doi:10.6041/j.issn.1000-1298.2024.11.030

小株距非圆齿轮行星轮系植苗机构设计与试验

王　磊[1,2]　吴启帅[1]　俞高红[1,2]　鲍李旭[1]　赵　雄[1,2]　崔荣江[3]

（1.浙江理工大学机械工程学院，杭州 310018；2.浙江省种植装备技术重点实验室，杭州 310018；
3.杭州职业技术学院特种设备学院，杭州 310018）

摘要：针对现有非圆齿轮行星轮系机构反求设计无法实现单排两级齿轮传动比分配问题，提出一种最优子传动比求解方法，并设计了小株距轻简型非圆齿轮行星轮系植苗机构。在蔬菜小株距移栽理想植苗轨迹上选取植苗机构入土、植苗、出土、接苗 4 个关键时刻的位姿点，建立了平面 2R 开链杆组有限分离四位姿求解模型，获取了机构初始设计参数；基于非圆齿轮行星轮系植苗机构运动学模型，确定了优化目标函数，采用改进鲸鱼优化算法对目标函数进行求解，搭建了非圆齿轮行星轮系植苗机构可视化辅助分析软件，最终设计得到一个轨迹较优的非圆齿轮行星轮系植苗机构；完成了非圆齿轮行星轮系植苗机构的三维建模与拓扑优化，并进行了运动学仿真，将仿真轨迹与理论轨迹进行对比，验证了三维设计的正确性。最后，开展了田间移栽试验，当机构转速为 30 r/min、机器前进速度为 120 mm/s 时，试验株距测量值为 120 mm，与理论设计株距一致，移栽效率为 60 株/min，5 次试验植苗成功率为 95.4%，表明了该植苗机构具备较高的作业性能和实用性。

关键词：小株距移栽；植苗机构；非圆齿轮；优化算法；拓扑优化

中图分类号：S223.9　　**文献标识码**：A　　**文章编号**：1000-1298(2024)11-0294-12　　**OSID**：

Design and Experiment of Small Plant-spacing Non-circular Planetary Gear Train Planting Mechanism

WANG Lei[1,2]　WU Qishuai[1]　YU Gaohong[1,2]　BAO Lixu[1]　ZHAO Xiong[1,2]　CUI Rongjiang[3]

(1. *School of Mechanical Engineering, Zhejiang Sci-Tech University, Hangzhou* 310018, *China*
2. *Zhejiang Province Key Laboratory of Transplanting Equipment and Technology, Hangzhou* 310018, *China*
3. *Special Equipment Institute, Hangzhou Vocational and Technical College, Hangzhou* 310018, *China*)

Abstract: Aiming at the problem that the reverse design of the non-circular gear train can not achieve the single-row two-stage gear ratio distribution, an optimal subgear ratio solution method was proposed, and a small plant spacing light simple non-circular gear train planting mechanism was designed. The poses of the planting mechanism at four key moments, namely, embedding, planting, exhuming and grafting, were selected on the ideal seedling trajectory of vegetable small plant distance transplanting. A finite separable four-position kinematic solution model for a planar 2R open-chain linkage assembly was established, and the initial design parameters of the mechanism were obtained. Based on the kinematic model of the seedling planting mechanism with non-circular gear planetary gear train, the optimization objective function was determined, and the improved whale optimization algorithm was used to solve the objective function. A visualization assistant software for the non-circular gear planetary gear train planting mechanism was built, and finally, a seedling planting mechanism with an optimized trajectory was designed. The non-circular gear planetary gear train seedling planting mechanism was three-dimensionally modeled and topology optimized, and kinematic simulations were conducted. The simulated trajectory was compared with the theoretical trajectory to verify the correctness of the three-dimensional design. Finally, field transplanting experiments were conducted. Under the conditions of 30 r/min for the mechanism speed and 120 mm/s for the machine forward speed, the measured planting spacing was 120 mm, which

收稿日期：2024-07-11　修回日期：2024-08-10

基金项目：国家重点研发计划项目(2022YFD2001800)、国家自然科学基金项目(52305290、52375275、52075497)和浙江省自然科学基金项目(LTGN23E050002、LY23E050013)

作者简介：王磊(1992—)，男，讲师，博士，主要从事农业机构设计与优化研究，E-mail：wanglei_zstu@163.com

通信作者：俞高红(1975—)，男，教授，博士生导师，主要从事农业机构设计与优化研究，E-mail：yugh@zstu.edu.cn

was consistent with the theoretical design spacing. The planting efficiency was 60 seedlings/min, and the average seedling planting success rate over five trials was 95.4%, indicating that the seedling planting mechanism had high operational performance and practicality.

Key words: transplanting with small spacing; planting mechanism; non-circular gear; optimization algorithm; topology optimization

0　引言

植苗机构是蔬菜移栽机的最终执行机构，直接影响钵苗损伤率和立苗率，进而影响钵苗生长、蔬菜产量和质量[1-2]。非圆齿轮行星轮系鸭嘴式植苗机构不仅具有齿轮传动精度高、效率高、承载强、摩擦小等优点，还能实现变传动比传动，可生成多样的运动轨迹与姿态[3-10]，对钵苗适用范围广，并可进行膜上移栽，是目前生产实际中移栽机应用最广的方式。

国内近年来对非圆齿轮行星轮系植苗机构开展了大量研究。陈建能等[11]提出了一种椭圆齿轮行星系植苗机构，较多连杆式植苗机构具有速度和加速度波动小等优势。尹大庆等[12]设计了一种配合自动取苗机构的高速变姿态接苗鸭嘴式栽植机构。王英等[13]提出了基于两级非圆齿轮行星轮系传动的栽植机构组合设计思路。俞高红等[14]设计了一种大株距行星轮系植苗机构，并进行了田间移栽试验，栽植质量较好，但其应用于大株距的轨迹设计限制了其通用性。鲍李旭等[15]基于人机交互的方式优化设计了一种青菜高密度鸭嘴式植苗机构，但该种正向设计方法对设计者的经验要求较高。张庆强[16]基于精确三位姿设计了一种变差速行星轮系植苗机构。王磊等[17]基于近似多位姿设计一种三臂式行星轮系植苗机构，但该种逆向反求设计方法均无法实现单排两级齿轮传动比分配问题[8-21]，即齿轮箱中 2 个中间轮采用前后叠加的方式实现两级传动，其主要原因为保证节曲线封闭需要引入修正系数才能确保将总传动比精确地分配成两级子传动比，因此导致机构齿轮箱厚度增加，齿轮数量增多，不利于植苗机构轻量化设计。

本文从植苗机构轻量化设计角度出发，提出一种最优子传动比求解方法，并基于此设计小株距非圆齿轮行星轮系植苗机构，开展非圆齿轮拓扑优化、机构虚拟仿真和田间栽植试验等研究，以解决现有非圆齿轮行星轮系机构反求设计无法实现单排两级齿轮传动比的分配问题。

1　单排两级传动非圆齿轮行星轮系机构设计方法

图 1 为非圆齿轮行星轮系机构的两种典型构型，主要由太阳轮、中间轮、行星轮、行星架和末端执行器组成，其传动形式主要区别在于中间轮数量，以图 1a 构型为例，机构工作时，太阳轮固定不动，行星架顺时针（或逆时针）转动，动力通过两级非圆齿轮副传动，使得末端执行器输出所需的轨迹与姿态。本文将该类型命名为双排两级传动，该方案中，2 个中间轮固连，并分别与太阳轮和行星轮啮合传动，由于 2 个中间轮采用前后叠加的方式，会导致齿轮箱厚度增大，中间轮数量增加也会导致齿轮箱整体质量增大。

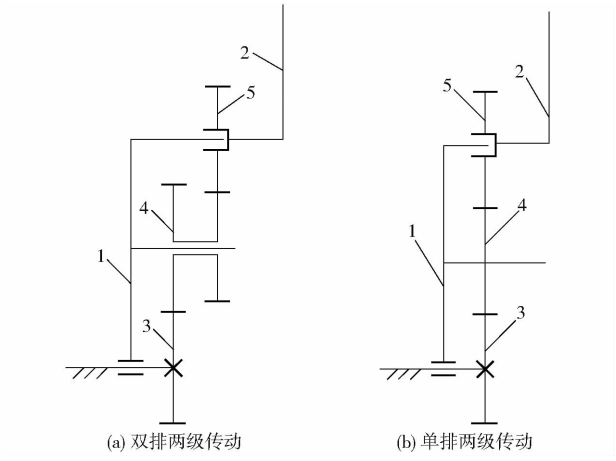


图 1　非圆齿轮行星轮系机构两级传动方案

Fig. 1　Two-stage transmission scheme of non-circular planetary gear train mechanism

