

doi:10.6041/j. issn. 1000-1298. 2024. 09. 003

# 基于B样条优化的改进纯追踪农机导航曲线跟踪方法

张闻宇<sup>1,2</sup> 胡力文<sup>1</sup> 王辉<sup>3</sup> 张国城<sup>1</sup> 罗锡文<sup>1,2</sup> 张智刚<sup>1,2</sup>

(1. 华南农业大学南方农业机械与装备关键技术教育部重点实验室, 广州 510642;

2. 广东省农业人工智能重点实验室, 广州 510642; 3. 潍柴雷沃智慧农业科技股份有限公司, 潍坊 261200)

**摘要:** 针对驾驶农机采样路径平滑性对跟踪效果的影响和曲线路径变曲率特性导致跟踪适应性较低的问题, 提出了一种基于B样条路径优化的积分补偿模糊纯追踪控制方法。首先采用B样条插值方法平滑优化采样路径信息; 再基于行驶规律分析农机曲率与作业速度对跟踪控制的相互作用关系, 设计了模糊调整前视距离的纯追踪控制方法, 该方法根据前期试验结果采用拖拉机速度和前视路径平均曲率模糊整定纯追踪前视距离, 同时采用跟踪横向偏差设计前轮转角积分补偿, 减小稳态误差。设计构建了曲线跟踪 Simulink 仿真模型并进行了仿真实验。仿真结果表明, 改进方法的平均绝对横向偏差均值和最大绝对横向偏差均值相较于传统纯追踪控制方法降低4.8%和7.1%。进行了拖拉机田间正弦曲线跟踪试验, 插值路径对比试验结果表明, 路径插值后跟踪误差较插值前降低75.9%。控制算法对比试验结果表明, 拖拉机以速度1.0、1.5、2.5 m/s 跟踪不同幅值正弦曲线路径时, 采用改进纯追踪方法平均绝对横向偏差均值分别降低36.80%、62.50%和61.03%, 标准差均值分别降低27.8%、24.0%和46.3%。最后跟踪田间随机采样路径, 当速度为2.5 m/s时, 横向偏差标准差为0.06 m。本文方法有效提高了农机曲线路径跟踪精度, 满足需要曲线作业的农业生产需求。

**关键词:** 农机导航曲线; B样条曲线; 改进纯追踪; 模糊控制; 积分补偿

中图分类号: S24 文献标识码: A 文章编号: 1000-1298(2024)09-0042-10

OSID:



## Improved Pure Pursuit Agricultural Machinery Navigation Curve Path Tracking Method Based on B-spline Optimization

ZHANG Wenyu<sup>1,2</sup> HU Liwen<sup>1</sup> WANG Hui<sup>3</sup> ZHANG Guocheng<sup>1</sup> LUO Xiwen<sup>1,2</sup> ZHANG Zhigang<sup>1,2</sup>

(1. Key Laboratory of Key Technology on Agricultural Machine and Equipment, Ministry of Education, South China Agricultural University, Guangzhou 510642, China

2. Guangdong Provincial Key Laboratory of Agricultural Artificial Intelligence (GDKL-AAI), Guangzhou 510642, China

3. Weichai Lovol Intelligent Agricultural Technology Co., Ltd., Weifang 261200, China)

**Abstract:** Aiming at the influence of the smoothness of the sampling path of driving agricultural machinery on the tracking effect and the low tracking adaptability caused by the variable curvature of the curve path, a fuzzy pure tracking control method with integral compensation based on B-spline path optimization was proposed. Firstly, B-spline interpolation method was used to smooth and optimize the sampling path information. Based on the driving law, the interaction between the curvature of agricultural machinery and the operating speed on the tracking control was analyzed, and the pure tracking control method of fuzzy adjusting the forward-looking distance was designed. According to the previous test results, the pure tracking forward-looking distance was fuzzy adjusted by the tractor speed and the average curvature of the forward-looking path. At the same time, the tracking lateral deviation was used to design the front wheel angle integral compensation to reduce the steady-state error. The Simulink simulation model of curve tracking was designed and constructed, and the simulation experiment was carried out. The simulation results showed that the average absolute and maximum absolute lateral deviation of the improved method were reduced by 4.8% and 7.1% compared with that of the traditional pure tracking control method. The sinusoidal curve tracking test of agricultural machinery in the field was carried out.

收稿日期: 2024-02-05 修回日期: 2024-06-06

基金项目: 国家重点研发计划项目(2022YFD200160103)和山东省重点研发计划项目(2022SFGC0202)

作者简介: 张闻宇(1985—), 男, 助理研究员, 博士, 主要从事精准农业和无人农场关键技术研究, E-mail: zhangwenyu@scau.edu.cn

通信作者: 张智刚(1977—), 男, 副教授, 博士, 主要从事精准农业和无人农场关键技术研究, E-mail: zzg208@scau.edu.cn

The interpolation path comparison test results showed that the tracking error after path interpolation was reduced by 75.9% compared with that before interpolation. The control algorithm comparison test results showed that when the agricultural machinery tracked the sinusoidal path with different amplitudes at speeds of 1.0 m/s, 1.5 m/s and 2.5 m/s, the average absolute transverse deviation of the improved pure tracking method was reduced by 36.80%, 62.50% and 61.03%, and the average standard deviation was reduced by 27.8%, 24.0% and 46.3%, respectively. Finally, the random sampling path in the field was tracked. When the speed was 2.5 m/s, the horizontal deviation standard deviation was 0.06 m. This method effectively improved the accuracy of agricultural machinery curve path tracking, and met the agricultural production needs of curve operation.

**Key words:** agricultural machinery navigation curves; B-spline curve; improve pure pursuit; fuzzy control; integral compensation

## 0 引言

农机自动导航技术是智慧农业的关键技术之一,已经成为增效降本的重要手段<sup>[1-4]</sup>。其中高精度路径跟踪控制是农机自主作业的重要保证,目前国内外对于直线路径跟踪的研究比较深入<sup>[5-6]</sup>。但中国许多省份存在大量不规则田块,仅仅依赖直线作业会导致耕地曲边无法充分利用进而降低土地使用效率。此外,中国中南部地区(如江西、贵州、湖北)的丘陵缓坡地多且地势不平,农作物多采用顺坡方向种植,呈曲线种植特点<sup>[7-9]</sup>。因此,曲线路径跟踪对于提升农机自主化作业的适用范围有重要意义。

