doi:10.6041/j.issn.1000-1298.2024.11.044

湿软地面农用步行轮足壤互作力学模型研究

韩佃雷[1]　刘海瑞[1]　任立志[1]　胡锦瑞[1]　李　博[2]　陈学庚[1,3]

(1.江苏大学农业工程学院,镇江 212013;2.吉林大学工程仿生教育部重点实验室,长春 130022;
3.石河子大学机械电气工程学院,石河子 832003)

摘要:针对湿软地面农用步行轮足容易沉陷以及缺少相关互作力学理论等问题,对典型的足地互作承压和剪切力学模型进行了修正。首先通过设计不同刚柔足端以及构造不同湿度沙土和农田土松软地面,利用万能试验机研究了足端对湿软地面的承压以及剪切阻力-位移变化规律。其次通过 EDEM 离散元仿真方法探究了足端下颗粒速度场和运动趋势,用以观测湿软地面的细观行为。承压试验中,半圆柱体足端更容易破坏足端下土壤结构,其抗沉陷性能比长方体足端差。刚性与刚柔耦合足端的承压特性差异不明显。沙土地面承载力随湿度增加而提高,而农田土则相反。剪切试验中,足端剪切阻力与湿度关系不大,但都随着法向负载增加而增大。足端持续推动斜上方的土壤,有较多的土壤堆积,因此需要进一步考虑推土作用带来的影响。最后,基于承压试验数据,对典型的承压模型进行修正,补充了不同含水率沙土和农田土地面的沉陷-深度关系。基于剪切试验数据,对典型的剪切模型进行修正,得到考虑足端有推土影响的剪切阻力-位移关系,可为湿软地面步行轮足研制提供设计参考和理论依据。

关键词:湿软地面;步行轮足;足壤相互作用;地面力学;离散元法

中图分类号:S220.1　　**文献标识码**:A　　**文章编号**:1000-1298(2024)11-0461-14　　**OSID**:

Mechanical Modeling of Foot-terrain Interactions in Agricultural Walking Wheels on Wet and Soft Terrain

HAN Dianlei[1]　LIU Hairui[1]　REN Lizhi[1]　HU Jinrui[1]　LI Bo[2]　CHEN Xuegeng[1,3]

(1. *School of Agriculture Engineering*, *Jiangsu University*, *Zhenjiang* 212013, *China*
2. *Key Laboratory of Bionic Engineering*, *Ministry of Education*, *Jilin University*, *Changchun* 130022, *China*
3. *College of Mechanical and Electrical Engineering*, *Shihezi University*, *Shihezi* 832003, *China*)

Abstract: In response to the challenges posed by the sinking of agricultural walking wheels on wet and soft terrain, as well as the absence of a comprehensive interaction mechanics theory, the typical foot-terrain interaction models for pressure and shear mechanics were modified. Numerous foot-terrain interaction tests were conducted by using a universal testing machine to study the pressure and shear resistance - displacement of various foot designs on different types of wet and soft ground, including sand and soil with varying humidity levels. At the same time, the particle velocity field and motion trend of different types of foots on different wet and soft ground were investigated by means of EDEM discrete element simulation, which was used to observe the fine-scale behavior of wet and soft terrain. In the pressure test, the cylindrical foot was easier to sink compared with the rectangular foot. Combined with the simulation, the cylindrical foot was more likely to damage the soil structure under the foot, and the anti-subsidence performance of the rectangular foot was better than that of the cylindrical foot. The difference in intrusion resistance between rigid and rigid-flexible foots was not significant. The bearing capacity of sand was gradually increased with the increase of humidity, while the bearing capacity of soil was gradually decreased. In the shear test, the foot shear resistance of rigid cylindrical and rectangular foots under sand and soil with different humidity was related to the normal load, and both of them were increased with the increase of normal load. The foot shear resistance had little relationship with the medium humidity. Combined with the simulation, there was more soil accumulation in front of the foot in

收稿日期:2024-07-18　修回日期:2024-08-18

基金项目:国家自然科学基金项目(52105304)和现代农业装备与技术教育部重点实验室项目(MAET202327)

作者简介:韩佃雷(1991—),男,讲师,博士,主要从事松软地面机械仿生原理与技术研究,E-mail:handianlei@ujs.edu.cn

通信作者:陈学庚(1947—),男,中国工程院院士,研究员,主要从事棉花生产机械化和残膜污染治理研究,E-mail:chenxg130@sina.com

the process of foot shear, and the foot continuously pushed the soil above the slant, which needed the influence brought by the pushing effect to be further considered. Based on the pressure test data, the typical pressure-bearing model was modified, the subsidence - depth relationship of sand and soil with different humidity was supplemented. Based on the shear test data, the typical shear model was modified, and the shear resistance - displacement relationship was obtained by considering the influence of pushing soil. It can provide a design reference and theoretical basis for the development of a walking wheel foot on wet and soft terrain.

Key words: wet and soft terrain; walking wheel foot; foot-terrain interaction; terrain mechanics; discrete element method

0 引言

由于水田、滩涂等湿软地面的承载和抗剪能力差,轮式移动机构运动时容易产生打滑、沉陷和牵引不足等问题[1]。为了解决拖拉机下水田问题,陈秉聪院士等[2]模仿水牛运动步态,提出了“半步行理论”,并研制了一系列步行轮,一定程度上解决了拖拉机水田通过性问题。步行轮结构简单,在湿软地面通过性高,主要原因是轮足与地面接触点是离散的,而非连续的。但是,刚性轮腿/轮足与湿软地面相互作用时,侵入压强大,步行轮运动时容易沉陷,并产生“卸力”现象,导致能耗增高。在松软土壤中运动时,车辆或拖拉机可能发生两种不同类型的沉陷:①由于接地压力产生的静态沉陷,与土壤坚实度有关。②由于推力不足或土壤在水平方向变形而产生的滑转沉陷。这两种沉陷不是完全独立的,因为静态沉陷总是伴随着动态沉陷。

从步行轮抗沉陷关键技术研究来看,李杰等[3]基于骆驼足部的固沙限流功能,设计了仿驼蹄步行轮足结构,该轮足在刚触地时受压内陷,与沙土接触面积不断扩展,足底的沙土被集聚硬化,提高了整个步行轮的抗沉陷能力。根据两足步行运动特点,王孝义等[4]采用能产生不对称运动的半转机构设计了一种新型类两足步行机构——半转步行机构,并详细介绍了该步行机构的传动关系与步行原理。基于鸵鸟足运动姿态与跖趾关节储能减振机理,何彦虎等[5]研制了一种仿生自适应低振动步行轮,在保证松软地面优越牵引通过性能前提下,仿生步行轮比传统步行轮的轮心波动更小,振动明显降低,同时研制了一种高通过性的仿生越沙鼓形轮面车轮,显著增大了车轮挂钩牵引力[6]。解晓琳等[7]设计了适用于松软地面的可变形轮,它能在有轮缘和无轮缘 2 种轮态间转换,实现步行和连续行走。王颖等[8]以中华绒螯蟹步足指节结构为生物原型,设计了 3 种不同锥度的仿生锥形触土部件,提高了松软地面步行机构及农业机械的通过性能。

从足壤相互作用原理研究来看,LI 等[9]研究了 C 形腿与颗粒介质相互作用接触动力学,提出了一种阻力理论模型,系统研究颗粒介质特性对运动的影响是在单一介质中改变体积分数。传统地面力学研究车轮与地形的相互作用力学,在 BEKKER[10-11] 的承压模型和 JANOSI 等[12]的剪切模型基础上,已逐渐应用于研究腿足式移动机构与介质相互作用关系。DING 等[13]建立了足-地相互作用力学模型,该模型不但可以预测在可变形介质上不同形状的足端所受的法向力和切向力,而且提供了软/硬足端和软/硬地面相互作用力学参数的识别方法。KANG 等[14]解释了刚体侵入散体介质中的接触动力学问题,石英砂会在平底的圆柱形侵入者头部形成一个圆锥形的硬化区域,随着侵入深度的增加,这个被硬化的石英砂区域也会扩大。HAN 等[15]通过足端侵入试验和离散元仿真相结合的方法对机械足垂向侵入沙土力学性能影响进行了研究,同时研究了石英砂粒径、形状和紧实度等物理参数对足端侵入性能的影响,并对经典的压力-沉陷模型进行了修正,获得了机械足-沙相互作用机制。

综上,抗沉陷步行轮关键技术与原理研究已取得一定成果,但步行轮触地机构的结构/行为及其与环境耦合作用机理等方面的基础研究依然较为薄弱,尤其是在水田、滩涂等湿软地面。轮足的几何结构、刚柔材料耦合组装特性、土壤介质的物理和机械力学特性、轮足的运动动作变化等影响因素的主次关系及影响效果还有待进一步研究探讨。刚/柔性轮足与湿软地面作用的力-位移变化规律、轮足-地面作用力学模型、含水介质应对固体侵入的响应行为等基础研究的匮乏限制了对足壤作用关系的深入分析与理解。

本研究通过在半圆柱和长方体足底组装柔性珍珠棉,构造 2 种刚柔耦合轮足,并将同样尺寸的半圆柱和长方体刚性轮足作为对比,整备不同含水率的沙性土和黏性土 2 种地面环境,借助万能试验机进行不同轮足和湿软地面相互作用的承压与剪切试验,对比分析刚柔耦合/刚性轮足的侵入与剪切特性,对地面力学中经典的承压和剪切模型进行修正,

以期为湿软地面抗沉陷步行轮足研制提供设计参考和理论依据。

1　经典足壤作用力学模型

1.1　广义足壤作用模型

研究松软地面与机械的相互作用关系催生了地面机器系统这一领域，车辆地面力学是其重要组成部分，主要关注车辆与作业地面之间的关系[1]，并已广泛应用于轮式移动机器人与地面的相互作用力学。当足端与可变形地面相互作用时，足端会产生3个力（法向力 F_N，x 向水平力 F_x，y 向水平力 F_y）和3个力矩（x 向力矩 M_x，y 向力矩 M_y，法向力矩 M_z）。而足端与地面的相互作用力和力矩受地面或土壤物理力学特性参数 P_T、地面特性参数 P_F、地面几何参数 P_G 以及运动状态变量 P_M（例如位移和速度）的影响。因此，广义形式的足壤相互作用力学[13]可表示为

$$\begin{cases} F_N = F_N(P_T, P_F, P_G, P_M) \\ F_x = F_x(P_T, P_F, P_G, P_M) \\ F_y = F_y(P_T, P_F, P_G, P_M) \\ M_x = M_x(P_T, P_F, P_G, P_M) \\ M_y = M_y(P_T, P_F, P_G, P_M) \\ M_z = M_z(P_T, P_F, P_G, P_M) \end{cases} \tag{1}$$