1. 行星架　2. 末端执行器　3. 太阳轮　4. 中间轮　5. 行星轮

采用单排两级传动方案（图 1b）实现小株距移栽作业，基于精确综合与传动比优化分配方法减少齿轮数量和齿轮箱厚度，并对非圆齿轮进行拓扑优化减重，达到轻简型植苗机构设计目的。

1.1　平面 2R 开链杆组四位姿综合模型

行星轮系植苗机构若不考虑非圆齿轮组，可以将其简化为一个平面 2R 开链杆组[22]，如图 2 所示，杆 1 表示植苗机构行星架，其旋转中心（圆心点）记为 A_0，杆 2 表示植苗机构栽植器，其旋转中心（圆点）记为 A_{ci}。以杆 2 上点 $P_i(x_i, y_i)$ 和直线 P_iQ_i 方位角 θ_i 确定连杆平面 π_i 的位置。

当给定 4 个位姿时，平面 2R 开链杆组的固定铰链点和动铰链点分别分布在两条特定的曲线上，即 Burmester 曲线[23]。由图 2 可知，连杆平面 π 从位置 1 到位置 i 的位移矩阵可由刚体一般位移矩阵

直接得出。

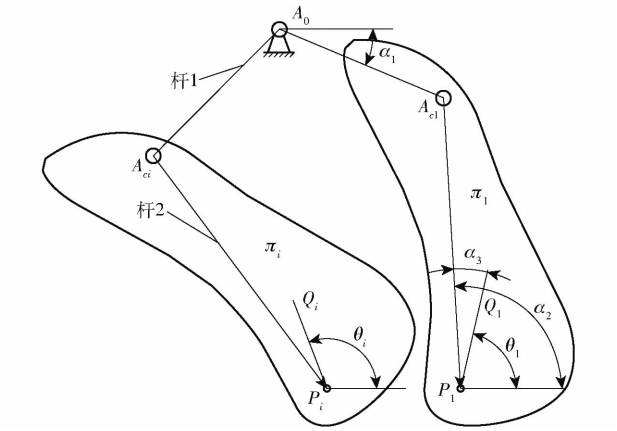


图 2 平面 2R 开链杆组运动示意图

Fig. 2 Motion diagram of planar 2R open chain

设待求第 1 位置圆心点和圆点矢量分别为 $\boldsymbol{A}_0=(x_0,y_0)^{\mathrm{T}}$和 $\boldsymbol{A}_{c1}=(x_{c1},y_{c1})^{\mathrm{T}}$,第 i 位置圆点矢量为 $\boldsymbol{A}_{ci}=(x_{ci},y_{ci})^{\mathrm{T}}$,则有

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{A}_{ci}\\1\end{bmatrix}=\boldsymbol{D}_{1i}\begin{bmatrix}\boldsymbol{A}_{c1}\\1\end{bmatrix} \tag{1}$$

其中

$$\boldsymbol{D}_{1i}=\begin{bmatrix}\cos\theta_{1i} & -\sin\theta_{1i} & x_i-x_1\cos\theta_{1i}+y_1\sin\theta_{1i}\\ \sin\theta_{1i} & \cos\theta_{1i} & y_i-x_1\sin\theta_{1i}-y_1\cos\theta_{1i}\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

式中 θ_{1i}——连杆平面第 i 位置相对于第 1 位置转角

由于杆 1 和杆 2 在运动过程中长度不变,则有[24]

$$[\boldsymbol{A}_{ci}-\boldsymbol{A}_0]^{\mathrm{T}}[\boldsymbol{A}_{ci}-\boldsymbol{A}_0]=[\boldsymbol{A}_{c1}-\boldsymbol{A}_0]^{\mathrm{T}}[\boldsymbol{A}_{c1}-\boldsymbol{A}_0] \tag{2}$$

展开得

$$\begin{aligned}&A_{i1}(x_0x_{c1}+y_0y_{c1})+A_{i2}(y_0x_{c1}-x_0y_{c1})+\\&A_{i3}x_0+A_{i4}y_0+A_{i5}x_{c1}+A_{i6}y_{c1}+A_{i7}=0\end{aligned} \tag{3}$$

其中

$$\begin{aligned}A_{i1}&=1-\cos\theta_{1i}\quad A_{i2}=-\sin\theta_{1i}\\A_{i3}&=-x_i+x_1\cos\theta_{1i}-y_1\cos\theta_{1i}\\A_{i4}&=-y_i+x_1\sin\theta_{1i}+y_1\cos\theta_{1i}\\A_{i5}&=(x_i-x_1\cos\theta_{1i}+y_1\cos\theta_{1i})\cos\theta_{1i}+\\&\quad(y_i-x_1\sin\theta_{1i}-y_1\cos\theta_{1i})\sin\theta_{1i}\\A_{i6}&=-(x_i-x_1\cos\theta_{1i}+y_1\cos\theta_{1i})\sin\theta_{1i}+\\&\quad(y_i-x_1\sin\theta_{1i}-y_1\cos\theta_{1i})\cos\theta_{1i}\\A_{i7}&=[(x_i-x_1\cos\theta_{1i}+y_1\cos\theta_{1i})^2+\\&\quad(y_i-x_1\sin\theta_{1i}-y_1\cos\theta_{1i})^2]/2\end{aligned}$$

进一步整理式(3)可得

$$C_ix_0+E_iy_0+F_i=0 \tag{4}$$

其中

$$\begin{aligned}C_i&=A_{i1}x_{c1}-A_{i2}y_{c1}+A_{i3}\\E_i&=A_{i2}x_{c1}+A_{i1}y_{c1}+A_{i4}\\F_i&=A_{i5}x_{c1}+A_{i6}y_{c1}+A_{i7}\end{aligned}$$

由相容性原理可得

$$\begin{vmatrix}C_2 & E_2 & F_2\\ C_3 & E_3 & F_3\\ C_4 & E_4 & F_4\end{vmatrix}=0 \tag{5}$$

式(5)为关于 x_{c1}和 y_{c1}的三次方程,即为经典的 Burmester 圆点曲线方程,在该曲线上任取一点代入式(2)即可求得相对应的圆心点坐标,相应的将 x_{c1}和 y_{c1}当作未知数可获得关于 x_0和 y_0的三次方程,即圆心点曲线方程;由于未知数个数大于方程个数,该方程在平面坐标系内存在无穷多解。但在实际工程应用中,只有在一定范围内的解才具有意义,根据杆件尺寸设计经验规定圆点横坐标 x_{c1}的取值范围,在该范围内选取一定步长对 x_{c1}连续取值,并依次代入式(5),可以将对二元三次方程的求解降为一元三次方程的求解,进而求得对应的纵坐标 y_{c1}。在求得固定铰链点(圆心点)和动铰链点(圆点)的坐标后,便可对 2R 开链杆组的其他机构参数进行求解,即

$$\begin{cases}L_1=\sqrt{(x_{c1}-x_0)^2+(y_{c1}-y_0)^2}\\L_2=\sqrt{(x_{c1}-x_1)^2+(y_{c1}-y_1)^2}\\\alpha_1=\arctan\dfrac{y_{c1}-y_0}{x_{c1}-x_0}\\\alpha_2=\arctan\dfrac{y_{c1}-y_1}{x_{c1}-x_1}\\\alpha_3=\alpha_2-\theta_1\end{cases} \tag{6}$$

式中 L_1——杆 1 长度

L_2——杆 2 长度

α_1——杆 1 与水平面的初始夹角

α_2——杆 2 与水平面的初始夹角

α_3——直线 P_1Q_1与杆 2 的夹角

将求得的 Burmester 曲线坐标依次代入式(6)进行求解,得到一系列 2R 开链杆组机构参数,构成了机构范围解域,在该解域中,可筛选出 1 组最优解作为非圆齿轮行星轮系机构设计参数。

1.2 单排两级非圆齿轮传动比求解

单排两级非圆齿轮传动行星轮系植苗机构运动学模型简图如图 3 所示,以太阳轮旋转中心为原点建立坐标系,为了便于运动学分析,植苗机构相关运动学参数及其说明如表 1 所示。

由于中间轮和行星轮自转的同时还围绕旋转中心点 O 公转,在传动比计算时,需给太阳轮施加一个与行星架角速度 ω_H大小相等方向相反的角速度,将其转换为定轴轮系。在转换轮系中,各构件角速度如表 2 所示。其中,ω_2为中间轮绝对角速度(包括公转和自转),ω_3为行星轮绝对角速度。

