

基于落脚点优化的仿人机器人步态规划方法

甘春标 李子静 能一鸣

(浙江大学机械工程学院, 杭州 310058)

摘要: 因受外界不确定性扰动影响,仿人机器人运动状态在短时间内可能发生大幅变化,使得机器人难以持续行走而摔倒。基于线性倒立摆,对经典步态规划方法中由步行参数确定目标落脚点的关系式进行了优化调整,以实现更为协调的行走步态;以两步为一周期生成步行模式,通过预观后续两个目标落脚点,提出一种基于单步和两步内落脚点偏差优化的步态规划方法;对小型仿人机器人进行了大幅加/减速行走仿真实验,实验结果表明,改进的步态规划方法能够显著降低落脚点偏差极大值,可将经典方法中运动状态突变时连续两步的落脚点偏差从 1.1、0.8 cm 降至 0.6、0.7 cm。同时,改进的步态规划方法也能削弱惯性力对躯干稳定性的影响,可使由经典方法导致的躯干俯仰角最大变化幅度从 7.8° 减至 6.0°。

关键词: 仿人机器人; 落脚点优化; 步态规划

中图分类号: TP242.6 文献标识码: A 文章编号: 1000-1298(2024)11-0486-06

OSID:



Humanoid Robot Gait Planning Method Based on Foot Placement Optimization

GAN Chunbiao LI Zijing NENG Yiming

(School of Mechanical Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310058, China)

Abstract: Humanoid robots, with their human-like form, can more easily integrate into human daily life and adapt to existing infrastructure environments. The study of their kinematics and dynamics theories, along with methods for disturbance rejection control, has been a focal point of research among numerous scientists and engineers around the world for nearly half a century. Due to disturbances from external uncertainties, the motion state of humanoid robots may undergo significant changes in a short period, often leading to difficulties in maintaining continuous walking and resulting in falls. Firstly, optimization adjustments were made to the relationship equation between the walking parameters and the target foot placement in classical gait planning methods based on the linear inverted pendulum, aiming to achieve a more coordinated walking gait. Secondly, a gait planning method based on optimizing the deviation of foot placement within one and two steps was proposed by generating walking patterns in two-step cycles and anticipating the subsequent two target foot placements. Substantial acceleration/deceleration walking simulations and experiments were conducted on a small humanoid robot. The experimental results showed that the improved gait planning method can significantly reduce the maximum deviation of the landing points, reducing the deviation of two consecutive steps during motion state transitions from 1.1 cm and 0.8 cm to 0.6 cm and 0.7 cm, respectively, compared with the classical method. Moreover, the improved gait planning method also mitigated the impact of inertial forces on trunk stability, decreasing the maximum change in trunk pitch angle caused by the classical method from 7.8° to 6.0°.

Key words: humanoid robot; foot placement optimization; gait planning

0 引言

腿式机器人移动比轮式机器人更具普遍吸引力。大多数研究采用基于模型的步态技术在平坦地

形上行走,与任何其他地形相比这是最简单的情况,如通过使用线性倒立摆及其扩展模型^[1-5]、拉格朗日方法^[6-8]、牛顿-欧拉方法^[9]以及正向和反向运动学^[10]等。通过将仿人机器人模型髋关节、膝关节和

踝关节布置为欠驱动^[3]和无摩擦^[11],可以解决仿人机器人建模的复杂性。步态生成还采用关节轨迹插值,如 MANDAVA 等^[12]为 18-DOF 仿人机器人摆动足、髋关节和腕关节设计了三次多项式轨迹。

KAJITA 等^[13-15]基于线性倒立摆简化模型提出的经典步态规划方法,由于简单灵活而有效,在小型仿人机器人运动控制领域得到了广泛应用^[16-18]。尽管完全未考虑机器人具体动力学特性,但以之为基础的开环控制器在各类小型仿人机器人物理样机上,往往能实现不逊于复杂动力学方法效果。与之类似的是基于桌子-小车简化模型的步态规划方法,由于利用“预观控制器”,该方法相对经典方法可得到加速度更加平顺的质心轨迹^[19-20]。不过,其优越性依赖于预观步长、误差权重系数等,且在长距离运动中易出现 ZMP 跟踪偏差。