广义的足壤互作模型为研究轮足地面力学提供了变量参考，利用地面力学知识，不仅可以预测轮足在地面上的相互作用力学，还可以利用轮足和地面的参数属性来揭示模型参数。轮足在地面行走时会对地面产生一个法向载荷，这将引起地面的深陷以及变形，从而对轮足的前进造成阻力[16]。另外，施加到轮足上的驱动力矩会引起轮足与地面之间的剪切相互作用，这将引起地面沉陷以及壅土现象，从而对轮足产生推力和与之关联的位移。因此，对于预测和评价轮足通过性能，研究轮足和地面的承压和剪切相互作用尤为重要。

1.2　足壤承压相互作用模型

土体在法向荷载作用下发生变形，形变由弹性部分和塑性部分组成，具有复杂的过渡区域。由于土壤沉陷量的理论预测较困难，通常采用平板下沉试验，用半经验方程来表征土壤的承载性能。最先由 BERNSTEIN[17] 开发的适合足地压力-下沉量关系为

$$\sigma(\delta) = k\delta^n \tag{2}$$

式中　σ——正应力，Pa　　δ——下沉量，m

k——下沉模量　　n——下沉指数

这个模型是基于平板的压力-下沉量关系符合幂函数的形式而发展起来的。因此，k 和 n 是曲线拟合常数，适合特定土壤的实验观测数据。

BEKKER[10-11] 基于 BERNSTEIN 模型，将系数 k 进行拆分，其表达式为

$$\sigma(\delta) = (k_c/b + k_\varphi)\delta^n \tag{3}$$

式中　b——压力板宽度或者半径，m

k_c——内聚变形模量系数，$\mathrm{Pa/m^{n-1}}$

k_φ——摩擦变形模量系数，$\mathrm{Pa/m^n}$

BEKKER 模型优点是使用较为广泛，能够定量描述压板-地面相互作用特性。缺点是随着下沉指数 n 的变化，参数 k_c 和 k_φ 具有变化的量纲。

REECE[18] 对 BEKKER 模型进行显著的修改，其关注压力板宽度 b 对压力-下沉量曲线的影响。REECE 的矩形板下法向压力模型表达式为

$$\sigma(\delta) = (ck_c + \gamma bk_\varphi)\left(\frac{\delta}{b}\right)^n \tag{4}$$

式中　c——土壤内聚力，kPa

γ——土壤容重，$\mathrm{g/cm^3}$

REECE 的方程与 BEKKER 的方程只在对平板宽度的响应上有所不同，但这对改进效果有显著贡献。

DING 等[13] 在 BEKKER 模型的基础上得到机器人足法向力与沉陷深度的表达式为

$$F_N = \sigma S \tag{5}$$

式中　S——足端与地面接触面积，$\mathrm{m^2}$

从而矩形足端法向力表达式为

$$F_N = (k_c a + k_\varphi ab)\delta^n \tag{6}$$

式中　a——足端长度，m

圆柱形足端法向力表达式为

$$F_N = (\sqrt{2r}k_c + \sqrt{2r}bk_\varphi)\delta^{n+0.5} \tag{7}$$

式中　r——足端半径，m

1.3　足壤剪切相互作用模型

对于地面的剪切应力-位移特征，塑性地面和脆性地面所表现出的模式不同，可以使用不同的数学函数来表征这些剪切应力-位移关系。

松散沙土、饱和黏土和受扰动的土壤等属于常见的塑性地面。这类地面的剪切特性表现为随着剪切位移的不断增大，剪切应力也不断增大，最后剪切应力趋于稳定不再变化。这种剪切特性通常使用 JANOSI 等[12] 提出的模型来进行表征，其表现形式为

$$\tau = \tau_{\max}(1 - \mathrm{e}^{-j/K}) \tag{8}$$

其中，地面所能承受的最大剪切应力由库仑方程给出，为

$$\tau_{\max} = c + \sigma\tan\varphi \tag{9}$$

式中　τ——剪切应力，N

τ_{max}——最大剪切应力,N

φ——土壤内摩擦角,(°)

K——土壤剪切变形模量系数,m

j——剪切位移量,m

超过 τ_{max}的剪切应力会使土体在剪切作用下发生破坏,在荷载作用下发生垮塌。

DING 等[13]在 JANOSI - HANAMOTO 模型的基础上得到不同形状机器人足端剪切力 F_T 的表达式为

$$F_T = \tau S \tag{10}$$

通过计算得到矩形足端剪切力表达式为

$$F_T = F_N(abc/F_N + \tan\varphi)(1 - e^{-j/K}) \tag{11}$$

圆柱形足端剪切力表达式为

$$F_T = F_N(\sqrt{2r\delta}bc/F_N + \tan\varphi)(1 - e^{-j/K}) \tag{12}$$

VANDERKOP 等[19]提出了一个新的剪切模型,在这个模型中,两种作用在足上的力主导着足与土壤的相互作用,即总滑动摩擦力和推土阻力,其剪切力表达式为

$$F_T = F_\mu + F_B \tag{13}$$

其中

$$F_\mu = \mu F_N(1 - e^{-j/\alpha}) \tag{14}$$

$$F_B = p_1\delta^{p_2} \tag{15}$$

式中 F_μ——总滑动摩擦力,N

F_B——推土阻力,N

α——决定预滑动状态下摩擦增加速率的参数

μ——摩擦因数,其与足端施加的法向力 F_N 共同决定总滑动状态下的稳态摩擦力

p_1——推土系数,取决于足端几何形状和内部土壤性质的参数

p_2——推土指数

式(15)采用了 HEGEDUS 幂关系推土阻力模型[20-21],这种情况下的剪切力取决于机器人足对土壤施加的力以及足的表面形状,而不仅仅是压强和土壤内部特性。

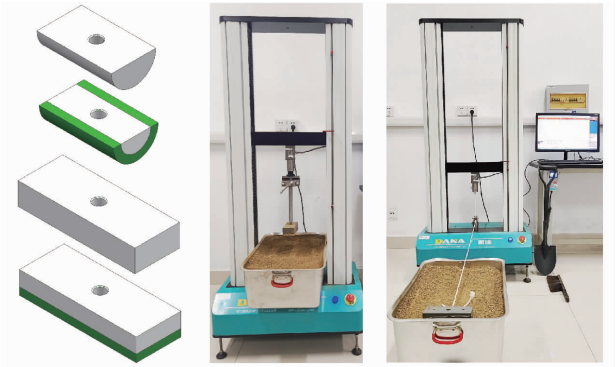
而致密砂土、淤泥和壤土以及冻结积雪等属于常见的脆性地面,表现出的剪切特性与塑性地面不同,其剪切应力最初快速增加,并在特定的切向位移处达到最大剪切应力峰值。然而,随着切向位移的进一步增加,剪切力减小并逐渐接近恒定残余值[22]。

综上所述,早期的地面力学性能测试方法和半经验模型为车辆地面系统的研究与发展奠定了重要基础。

2 步行轮足壤作用试验

2.1 机械足端刚柔耦合设计

许多类人机器人足是扁平的,呈长方体状或近似长方体状,如 ASIMO、NAO、PETMAN,这类机器人适合在较为平坦的路况上行走。如果腿足式机器人预期在崎岖的地形上移动,足通常被设计成圆柱形或球形,以便它们能够更自由地适应地形,例如 BigDog、ATHLETE、LS3[13]。因此结合以往典型的足端设计,使用 UG 设计了 4 种常见的足端类型,图 1a 中由上到下分别为刚半圆柱体(100 mm × R30 mm)、刚柔半圆柱体(100 mm × R30 mm)、刚长方体(157 mm × 60 mm × 30 mm)和刚柔长方体(157 mm × 60 mm × 30 mm)。其中,4 种足端的刚性材料为 45 号钢,刚柔长方体和刚柔半圆柱体底面黏贴厚度为 10 mm 的柔性材料,保证了 4 种足端底面积(9 420 mm^2)和轴向单侧面积(4 710 mm^2)相等。绿头鸭的组织结构从内到外依次为骨骼、趾垫、筋膜和皮肤,其中筋膜和皮肤层厚度很小,大部分厚度被趾垫占据,将柔性趾垫、筋膜和皮肤看成是一个整体弹性单元。使用邵氏硬度计(LX - A 型)对绿头鸭跖侧多个点的硬度进行了测量,测定其平均硬度为 21.22 HA。为了模仿绿头鸭足硬度,同时保证相对于土壤又不太硬,最终选用硬度为 10 HA 的珍珠棉材料作为机械足端的包裹材料。



(a) 足端设计 (b) 承压试验 (c) 剪切试验

图 1 机械足端及试验场景

Fig. 1 Mechanical foot and test scenario

2.2 试验介质

采用沙土(粒径 0.125 ~ 0.335 mm)和农田土依次进行试验。采用 5 种湿度条件(含水率(Moisture content, MC)为 2%、5%、10%、15%、20%),首先进行含水率 2% 沙土和农田土试验,依次加水达到含水率 20%。含水率测量采用快速水分测定仪测定,通过称重法适当加水后,对土壤不同区域取样进行含水率测量,保证湿度条件在合理范围内(±0.5% MC)。每次试验之前,人工整备土槽(60 cm × 40 cm × 20 cm)内的沙土或农田土,使其内部分布均匀,表面整平,以消除土壤被压实带来的影响。

2.3 足端与介质相互作用测试

2.3.1 承压试验

在承压试验中,将足端安装在速度可调的万能试验机,通过计算机控制足端上下运动,足端到达设

定深度后，万能试验机自动返回，对 4 种刚柔组合的足端依次进行试验。在足端匀速垂向侵入沙土的过程中，试验机传感器可以获取足端的侵入阻力与深度实时变化数据，通过软件计算并直接显示在计算机上，数据采集频率为 50 Hz(图 1b)。