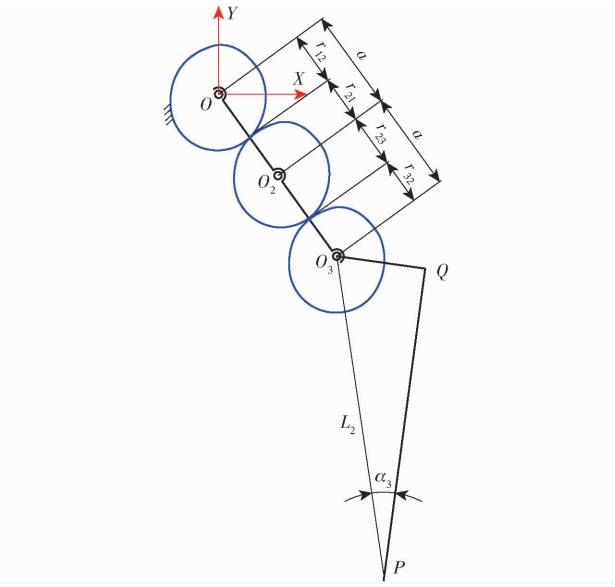


图 3　植苗机构运动学模型简图

Fig. 3　Schematic of kinematic model of seedling planting mechanism

表 1　植苗机构运动学模型参数说明

Tab. 1　Parameter description of kinematic model of seedling mechanism

参数	含意
a	非圆齿轮中心距
r_{12}	太阳轮轴心与中间轮啮合点的距离
r_{21}	中间轮轴心与太阳轮啮合点的距离
r_{23}	中间轮轴心与行星轮啮合点的距离
r_{32}	行星轮轴心与中间轮啮合点的距离
i_{21}	中间轮与太阳轮传动比
i_{32}	行星轮与中间轮传动比
i_{31}	行星轮与太阳轮传动比
φ_1	转换轮系中太阳轮角位移
φ_{21}	转换轮系中中间轮角位移
φ_{31}	转换轮系中行星轮角位移

表 2　转换轮系中各构件角速度

Tab. 2　Angular velocity of each component in planetary gear train

构件	原角速度	转换轮系中角速度
太阳轮	ω_1	$\omega_1^H=\omega_1-\omega_H=-\omega_H$
行星架 H	ω_H	$\omega_H^H=\omega_H-\omega_H=0$
中间轮	ω_2	$\omega_2^H=\omega_2-\omega_H=\omega_{21}$
行星轮	ω_3	$\omega_3^H=\omega_3-\omega_H=\omega_{31}$

在转换轮系中，用数值法求解定轴轮系总传动比时，可将太阳轮旋转一周的转角取 360 等份，行星轮与太阳轮间的总传动比为[25]

$$i_{31}^H=\frac{\omega_3^H}{\omega_1^H}=\frac{\omega_3-\omega_H}{\omega_1-\omega_H}=\frac{\omega_{31}}{-\omega_H}=-\dot{\varphi}_{31} \tag{7}$$

由式(7)可知，只需求得太阳轮旋转每度时行星轮转过的角度，便可求得非圆齿轮行星轮系总传动比。为书写方便，后文统一将 i_{31}^H 写作 i_{31}。

依据开链 2R 杆组机构参数可求出太阳轮在每个位姿点时相对于初始安装角转过角度 $\varphi_{1i}(i=1,2,3,4)$，以及行星轮在每个位姿点时相对于初始安装角转过的角度 $\varphi_{31i}(i=1,2,3,4)$。利用三次样条以 φ_{1i} 为横坐标、φ_{31i} 为纵坐标进行插值，由于太阳轮旋转一周时行星轮也恰好旋转一周，故插值的首末坐标点为(0,0)和(2π,2π)，曲线可表示为

$$\varphi_{31}=\int_0^{\varphi_1}f_{31}(\varphi)\mathrm{d}\varphi=\int_0^{\varphi_1}i_{31}\mathrm{d}\varphi \tag{8}$$

式中　$f_{31}(\varphi)$——转换轮系下行星轮与太阳轮传动比

对式(8)求导便可求得行星轮与太阳轮的总传动比，为进一步求解非圆齿轮的节曲线，还需将总传动比分配为两级子传动比，即太阳轮与中间轮传动比和中间轮与行星轮传动比。由于本文非圆齿轮行星轮系的中间轮只有 1 个，而太阳轮与行星轮实际上是同 1 个齿轮处于不同相位的情况，即两级子传动比存在关系

$$i_{32}(\varphi_1)=\frac{1}{i_{23}(\varphi_1)}=\frac{1}{i_{21}(\varphi_1+\varphi_t)}=i_{12}(\varphi_1+\varphi_t) \tag{9}$$

式中　φ_t——中间轮旋转 180°时太阳轮转过角度

由于 φ_t 不能确定，且会随第 1 级传动比的改变而改变，每确定 1 组第 1 级传动比都需要重新计算 φ_t，通过人为去寻找非常困难和复杂。为解决这一问题，本文提出一种基于改进鲸鱼优化算法计算总传动比的方法，以中间轮转角 $\varphi_{21oi}(i=1,2,3,4)$ 为优化变量，以 4 个位姿点处的行星轮实际转角 φ_{31i} 与优化求得转角 φ_{31oi} 的均方根误差最小为目标函数。首先，基于已知 $\varphi_{1i}(i=1,2,3,4)$ 值初步设定每个位姿点对应的 φ_{21oi} 上下限，并在该范围内通过优化算法给 φ_{21oi} 随机赋值，利用三次样条以 φ_{1i} 为横坐标、φ_{21oi} 为纵坐标进行插值，插值后获得曲线表示为

$$\varphi_{21o}=\int_0^{\varphi_1}f_{21o}(\varphi)\mathrm{d}\varphi=\int_0^{\varphi_1}i_{21o}\mathrm{d}\varphi \tag{10}$$

式中　$f_{21o}(\varphi)$——优化算法求得转换轮系下中间轮与太阳轮传动比

如图 4 所示，行星轮可以看作由太阳轮绕中间轮旋转 180°后得到，在获得了 1 组中间轮与太阳轮的传动比后，可求出中间轮旋转 180°后太阳轮旋转角 φ_t，同时也获得行星轮初始相位。

根据上述已知条件，非圆齿轮行星轮系总传动比 i_{31o} 计算式为

$$i_{31o}(\varphi_1)=i_{32o}(\varphi_1)i_{21o}(\varphi_1) \tag{11}$$

对总传动比进行积分运算，可求得行星轮与

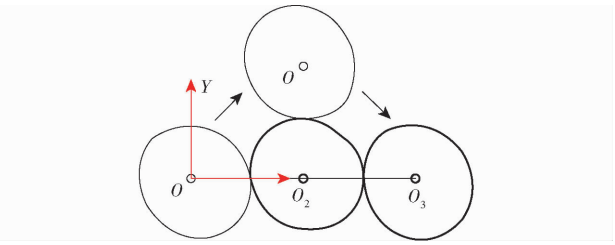


图 4 太阳轮绕中间轮旋转示意图

Fig. 4 Schematic of sun gear rotating around middle gear

太阳轮转角变化关系,即太阳轮相对于初始安装角旋转任意角度 φ_1 后,对应的行星轮相对于初始安装角转过角度 φ_{31o}。将 4 个位姿点处的行星轮转角 $\varphi_{31i}(i=1,2,3,4)$ 与优化算法求得的行星轮转角 $\varphi_{31oi}(i=1,2,3,4)$ 进行对比,均方根误差计算式为

$$R_e=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{4}(\varphi_{31i}-\varphi_{31oi})^2}{4}} \tag{12}$$

不断重复上述迭代过程,直至均方根误差最小为止,此时,优化算法迭代求出的中间轮转角 φ_{21i} 即为最优解,非圆齿轮行星轮系总传动比和子传动比都可求解。

2 小株距轮系式植苗机构设计

2.1 栽植器运动轨迹与姿态分析

对于植苗机构而言,不仅需考虑其静轨迹(以移栽机为参考系的相对运动轨迹),还需考虑其动轨迹(以土面为参考系的绝对运动轨迹)。针对密植型蔬菜,栽植株距一般为 110 ~ 130 mm,为了满足上述要求,本文提出了一种小株距植苗轨迹(图 5),其中动轨迹为单个栽植器按一定前进速度和行星架旋转速度叠加得到,此时行星架旋转 1 周植苗 1 次,移栽株距为 240 mm,若在行星架旋转 180°后的位置上再布置 1 个新的栽植器,使得行星架旋转 1 周植苗 2 次,便可使移栽株距变为 120 mm,满足密植型蔬菜种植农艺要求。