为了提高曲线跟踪控制精度,国内外学者对农机曲线跟踪进行了大量研究。马悦琦等<sup>[10]</sup>针对水稻插秧机地头转向采用模糊控制实时调整 LQR 控制器误差权重矩阵。试验结果表明,速度为 0.7 m/s 跟踪曲线路径时,平均绝对误差为 0.028 m。YANG 等<sup>[11]</sup>提出了一种基于最优预瞄点的曲线路径跟踪控制方法,拖拉机以速度 1.0 m/s 行驶时,曲线平均跟踪误差为 0.067 m。付小波等<sup>[12]</sup>针对轮式收获机提出了一种基于粒子群改进的纯追踪路径跟踪算法,试验结果表明,当速度为 1.0 m/s 时,曲线路径跟踪的最大绝对横向偏差为 0.052 m,最大航向误差 2.41°。ZHU 等<sup>[13]</sup>提出了一种基于次优路径的前馈反馈最优控制算法,试验结果表明,速度为 0.5 m/s 跟踪地头转弯曲线时平均跟踪误差均值为 0.031 m,标准差为 0.086 m。吴才聪等<sup>[14]</sup>针对拖拉机自动导航曲线跟踪精度问题提出了一种基于前轮转角前馈补偿策略的变曲度路径跟踪控制方法,试验结果表明,行驶速度为 1.0 m/s 的变曲度路径跟踪过程中,平均绝对误差为 0.027 m。上述试验都未同时考虑实际应用中曲线路径信息是否适宜跟踪的问题和变曲率与行驶速度的相互作用对控制决策的影响。由于曲线路径复杂多变且难以用方程拟

合,通常将曲线离散为间距较小的连续点跟踪。采样路径点频率越快数量越多,路径还原性越好曲率越平滑,控制决策精度越高<sup>[15]</sup>。但采样频率过高需要连续储存多条路径点,可能会导致存储空间占用过大和数据通讯时间过长,影响实时性问题。

为了提升曲线路径跟踪精度,本文提出一种基于 B 样条路径优化积分补偿模糊自适应纯追踪控制算法。首先针对驾驶农机低频采样路径轨迹点(路径点间隔大于 1 m)采用 B 样条对采样的路径点插值平滑优化路径信息(插值后点间隔小于等于 0.1 m);为适应包含中高速在内的各种曲率路径例如旋耕、播种、施肥等作业需求,设计一种积分补偿的模糊自适应纯追踪控制方法,将农机行驶速度和前视路径平均曲率输入模糊控制器,动态调整前视距离。最后基于横向偏差积分对前轮转角进行补偿。应用控制算法于雷沃 MH-704 型拖拉机导航系统,并进行田间试验,以验证该方法的有效性。

## 1 农机目标路径优化

B 样条插值优化方法可以对间隔一定距离的路径点进行插值,减少路径点存储。同时,插值后曲线路径更光滑,曲率变化更加连续,改善了路径质量和特性<sup>[16-17]</sup>,进而优化横向偏差和航向偏差,防止出现误差突变导致的控制振荡等问题,使农机在曲线转折点或弯道处过渡更加自然和连续,提高控制算法稳定性和鲁棒性<sup>[18-19]</sup>。路径优化及控制整体流程如图 1 所示。

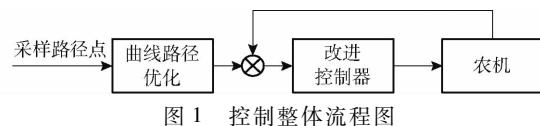


图 1 控制整体流程图

Fig. 1 Control overall flowchart

### 1.1 B 样条曲线插值原理

B 样条曲线是由  $P_0, P_1, \dots, P_n$  ( $n > 3$ ) 共  $n+1$  个控制点以及 1 组非递减的连续变化的矢量节点  $u_i$  定义的  $k$  阶样条曲线<sup>[20]</sup>,其曲线表达式为

$$P(u) = [P_0 \ P_1 \ \dots \ P_n] \begin{bmatrix} B_{0,k}(u) \\ B_{1,k}(u) \\ \vdots \\ B_{n,k}(u) \end{bmatrix} = \sum_{i=0}^n P_i B_{i,k}(u) \quad (1)$$

式中  $P_i$ ——控制点

$u$ ——矢量节点

$n$ ——控制点数量

$k$ ——B样条曲线阶次

$i$ ——节点矢量控制点序号

$B_{i,k}(u)$ ——第  $i$  个  $k$  阶 B 样条基函数

基函数  $B_{i,k}(u)$  由德布尔-考克斯递推公式构成, 表达式为

$$B_{i,k}(u) = U_1 B_{i,k-1}(u) + U_2 B_{i+1,k-1}(u) \quad (2)$$

其中  $U_1 = \frac{u - u_i}{u_{i+k} - u_i}$      $U_2 = \frac{u_{i+k+1} - u}{u_{i+k+1} - u_{i+1}}$

式中  $U_1, U_2$ ——系数

$k$  表示曲线平滑度,  $k$  越大, 曲线平滑度越高, 但计算复杂度也越高; 为兼顾路径平滑度与计算复杂度, 选择四次三阶 B 样条曲线 ( $k = 3$ )。

## 1.2 曲线路径插值前后对比

驾驶农机采样一段曲线路径。为对比插值前后效果, 原始路径采样点间距为 1 m。将采样的路径点赋值  $P_i$  进行插值。其中  $u$  范围通常为  $[0, 1]$ 。

图 2 为局部路径插值前后效果对比。可以看出, 插值前路径曲线在转折点弯曲度较大, 插值后路径曲线更加平滑。计算可得插值前路径平均曲率为  $0.0740 \text{ m}^{-1}$ , 插值后路径平均曲率为  $0.0039 \text{ m}^{-1}$ , 路径平滑效果明显提升。

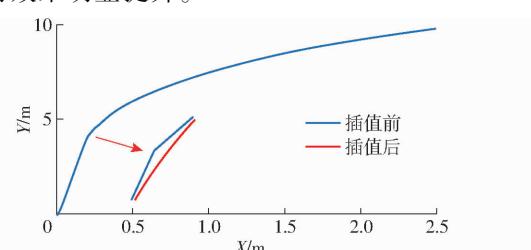


图 2 局部路径插值前后效果对比

Fig. 2 Comparison of local path before and after interpolation

## 2 积分补偿的模糊自适应纯追踪控制器设计

相关研究表明<sup>[21]</sup>, 前视距离与车速正相关。车速越快, 前视距离越长; 车速越慢, 前视距离越短。但当农机行驶于田间机耕道或不规则田块边界等非直线条件下时, 路径曲率变化不规律会导致路径跟踪精度降低, 因此曲率是影响前视距离的重要因素

之一。通常曲率越大, 前视距离应越小, 但当速度超过一定值时, 曲率与前视距离会失去对应关系。速度增加会导致实际系统响应时滞和转向执行器饱和等问题, 从而增大系统误差<sup>[22]</sup>。因此, 当速度低于一定值时, 曲率越大前视距离越小; 而当速度高于一定值时, 曲率变大可以通过增加前视距离, 提前对前方路径做出判断, 缓解系统转向滞后问题。

