40(10): 1793 – 1796.
[25] 王佳,张钰龙,王腾飞. 配置节点策略的绝对节点坐标平面梁单元[J]. 哈尔滨工程大学学报,2025,46(7):1405 – 1411.
WANG Jia, ZHANG Yulong, WANG Tengfei. ANCF plane beam element based on a collocation node strategy[J]. Journal of Harbin Engineering University,2025,46(7):1405 – 1411. (in Chinese)
[26] LI Y, WU T, XIAO Y, et al. Path planning in continuous adjacent farmlands and robust path-tracking control of a rice-seeding robot in paddy field[J]. Computers and Electronics in Agriculture, 2023, 210: 107900.
[27] 农业农村部. 水稻插秧机作业质量: NY/T 989—2020[S]. 北京: 中国农业出版社, 2020.
[28] 何杰, 朱金光, 张智刚, 等. 水稻插秧机自动作业系统设计与试验[J]. 农业机械学报, 2019, 50(3): 17 – 24.
HE Jie, ZHU Jinguang, ZHANG Zhigang, et al. Design and experiment of automatic operation system for rice transplanter[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery,2019,50(3):17 – 24. (in Chinese)