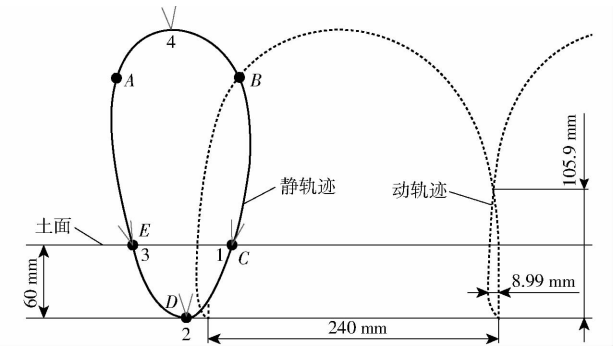


图 5 小株距植苗运动轨迹

Fig. 5 Motion trajectory of planting seedlings with small plant spacing

一般而言,蔬菜钵苗栽植深度需达到 60 mm,为了防止栽植器在入土-出土时形成的穴口过大,图 5 中动轨迹环扣宽度一般需小于 15 mm;为使栽植器在植苗过程中尽量减小与土面的水平相对运动速度,环扣高度一般需大于栽植深度。由于动轨迹实际上是由静轨迹叠加水平前进位移得到,确定静轨迹的同时也就确定动轨迹,为了便于后续植苗机构设计研究,本文主要对静轨迹进行分析,栽植器尖点沿着 $A-B-C-D-E-A$ 的路径实现接苗、运苗、植苗、返程过程为:

(1)$A-B$ 阶段为接苗阶段,为了保证植苗机构能够顺利接到从上方投放的蔬菜钵苗,并使其尽量保持直立状态,接苗时栽植器应保持上方开口尽量水平,并持续一段时间。

(2)$B-C$ 段为运苗阶段,此时栽植器内携带有 1 株蔬菜钵苗,过程中栽植器需保证运动平稳性,栽植器不可出现翻转、横置等状态。

(3)$C-D-E$ 段为植苗阶段,分为入土阶段($C-D$)和出土阶段($D-E$),栽植器需保持闭合状态携带钵苗入土,在接近点 D 时栽植器需在短时间内迅速张开,钵苗在重力作用下掉入土穴内,完成植苗。栽植器在入土-出土阶段的动轨迹应尽可能“直上直下”,以保证钵苗栽植后的直立度。

(4)$E-A$ 为返程阶段,为了防止栽植器出土后夹带苗,返程阶段应保证轨迹足够高。

2.2 机构参数求解与优化

根据 2.1 节植苗过程分析,选取栽植器在入土、最底端(植苗)、出土、最上端(接苗)4 个时刻作为轨迹关键点,获得 4 个位姿数据如表 3 所示。

表 3 位姿数据

Tab. 3 Pose data

参数	位姿			
	1	2	3	4
x_i/mm	115.4	74.7	30.9	61.8
y_i/mm	-228.9	-288.9	-228.9	-57.0
θ_i/(°)	77.2	91.3	110.9	96.8

基于 4 个位姿数据,利用 1.1 节平面 2R 开链杆组 4 个位姿综合模型即可求得有限平面区域内的 Burmester 曲线(全部解),根据行星轮系植苗机构的运动特性,杆 1、杆 2 均需整周旋转,需要对所得所有解进行缺陷判别:在解域中任选一组解,获得唯一的一个对应平面 2R 开链杆组,求出该杆组在第 i ($i=1,2,3,4$)位姿点的动铰链点坐标为

$$\begin{cases}x_{ci}=L_2\cos(\alpha_2+\theta_i-\theta_1)+x_i\\ y_{ci}=L_2\sin(\alpha_2+\theta_i-\theta_1)+y_i\end{cases} \tag{13}$$

而杆 1 在第 $i(i=2,3,4)$ 位姿点与水平面的夹角 α_{1i} 为

$$\alpha_{1i}=\arctan\frac{y_{ci}-y_0}{x_{ci}-x_0} \tag{14}$$

平面 2R 开链杆组要求机构按照次序依次经过给定四位姿，而初始位姿可以是这些位姿中的任意 1 个位姿，不同的初始位姿具有不同的缺陷判定标准，以第 1、第 2、第 3 和第 4 位姿为初始位姿判定标准为 $\alpha_1>\alpha_{12}>\alpha_{13}>\alpha_{14}$、$\alpha_{12}>\alpha_{13}>\alpha_{14}>\alpha_1$、$\alpha_{13}>\alpha_{14}>\alpha_1>\alpha_{12}$、$\alpha_{14}>\alpha_1>\alpha_{12}>\alpha_{13}$。

将解域中的所有解按照上述方法依次进行判定，筛掉具有顺序缺陷的解，剩下无运动缺陷的解共同构成机构可行解域，筛选后的解以粗线形式绘制在 Burmester 曲线，如图 6 所示，在可行解域中任选 1 组解都可得到对应的一个满足设计要求的平面 2R 开链杆组。

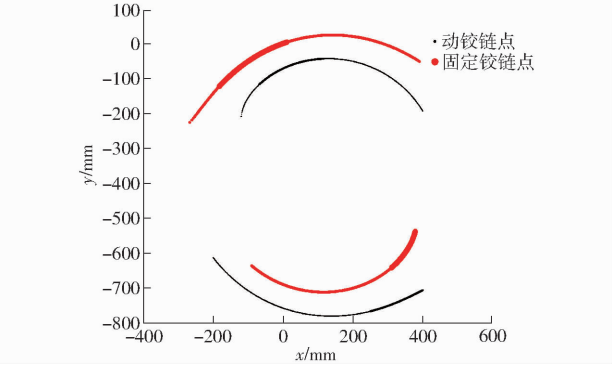


图 6　Burmester 曲线可行解域

Fig. 6　Burmester curve feasible solution region

在无运动缺陷的 Burmester 曲线上最终选取 1 组机构参数，并对部分参数进行了圆整，如表 4 所示。利用 1.2 节所提单排两级非圆齿轮传动比求解方法获得 1 组 φ_{21i} 最优解，由式(11)求出非圆齿轮行星轮系的总传动比，进而获得子传动比及非圆齿轮节曲线。

表 4　最终选取的机构参数

Tab. 4　Final selected mechanism parameters

参数	数值
圆心点坐标(x_0,y_0)/mm	(0,0)
圆点初始坐标(x_{c1},y_{c1})/mm	(105.1, -44.2)
L_1/mm	114.0
L_2/mm	185.0
α_1/(°)	-22.8
α_2/(°)	93.2
α_3/(°)	16.0

为了便于设计者更直观地查看非圆齿轮行星轮系植苗机构设计情况，基于 Matlab App Designer 模块搭建辅助分析平台(图 7)。区域 1 为机构参数输入栏，包括 φ_{1i}、$\varphi_{21i}(i=1,2,3,4)$。

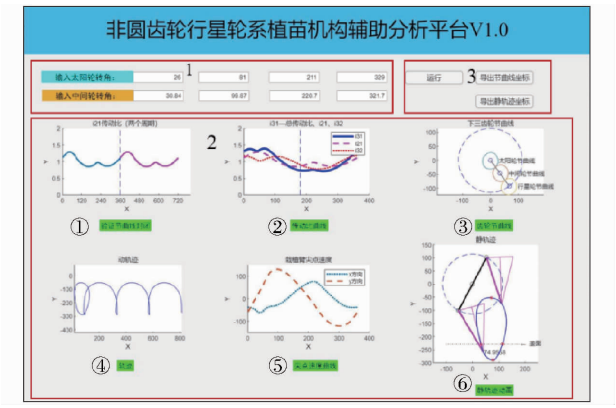


图 7　非圆齿轮行星轮系植苗机构辅助分析平台

Fig. 7　Auxiliary analysis platform for planting mechanism of non-circular planetary gear train

区域 2 由 6 个窗口构成：①三次样条插值拟合后中间轮与太阳轮传动比曲线。②优化后非圆齿轮行星轮系总传动比与两级子传动比。③非圆齿轮节曲线形状。④非圆齿轮行星轮系植苗机构栽植臂尖点 P 运动形成的静轨迹及动轨迹。⑤栽植臂尖点 P 在 x 轴方向及 y 轴方向上速度。⑥非圆齿轮行星轮系植苗机构动态运动过程，实时显示栽植器姿态。区域 3 为平台功能区，设计者可通过点击按钮实现对应的功能，例如点击“导出节曲线坐标”按钮，该平台会将生成的 3 个非圆齿轮节曲线的直角坐标分别以 3 个 Excel 文件的形式存储，便于设计者复现非圆齿轮节曲线。