上述分析以及前期研究结果表明<sup>[23]</sup>, 速度与前视距离存在线性关系, 曲率与速度没有相应的线性关系, 而曲率对于控制决策有重要影响。所以, 本文提出一种模糊控制确定前视距离的方法。如图 3 所示, 积分补偿模糊自适应纯追踪控制器由纯追踪模型、前视距离模糊控制器和前轮转角积分补偿器 3 部分构成。首先, 将农机速度  $v$  和前视路径平均曲率  $\rho$  作为模糊控制输入量, 前视距离  $L_d$  作为模糊控制输出量输入到纯追踪模型中得到期望前轮转角  $\delta$ 。然后对横向偏差  $e_d$  进行积分得到前轮转角补偿量  $\delta_i$ 。最后, 与  $\delta$  求和得到输出控制量。

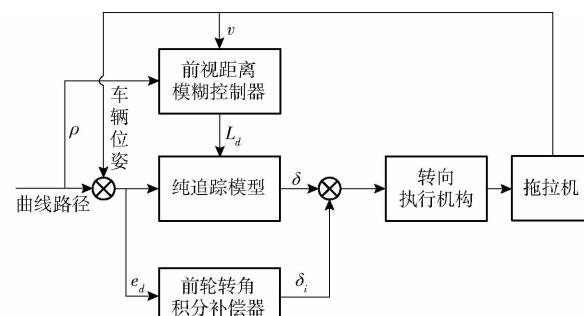


图 3 基于模糊控制的自适应纯追踪控制器结构框图

Fig. 3 Structural diagram of adaptive pure pursuit controller based on fuzzy control

### 2.1 基于运动学模型的纯追踪控制方法

#### 2.1.1 拖拉机运动学模型

拖拉机为前轮转向、四轮驱动。忽略轮胎侧偏特性, 拖拉机转向速度即为拖拉机横摆角速度, 将期望车轮转角与实际转角的几何关系进行复合, 则可将拖拉机简化为基于阿克曼转向的二轮车模型<sup>[24-25]</sup>。如图 4 所示, 以正东方向为  $X$  轴, 正北方向为  $Y$  轴建立在导航平面坐标系  $XOY$  下的运动学模型。

导航坐标系  $XOY$  中, 如图 4 所示,  $A(x_a, y_a)$  为所建立拖拉机二轮车模型前轮轴中心点坐标,  $B(x_b, y_b)$  为拖拉机二轮车模型后轮轴中心点坐标,  $R$  为转向半径。

由于拖拉机前后轮存在几何约束及农机运动学约束, 可推导得拖拉机运动学模型为

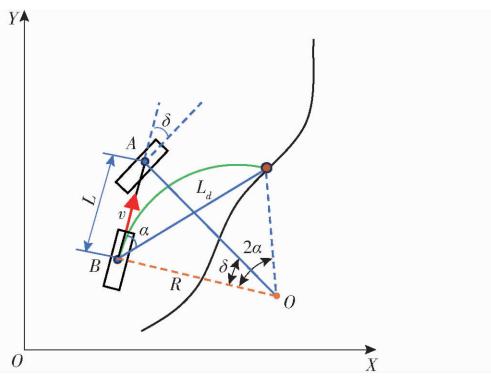


图4 二轮车运动学模型与纯追踪几何关系图

Fig. 4 Pure pursuit geometric relationship model

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_b \\ \dot{y}_b \\ \dot{\varphi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin\varphi \\ \cos\varphi \\ \tan\delta/L \end{bmatrix} v \quad (3)$$

式中  $\dot{x}_b$ ——拖拉机在  $X$  轴方向速度,  $\text{m/s}$

$\dot{y}_b$ ——拖拉机在  $Y$  轴方向速度,  $\text{m/s}$

$\dot{\varphi}$ ——拖拉机横摆角速度,  $\text{rad/s}$

$L$ ——拖拉机轴距,  $\text{m}$

## 2.1.2 纯追踪控制器

以二轮车运动学模型为基础, 农机后轮轴中心点为切点、车身当前时刻纵向方向为切线, 通过前视距离寻找并跟踪预瞄点, 获得期望前轮转角  $\delta$ , 使农机沿着一条圆弧轨迹线到达预瞄点<sup>[26]</sup>。几何关系如图4所示。期望前轮转角公式为

$$\delta = \arctan \frac{2L \sin \alpha}{L_d} \quad (4)$$

式中  $\alpha$ ——农机前视角, ( $^\circ$ )

## 2.2 导航参数计算

### 2.2.1 横向偏差

横向偏差  $e_d$  为农机后轮轴中心点与曲线路径的最短垂直距离。然而, 曲线路径通常离散为连续点, 为了提升获取横向偏差的准确性, 将相邻路径点连接为线段, 计算当前农机后轮轴中心点  $B$  到最近路径点  $X_i$  和前后路径点  $X_{i-1}$ 、 $X_{i+1}$  组成线段的垂线距离, 则横向偏差等于其计算结果绝对值小的数值。如图5a、5b所示。

如图5c所示, 当已知  $X_i$  为最近点,  $X_{i+1}$  为次近点时, 则横向偏差  $e_d$  计算式为

$$e_d = \frac{|(y_{i+1} - y_i)x_b + (y_i - y_{i+1})y_b + x_{i+1}y_i - x_iy_{i+1}|}{\sqrt{(x_{i+1} - x_i)^2 + (y_{i+1} - y_i)^2}} \quad (5)$$

式中  $(x, y)$ ——农机后轮轴中心点坐标,  $\text{m}$

### 2.2.2 前视路径平均曲率

全局路径平均曲率无法准确表示路径弯曲程度, 为了更好地适应前方路径变化, 需获取前视路径平均

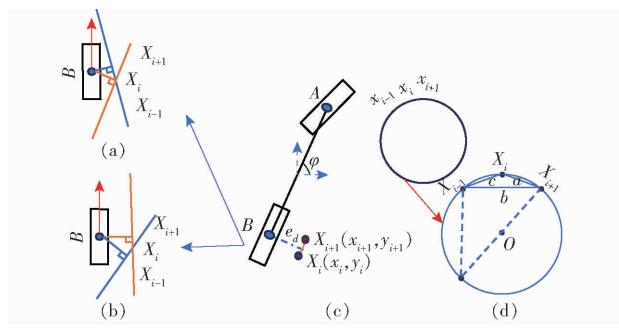


图5 导航变量计算方法

Fig. 5 Calculation method for agricultural machinery navigation variables

曲率。选取距离农机当前位置最近路径点作为起点, 前视预瞄点为终点, 计算中间  $m$  个路径点平均曲率。

曲率计算方法如图5d所示, 首先将插值后曲线路径的相邻点连接为线段, 将相邻3个点  $X_{i-1}$ 、 $X_i$  和  $X_{i+1}$  近似拟合为同圆上的3个点进而求出点  $X_i$  曲率  $\rho_i$ 。路径点曲率计算式为

$$\rho_i = 2 \sin \left( \arccos \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} \right) / b \quad (6)$$