鉴于以简化模型为基础的步态规划方法已相当成熟,近年研究多以上述成果为基础,针对不同目标进行改进与优化,其中行走稳定性的提升是部分研究者的侧重点。文献[21]基于生物力学分析,通过躯干在俯仰自由度上的简谐运动提升行走稳定性;文献[22]则通过引入倾斜相空间的概念,通过躯干以及足部的矫正运动提升运动稳定性。另外一些研究者以躯干稳定为目标,设计基于躯干 IMU 传感器信息的反馈控制器。文献[20]针对驱动舵机间隙造成的躯干摆荡问题,实现了简单的比例控制器;文献[23-24]针对不平整路面或微小扰动下的行走,设计了基于髋关节调整的 PID 控制器。在机器人足球等复杂在线情景中^[25],方案的实施较为困难,经典算法依旧占据主流。

基于线性倒立摆的步态规划方法^[13-15],仿人机器人无法完全遵循由步行参数确定的目标落脚点行走,当落脚点选取受限时,可能无法快速生成可行的步行模式。而对小型仿人机器人而言,在相对平稳的行走中,落脚点偏差相对足部面积一般较小,通常没必要进行调整。但当运动状态短时间内发生大幅变化时,落脚点偏差较大,难以直接忽略。此外,研究者发现,经典方法中固有的落脚点偏差问题与上述行走稳定性问题存在一定关系,从这一关系入手,经典方法依旧有提升空间。针对经典方法中不可避免的落脚点偏差问题,本文在保证经典步态规划方法简洁性、灵活性的基础上,借鉴“预观控制器”中基于未来信息优化当前决策的思想,通过建立落脚点偏差评判条件,提出一种基于单步和两步内落脚点偏差优化的步态规划方法,以提升仿人机器人运动状态发生大幅变化时行走的稳定性,最后通过小型仿人机器人行走仿真与实验对该改进方法进行验证。

1 基于经典步态规划方法的落脚位置调整

假定机器人在平面上跟随由步行参数(步长 s_x 、步宽 s_y 、步行方向 s_θ)指定的目标落脚位置行走,且质心高度恒为 z_c ,每步运动周期恒为 T 。如图 1 所示,KAJITA 等^[13]建立了步行参数与目标落脚点、目标质心状态之间的基本关系式。

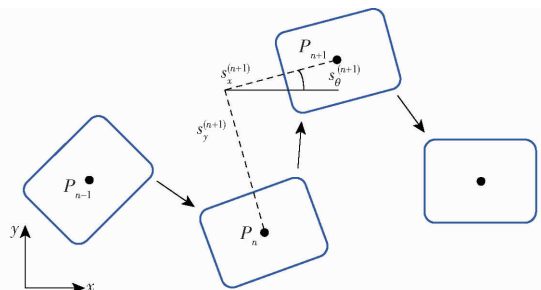


图 1 步行参数与落脚点关系图

Fig. 1 Relationship of walk parameters and foot placement

在世界坐标系中,由步行参数确定目标落脚点坐标 p_{n+1} 、 p_n 的关系式为

$$p_{n+1} = p_n + \begin{bmatrix} \cos s_\theta^{(n+1)} & -\sin s_\theta^{(n+1)} \\ \sin s_\theta^{(n+1)} & \cos s_\theta^{(n+1)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_x^{(n+1)} \\ (-1)^n s_y^{(n+1)} \end{bmatrix} \quad (1)$$

对于目标质心位置和速度 $p_t^{(n+1)}$ 、 $v_t^{(n+1)}$,则有

$$p_t^{(n+1)} = p_n + \begin{bmatrix} \cos s_\theta^{(n+1)} & -\sin s_\theta^{(n+1)} \\ \sin s_\theta^{(n+1)} & \cos s_\theta^{(n+1)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_x^{(n+1)}/2 \\ (-1)^n s_y^{(n+1)}/2 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$v_t^{(n+1)} = \begin{bmatrix} \cos s_\theta^{(n+1)} & -\sin s_\theta^{(n+1)} \\ \sin s_\theta^{(n+1)} & \cos s_\theta^{(n+1)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{s_x^{(n+1)}(1+C)}{2T_c S} \\ \frac{(-1)^n s_y^{(n+1)}(C-1)}{2T_c S} \end{bmatrix} \quad (3)$$