2.3.2　剪切试验

在剪切试验中，通过定滑轮和绳索组合设计，从而改变万能试验机所牵引足端的受力方向，使其以恒定速度水平移动，获取足端阻力与位移数据(图 1c)，足端到达设定距离后，万能试验机自动返回。考虑到柔性材料对剪切影响较小，所以仅对刚半圆柱体和刚长方体依次进行了试验，同时为了研究足端不同负载对剪切阻力的影响，采取两种负载分别为 20、40 N，加载后刚半圆柱足端负载分别为 10、30、50 N，刚长方体足端负载分别为 22、42、62 N。

2.4　试验数据处理

每种试验方案下重复 5 次试验，采用 Origin 软件计算 5 次试验平均值作为不同足端最终的侵入阻力，通过除以足端各自投影底面积来得到各个足端对应的压强。由于剪切试验数据具有很大的波动性，利用平滑功能对剪切试验曲线进行了平滑处理，同时使用软件完成作图和数据拟合。

为了消除法向速度/水平速度对试验的干扰，设定万能试验机分别以速度 100、200、300、400、500 mm/min 匀速下压/牵拉半圆柱形足端。每个速度水平重复 5 次试验，并计算 5 次试验侵入/剪切阻力平均值和标准差。结果表明，5 种速度下阻力、位移变化没有明显差异，如图 2 所示。在保证试验效果的情况下，为提高试验效率，最终选取速度 500 mm/min 进行承压和剪切试验。

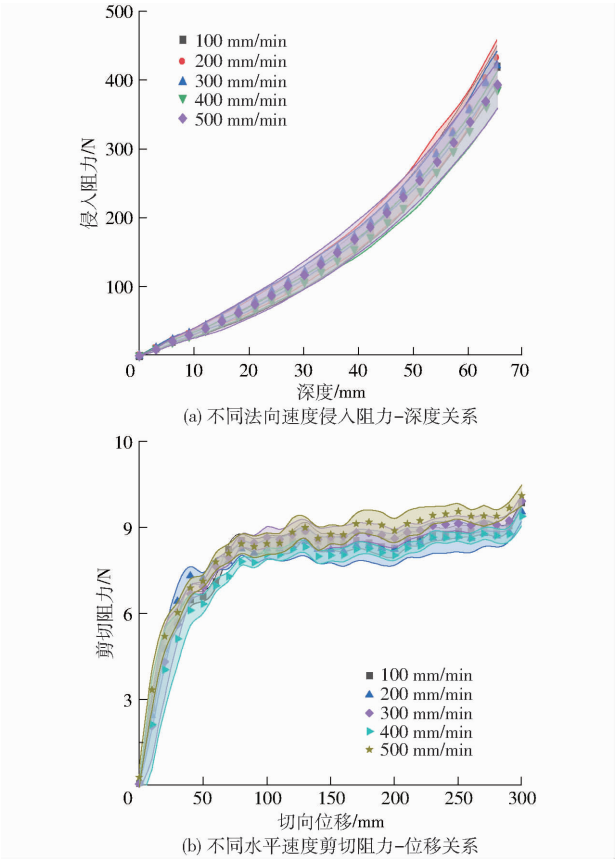
2.5　足端与介质相互作用离散元仿真

2.5.1　颗粒本征参数与相互作用参数

利用离散元软件 EDEM 进行足端承压和剪切试验的仿真分析。仿真开始前需明确颗粒和材料的本征参数以及相互作用参数，土槽和足端材料为钢材，钢材本征参数参考文献[23]。通过对沙土剪切模量、泊松比和密度进行测量，得到沙土本征参数如表 1 所示。农田土颗粒与颗粒之间、颗粒与钢材之间的相互作用参数参考文献[24－25]。通过对含有水分的沙土进行离散元参数标定，得到沙土颗粒与颗粒之间的相互作用参数(碰撞恢复因数、静摩擦因数和动摩擦因数)如表 2 所示。

2.5.2　颗粒及颗粒工厂设置

离散元建模采用一种标准球形颗粒对颗粒建模，颗粒半径选取参数标定半径 1 mm。颗粒生成为静态填满几何体填充方式，待颗粒完全沉积稳定后，



(a) 不同法向速度侵入阻力-深度关系

(b) 不同水平速度剪切阻力-位移关系

图 2　不同速度对侵入阻力及剪切阻力的影响

Fig. 2　Effect of different speeds on pressure and shear resistance

表 1　沙土和钢材本征参数

Tab. 1　Sand and steel intrinsic parameters

材料	含水率/%	剪切模量/MPa	泊松比	密度/(kg·m^{-3})	c/kPa	φ/(°)	来源
沙土	15	2.00×10^{2}	0.35	1 623	4.49	27	测定
农田土	15	1.00	0.46	1 516			文献[24－25]
珍珠棉		3.00	0.01	29			文献[26]
钢材		1.00×10^{4}	0.25	7 850			文献[23]

表 2　颗粒-颗粒与颗粒-钢材相互作用参数

Tab. 2　Particle－particle and particle－steel interaction parameters

材料	表面能/(J·mm^{-2})	碰撞恢复系数	静摩擦因数	动摩擦因数	来源
沙土-沙土	4.5	0.90	0.80	0.050	测定
农田土-农田土	8.0	0.53	0.79	0.225	文献[24]
颗粒-钢材		0.30	0.30	0.200	文献[25]

导入足端几何体开始进行承压及剪切运动仿真。

2.5.3　足壤承压与剪切相互作用仿真

足端采用 1∶1 建模，为缩短仿真所需时间，在仿真中设置的土槽尺寸相应减小，以减少颗粒数量，同时保证足端距离土槽边缘大于 50 mm，避免边缘效应带来的影响。在承压仿真试验中，土槽长、宽、高

分别为 260 mm×160 mm×200 mm，足端垂直下落速度为 30 mm/s，整个下降过程为匀速，仿真时间为 2 s，取瑞利时间的 20% 作为步长进行仿真。剪切仿真试验中，土槽长、宽、高分别为 400 mm×260 mm×200 mm，保证足端具有较长切向位移的前提下，提高仿真效率。足端切向速度为 30 mm/s，切向速度为匀速，仿真时间为 10 s，同样取瑞利时间的 20% 作为步长进行仿真。

3 结果分析

3.1 足壤承压相互作用试验

3.1.1 不同形状足端对侵入压强的影响

对于沙土和农田土各湿度下的足端侵入压强（图 3），表现出相同深度下刚性足端侵入压强略大于刚柔足端，即刚长方体足端侵入压强大于刚柔长方体，刚半圆柱体足端侵入压强大于刚柔半圆柱体。分析刚柔足端侵入压强略小与刚性足端的原因为，刚柔足端在下陷中足端会变形，导致实际下陷深度减小，在比较中又很难计算这一部分的压缩量，推测分析实际刚柔足端相对于刚性足端在承压方面差别不大。长方体足端侵入压强大于半圆柱体足端侵入压强，在相同压强下，长方体足端沉陷深度比半圆柱体足端小，其原因可能是半圆柱体下端更尖的形状导致了半圆柱体更容易破坏土壤，导致了土壤承载力减弱。不同的是，含水率 2%、5%、10% 和 15% 下农田土侵入压强随着位移增加变化速度增加，而含