其中  $a^2 = (x_i - x_{i+1})^2 + (y_i - y_{i+1})^2$

$$b^2 = (x_{i+1} - x_{i-1})^2 + (y_{i+1} - y_{i-1})^2$$

$$c^2 = (x_i - x_{i-1})^2 + (y_i - y_{i-1})^2$$

前视路径平均曲率  $\rho$  定义为

$$\rho = \frac{\sum_{i=1}^n \rho_i}{m} \quad (7)$$

式中  $m$ ——拖拉机当前位置的最近路径点到前视预瞄点之间路径点数量

## 2.3 前视距离模糊控制器设计

前视距离是纯追踪控制算法的重要参数, 前视距离设置直接影响路径跟踪水平。前视距离设置过长, 跟踪轨迹会更平滑, 但在曲线转向处会存在转向不足或转向过度的情况; 前视距离设置过小, 会在短时间内根据预瞄点频繁调整前轮转角, 影响农机行驶稳定性<sup>[27-28]</sup>。

### 2.3.1 输入输出变量模糊化

以拖拉机速度  $v$  和前视路径平均曲率  $\rho$  作为模糊控制器的输入, 前视距离  $L_d$  作为输出。首先对输入、输出变量进行模糊化和解模糊化处理<sup>[29-30]</sup>。输入输出量隶属函数均选择三角形隶属度函数。

(1) 拖拉机速度  $v$ 。基本论域为  $[1.0 \text{ m/s}, 2.5 \text{ m/s}]$ , 量化等级为  $\{1.0 \text{ m/s}, 1.5 \text{ m/s}, 2.5 \text{ m/s}\} = \{\text{PS, PM, PB}\}$ , 量化因子为 1。

(2) 前视路径平均曲率  $\rho$ 。基本论域为  $[0.0285 \text{ m}^{-1}, 0.0611 \text{ m}^{-1}]$ , 量化等级为  $\{0.0285 \text{ m}^{-1}, 0.0489 \text{ m}^{-1}, 0.0611 \text{ m}^{-1}\} = \{\text{PS, PM, PB}\}$ , 量化因

子取1。

(3)前视距离 $L_d$ 。基本论域为[1.32 m, 3.60 m], 量化等级为{1.32 m, 1.52 m, 1.72 m, 1.92 m, 2.3 m, 2.8 m, 3.1 m, 3.6 m} = {PS, PMS, PM, PMM, PB, PMB, VB, VBB}, 量化因子取1。

针对纯追踪控制建立系统特征方程。对前轮转角小角度情况进行线性化处理,通过劳斯判据判定稳定性,在满足 $L_d \geq T v$ 时系统稳定<sup>[31]</sup>。本文采样时间 $T = 0.1$  s, 速度 $v \in [1.0 \text{ m/s}, 2.5 \text{ m/s}]$ , 则 $T v \in [0.1 \text{ m}, 0.25 \text{ m}]$ 。前视距离 $L_d \in [1.32 \text{ m}, 3.60 \text{ m}]$ , 均满足稳定条件。

### 2.3.2 模糊控制规则设计

根据拖拉机不同速度和前视路径平均曲率共得9条控制规则如表1所示。图6为根据模糊规则表生成的三维模糊控制响应曲面。

表1 模糊控制规则

Tab. 1 Fuzzy control rules

$v$	$\rho$		
	PS	PM	PB
PS	PMS	PMS	PS
PM	PM	PMM	PB
PB	PMB	VB	VBB

### 2.4 基于横向偏差的积分补偿器设计

传统纯追踪控制算法通过计算车身航向与预瞄点夹角计算前轮转角。这种控制方法在路面平整条件下效果较好。但在实际田间应用中,由于路面起

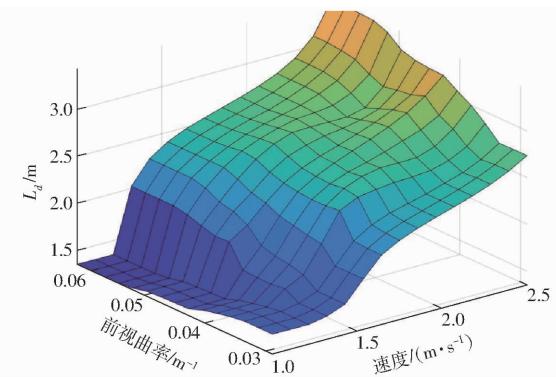


图6 三维模糊控制响应面

Fig. 6 3D fuzzy control response surface

伏、凹凸不平,该控制方法存在弊端。为了提升对复杂地面抗干扰性,减少稳态误差,设计横向偏差积分补偿器。通过持续反馈拖拉机横向偏差,及时修正转向角使拖拉机保持在期望轨迹上行驶。该方法增加了横向偏差在控制算法中的权重,使得在不同工况下保持稳定行驶和精确控制。

积分补偿器为

$$\delta_i = K_i \sum e_d \quad (8)$$

式中  $\delta_i$ ——前轮转角积分补偿量,(°)