其中 $C = \cosh(T/T_c)$ $S = \sinh(T/T_c)$ $T_c = \sqrt{z_c/g}$

确定质心末状态后,通过最小化误差评估函数,即可确定第 n 步的实际落脚位置 p_n^{real} 。以 x 方向上为例,假设 x 方向上实际落脚位置坐标为 x_n^{real} ,质心初始状态为 $x_i^{(n)}$ 、 $v_{xi}^{(n)}$,末状态为 $x_f^{(n)}$ 、 $v_{xf}^{(n)}$,则有

$$\begin{bmatrix} x_f^{(n+1)} \\ v_{xf}^{(n+1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C & T_c S \\ S/T_c & C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_i^{(n+1)} \\ v_{xi}^{(n+1)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1-C \\ -S/T_c \end{bmatrix} x_n^{\text{real}} \quad (4)$$

误差评估标准为

$$N_x = a(x_i^{(n)} - x_f^{(n)})^2 + b(v_{xi}^{(n)} - v_{xf}^{(n)})^2 \quad (5)$$

式中 a 、 b ——位置、速度误差权重

$$\text{令} \quad \frac{\partial N}{\partial x_n^{\text{real}}} = 0 \quad (6)$$

即可求得使误差评估函数最小的实际落脚位置。求得的实际落脚位置,即为质心轨迹规划的 ZMP 参考点,或者说倒立摆运动支点。设

$$\begin{cases} r_s = \sqrt{s_x^2 + s_y^2} \\ \alpha = \text{atan}(|s_x|/|s_y|) \\ \beta = \Delta s_\theta \quad (\beta \neq 0) \end{cases} \quad (7)$$

且机器人内、外两只脚分别落在以 r_1 和 r_2 为半径的圆弧上。近似将每两个相邻目标落脚点连线中点构成半径为 r 的圆弧视作质心所跟踪的曲率圆弧,可得

$$\begin{cases} r_1 = r_s \cos\left(\alpha + \frac{\beta}{2}\right) \left(\frac{\tan\left(\alpha + \frac{\beta}{2}\right)}{\tan\beta} - 1\right) \\ r_2 = r_s \frac{\sin\left(\alpha + \frac{\beta}{2}\right)}{\sin\beta} \\ r = \sqrt{r_1^2 + r_1 r_s \cos\left(\alpha + \frac{\beta}{2}\right) + \frac{r_s^2}{4}} \end{cases} \quad (8)$$

为了保证机器人实现协调行走姿态,落脚点处步行方向 s_θ 与曲率圆弧切向应平行,根据式(1)、(2)可得,步行方向与圆弧切向之间存在偏差 $\beta/2$ 。为了对这一偏差进行补偿,将 $s_\theta^{(n+1)}$ 优化调整为 $(s_\theta^{(n)} + s_\theta^{(n+1)})/2$ 。

2 基于预观信息的落脚位置优化策略

2.1 Garton 方法

落脚偏差减小可使机器人实现更加准确、协调的运动。当落脚偏差较小时,由于足底具有一定的面积,直接落脚在目标落脚位置上,而采用计算得到的实际落脚位置作为 ZMP 参考点规划质心轨迹可行。

在上述讨论基础上,在落脚点求算时考虑接下来两步偏差。基于 GARTON 等^[26]的工作,提出以两步为一周期生成步行模式的基本思路,给出落脚点偏差优化策略:预观接下来两个目标落脚点,以确定当前一步的实际落脚点,同时采用经典方法和 Garton 方法进行求解,基于两步内总体落脚偏差对求解结果进行优化,即

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_{x0} \\ p_{y0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos\theta_1 & -\sin\theta_1 \\ \sin\theta_1 & \cos\theta_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_{x1} \\ s_{y1} \end{bmatrix} + \\ \begin{bmatrix} \cos(\theta_1 + \theta_2) & -\sin(\theta_1 + \theta_2) \\ \sin(\theta_1 + \theta_2) & \cos(\theta_1 + \theta_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_{x2} \\ s_{y2} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} v_{x2} \\ v_{y2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_1 + \theta_2) & -\sin(\theta_1 + \theta_2) \\ \sin(\theta_1 + \theta_2) & \cos(\theta_1 + \theta_2) \end{bmatrix} \cdot \\ \begin{bmatrix} (C+1)s_{x2}/(2T_c S) \\ (C-1)s_{y2}/(2T_c S) \end{bmatrix} \end{cases} \quad (9)$$