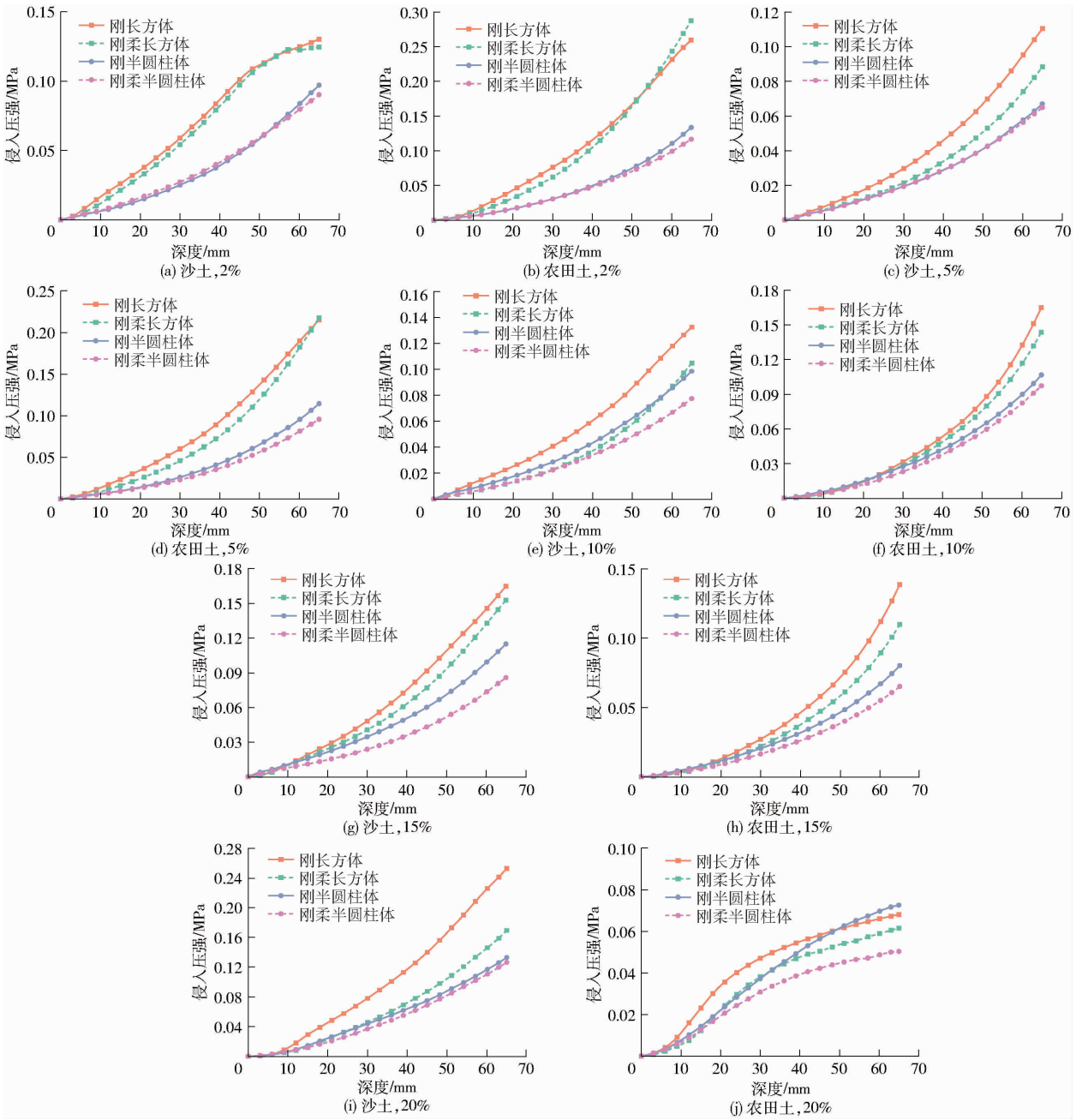


图 3 不同类型足端侵入压强与下陷深度关系曲线

Fig. 3 Relationship of invasion pressure and depth of different types of foots

水率 20% 下农田土侵入压强随着位移增加变化速度逐渐减缓，各湿度下沙土侵入压强均随着位移增加变化速度增加。

3.1.2　介质湿度对足端侵入阻力的影响

不同介质湿度对足端侵入阻力的影响如图 4 所示，随着沙土含水率从 5% 增加到 20%，4 种足端表现出随着湿度增加在相同侵入深度下侵入阻力逐渐增大的趋势，而含水率 2% 侵入阻力没有统一的变化规律。而农田土含水率在 2% ~15% 之间时，其承载力随着足端深度增加的变化是逐渐加快，随着农田土含水率从 2% 增加到 15%，在 0 ~65 mm 范围内其承载力逐步下降，当农田土含水率增加到 20%，其承载力随着足端深度增加的变化逐渐减缓，在深度 0 ~40 mm 承载力略大于 10% ~15% 农田土，大于深度 60 mm 后承载力小于其他含水率下的农田土。农田土含水率增加到 20% 后，足端在沉陷后容易导致支撑力不足，这与土壤性质密切相关，当足端沉陷超过 40 mm 后，含水率 20% 农田土承载力开始小于含水率 2% 农田土，当足端沉陷超过 60 mm 后，其半圆柱体足端受到的支撑力仅有含水率 2% 农田土的 1/2 左右，而长方体足端受到的支撑力仅有含水率 2% 农田土的 1/4 左右，最终 65 mm 处的侵入阻力是 5 种含水率中最小的。

在含水率 5% 以后随着含水率增加，沙土承载力逐步提高，含水率 20% 承载力最大，而在农田土中随着含水率增加，其土壤承载力逐步下降，含水率 2% 承载力最大。沙土和农田土在土壤承压方面随着相对含水率表现出相反的性质，这一点在对不同地面农用步行轮足端设计应加以关注。

3.2　足壤剪切相互作用试验

3.2.1　法向负载对足端剪切阻力的影响

沙土和农田土中足端不同法向负载对足端剪切阻力的影响分别如图 5 和图 6 所示，不同法向负载下长方体足和半圆柱足剪切阻力的变化规律相同，均为随着切向位移呈非线性增长趋势，且剪切阻力-位移曲线斜率越来越小，剪切阻力增长直至达到饱和值。不同法向负载试验的不同点在于，当法向负载不同时，足端剪切阻力达到饱和值的切向位移不同，饱和值不同，随着法向负载增大，足端剪切阻力达到饱和值的切向位移增大。在相同的切向位移下，法向载荷越大剪切阻力就越大。沙土和农田土中，无论是刚半圆柱体足端还是刚

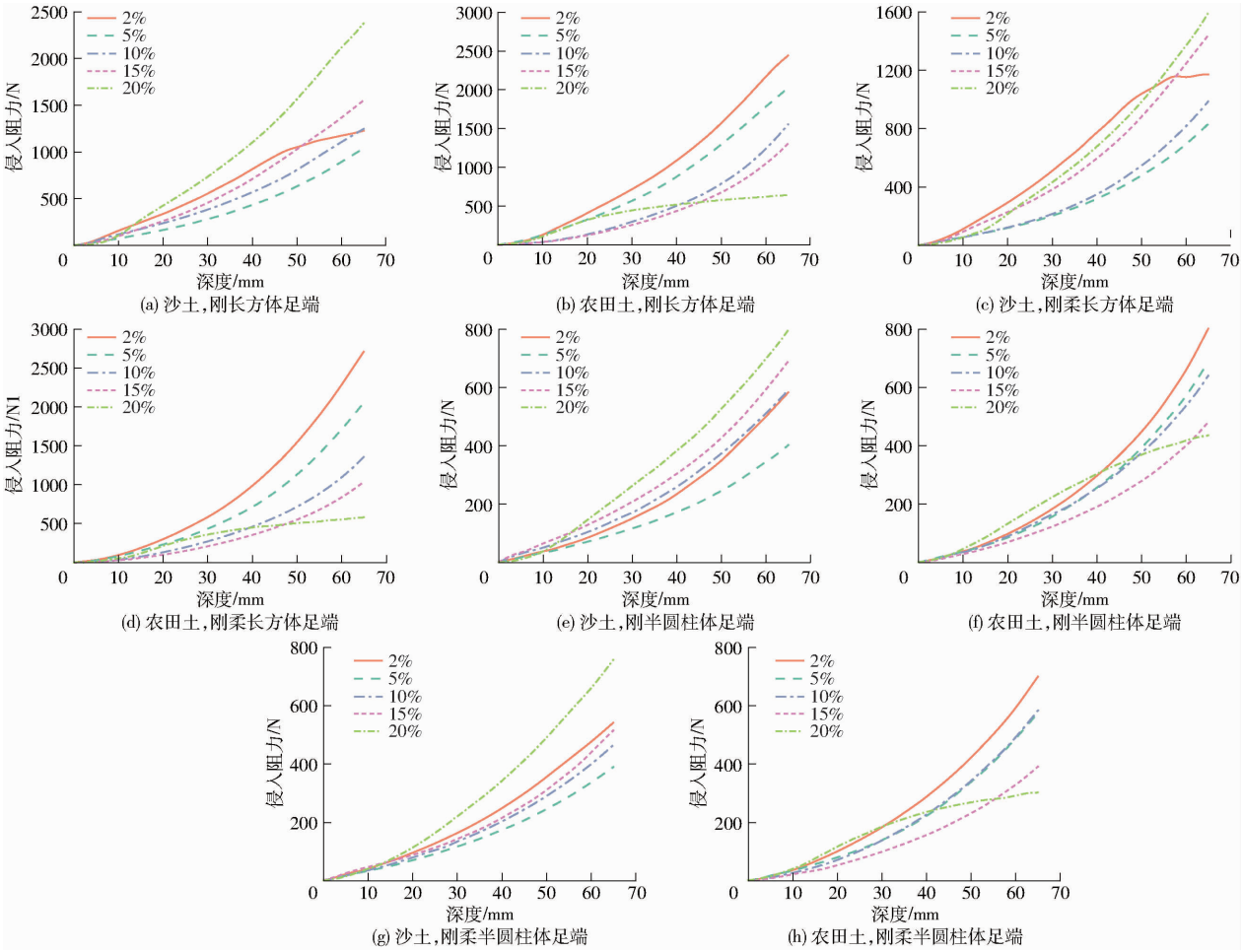


图 4　沙土和农田土不同湿度下不同类型足端侵入阻力与下陷深度关系曲线

Fig. 4　Relationship of intrusion resistance and depth of different types of footing at different moisture contents in sand and soil