$K_i$ ——积分因子

### 2.5 仿真验证

通过仿真实验对改进纯追踪控制算法曲线路径跟踪效果进行验证。仿真模型在Matlab中Simulink仿真环境搭建,如图7所示。

仿真中,运动学模型按照拖拉机机身参数进行

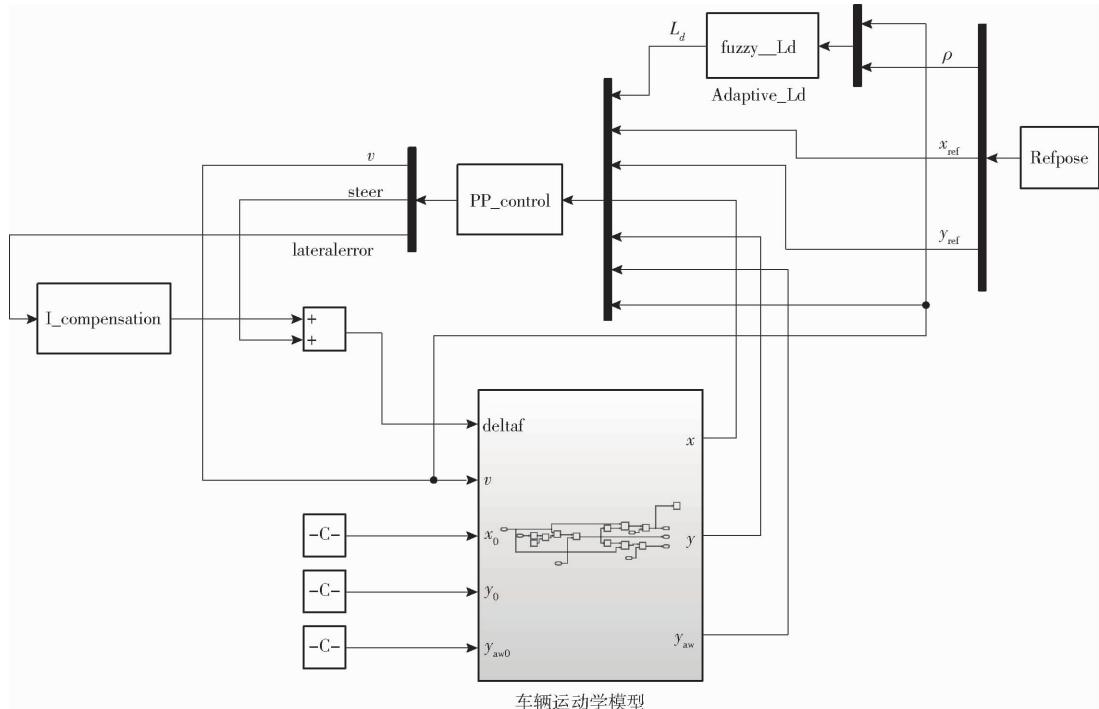


图7 基于运动学模型的积分补偿的自适应纯追踪仿真模型

Fig. 7 Adaptive pure pursuit simulation model with integral compensation based on kinematic model

配置, 将图 2 插值后的曲线路径作为参考曲线路径输入模型中。拖拉机仿真速度分别为 1.0、1.5、

2.0、2.5 m/s。将改进前后算法进行对比, 固定前视距离为 2.2 m。仿真结果如表 2 所示。

表 2 仿真模型横向偏差结果统计

Tab. 2 Statistics of lateral deviation results of simulation models

速度/(m·s <sup>-1</sup> )	控制方法	平均绝对横向偏差/m	最大绝对横向偏差/m	速度/(m·s <sup>-1</sup> )	控制方法	平均绝对横向偏差/m	最大绝对横向偏差/m
1.0	补偿自适应	$5.06 \times 10^{-3}$	$1.740 \times 10^{-2}$	1.0	固定前视距离	$5.31 \times 10^{-3}$	$1.850 \times 10^{-2}$
1.5		$6.28 \times 10^{-3}$	$1.770 \times 10^{-2}$	1.5		$6.51 \times 10^{-3}$	$1.890 \times 10^{-2}$
2.0		$7.09 \times 10^{-3}$	$1.850 \times 10^{-2}$	2.0		$7.46 \times 10^{-3}$	$2.020 \times 10^{-2}$
2.5		$7.59 \times 10^{-3}$	$2.430 \times 10^{-2}$	2.5		$8.07 \times 10^{-3}$	$2.640 \times 10^{-2}$
均值		$6.51 \times 10^{-3}$	$1.950 \times 10^{-2}$	均值		$6.84 \times 10^{-3}$	$2.100 \times 10^{-2}$

由表 2 可知, 积分补偿的模糊纯追踪控制算法的平均绝对横向偏差均值为  $6.51 \times 10^{-3}$  m, 最大绝对横向偏差均值为  $1.95 \times 10^{-2}$  m, 相较于传统纯追踪控制算法降低 4.8% 和 7.1%。由此可知, 积分补偿的模糊纯追踪控制算法的曲线路径跟踪精度优于传统纯追踪控制算法, 具备实地试验的可行性。

### 3 田间试验

#### 3.1 导航控制系统和试验平台

##### 3.1.1 导航控制系统

导航系统初始化, 从屏幕下发采样路径点, 如下发路径点数量  $n$  满足条件时 ( $n > 3$ ) 开始路径插值。插值后路径点传入控制器中, 导航系统开始工作。积分补偿器判断当前车辆横向偏差  $e_d$  小于 0.1 m 时进行前轮转角积分补偿; 改进纯追踪控制算法通过获取当前车辆速度和前视路径平均曲率索引预瞄点跟踪曲线路径, 控制系统流程如图 8 所示。

##### 3.1.2 导航试验平台

为验证田间控制效果, 将积分补偿的模糊自适应纯追踪控制算法移植到导航系统中, 搭载于雷沃 MH-704 型拖拉机上, 在华南农业大学增城试验教学基地机库北 2 地块进行田间试验。RTK-GNSS 定位模板卡采用和芯星通 UB482, 定位信息获取频率为 20 Hz, 定位精度 1 cm + 1 ppm, 定向精度 0.2(°)/m 基线, 数据传输频率为 20 Hz; AHRS 采用凌斯科技 LINS16460, 陀螺仪非线性度 0.5% FS, 分辨率为 0.01(°)/s, 采样频率 50 Hz; 前轮转角传感器采用世纪铭创 MCJSV05A 型, 分辨率为 0.022°, 响应时间为 600 μs; 电动方向盘采用华测导航 CES-T, 分辨率为 0.035°, 通信速率为 50 Hz, 额定扭矩为 6 N·m; 控制终端采用 keil5 编程软件在 STM32H743 单片机进行开发; 触控显示屏基于安卓开发。试验平台实车如图 9 所示, 试验平台结构如图 10 所示。

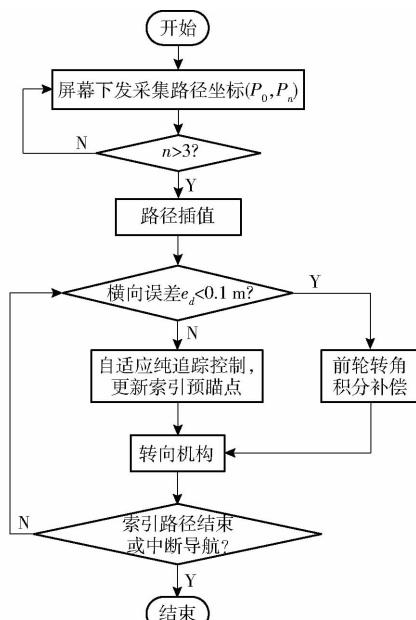


图 8 拖拉机导航控制系统流程图

Fig. 8 Flowchart of agricultural machinery navigation control system



图 9 试验平台雷沃 MH-704 型拖拉机

Fig. 9 Test platform tractor Lovol MH-704

- 1. 姿态传感器
- 2. 车载显示屏
- 3. 角度传感器
- 4. 导航天线
- 5. 导航控制器
- 6. 电动方向盘

### 3.2 目标路径设计

作业路径较长时, 往往采用动态传输路径点方式进行跟踪。由于受到场地限制, 本文为研究路径插值前后对跟踪控制的影响, 选择幅值不同的 3 条正弦曲线和 1 条任意曲线进行试验。