其中,假设在世界坐标系中质心初始位置坐标向量为 $(x_0, y_0)^T$, x 和 y 方向初始速度向量分别为 $(v_{x0}, v_{y0})^T$, 当前目标落脚点位置坐标向量为 $(p_{x0}, p_{y0})^T$, 未来两步步行参数分别为 $s_x = (s_{x1}, s_{x2})^T$; $s_y = (s_{y1}, s_{y2})^T$; $s_\theta = (\theta_1, \theta_2)^T$ 。这样,两步后期望质心末状态可确定为式(9)。

在 x 方向上,第 1 步后质心位置为 x_1 , 速度为 v_{x1} , 两实际支撑点坐标向量为 $(p_{x1}, p_{y1})^T$, 有

$$\begin{cases} x_1 = (x_0 - p_{x1})C + v_{x0}T_c S + p_{x1} \\ v_{x1} = (x_0 - p_{x1})S/T_c + v_{x0}C \end{cases} \quad (10)$$

$$\begin{cases} x_2 = (x_1 - p_{x2})C + v_{x1}T_c S + p_{x2} \\ v_{x2} = (x_1 - p_{x2})S/T_c + v_{x1}C \end{cases} \quad (11)$$

联立式(10)、(11)可得

$$\begin{bmatrix} S - 2SC & -S \\ C - C^2 - S^2 & 1 - C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_{x1} \\ p_{x2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_c v_{x2} - 2x_0 CS - T_c v_{x0}(C^2 + S^2) \\ x_2 - 2v_{x0}T_c SC - x_0(C^2 + S^2) \end{bmatrix} \quad (12)$$

落脚点计算式为

$$\begin{bmatrix} p_{x1} \\ p_{x2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S - 2SC & -S \\ C - C^2 - S^2 & 1 - C \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} T_c v_{x2} - 2x_0 CS - T_c v_{x0}(C^2 + S^2) \\ x_2 - 2v_{x0}T_c SC - x_0(C^2 + S^2) \end{bmatrix} \quad (13)$$

在 y 轴方向上,可类似计算实际支撑点坐标向量。不难证明,在直线行走且 s_y 不变化时,式(5)中误差权重系数 a 和 b 对经典方法的结果无影响,且 Garton 方法与经典方法完全等效;而在横向跨步或原地转向等特殊情况下, Garton 方法等同于在经典方法中设置特定误差权重系数 a 和 b 。在一般情况下,建立更为直接的联系比较困难,但两种方法之间的差别也为步态规划方法的改进提供了可能性。

2.2 改进方法

假设接下来两个目标落脚点分别为 p_{e1} 和 p_{e2} 。基于 KAJITA 等^[13]和 GARTON 等^[26]方法计算而得的两个实际落脚点位置向量分别为 p_{b1} 、 p_{b2} 和 p_{d1} 、 p_{d2} , 则单步和两步内落脚点偏差分别为

$$\begin{cases} \Delta b_1 = \|p_{b1} - p_{e1}\| \\ \Delta b = \|p_{b1} - p_{e1}\| + \|p_{b2} - p_{e2}\| \\ \Delta d_1 = \|p_{d1} - p_{e1}\| \\ \Delta d = \|p_{d1} - p_{e1}\| + \|p_{d2} - p_{e2}\| \end{cases} \quad (14)$$

根据上述结果,确定评判条件为:① $\Delta d < \Delta b$ 。② $\Delta d_1 < \Delta b_1$ 。③ $\Delta d_1 < j\Delta d, j < 0.5$ 。基于这 3 条评判条件的改进方法实施流程见图 2。