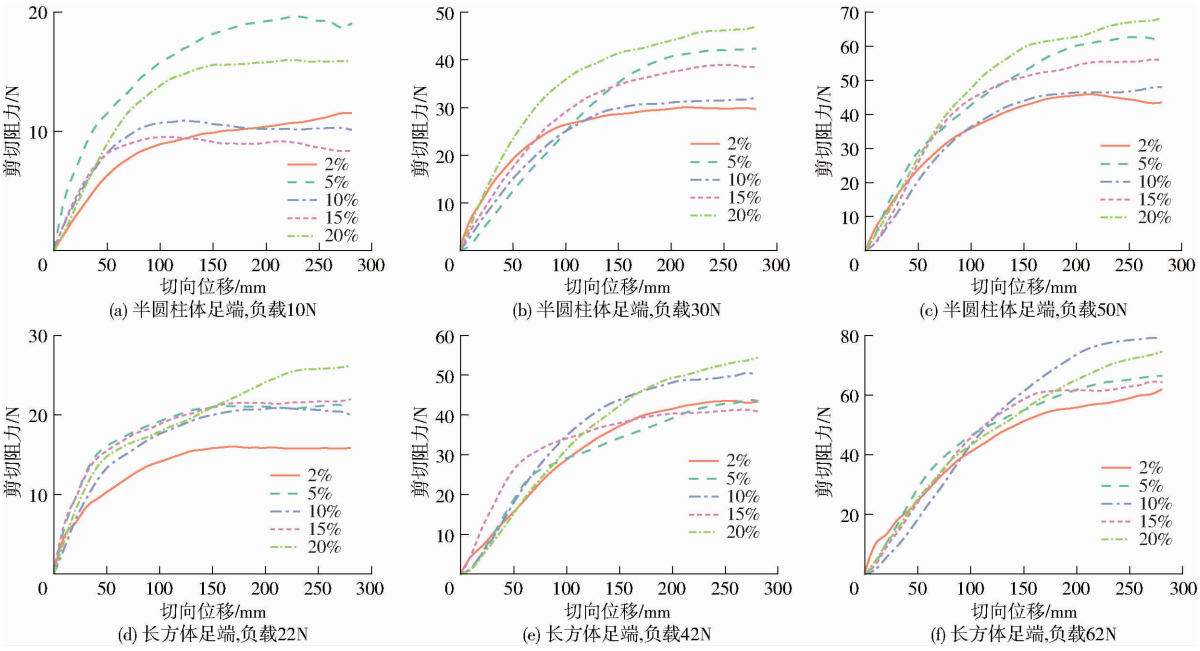


图 5 沙土不同湿度对足端剪切阻力的影响

Fig. 5 Effect of different humidities of sand on foot sheer resistance

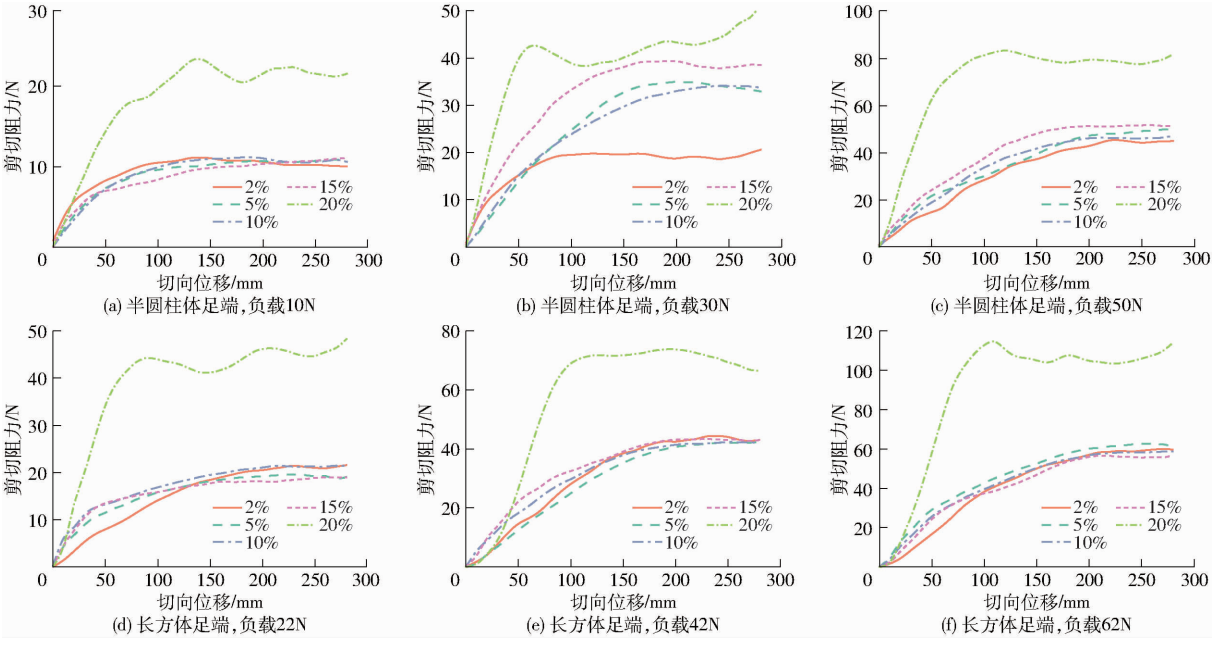


图 6 农田土不同湿度对足端剪切阻力的影响

Fig. 6 Effect of different moisture contents of soil on foot sheer resistance

长方体足端,各湿度下的足端剪切阻力都随着负载增加而增大。

3.2.2 介质湿度对足端剪切阻力的影响

沙土和农田土湿度对足端剪切阻力的影响分别如图 5、6 所示,沙土各湿度下剪切阻力均随切向位移呈现逐渐减缓的增长,沙土各湿度下对足端剪切阻力没有较为一致的影响。农田土含水率 20% 条件下剪切阻力较其他湿度差别较大,明显大于其他湿度条件下的剪切阻力,其他湿度下没有明显的差异。虽然承压特性中农田土含水率 20% 条件下承压阻力最小,但足端剪切阻力最大。对于农田土,含水率 20% 已经达到淤泥的条件,表现出的剪切特性为剪切应力最初快速增加,并在特定的切向位移处达到最大剪切应力峰值。然而,随着切向位移进一步增加,剪切阻力减小并逐渐接近恒定残余值[18]。

3.3 足壤承压与剪切离散元仿真结果

3.3.1 足壤承压相互作用仿真

长方体足端和半圆柱体足端侵入含水率 15% 沙土地面的颗粒速度场和运动趋势变化如图 7 所示。长方体足端和半圆柱体足端下方的颗粒速度分布呈现分层化,各个深度层中的颗粒速度比较一致均匀(图 7a、7c、7e、7g)。长方体足端和半圆柱体足

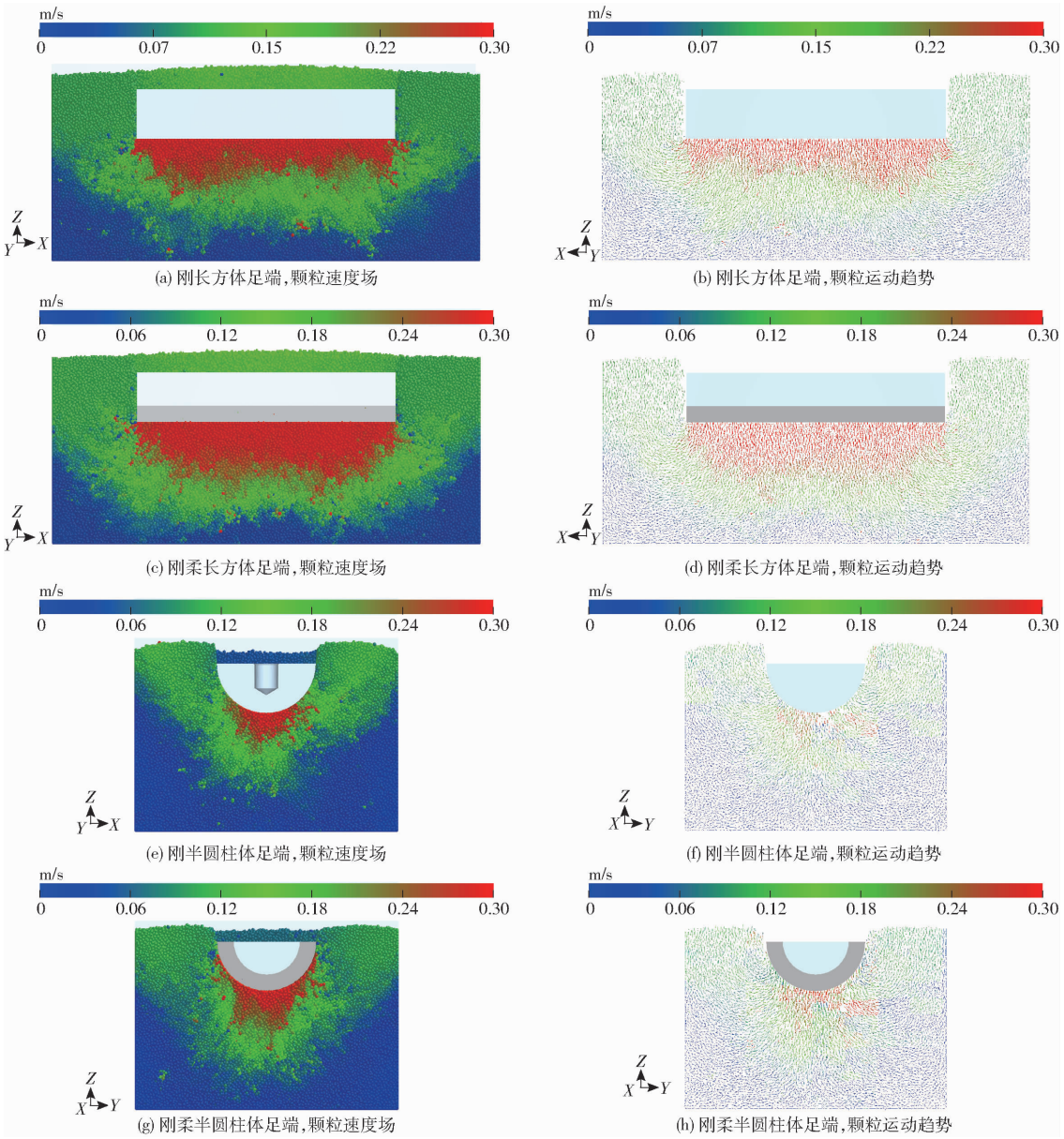


图 7　足端承压仿真含水率 15% 沙土颗粒速度场和运动趋势

Fig. 7　Sand particle velocity field and motion trend of foot pressurization simulation with moisture content of 15%

端都主要影响了下方颗粒速度，相比之下，侧面颗粒速度影响较小。最接近足端颗粒速度最大，沿深度向下颗粒速度逐渐减小，直至最下方的颗粒速度为零，说明最下方颗粒并未受到扰动，足端整体的扰动范围呈现向下的圆弧状，向外发散。颗粒运动趋势变化为最靠近足端的颗粒沿着足端向下运动，进而影响到之下的颗粒往外运动，一部分颗粒受到挤压有向上运动的趋势（图 7b、7d、7f、7h），这导致了足下陷后周围的沙土向上翻涌。

长方体足端和半圆柱体足端侵入含水率 15% 农田土地面的颗粒速度场和运动趋势变化如图 8 所示，长方体和半圆柱体足端下方的颗粒速度均随颗粒深度的增加而减小，颗粒速度分布呈现分层化，与沙土不同的是，各个深度层中的颗粒速度一致性较低，速度高的颗粒中掺杂了部分和下一层速度相近的颗粒（图 8a、8c、8e、8g）。在土壤扰动范围上，与沙土不同，农田土主要受到扰动的是足端正下方的颗粒，而没有压迫一侧的颗粒向上运动，足端下陷后土壤表面周围有微微下陷（图 8b、8d、8f、8h）。

3.3.2　足壤剪切相互作用仿真

长方形足端和圆柱形足端在含水率 15% 沙土和农田土剪切相互作用的颗粒速度场和运动趋势变化如图 9、10 所示。足端切向移动过程中，足端前方有较多颗粒堆积，堆积颗粒速度方向为足端的移动方向，足端切向移动过程中在重力作用下逐渐沉陷，沉陷趋势随着切向位移近似为线性增加，移动过去的足端会在两侧面堆积部分颗粒，这在沙土中较为明显（图 9a、9c）。农田土前方堆积的颗粒数量比沙土前方堆积的颗粒数量更少（图 10a、10c），沙土中明显地可以看到沙土被剪切时速度分割线，呈斜向