在颠簸不平的旱地中进行试验, 人工驾驶拖拉

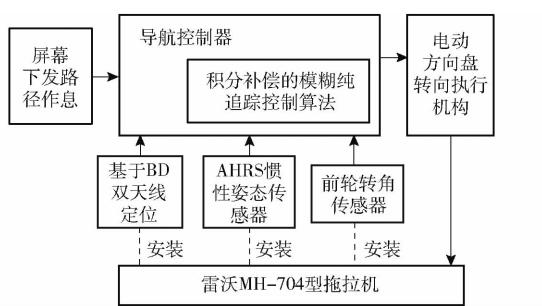


图 10 拖拉机导航系统试验平台结构图

Fig. 10 Structure diagram of agricultural machinery navigation system test platform

机在田块中采样周期为 90 s, 幅值分别为 3、6、9 m, 横轴周期长度 50 m 的正弦曲线。每隔 3 m 采样 1 次数据点, 共 3 条周期相同, 幅值不同的路径。对采样的所有路径均采用 B 样条插值, 插值点间隔设约为 0.07 m, 插值后路径如图 11 所示。

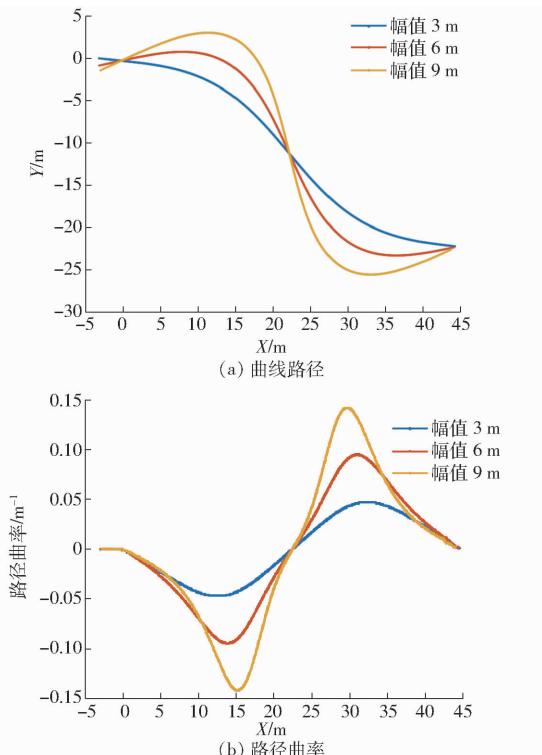


图 11 插值后曲线路径和路径曲率

Fig. 11 Curve path and path curvature after interpolation

### 3.2.1 插值效果对比

为研究插值对于控制精度的影响, 插值前路径采用原始采样的路径点, 点间隔为 3 m; 插值路径采用 B 样条插值后的路径点, 点间隔约为 0.07 m。拖拉机控制采用传统纯追踪控制算法, 前视距离为 1.52 m, 行驶速度为 1.0 m/s 左右。对幅值不同的 3 种路径分别测试跟踪效果, 各组进行 3 次重复试验并求均值。

田间试验中, 当路径幅值  $A = 3 \text{ m}$ 、 $v = 1.0 \text{ m/s}$  左右时, 插值前后实际横向误差如图 12 所示。插值

后跟踪平均绝对和最大绝对横向偏差分别为 0.013、0.05 m, 相较于插值前跟踪误差分别降低 75.9% 和 55.4%, 插值后跟踪效果提升显著, 由此可知, 插值可以提升纯追踪控制算法跟踪精度。其他路径跟踪效果对比试验结果如表 3 所示。

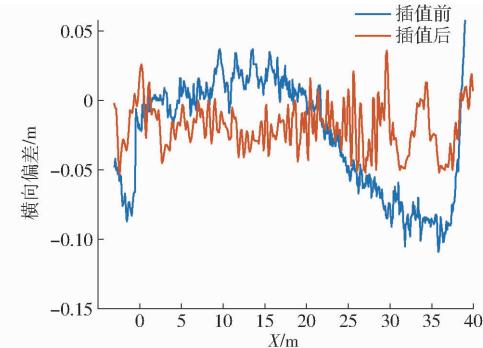
图 12 路径幅值  $A = 3 \text{ m}$ 、 $v = 1.0 \text{ m/s}$  时插值前后路径跟踪横向偏差Fig. 12 Lateral deviation between interpolated and non interpolated path tracking when path amplitude  $A = 3 \text{ m}$ ,  $v = 1.0 \text{ m/s}$ 

表 3 插值前后横向偏差统计结果

Tab. 3 Statistical results of horizontal deviation between interpolated and non interpolated ( $v = 1.0 \text{ m/s}$ ) m

路径幅值/ m	路径插值	平均绝对 横向偏差	标准差	最大绝对 横向偏差
3	插值后	0.013	0.011	0.050
	插值前	0.054	0.066	0.112
6	插值后	0.020	0.021	0.071
	插值前	0.056	0.068	0.164
9	插值后	0.023	0.023	0.080
	插值前	0.061	0.073	0.196

### 3.2.2 正弦曲线田间试验

在施药、旋耕、播种等中高速作业场景中, 拖拉机作业速度约为 10 km/h。因此, 为适应包含中高速在内的各种曲率路径, 田间试验中将拖拉机速度控制在 3.6 ~ 9 km/h 来验证中高速大曲率曲线路径的跟踪效果。为验证积分补偿的自适应纯追踪控制算法的实用性和精度, 对改进前后两种纯追踪控制算法进行实车试验。

试验设计: 对采样的所有路径均采用 B 样条插值, 点间隔约为 0.07 m。拖拉机控制分别采用传统纯追踪控制算法和改进后纯追踪控制算法, 在行驶速度为 1.0、1.5、2.5 m/s 条件下跟踪 3 种不同正弦路径, 每组速度分别测试 3 组求均值。其中改进方法采用 2.3 节所设计的模糊控制器, 积分补偿系数  $K_i = 0.7$ , 积分补偿限为  $\pm 3.5^\circ$ ; 传统纯追踪控制固定前视距离为当前路径所测最优固定前视距离, 试验场景如图 13 所示。