以 1 组步态规划实例验证上述改进方法在减小落脚偏差上的有效性。计算中,取质心高度恒为

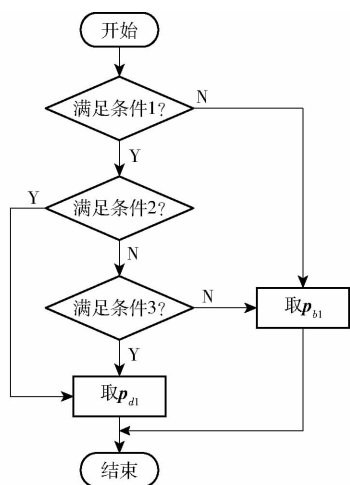


图 2 改进方法实施流程图

Fig. 2 Flowchart of improved method

25.6 cm, 运动周期 0.4 s。

第 1 组步行参数为: $s_x = [2\ 2\ 2\ 9\ 0\ 0]$ cm, $s_y = [11\ 11\ 11\ 11\ 11\ \cos 15^\circ\ 11]$ cm, $s_\theta = [0^\circ\ 0^\circ\ 0^\circ\ 0^\circ\ 30^\circ\ 30^\circ]$ 。计算结果如图 3 所示。经典方法运动状态大幅变化时连续两步的落脚点偏差为 0.7、1.1 cm, 而改进方法中连续两步落脚点偏差为 0.7 cm 和 0.6 cm。改进方法将第 2 步的落脚偏差降低约 45%, 其“代价”为下一步偏差由 0.1 cm 上升到 0.2 cm, 比较而言, 改进方法能够显著降低落脚偏差极大值。

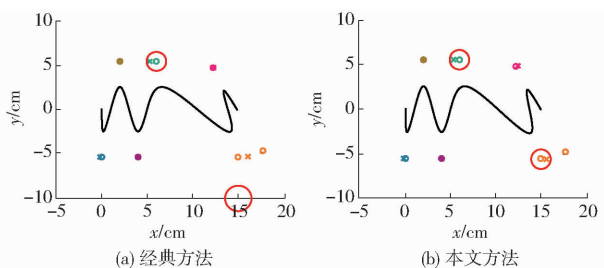


图 3 落脚点偏差图示

Fig. 3 Deviation of foot placement

实际运动中, 由于摆动腿运动的影响以及运动中质心位置的变化与具体机器人结构模型相关联, 以 ZMP 为切入点为例缺乏普遍适用性。

如图 4 所示, 当机器人整体进行加速运动时, 计算得到的实际 ZMP 参考点会落在目标落脚点之后。在惯性力矩作用下, 运动后半段上半身有后仰的趋势, 髋关节、膝关节乃至踝关节都会受惯性力矩影响。在周期末, 惯性力矩最大, 后仰角也达到最大, 而落脚点偏差会增大作用力臂, 进而增大后仰角。反之, 当机器人整体进行减速运动时, 计算得到的实际 ZMP 参考点会落在目标落脚点前。在惯性力矩作用下, 运动前半段上半身会前倾。在周期始, 惯性力矩最大, 而落脚点偏差越大, 作用力臂越大, 运动

中所能达到的最大前倾角也会更大。

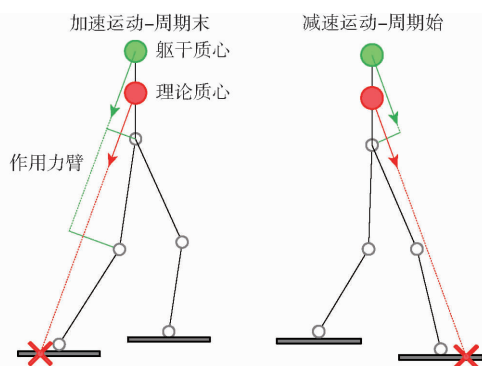


图 4 惯性力矩对躯干稳定性的影响

Fig. 4 Influence of moment of inertia on stability of humanoid's trunk

在改进方法中, 通过减小落脚偏差可缓解机器人前倾以及后仰的趋势, 从而提高运动稳定性。当机器人先大幅加速, 再大幅减速时, 加速度快速变化会造成躯干俯仰角大幅变化, 严重影响运动稳定性; 而当机器人先大幅减速, 再大幅加速时, 由于“俯”“仰”中惯性力矩最大的“高峰”错开, 俯仰角变化不会很显著。

3 物理样机行走实验

在上述研究基础上, 开展仿人机器人物理样机行走实验, 并对实验结果进行对比分析。

3.1 环境搭建

如图 5 所示, 作为实验平台仿人机器人物理样机在直立状态下全高约 57 cm, 质量约 4 kg, 髋关节中心距约 8.2 cm。腿足自由度配置遵循经典方式, 髋关节处设有平面推力滚针轴承以提升运动稳定性。为减轻冲击以及增大摩擦力, 机器人行走地面铺设 4 mm 的聚氯乙烯薄垫, WT-901 型 IMU 传感器局部坐标系为东-北-天形式, 数据采样频率为 10 Hz。