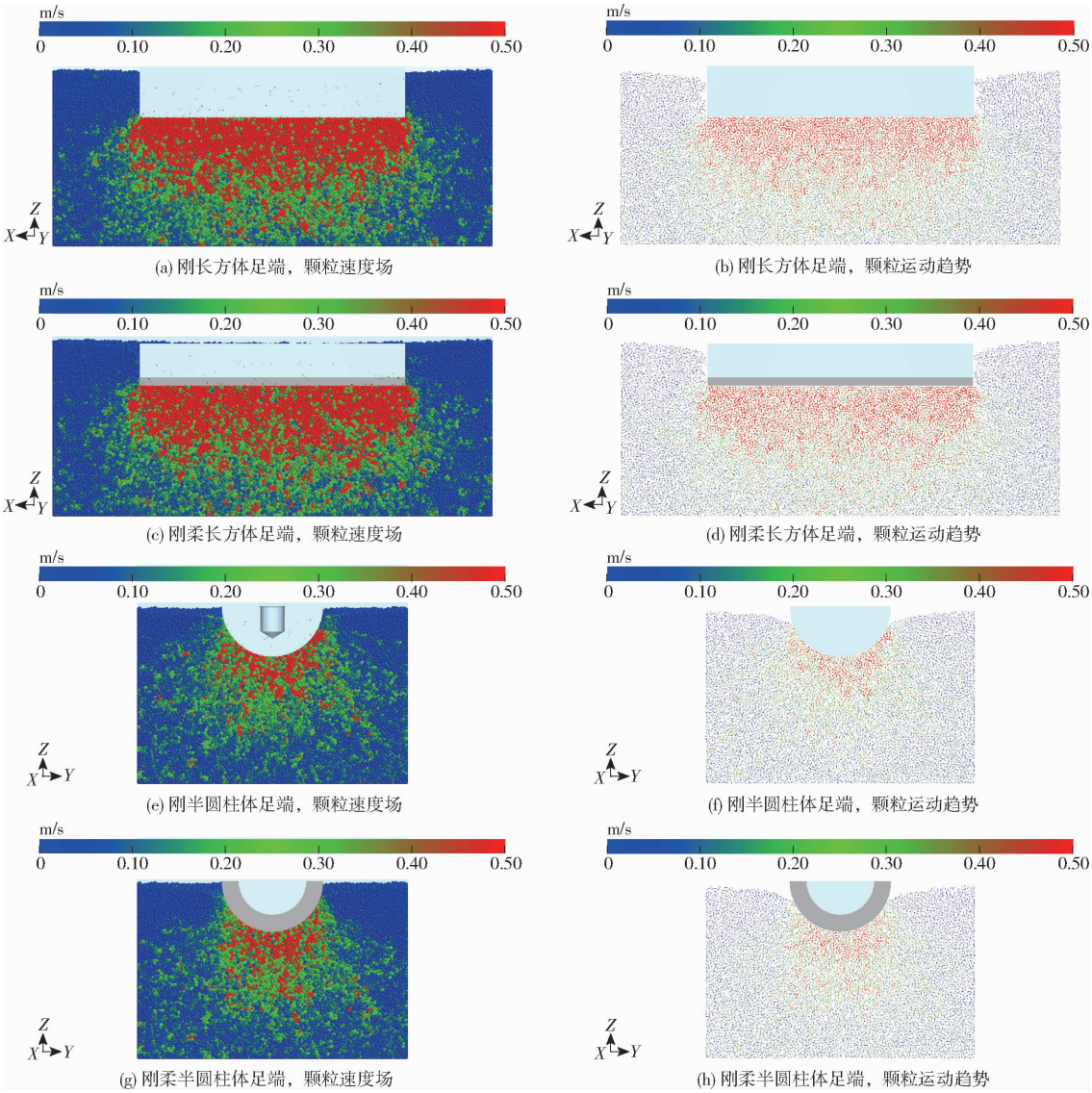


图 8 足端承压仿真含水率 15% 农田土颗粒速度场和运动趋势

Fig. 8 Soil particle velocity field and motion trend of foot pressurization simulation with moisture content of 15%

上 45°左右角，足端前方矩形区域由速度较快的左上半区域颗粒和速度较慢的右下半区域颗粒组成。

在运动趋势的切片图中，可以观察到农田土壤足端剪切后形成的缺口（图 10b、10d），在沙土中没有这一现象（图 9b、9d），这说明农田土壤被剪切后部分颗粒缺失或与其他部分黏连在一起形成了垂直于前进方向的浅沟。

4 讨论

4.1 足壤承压相互作用力学模型分析

基于 BERNSTEIN 模型，承压模型中有参数项 k 和 n，结合本次试验的足端侵入阻力-深度变化关系，该参数辨识过程为多维无约束非线性优化问题，所以本文基于 Levenberg - Marquardt 优化算法对其进行参数辨识，具体辨识过程通过 Origin 非线性曲线拟合实现，从而得到参数项 k 和 n。对 4 种足端与沙土和农田土各湿度下的承压相互作用数据进行了求解，得到承压模型中不同湿度沙土和农田土侵入系数如表 3 所示。含水率 2% ~15% 农田土中 4 种足端承压模型中大部分下沉指数 n 都大于 1，同时大于同等湿度沙土的下沉指数，这说明在含水率 15% 农田土足端在具有一定沉陷量时，其侵入阻力增加更快，而在沙土地面增加略为缓慢。含水率 20% 农田土下沉指数 n 均小于等于 1，同时小于同等湿度沙土的下沉指数，说明农田土湿度条件达到含水率 20% 后，侵入阻力减小，意味着更难为足端提供支撑力。

将模型参数辨识结果代入足端承压模型，其模型拟合值与试验数据对比如图 11 所示。将辨识参数代入足端静态承压模型的拟合值与实际试验数据相吻合，试验数据符合预测范围，二者呈现较高的一致性。因此，辨识方法有效且辨识结果准确。

4.2 足壤剪切相互作用力学模型分析

将土壤参数和足端参数代入典型的 JANOSI -

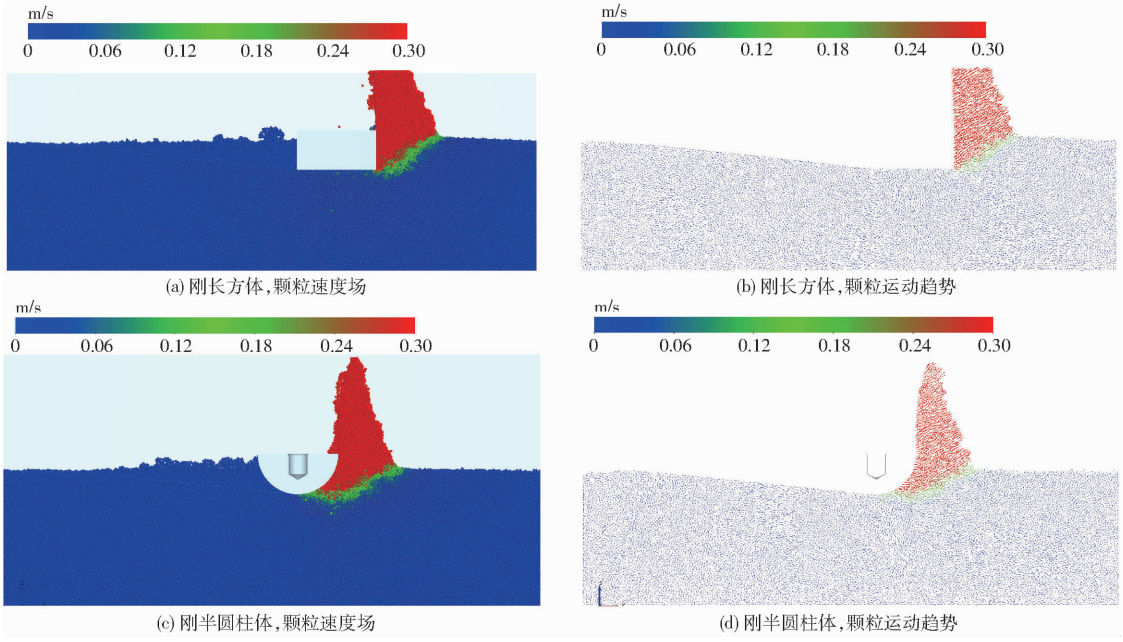


图 9　足端剪切仿真含水率 15% 沙土颗粒速度场和运动趋势

Fig. 9　Sand particle velocity field and motion trend of foot shear simulation with moisture content of 15%

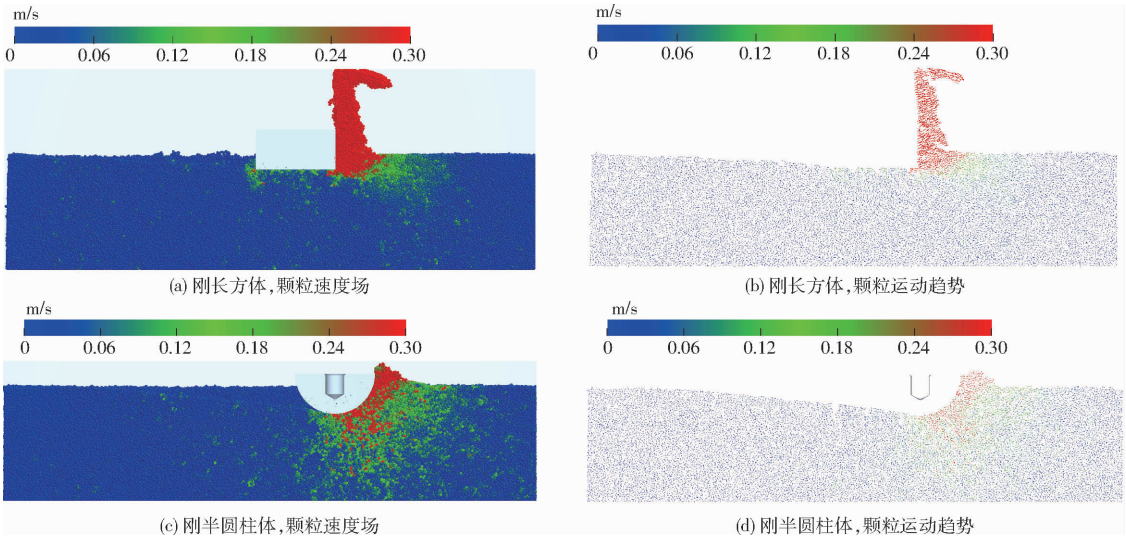


图 10　足端剪切仿真含水率 15% 农田土颗粒速度场和运动趋势

Fig. 10　Soil particle velocity field and motion trend of foot shear simulation with moisture content of 15%