图 13 拖拉机曲线跟踪试验场景

Fig. 13 Tractor curve tracking test scenario

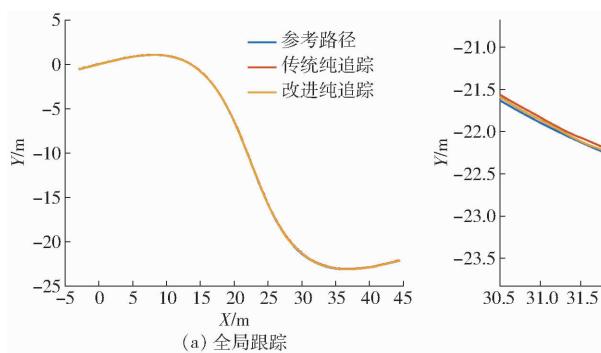


图 14 不同算法的跟踪轨迹和横向偏差

Fig. 14 Tracking trajectory and lateral deviation of different algorithms

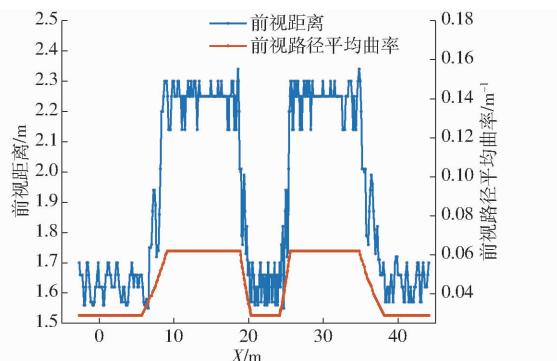


图 15 前视距离与前视路径平均曲率关系

Fig. 15 Relationship between forward looking distance and mean curvature of forward looking path

### 3.2.3 改进纯追踪算法任意曲线田间试验

为验证任意曲线的跟踪效果,人工开车打点采样1条任意曲线路径点进行插值,插值间隔约为0.07 m,在速度分别为1.0、1.5、2.5 m/s的条件下跟踪变曲率曲线。图17、18为不同速度下全局路径跟踪轨迹和对应的横向偏差。表6为不同速度的改

田间试验结束后,对试验数据进行处理和统计。图14为路径幅值 $A=6\text{ m}$ 、 $v=1.5\text{ m/s}$ 时的全局和局部路径跟踪轨迹、横向偏差。图15为前视路径平均曲率与前视距离的对应关系;图16为不同速度下,跟踪路径幅值 $A=6\text{ m}$ 时前视距离的变化。统计数据如表4、5所示。

由表4、5可得,本文改进纯追踪控制算法优于传统纯追踪控制算法。拖拉机以速度1.0、1.5、2.5 m/s跟踪幅值不同的路径,改进纯追踪控制算法平均绝对横向偏差均值分别为0.012、0.015、0.030 m,相较于传统纯追踪误差分别降低36.8%、62.5%和61.04%,平均降低30%以上,有效地减少了横向偏差,提升了路径跟踪精度。如图14所示,在 $v=1.5\text{ m/s}$ 、路径幅值 $A=6\text{ m}$ 的曲线跟踪过程中,改进控制方法跟踪精度更高。结合图15、16展示同一前视路径平均曲率路径中,不同速度条件下的前视距离变化规律。

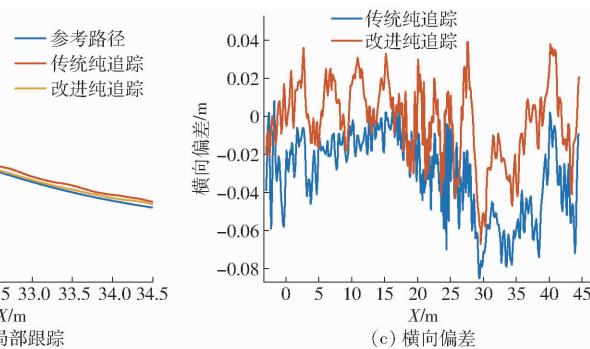


图 16 改进控制算法在不同速度下与前视距离关系

Fig. 16 Relationship between optimization control algorithm and forward looking distance at different speeds

进纯追踪控制算法横向偏差。

试验结果表明:本文提出的基于路径优化的积分补偿自适应纯追踪控制算法能适应曲线不规律变化的作业速度和场景,其中速度2.5 m/s下最大绝对横向偏差为0.124 m,平均绝对横向偏差为0.052 m,标准差为0.06 m,表明该方法具有较好的控制效果,对拖拉机作业速度,曲线路径曲率都有较好的适应性。将本文方法与部分文献试验方法进行对比,也表明该方法的可行性,如表7所示。

表 4 改进纯追踪控制算法的横向偏差统计

Tab. 4 Statistics of lateral deviation of adaptive

pure pursuit control algorithm

速度/ (m·s <sup>-1</sup> )	路径幅 值	平均绝对 横向偏差			最大绝对 横向偏差	m
		横向偏差	标准差	均值		
1.0	3	0.008	0.010	0.030		
	6	0.013	0.014	0.043		
	9	0.016	0.016	0.052		
均值		0.012	0.013	0.042		
1.5	3	0.009	0.011	0.042		
	6	0.016	0.020	0.067		
	9	0.019	0.025	0.082		
均值		0.015	0.019	0.064		
2.5	3	0.025	0.029	0.090		
	6	0.028	0.034	0.105		
	9	0.038	0.046	0.120		
均值		0.030	0.036	0.110		

表 5 传统纯追踪控制算法的横向偏差统计

Tab. 5 Lateral deviation statistics of traditional

pure pursuit control algorithm

速度/ (m·s <sup>-1</sup> )	路径幅 值	前视 距离	平均绝对 横向偏差			最大绝对 横向偏差	m
			横向偏差	标准差	均值		
1.0	3	1.52	0.013	0.011	0.050		
	6	1.42	0.020	0.021	0.071		
	9	1.32	0.023	0.023	0.080		
均值			0.019	0.018	0.067		
1.5	3	1.70	0.002	0.018	0.063		
	6	1.90	0.027	0.023	0.085		
	9	2.40	0.091	0.034	0.174		
均值			0.040	0.025	0.110		
2.5	3	2.80	0.032	0.110	0.046		
	6	3.10	0.067	0.035	0.145		
	9	3.70	0.132	0.056	0.228		
均值			0.077	0.067	0.139		

表 7 本文方法与其他试验结果对比

Tab. 7 Comparison between proposed method and other test results

数据来源	试验平台	控制方法	速度/(m·s <sup>-1</sup> )	平均绝对横向偏差/m
文献[11]	拖拉机	一种基于最优预瞄点的改进纯追踪	1.0	0.067
文献[12]	轮式收获机	粒子群改进纯追踪	1.0	0.052
文献[32]	拖拉机	非线性模型预测控制	3.3	0.100
本文方法	拖拉机	基于路径优化的积分补偿自适应纯追踪	2.5	0.052