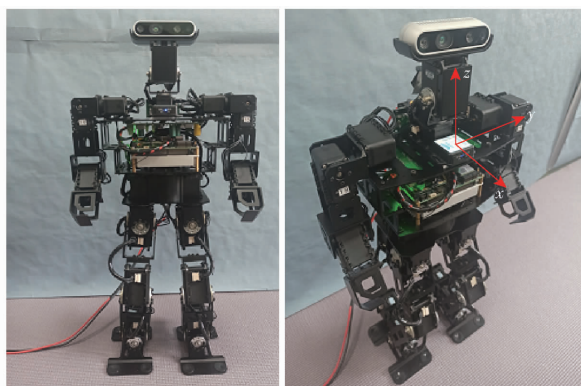


图 5 仿人机器人物理样机及行走实验环境

Fig. 5 Humanoid physical prototype and walking background

实验中, 机器人两腿叉开至约 11 cm 以扩大腿

部活动空间以及增强运动稳定性。此外,在行走过程中由于机器人“下蹲”的姿态造成整体的后仰趋势,为了平衡,设置躯干前倾 $4^{\circ} \sim 5^{\circ}$ 。机器人行走过程中,通过 y 轴IMU数据的波动幅度表征其运动稳定性。虽由于零点漂移以及欧拉角解算误差等因素的影响,传感器数据并不完全精确,但总体上可以反映躯干后仰或前倾程度。

3.2 结果与分析

给出机器人2组行走实例,以验证本文改进方法的有效性。在机器人实际行走过程中,引入双足支撑期,双足支撑期时间占比约为20%。

第1组步态即为2.2节中已给出的实例。机器人先在短时间内大幅加速,然后大幅减速,即先后仰,再前倾。

图6为机器人在改进方法下按照相应步行参数行走的视频截图。IMU传感器记录机器人躯干角度变化情况如图7所示。

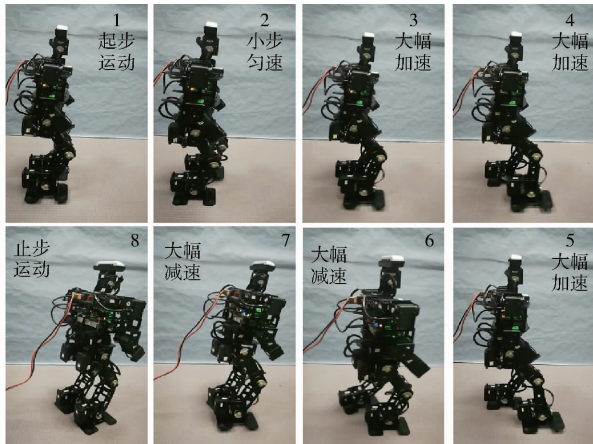


图6 机器人按给定步行参数行走视频截图

Fig. 6 Snapshot of humanoid walking according to given walk parameters

在经典方法中,多次重复实验后求算得到躯干前倾与后仰之间最大偏角平均值为 15.4° ,且在最后稳定行走前,躯干存在一定程度的晃动。而由改进方法,最大偏角平均值为 13.6° ,相较经典方法降低 1.8° ,且最后稳定前躯干基本平稳。

给出机器人先缓慢加速至更高速状态后短时间内大幅减速,再大幅加速运动形式,步行参数为: $s_x = [3\ 6\ 9\ 9\ 0\ 9\ 9\ 6\ 3\ 0]$ cm, $s_y = [11\ 11\ 11\ 11\ 11\ 11\ \cos 15^{\circ}\ 11\ 11\ 11\ 11\ 11]$, $s_{\theta} = [0^{\circ}\ 0^{\circ}\ 0^{\circ}\ 0^{\circ}\ 30^{\circ}\ 30^{\circ}\ 30^{\circ}\ 30^{\circ}\ 30^{\circ}\ 30^{\circ}]$,在规划阶段,经典方法中运动状态突变时连续两步落脚点偏差为1.1、0.8 cm;而由改进方法,两步偏差依次为0.6、0.7 cm。