表 3　承压模型中不同湿度沙土和农田土侵入系数

Tab. 3　Intrusion coefficients for sand and soil of different moisture content in pressure model

介质	含水率/	刚长方体			刚柔长方体			刚圆柱体			刚柔圆柱体		
	%	k	n	R^2	k	n	R^2	k	n	R^2	k	n	R^2
沙土	2	14.90	1.07	0.989	10.3	1.16	0.982	0.40	1.74	0.996	0.95	1.52	0.998
	5	0.95	1.67	0.995	0.43	1.80	0.993	0.56	1.57	0.993	0.67	1.52	0.995
	10	2.45	1.49	0.996	0.25	1.97	0.994	0.91	1.55	0.995	0.64	1.57	0.996
	15	2.29	1.56	0.999	1.20	1.70	0.997	1.25	1.50	0.993	0.60	1.61	0.991
	20	3.94	1.53	0.999	1.20	1.72	0.999	1.74	1.46	0.999	0.93	1.60	0.999
农田土	2	3.04	1.60	0.999	0.63	2.00	0.998	0.26	1.92	0.996	0.51	1.72	0.998
	5	2.18	1.64	0.998	0.38	2.05	0.997	0.24	1.90	0.996	0.28	1.82	0.996
	10	0.13	2.24	0.996	0.18	2.13	0.997	0.40	1.76	0.996	0.24	1.86	0.999
	15	0.15	2.17	0.996	0.14	2.11	0.997	0.31	1.75	0.995	0.24	1.77	0.997
	20	34.72	0.72	0.952	15.74	0.88	0.956	7.06	1.00	0.968	9.63	0.84	0.970

HANAMOTO 和新的 VANDERKOP 模型中，结果如图 12 中所示，本次试验中长方体足端与含水率 15% 沙土条件相互作用的剪切力学特性曲线如图 12 中实线所示，其中法向负载 F_N = 42 N，K =

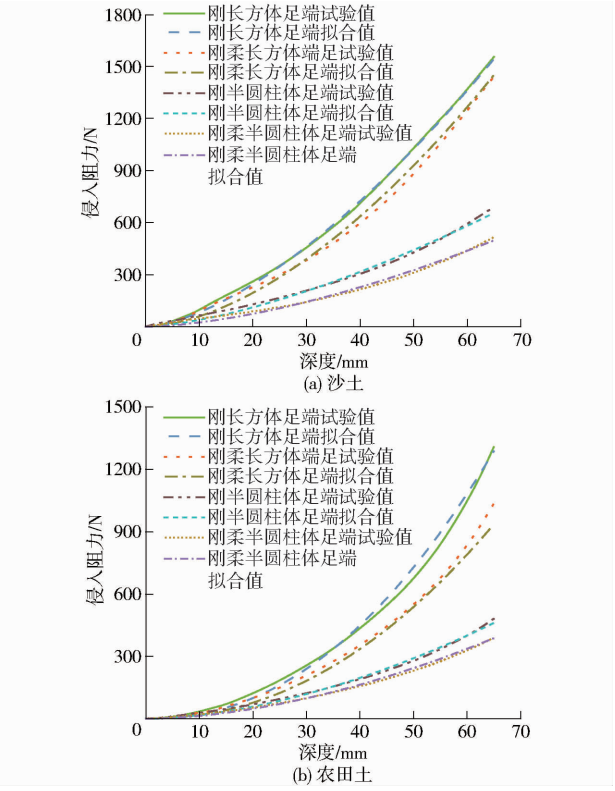


图 11 不同足端含水率 15% 沙土和农田土地面承压作用拟合值和试验结果对比

Fig. 11 Comparisons of predicted and test results of foot pressure-sinkage on sand and soil at 15% moisture content

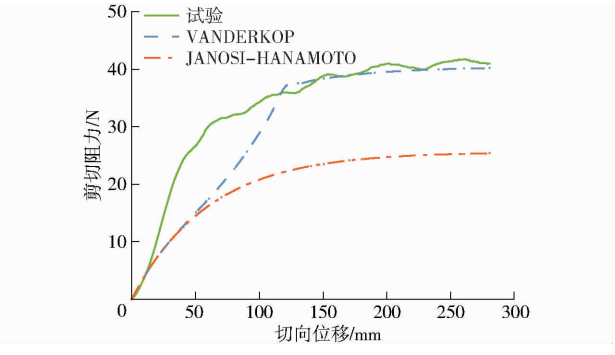


图 12 剪切模型与试验曲线对比

Fig. 12 Comparison of shear model and test curve

60 mm，$\tan\varphi = 0.51$，使用典型的剪切模型得到的数值偏小，其主要原因是典型模型仅仅考虑土的变形参数，而没有对足端推土阻力进行计算。使用 VANDERKOP 模型虽然考虑了推土阻力，但带有推土阻力的剪切力曲线并不光滑，这是因为指数函数和幂函数先后增长的趋势不一致，同时推土系数与足端的形状和尺寸有密切关系，本次试验的足端形状和尺寸与 JANOSI－HANAMOTO 和 VANDERKOP 模型试验足端有差异，不能直接作为参考。因此典型的 JANOSI－HANAMOTO 和 VANDERKOP 剪切模型与本次试验结果均没有较好的拟合效果。

为了得到与本次试验结果拟合程度较好的模型，结合典型的足端剪切模型，同时考虑足端切向位移时的推土阻力和土壤剪切特性，发现考虑推土作用的足端剪切模型仍然和 $1-e^{-j/K}$ 函数具有良好的拟合程度，得到足端剪切阻力与切向位移关系的简化形式为

$$F_T = AF_N(1-e^{-j/K}) \tag{16}$$

式中 A——剪切阻力系数

足端剪切阻力与其受到的正压力 F_N 有关，参数 K 可被认为是达到最大剪切阻力所需切向位移的一种度量，其值确定了剪切曲线形状。K 值可取剪切阻力等于最大剪切阻力的 95% 时对应切向位移的 1/3。在足端剪切力学模型中，需要辨识参数为考虑土壤剪切特性和足端推土阻力的参数 A，通过本次试验结果可以进行参数 A 的辨识。

由足端剪切力学模型可知，剪切模型的参数辨识同样也为多维无约束非线性优化问题，所以也采用 Levenberg－Marquardt 优化算法进行参数辨识。选取不同足端与含水率 15% 条件下沙土和农田土的剪切相互作用试验数据进行了拟合，拟合前求得当前含水率条件下 K 值为 60 mm，不同负载下参数 A 取值如表 4 所示，参数 A 取值在 1 左右，说明在当前的负载条件下，足端剪切阻力与足端法向负载大致呈线性正比关系。

表 4 剪切模型中含水率 15% 沙土不同负载条件下参数 A 取值

Tab. 4 Values of parameter A in shear model for different loading conditions of 15% moisture content sand

介质	足端类型	F_N/N	A	R^2
沙土	长方体	22	1.04 ± 0.01	0.921
		42	1.00 ± 0.01	0.993
		62	0.98 ± 0.02	0.929
	半圆柱体	10	1.01 ± 0.03	0.934
		30	1.25 ± 0.01	0.971
		50	1.10 ± 0.01	0.968
农田土	长方体	22	0.89 ± 0.01	0.933
		42	1.01 ± 0.01	0.980
		62	0.85 ± 0.02	0.928
	半圆柱体	10	1.09 ± 0.01	0.955
		30	1.34 ± 0.01	0.991
		50	1.02 ± 0.01	0.967

将模型参数辨识结果代入简化的足端剪切力学模型，其模型拟合值与试验数据对比如图 13 所示，在不同法向负载条件下长方体和半圆柱体足端与沙土和农田土的剪切相互作用中都具有较好的拟合程度，从而可以以简要形式预测足端剪切阻力和足端切向位移的关系。

4.3 足壤承压和剪切相互作用细观行为

离散元仿真试验是为了观察土壤的细观破坏模

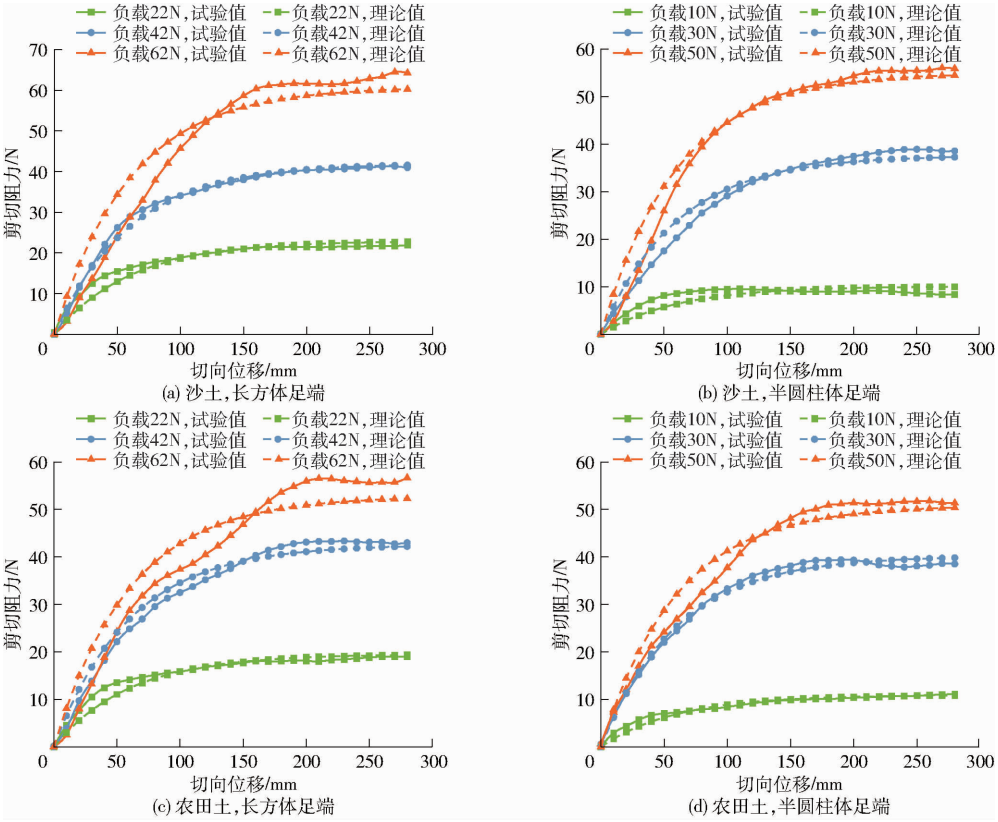


图 13　含水率 15% 沙土和农田土足端剪切试验与简化模型理论值对比

Fig. 13　Comparison of 15%　moisture content sand and soil with foot shear tests and simplified theoretical models