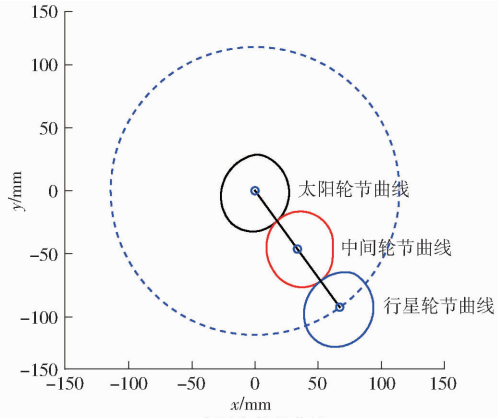
借助上述辅助分析平台，最终得到 1 个较优的非圆齿轮行星轮系植苗机构，其非圆齿轮节曲线如图 8a 所示，静轨迹如图 8b 所示。

依据上述辅助分析平台获得优化后的植苗轨迹，求得在 4 个位姿点时的栽植器姿态角，与原姿态角进行对比，如表 5 所示，最大误差出现在第 4 个位姿点处，此时植苗机构处于接苗状态，该误差不影响栽植器接苗工作，优化结果满足设计要求。

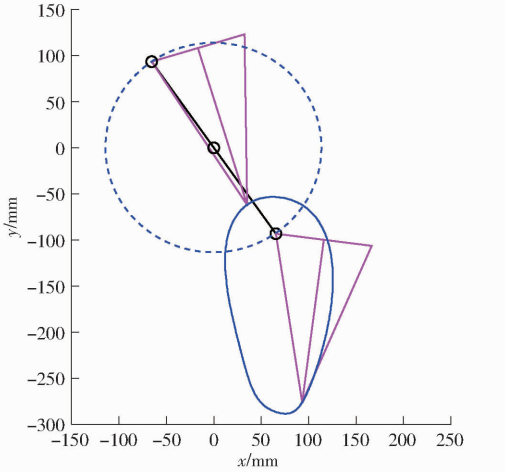
2.3　植苗机构仿真

基于以上设计参数，对植苗机构进行结构设计，将植苗机构三维模型导入 ADAMS 中，设置转速为 60(°)/s、仿真时间为 12 s、仿真步数为 720，植苗机构栽植臂末端尖点仿真运动轨迹如图 9a 所示。将仿真静轨迹以直角坐标的形式导出，并在 AutoCAD 中与理论静轨迹进行对比，如图 9b 所示。

设置前进速度为 40 mm/s、设置仿真时间为 18 s、仿真步数为 720，得到植苗机构动轨迹，将坐标数据导出后在 AutoCAD 中与理论动轨迹进行对比，如图 10 所示。静轨迹、动轨迹对比结果验证了三维设计正确性。



(a) 非圆齿轮节曲线



(b) 植苗机构静轨迹

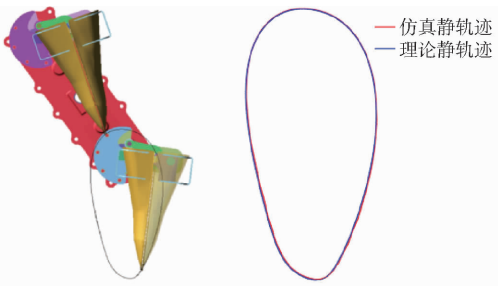
图 8 非圆齿轮节曲线及植苗机构静轨迹

Fig. 8 Non-circular gear pitch curve and static trajectory of seedling mechanism

表 5 优化结果对比

Tab. 5 Comparison of optimization results (°)

位姿点	理论姿态角	优化后姿态角	差值
1	77.2	76.7	0.5
2	91.3	91.7	0.4
3	110.9	111.4	0.5
4	96.8	98.4	1.6



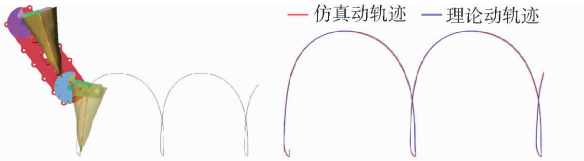
(a) 仿真静轨迹 (b) 仿真与理论静轨迹对比

图 9 仿真静轨迹与理论静轨迹对比示意图

Fig. 9 Comparisons between simulated static trajectory and theoretical static trajectory

3 非圆齿轮拓扑优化

为进一步减轻机构质量,实现轻简型非圆齿轮



(a) 仿真动轨迹 (b) 仿真动轨迹与理论动轨迹对比

图 10 仿真动轨迹与理论动轨迹对比示意图

Fig. 10 Comparisons of simulated dynamic trajectory and theoretical dynamic trajectory

行星轮系植苗机构设计,考虑基于非圆齿轮实际工况下受到的应力不超过最大许用应力作为约束条件、质量最小作为目标函数对各非圆齿轮进行拓扑优化[26]。

实际工况下非圆齿轮受到的最大力矩出现在植苗机构入土时刻,为了减少加工成本和时间成本,对课题组前期已有的双排两级传动非圆齿轮行星轮系植苗机构实物样机进行改装,用于测定栽植臂入土阻力。将拉压力传感器安装在改装后的植苗机构实物样机上,如图 11 所示,传感器一端固连于行星轮轴,另一端固连在栽植嘴上。



(a) 力传感器实物图 (b) 力传感器安装示意图

图 11 力传感器及其安装示意图

Fig. 11 Force sensor and installation diagram

不同行星架转速、不同土壤含水率条件下经过多次重复试验,得到不同条件下受到的最大阻力结果如表 6 所示。选取多次试验最大值 61.544 N 作为动力学仿真的输入参数。基于 ADAMS 虚拟样机仿真模型,设置各零件材料属性如表 7 所示,非圆齿轮间实体接触参数设置为:刚度 1.0×10^5 N/m,阻尼系数 50.0 N·m/s,力指数 1.5 N,穿透深度 0.1 m。

表 6 栽植臂入土阻力测量值

Tab. 6 Soil resistance measurement data of planting arm

土壤含水率/%	行星架转速/(r·min^{-1})	最大阻力/N
11.3	40	33.908
	50	36.848
	60	39.690
17.9	40	42.336
	50	45.864
	60	49.392
23.9	40	50.372
	50	54.880
	60	61.544

注:土壤含水率由土壤温湿度仪经多次测量取平均值得出。

表 7　零件材料属性参数

Tab. 7　Part material property

零件	材料	密度/(kg·m^{-3})	泊松比	弹性模量/Pa
各非圆齿轮	20CrMnTi	7.83×10^{3}	0.29	2.06×10^{11}
齿轮箱壳体	1060 铝合金	2.70×10^{3}	0.33	6.90×10^{10}
栽植嘴	不锈钢	8.00×10^{3}	0.28	2.06×10^{11}
其余零件	45 号钢	7.89×10^{3}	0.27	2.09×10^{11}

设置相关参数后，在栽植臂位置施加一个方向为沿栽植臂竖直向上为 61.544 N 的力。在 ADAMS 中选择 HASTIFF 作为求解器进行动力学仿真，在后处理模块得到太阳轮、中间轮和行星轮在两个运动周期内承受的力矩，如图 12 所示。

由于各非圆齿轮间的约束为实体接触，存在一定误差，所以仿真后得到的结果曲线存在波动，但不影响曲线整体趋势。在 ADAMS Postprocessor 中将曲线导出，滤波后分别获得各非圆齿轮在运动周期内承受的最大力矩为：太阳轮 15.625 N·m、中间轮 17.605 N·m、行星轮 12.271 N·m。