图8为机器人相应躯干角度变化情况。由图8可知,在先减速后加速情形下,机器人躯干摆动幅度并未发生大的变化。从平均意义而言,由经典方法

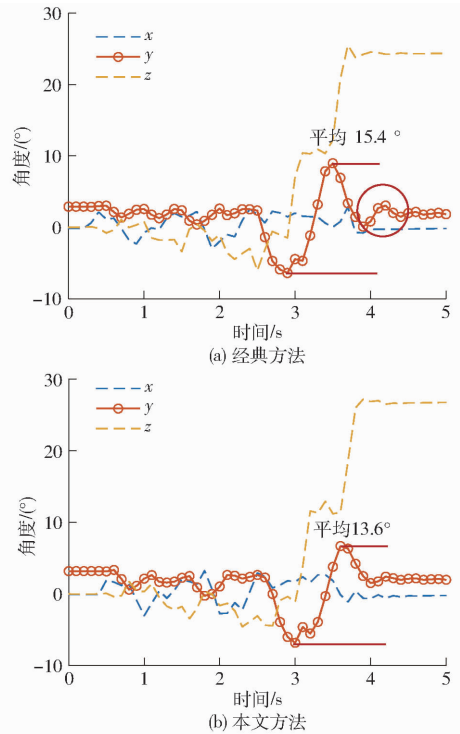


图7 第1组实验躯干角度变化曲线

Fig. 7 Stability of humanoid's trunk in the first experiment

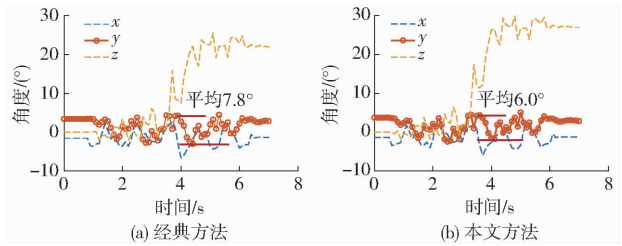


图8 第2组实验躯干角度变化曲线

Fig. 8 Stability of humanoid's trunk in the second experiment

规划的俯仰角单调变化最大幅度为 7.8° ,而由改进方法为 6.0° ,降低 1.8° 。

基于上述实验结果,当运动状态发生较大改变时,改进方法在减小落脚点调整量上效果明显,而减小落脚点偏差,在机器人直接落脚于目标落脚点时,能够削弱惯性力对躯干稳定性的影响,从而实现更加稳定的行走。

4 结论

(1)建立了机器人步行参数与行走路径之间的映射关系,并对由步行参数确定落脚点的关系式进行了优化调整,以实现更加协调、灵活的运动。

(2)基于预观信息提出了一种能够在步行状态突变时减小落脚点偏差的改进方法。当机器人直接以目标落脚点为实际落脚点以实现更准确的行走路线时,该改进方法可以大幅降低落脚点偏差的极大值,并能削弱惯性力对躯干稳定性的影响。