式,同时比较足端形状对土壤颗粒的扰动情况以及运动趋势。

通过足端下陷时的颗粒运动趋势变化侧面说明,本次试验采用的同等湿度条件下(含水率 15%)农田土壤的塑性比沙土好。被主要破坏的只有农田土壤正下方,足端周围的农田土破坏很小,而沙土中足端会导致足端周围沙土也被破坏。土壤的细观行为观察到圆柱体足端承载力主要来源于正下方土壤颗粒,而侧面颗粒很难为圆柱体足端提供额外的支持力,同时在相同深陷深度下,半圆柱体足端具有最大速度的颗粒分布比长方体足端少。承压过程中主要影响的是足端正下方颗粒,这部分颗粒被破坏后,导致足端更容易入土,这可能是半圆柱体足端相比长方体足端更容易沉陷的原因,从细观角度解释了相同的底面积下圆柱体足端承载能力小于长方体足端这一试验结果。因此,长方体足端抗沉陷性能优于半圆柱体足端,在设计湿软地面步行轮足时为了提高抗沉陷性能应使足端结构尽可能平整。

通过足端与介质剪切相互作用时的颗粒运动速度和趋势侧面说明,足端在切向位移过程中最容易扰动靠近表面土壤,其次是表面下方土壤。足端与地面接触不足或需要较大加速度起步时,往往会产生与前进方向相反的位移,产生推土现象,随着足端切向位移的增大,推土量持续增大,阻力也持续增大,利用此特性,足端可以产生一个稳定的力,从而达到前进所需推力。

5　结论

(1)半圆柱体足端更容易破坏足端下方土壤结构,长方体足端抗沉陷性能优于半圆柱体足端,在设计湿软地面步行轮足时为提高抗沉陷性能应使足端结构尽可能平整。刚性足端和刚柔足端侵入阻力差异不明显。沙土地面承载力随湿度增加而提高,而农田土地面则相反。

(2)不同湿度沙土和农田土地面下的刚半圆柱体和刚长方体足端剪切阻力随着法向负载增加而增大,足端剪切阻力与介质湿度关系不大。结合仿真,足端剪切过程中足端持续推动的是斜上方的土壤,需要进一步考虑推土作用带来的影响。

(3)基于长方体和半圆柱体足端的承压试验数据,对典型的承压模型进行了修正,补充了不同含水率沙土和农田土地面的沉陷阻力-深度关系。基于长方体和半圆柱体足端的剪切试验数据,对典型的剪切模型进行了修正,得到考虑足端有推土影响的剪切阻力-位移关系。

参 考 文 献

[1] 李建桥, 黄晗, 王颖, 等. 松软地面机器系统研究进展[J]. 农业机械学报, 2015, 46(5): 306 - 320.
LI Jianqiao, HUANG Han, WANG Ying, et al. Development on research of soft-terrain machine systems[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2015, 46(5): 306 - 320. (in Chinese)

[2] 赵玉璠, 陈秉聪. 可转换半步行轮的研究[J]. 吉林工业大学学报(工学版), 1986(1): 104 - 110.

[3] 李杰, 庄继德, 裘熙定, 等. 仿驼足车辆行走机构的设计与试验[J]. 中国机械工程, 1999, 10(6): 676 - 679.
LI Jie, ZHUANG Jide, QIU Xiding, et al. Design and test of the bionic camel foot vehicle walking gear[J]. China Mechanical Engineering, 1999, 10(6): 676 - 679. (in Chinese)

[4] 王孝义, 梅林林, 陈富强, 等. 类两足步行机构及其运动几何特征分析与应用[J]. 机械科学与技术, 2011, 30(6): 1020 - 1024.
WANG Xiaoyi, MEI Linlin, CHEN Fuqiang, et al. Analysis and application of motion geometry feature for a new biped-imitating walking mechanism[J]. Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering, 2011, 30(6): 1020 - 1024. (in Chinese)

[5] 何彦虎, 韩佃雷, 李国玉, 等. 自适应低振动步行轮仿生设计与性能分析[J]. 农业机械学报, 2018, 49(3): 418 - 426.
HE Yanhu, HAN Dianlei, LI Guoyu, et al. Bionic design and performance analysis of adaptive low vibration walking wheel[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2018, 49(3): 418 - 426. (in Chinese)

[6] 张锐, 吉巧丽, 杨明明, 等. 火星巡视器鼓形车轮仿生设计与性能分析[J]. 农业机械学报, 2016, 47(8): 311 - 316.
ZHANG Rui, JI Qiaoli, YANG Mingming, et al. Bionic design and performance analysis of drum shaped wheel of mars rover [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2016, 47(8): 311 - 316. (in Chinese)

[7] 解晓琳, 高峰. 适用于松软地面的可变形轮牵引特性分析[J]. 农业机械学报, 2016, 47(增刊): 457 - 463.
XIE Xiaolin, GAO Feng. Tractive performance analysis of transformable wheel on soft terrain[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2016, 47(Supp.): 457 - 463. (in Chinese)

[8] 王颖, 李建桥, 邹猛, 等. 仿生锥形触土部件水平阻力研究[J]. 农业机械学报, 2016, 47(增刊): 124 - 129.
WANG Ying, LI Jianqiao, ZOU Meng, et al. Research on drag force for bionic cone soil contact part[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2016, 47(Supp.): 124 - 129. (in Chinese)

[9] LI C, ZHANG T, GOLDMAN D I. A terradynamics of legged locomotion on granular media[J]. Science, 2013, 339: 1408 - 1411.

[10] BEKKER M G. 地面-车辆系统导论[M].《地面-车辆系统导论》翻译组, 译. 北京: 机械工业出版社, 1978.

[11] BEKKER M G. Introduction to terrain-vehicle systems[M]. Ann Arbor: University of Michigan Press, 1969.

[12] JANOSI Z, HANAMOTO B. Analytical determination of drawbar pull as a function of slip for tracked vehicle in deformable soils[C]// Proceedings of the 1st International Conference of ISTVS, 1961: 707 - 726.

[13] DING L, GAO H, DENG Z, et al. Foot-terrain interaction mechanics for legged robots: modeling and experimental validation [J]. The International Journal of Robotics Research, 2013, 32(13): 1585 - 1606.

[14] KANG W, FENG Y, LIU C, et al. Archimedes' law explains penetration of solids into granular media[J]. Nature Communications, 2018, 9(1): 1101.

[15] HAN D, ZHANG R, CAO Q, et al. Research in mechanical model of bionic foot intruding into sands with different physical characteristics[J]. Journal of Terramechanics, 2021, 98: 25 - 33.

[16] 杜小强, 洪方伟, 马锃宏, 等. 农业装备行驶滑动辨识与控制研究现状与展望[J]. 农业机械学报, 2024, 55(8): 1 - 20.
DU Xiaoqiang, HONG Fangwei, MA Zenghong, et al. State-of-the-art and prospect on sliding identification and control of agricultural machinery[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2024, 55(8): 1 - 20. (in Chinese)

[17] BERNSTEIN R. Probleme zur experimentellen motorpflugmechanik[M]. Der Motorwagen, 1913: 16.

[18] REECE A. Principles of soil-vehicle mechanics[J]. Proceeding of the Institution of Mechanical Engineers: Automotive Division, 1965, 180(1): 45 - 66.

[19] VANDERKOP A, KOTTEGE N, PEYNOT T, et al. A novel model of interaction dynamics between legged robots and deformable terrain[C]// Proceedings-IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2022.

[20] HEGEDUS E. A simplified method for the determination of bulldozing resistance[M]. US Army Ordnance Tank-Automotive Command, 1960.

[21] YEOMANS B, SAAJ C M, VAN W M. Walking planetary rovers-experimental analysis and modelling of leg thrust in loose granular soils[J]. Journal of Terramechanics, 2013, 50(2): 107 - 120.

[22] WONG J Y. Data processing methodology in the characterization of the mechanical properties of terrain[J]. Journal of Terramechanics, 1980, 17(1): 13 - 41.

[23] 张锐, 韩佃雷, 吉巧丽, 等. 离散元模拟中沙土参数标定方法研究[J]. 农业机械学报, 2017, 48(3): 50 - 56.
ZHANG Rui, HAN Dianlei, JI Qiaoli, et al. Calibration methods of sandy soil parameters in simulation of discrete element method[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2017, 48(3): 50 - 56. (in Chinese)

[24] 李俊伟, 佟金, 胡斌, 等. 不同含水率黏重黑土与触土部件互作的离散元仿真参数标定[J]. 农业工程学报, 2019, 35(6): 130 - 140.

[25] 熊平原, 杨洲, 孙志全, 等. 基于离散元法的旋耕刀三向工作阻力仿真分析与试验[J]. 农业工程学报, 2018, 34(18): 113 - 121.
XIONG Pingyuan, YANG Zhou, SUN Zhiquan, et al. Simulation analysis and experiment for three-axis working resistances of rotary blade based on discrete element method[J]. Transactions of the CSAE, 2018, 34(18): 113 - 121. (in Chinese)

[26] SONG X, ZHANG G, LU J, et al. Analysis of the dynamic performance of the cushion material composed of EPE and EPS based on finite element method[J]. In Lecture Notes in Electrical Engineering, 2017, 417: 617 - 626.