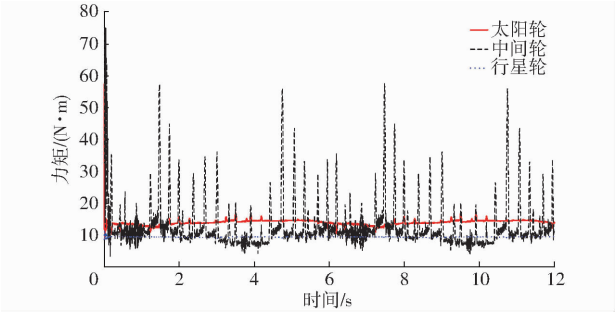
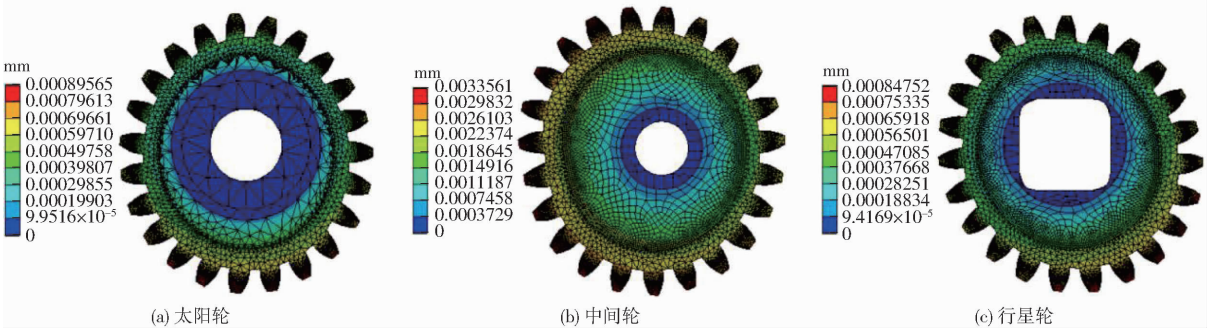


图 12　各非圆齿轮承受力矩变化曲线

Fig. 12　Torque of each non-circular gear

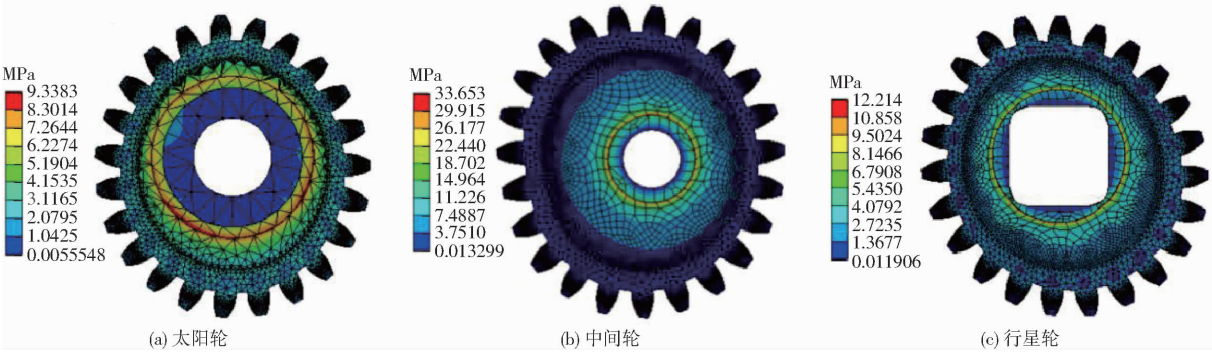
非圆齿轮拓扑优化前，还需进行静态结构分析，求解各非圆齿轮在承受最大力矩下的等效(Von Mises)应力。在 Ansys workbench 中首先对各非圆齿轮进行网格划分，然后结合非圆齿轮实际工况对其施加约束：①由于各非圆齿轮内圈在实际工况下与轴配合连接，故需在内圈添加一个圆柱支撑。②由于各非圆齿轮在实际工况下轴向受到轴承或轴套限位，故还需要在 2 个端面各添加 1 个固定支撑。最后设置力矩进行求解，获得各非圆齿轮总变形量和等效应力如图 13、14 所示。



(a) 太阳轮　　(b) 中间轮　　(c) 行星轮

图 13　各非圆齿轮总变形量

Fig. 13　Total deformation diagram of each non-circular gear



(a) 太阳轮　　(b) 中间轮　　(c) 行星轮

图 14　各非圆齿轮等效(Von Mises)应力

Fig. 14　Equivalent (Von Mises) stress diagrams for each non-circular gear

由图 13 可知，太阳轮、中间轮和行星轮在实际工况下最大变形出现在齿廓部分，变形量分别为 $8.956\,5\times10^{-4}$、$3.356\,1\times10^{-3}$、$8.475\,2\times10^{-4}$ mm，变形量可忽略不计。由图 14 可知，太阳轮、中间轮和行星轮在实际工况下的最大应力分别为 9.338 3、33.653、12.214 MPa，远低于材料屈服强度 835 MPa，满足强度要求。

基于上述分析，各非圆齿轮结构还存在进一步优化空间，在满足强度要求的条件下对其进行拓扑优化减量设计。在 Ansys workbench 中选择拓扑优

化模块,为了避免拓扑优化迭代计算过程中对非圆齿轮齿廓产生破坏,将非圆齿轮分为两部分:齿廓部分(不优化)和分割线以内部分(优化)。对非圆齿轮拓扑优化以质量最小作为优化目标,以等效应力不超过最大许用应力作为约束条件(安全系数取1.5),经过大量迭代计算后结果收敛,优化结果如图15所示。

Ansys的拓扑优化只是一种导向性建议,不能直接用于实际生产加工,即还需对优化模型进行修模。从实际加工工艺、成本以及合理性角度出发,在Solidworks中对各非圆齿轮拓扑优化结果进行修模,利用三次B样条曲线逐点将网格边缘连接起来,使减重部分的边缘更加平滑,同时基于设计经验对强度薄弱部分进行适当修补,最终三维模型如图16所示。

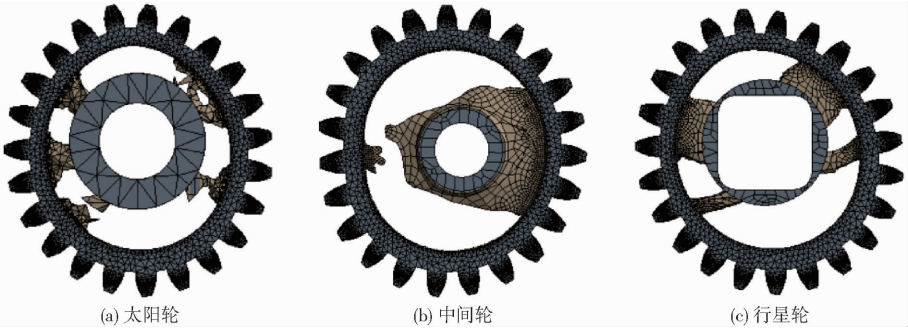


图15 各非圆齿轮拓扑优化结果

Fig. 15 Topology optimization results of each non-circular gear

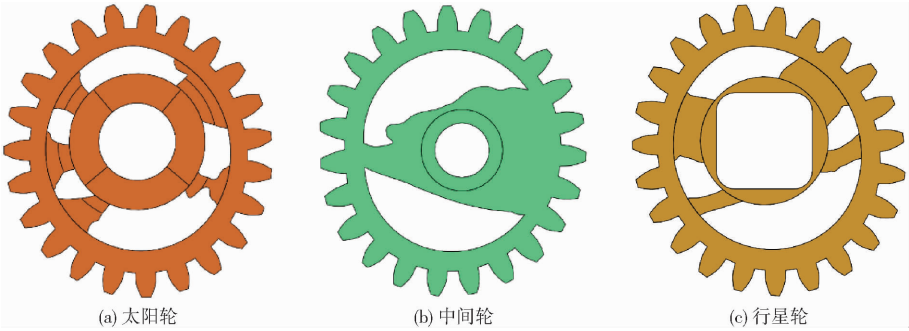


图16 各非圆齿轮修模后示意图

Fig. 16 Diagram of each non-circular gear after mold repair

通过Solidworks中的"质量属性"功能,将各非圆齿轮优化前后相关参数进行对比如表8所示。

表8 各非圆齿轮优化前后相关参数对比

Tab. 8 Comparison of relevant parameters before and after optimization of each non-circular gear

参数	太阳轮	中间轮	行星轮
优化前质量/kg	0.177	0.154	0.135
优化后质量/kg	0.143	0.112	0.099
优化百分比/%	19.209	27.273	26.667
优化前重心坐标/mm	(-0.204, -2.140)	(2.462, -0.114)	(-0.952, -2.545)
优化后重心坐标/mm	(0.022, -1.629)	(1.068, -0.131)	(-0.741, -1.469)
优化百分比/%	24.215	56.342	39.449