参 考 文 献

- [1] XIE H, ZHAO X, SUN Q, et al. A new virtual-real gravity compensated inverted pendulum model and ADAMS simulation for biped robot with heterogeneous legs[J]. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 2020,34(1): 401 – 412.
- [2] HA T, CHOI C H. An effective trajectory generation method for bipedal walking[J]. *Robotics and Autonomous Systems*, 2007, 55(10): 795 – 810.
- [3] XIONG X B, ARON A. 3-D underactuated bipedal walking via H – LIP based gait synthesis and stepping stabilization[J]. *IEEE Transactions on Robotics*, 2022,38(4): 2405 – 2425.
- [4] LIAO F K, ZHOU Y L, ZHANG Q Z, et al. Gait transition and orbital stability analysis for a bipedal robot based on the V – DSLIP model with torso and swing leg dynamics[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2022,108(4): 3053 – 3075.
- [5] YAMAMOTO T, SUGIHARA T. Foot-guided control of a bipedal robot through ZMP manipulation[J]. *Advanced Robotics*, 2020,34(21 – 22): 1472 – 1489.
- [6] BRAVO D A M, RODAS C F R. Design of a dynamic simulator for a biped robot[J]. *Modelling and Simulation in Engineering*, 2021,2021(1):5539123.
- [7] YUAN H H, GE Y M, GAN C B, et al. Modification-based periodic gait planning for a 3-D bipedal robot with two underactuated DOFs[J]. *Asian Journal of Control*,2021,23(6):2824 – 2836.
- [8] YUAN H H, GE Y M, GAN C B, et al. Control strategy for gait transition of an underactuated 3D bipedal robot[J]. *Frontiers of Information Technology & Electronic Engineering*, 2019,20(8): 1026 – 1035.
- [9] NAVANEETH M G, SUDHEER A P, JOY M L, et al. Contact wrench cone-based stable gait generation and contact slip estimation of a 12 – DoF biped robot[J]. *Arabian Journal for Science and Engineering*, 2022,47(12): 15947 – 15971.
- [10] MANDAVA R K, VUNDAVILLI P R. Whole body motion generation of 18 – DOF biped robot on flat surface during SSP & DSP[J]. *International Journal of Modelling Identification and control*, 2018,29(3): 266 – 277.
- [11] FORMALSKY A M. Impulsive control for anthropomorphic biped[M]. Vienna:Springer,1995:387 – 393.
- [12] MANDAVA R K, VUNDAVILLI P R. Design of near-optimal trajectories for the biped robot using MCIWO algorithm[C] // *Soft Computing for Problem Solving: SocProS*, 2019: 355 – 364.
- [13] KAJITA S, HIRUKAWA H, HARADRA K, et al. Introduction to humanoid robotics[M]. Berlin Heidelberg: Springer, 2014.
- [14] KAJITA S, KANEHIRO F, KANEKO K, et al. A realtime pattern generator for biped walking[C] // *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 2002: 31 – 37.
- [15] KAJITA S, KANEHIRO F, KANEKO K, et al. The 3D linear inverted pendulum mode: a simple modeling for a biped walking pattern generation[C] // *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, 2001: 239 – 246.
- [16] XIE H, ZHAO X, SUN Q, et al. A new virtual-real gravity compensated inverted pendulum model and ADAMS simulation for biped robot with heterogeneous legs[J]. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 2020, 34(1): 401 – 412.
- [17] KASHYAP A K, PARHI D R. Particle swarm optimization aided PID gait controller design for a humanoid robot[J]. *ISA Transactions*, 2021, 114: 306 – 330.
- [18] KHAN A T, LI S, ZHOU X. Trajectory optimization of 5-link biped robot using beetle antennae search[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II-Express Briefs*, 2021, 68(10): 3276 – 3280.
- [19] KAJITA S, KANEHIRO F, KANEKO K, et al. Biped walking pattern generation by using preview control of zero-moment point[C] // *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 2003: 1620 – 1626.
- [20] GOUAILLIER D, COLLETTE C, KILNER C. Omni-directional closed-loop walk for NAO [C] // *The 10th IEEE-RAS International Conference on Humanoid Robots*, 2010: 448 – 454.
- [21] KASAEI M, LAU N, PEREIRA A. A fast and stable omnidirectional walking engine for the nao humanoid robot[C] // *Robot World Cup*. Springer, Cham, 2019: 99 – 111.
- [22] ALLGEUER P, BEHNKE S. Bipedal walking with corrective actions in the tilt phase space[C] // *2018 IEEE – RAS 18th International Conference on Humanoid Robots (Humanoids)*, 2018: 1 – 9.
- [23] LIU C J, ZHANG T, LIU M, et al. Active balance control of humanoid locomotion based on foot position compensation[J]. *Journal of Bionic Engineering*, 2020, 17(1): 134 – 147.
- [24] LIU C, ZHANG T, ZHANG C, et al. Foot placement compensator design for humanoid walking based on discrete control Lyapunov function[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2021,51(4): 2332 – 2341
- [25] ASADA M, VON STRYK O. Scientific and technological challenges in RoboCup[J]. *Annual Review of Control, Robotics, and Autonomous Systems*, 2020(3): 441 – 471
- [26] GARTON H, BUGMANN G, CULVERHOUSE P, et al. Humanoid robot gait generator: foot steps calculation for trajectory following[C] // *Conference Towards Autonomous Robotic Systems*, 2014: 251 – 262.