由表8可知,各非圆齿轮质量优化百分比不高,主要原因有:①在拓扑优化设置中,为了避免破坏齿廓部分,将该部分定为排除区域不做优化,即优化部分本身只占了非圆齿轮质量的一部分,即使将整个优化部分全部去除,齿轮质量也不会减少超过半数。②在拓扑优化后处理修模过程中对优化区域进行了合理填补,这也导致了优化区域质量增加。因此,最终3个齿轮质量优化百分比平均值为24.383%。此外,优化后各非圆齿轮重心相比于优化前更加靠近其旋转中心,最终3个齿轮重心距离优化百分比平均值为40%。综上所述,经过拓扑优化,在保证了各非圆齿轮强度要求的前提下,进一步减轻了各非圆齿轮质量,达到了轻量化设计目的。

4 样机试验

4.1 台架试验

基于优化得到的机构参数及非圆齿轮,对植苗机构进行加工装配,将植苗机构实物样机安装在搭建好的试验台上,通过电机驱动植苗机构齿轮壳体旋转,追踪实际的植苗轨迹并将实际植苗轨迹与理论轨迹、仿真轨迹进行了对比,如图17所示。

由图17可知,实际植苗轨迹与理论轨迹、仿真

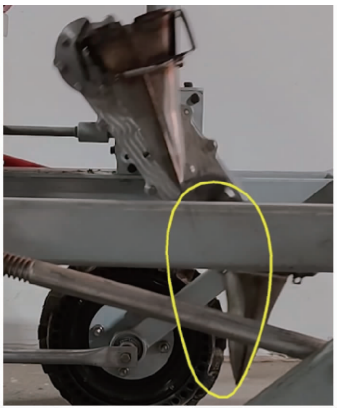
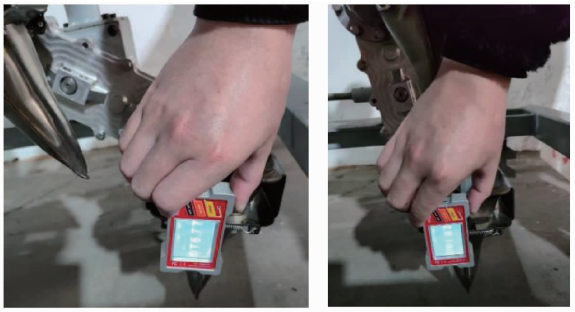


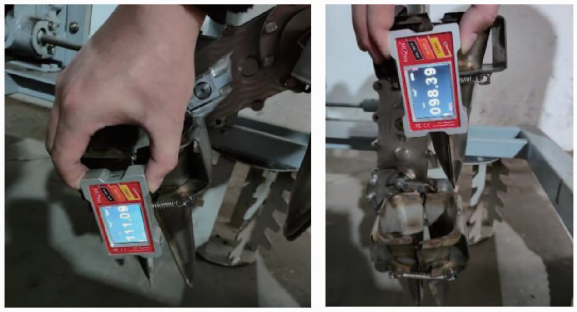
图 17　实际植苗轨迹

Fig. 17　Actual seedling trajectory

轨迹基本一致。除了轨迹验证之外，还需要对入土、最底端、出土、最上端 4 个位姿点姿态角进行验证，如图 18 所示。将实际测得姿态角与理论姿态角进行对比如表 9 所示，最大误差不超过 0.31°，验证了实物样机设计的正确性。



(a) 位姿点1（入土）　(b) 位姿点2（最底端）



(c) 位姿点3（出土）　(d) 位姿点4（最上端）

图 18　实际姿态角测量

Fig. 18　Actual attitude angle measurement

表 9　实际姿态角与理论姿态角对比

Tab. 9　Comparison between actual attitude angle and theoretical attitude angle　(°)

位姿点	理论姿态角	实际姿态角	误差
1	76.7	76.77	0.07
2	91.7	91.82	0.12
3	111.4	111.09	0.31
4	98.4	98.39	0.01

4.2　田间试验

为进一步验证所设计机构的田间实际作业效果，将所设计植苗机构安装在课题组研制的蔬菜钵苗单行全自动移栽机上，如图 19 所示。

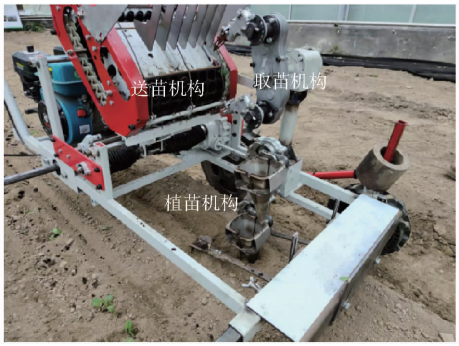


图 19　田间试验样机

Fig. 19　Field prototype

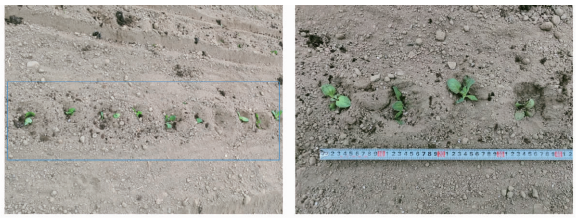
本次试验所用幼苗为冰菜钵苗（图 20），当植苗机构转速为 30 r/min、机器前进速度为 120 mm/s 时进行了 5 次移栽试验，植苗机构旋转一周栽植 2 次，移栽效率为 60 株/min，移栽效果局部如图 21a 所示，移栽后株距测量如图 21b 所示，相邻冰菜苗之间距离约为 120 mm，与理论设计株距一致。



(a) 整盘冰菜钵苗　(b) 单株钵苗高度

图 20　钵苗试验用苗

Fig. 20　Test seedling



(a) 移栽效果局部图　(b) 株距测量图

图 21　移栽效果局部与株距测量图

Fig. 21　Local transplanting effect and plant distance measurement

试验结果如表 10 所示。试验过程中，出现漏栽或倒伏情况均记为移栽失败。试验结束后，根据记录的钵苗总数以及移栽成功数可以计算出移栽成功率。漏栽主要是由于钵苗盘根效果较差，土钵较松散，取苗机构在夹取钵体时将钵体夹碎，未能成功取出钵苗。倒伏是由于植苗机构接苗时，下落的钵苗与栽植器发生碰撞，影响了钵苗落入栽植器后姿态。

表 10 试验结果

Tab. 10 Test result

序号	钵苗数/株	倒伏数/株	漏栽数/株	移栽成功率/%	植苗成功率/%
1	58	2	2	93.1	96.4
2	81	4	4	90.1	94.8
3	49	2	2	91.8	95.7
4	95	4	2	93.7	95.7
5	97	5	6	88.7	94.5
平均				91.5	95.4

由于是全自动移栽试验,钵苗移栽需要经过取苗和植苗两个阶段,故移栽成功率实际上与取苗成功率、植苗成功率存在一定关系。而本文主要研究植苗机构,在验证植苗机构性能时应排除取苗机构影响,故应由植苗成功率而非移栽成功率来反映机构性能和实用性。

由表 10 可知,经过 5 次移栽试验,本文设计的植苗机构在转速 30 r/min 情况下植苗成功率平均值为 95.4%,表明了该非圆齿轮行星轮系植苗机构具备较高的作业性能和实用性。

5 结论

(1)建立了有限分离四位姿平面 2R 开链杆组求解模型以及非圆齿轮行星轮系植苗机构运动学模型,提出了一种单排两级传动最优子传动比求解方法,通过分析两级子传动比与总传动比的关系建立了目标函数,基于优化算法对目标函数进行了求解。

(2)提出了一种满足密植蔬菜移栽要求的小株距植苗轨迹,选取植苗机构入土、植苗、出土、接苗 4 个关键时刻的位姿点,获取了一组合适的解作为植苗机构的初始设计参数,搭建了非圆齿轮行星轮系植苗机构可视化辅助分析软件,最终设计了单排两级传动的非圆齿轮行星轮系植苗机构。

(3)完成了非圆齿轮行星轮系植苗机构的三维设计,测量了栽植臂入土时受到的最大阻力,并基于此对非圆齿轮进行了拓扑优化,质量优化百分比平均值为 24.383%,重心距离优化百分比平均值为 40%,进一步减轻了各非圆齿轮质量,达到了轻量化设计目的。

(4)运动学仿真和田间移栽试验结果表明,当机构转速为 30 r/min、机器前进速度为 120 mm/s 时,试验株距测量为 120 mm,与理论设计株距一致,5 次试验结果表明植苗成功率平均值为 95.4%,表明该植苗机构具备较高的作业性能和实用性。

参 考 文 献

[1] 于晓旭, 赵匀, 陈宝成, 等. 移栽机械发展现状与展望[J]. 农业机械学报, 2014, 45(8): 44 – 53.
YU Xiaoxu, ZHAO Yun, CHEN Baocheng, et al. Current situation and prospect of transplanter[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2014, 45(8): 44 – 53. (in Chinese)

[2] 俞高红, 王磊, 孙良, 等. 大田机械化移栽技术与装备研究进展[J]. 农业机械学报, 2022, 53(9): 1 – 20.
YU Gaohong, WANG Lei, SUN Liang, et al. Advancement of mechanized transplanting technology and equipments for field crops[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2022, 53(9): 1 – 20. (in Chinese)

[3] 李渤涛, 陈定方. 非圆齿轮设计、制造、检测及应用[J]. 机械工程学报, 2020, 56(9): 55 – 72.
LI Botao, CHEN Dingfang. Design, manufacture, inspection and application of non-circular gears[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2020, 56(9): 55 – 72. (in Chinese)

[4] 俞高红, 俞腾飞, 叶秉良, 等. 一种新型行星轮系机构的研究[J]. 机械工程学报, 2013, 49(15): 55 – 61.
YU Gaohong, YU Tengfei, YE Bingliang, et al. Research on a new planetary gear train mechanism[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2013, 49(15): 55 – 61. (in Chinese)

[5] 王金武, 周文琪, 王金峰, 等. 斜置式非规则齿轮行星轮系扎穴机构工作参数试验优化[J]. 农业机械学报, 2017, 48(6): 66 – 70.
WANG Jinwu, ZHOU Wenqi, WANG Jinfeng, et al. Experiment and optimization of working parameters for pricking hole mechanism of oblique type non-circular gears planetary system[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2017, 48(6): 66 – 70. (in Chinese)

[6] 俞高红, 金也, 常数数, 等. 夹钵式水稻钵苗移栽机构设计与试验[J]. 农业机械学报, 2019, 50(7): 100 – 108.
YU Gaohong, JIN Ye, CHANG Shushu, et al. Design and test of clipping-plug type transplanting mechanism of rice plug-seedling[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2019, 50(7): 100 – 108. (in Chinese)

[7] ZHOU M, SHAN Y, XUE X, et al. Theoretical analysis and development of a mechanism with punching device for transplanting potted vegetable seedlings[J]. International Journal of Agricultural and Biological Engineering, 2020, 13(4): 85 – 92.

[8] 童俊华, 俞高红, 朱赢鹏, 等. 三臂回转式蔬菜钵苗取苗机构设计与试验[J]. 农业机械学报, 2019, 50(1): 113 – 121.
TONG Junhua, YU Gaohong, ZHU Yingpeng, et al. Design and experiment of three-arms rotary vegetable plug seedling pick-up mechanism[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2019, 50(1): 113 – 121. (in Chinese)

[9] 胡建平, 潘杰, 张晨迪, 等. 行星轮栽植机构优化设计与试验[J]. 农业机械学报, 2018, 49(11): 78 – 86.
HU Jianping, PAN Jie, ZHANG Chendi, et al. Optimization design and experiment on planetary gears planting mechanism of self-propelled transplanting machine[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2018, 49(11): 78 – 86. (in Chinese)

[10] 许春林，吕志军，辛亮，等. 全自动草莓钵苗移栽机构优化设计与试验[J]. 农业机械学报，2019，50(8)：97－106.
XU Chunlin，LÜ Zhijun，XIN Liang，et al. Optimization design and experiment of full-automatic strawberry potted seedling transplanting mechanism[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery，2019，50(8)：97－106.（in Chinese）

[11] 陈建能，黄前泽，王英，等. 钵苗移栽机非圆齿轮行星轮系栽植机构参数分析与反求[J]. 农业工程学报，2013，29(8)：18－26.
CHEN Jianneng，HUANG Qianze，WANG Ying，et al. Parametric analysis and inversion of transplanting mechanism with planetary non-circular gears for potted-seedling transplanter[J]. Transactions of the CSAE，2013，29(8)：18－26.（in Chinese）

[12] 尹大庆，张诺一，周脉乐，等. 高速变姿态接苗鸭嘴式栽植机构优化设计与试验[J]. 农业机械学报，2020，51(6)：65－72.
YIN Daqing，ZHANG Nuoyi，ZHOU Maile，et al. Optimal design and experiment of high speed duckbill planting mechanism with variable catch-seedling attitude[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery，2020，51(6)：65－72.（in Chinese）

[13] 王英，陈建能，赵雄，等. 非圆齿轮行星轮系传动的栽植机构参数优化与试验[J]. 农业机械学报，2015，46(9)：85－93.
WANG Ying，CHEN Jianneng，ZHAO Xiong，et al. Parameter optimization and experiment of planting mechanism driven by planetary non circular gears[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery，2015，46(9)：85－93.（in Chinese）

[14] 俞高红，廖振飘，徐乐辉，等. 大株距行星轮系蔬菜钵苗栽植机构优化设计与试验[J]. 农业机械学报，2015，46(7)：38－44.
YU Gaohong，LIAO Zhenpiao，XU Lehui，et al. Optimization design and test of large spacing planetary gear train for vegetable pot-seedling planting mechanism[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery，2015，46(7)：38－44.（in Chinese）

[15] 鲍李旭，俞高红，赵雄，等. 青菜高密度移栽机植苗机构的设计与试验[J]. 浙江理工大学学报(自然科学)，2024，51(1)：100－111.
BAO Lixu，YU Gaohong，ZHAO Xiong，et al. Design and experiment of a planting mechanism of high density transplanters for *Brassica chinensis*[J]. Journal of Zhejiang Sci-Tech University，2024，51(1)：100－111.（in Chinese）

[16] 张庆强. 变差速轮系式植苗机构参数优化设计与试验研究[D]. 杭州：浙江理工大学，2022.
ZHANG Qingqiang. Parameter optimization design and experimental study of variable differential gear train seedling planting mechanism[D]. Hangzhou：Zhejiang University of Technology，2022.（in Chinese）

[17] 王磊，孙良，徐亚丹，等. 基于遗传算法的三臂轮系式栽植机构多位姿运动综合[J]. 农业机械学报，2022，53(6)：70－77.
WANG Lei，SUN Liang，XU Yadan，et al. Multi-pose motion synthesis of three-arm gear train planting mechanism based on genetic algorithm[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery，2022，53(6)：70－77.（in Chinese）

[18] TONG Z，YU G，ZHAO X，et al. Design of vegetable pot seedling pick-up mechanism with planetary gear train[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering，2020，33(1)：1－11.

[19] 孙良，胡艺翔，邢子勤，等. 基于近似多位姿的轮系式钵苗移栽机构运动综合[J]. 农业机械学报，2020，51(12)：103－111.
SUN Liang，HU Yixiang，XING Ziqin，et al. Motion synthesis of rotary pot seedling transplanting mechanism based on approximate multi-pose[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery，2020，51(12)：103－111.（in Chinese）

[20] WANG L，SUN L，YU G H，et al. Approximate motion generation of an epicyclic gear train with noncircular gears based on optimization-homotopy algorithm[J]. Journal of Mechanisms and Robotics，2023，15(4)：041002.

[21] SUN L，WANG Z，WU C，et al. Novel approach for planetary gear train dimensional synthesis through kinematic mapping[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers，Part C：Journal of Mechanical Engineering Science，2020，234(1)：273－288.

[22] YE J，ZHAO X，WANG Y，et al. A novel planar motion generation method based on the synthesis of planetary gear train with noncircular gears[J]. Journal of Mechanical Science and Technology，2019，33(10)：4939－4949.

[23] 崔光珍，韩建友，杨通. 给定 4R 开链的八杆机构解域综合理论与方法[J]. 农业机械学报，2015，46(4)：331－337.
CUI Guangzhen，HAN Jianyou，YANG Tong. Solution region synthesis method of eight-bar linkages for 4R open chain[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery，2015，46(4)：331－337.（in Chinese）

[24] HAN J，QIAN W. On the solution of region-based planar four-bar motion generation[J]. Mechanism and Machine Theory，2009，44(2)：457－465.

[25] 孙良，徐亚丹，黄恒敏，等. 基于节曲线凸性判别的行星轮系移栽机构解析[J]. 农业机械学报，2018，49(12)：83－92.
SUN Liang，XU Yadan，HUANG Hengmin，et al. Solution and analysis of transplanting mechanism with planetary gear train based on convexity of pitch curve[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery，2018，49(12)：83－92.（in Chinese）

[26] 谷芳，吴华杰，崔国起. 基于拓扑优化的齿轮轻量化设计方法研究[J]. 中国设备工程，2021(16)：98－100.