基础,以当前拖拉机速度和前视路径平均曲率作依据,结合实际系统响应时滞和转向执行器饱和等问题设计模糊控制器,动态调整前视距离。再利用横向偏差积分实现前轮转角补偿。

(2) 曲线路径经过 B 样条插值后用于跟踪,其跟踪横向偏差较插值前降低 75.9%。拖拉机以速度 1.0、1.5、2.5 m/s 跟踪周期相同、幅值不同的正

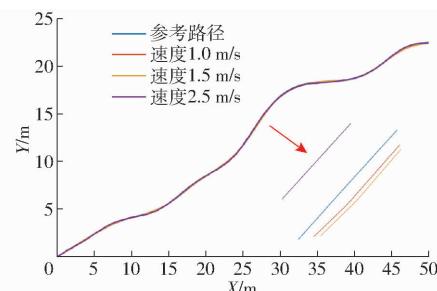


图 17 不同速度下全局路径跟踪轨迹

Fig. 17 Global path tracking trajectory at different speeds

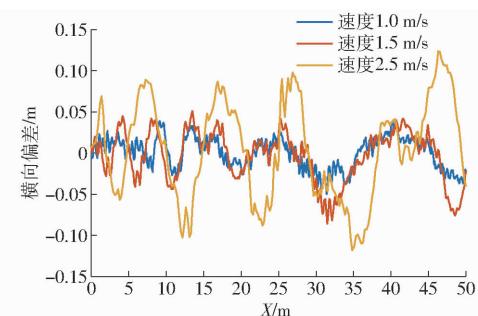


图 18 不同速度跟踪下的横向偏差

Fig. 18 Lateral deviation of tracking at different speeds

表 6 不同速度的改进纯追踪控制算法的横向偏差统计

Tab. 6 Statistics of lateral deviation of adaptive pure pursuit control algorithm at different speeds m

速度/ (m·s <sup>-1</sup> )	平均绝对 横向偏差	标准差	最大绝对 横向偏差
1.0	0.016	0.019	0.050
1.5	0.024	0.023	0.086
2.5	0.052	0.060	0.124

## 4 结论

(1) 提出了一种基于 B 样条路径优化的积分补偿模糊纯追踪控制方法。以传统纯追踪控制方法为

弦曲线路径时,采用改进控制算法的平均绝对横向偏差均值分别降低 36.80%、62.50% 和 61.03%,标准差均值分别降低 27.8%、24.0% 和 46.3%。跟踪田间采样的任意曲线,行驶速度分别为 1.0、1.5、2.5 m/s 时最大绝对横向偏差分别为 0.05、0.086、0.124 m,平均绝对横向偏差分别为 0.016、0.024、0.052 m,标准差分别为 0.019、0.03、0.06 m。

## 参 考 文 献

- [1] YAO Z, ZHAO C, ZHANG T. Agricultural machinery automatic navigation technology [J]. iScience, 2023, 27(2): 108714.
- [2] 刘成良,贡亮,苑进,等.农业机器人关键技术研究现状与发展趋势[J].农业机械学报,2022,53(7):1-22,55.  
LIU Chengliang, GONG Liang, YUAN Jin, et al. Status and development trends of agricultural robots [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2022, 53(7): 1-22, 55. (in Chinese)
- [3] 张漫,季宇寒,李世超,等.农业机械导航技术研究进展[J].农业机械学报,2020,51(4):1-18.  
ZHANG Man, JI Yuhan, LI Shichao, et al. Research progress of agricultural machinery navigation technology [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2020, 51(4): 1-18. (in Chinese)
- [4] BUKLAGIN D S. Development of information technologies in the field of agricultural machinery testing [J]. Tractors and Agricultural Machinery, 2013, 80(7): 3-6.
- [5] 沈跃,张亚飞,刘慧,等.农业装备自动控制技术研究综述[J].农业机械学报,2023,54(8):1-18.  
SHEN Yue, ZHANG Yafei, LIU Hui, et al. Research review of agricultural equipment automatic control technology [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2023, 54(8): 1-18. (in Chinese)
- [6] ZHAO Jingjuan, YANG Yanping, ZHENG Huagu, et al. Global agricultural robotics research and development: trend forecasts [J]. Journal of Physics: Conference Series, 2020, 1693(1):012227.
- [7] 高柱,张小丽,陈璐,等.丘陵缓坡山地‘金果’猕猴桃耗水规律研究[J].北方园艺,2023(2):17-24.  
GAO Zhu, ZHANG Xiaoli, CHEN Lu, et al. Study on water consumption regularity of ‘Jinguo’ kiwifruit in hillsand gentle slopes [J]. Northern Horticulture, 2023(2): 17-24. (in Chinese)
- [8] 朱青,陈正刚,唐志坚,等.贵州缓坡地生物篱等高条带种植技术规程[J].耕作与栽培,2011(3):57-58.
- [9] 龚成云.缓坡山丘地新建茶园茶行种植方向的探讨[J].中国茶叶,2011,33(2):37.
- [10] 马悦琦,迟瑞娟,赵彦涛,等.基于模糊控制的插秧机LQR曲线路径跟踪控制器优化方法[J].农业机械学报,2023,54(增刊1):1-8,102.  
MA Yueqi, CHI Ruijuan, ZHAO Yantao, et al. Optimization method of LQR curve path tracking controller for unmanned rice transplanter based on fuzzy control [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2023, 54 (Supp. 1): 1-8, 102. (in Chinese)
- [11] YANG Yang, LI Yankai, WEN Xing, et al. An optimal goal point determination algorithm for automatic navigation of agricultural machinery: improving the tracking accuracy of the pure pursuit algorithm [J]. Computers and Electronics in Agriculture, 2022, 194: 106760.
- [12] 付小波,韩增德,韩科立,等.基于粒子群算法改进的轮式收获机纯追踪模型路径跟踪研究[J].农业工程,2023,13(7):105-112.  
FU Xiaobo, HAN Zengde, HAN Keli, et al. Path tracking of improved pure pursuit model of wheeled harvester based on PSO algorithm [J]. Agricultural Engineering, 2023, 13(7): 105-112. (in Chinese)
- [13] ZHU Zhongxiang, CHEN Jun, YOSHIDA T, et al. Path tracking control of autonomous agricultural mobile robots [J]. Zhejiang University-SCIENCE A, 2007, 8(10): 1596-1603.
- [14] 吴才聪,吴思贤,文龙,等.拖拉机自动导航变曲度路径跟踪控制[J].农业工程学报,2022,38(21):1-7.  
WU Caicong, WU Sixian, WEN Long, et al. Variable curvature path tracking control for the automatic navigation of tractors [J]. Transactions of the CSAE, 2022, 38(21): 1-7. (in Chinese)
- [15] WANG Xudong, QIN Xueshuai, ZHANG Huiyan, et al. Cognitive granular-based path planning and tracking for intelligent vehicle with multi-segment Bezier curve stitching [J]. Intelligent Automation Soft Computing, 2023, 37(1): 385-400.
- [16] ZHAO Feiying, HUANG Kaiqi. Clothoid curve optimization for parallel parking path planning and tracking control [J]. Journal of Physics: Conference Series, 2021, 2093(1):012004.
- [17] 张跃明,薛奇,纪姝婷.满足曲率约束的B样条曲线连续路径平滑方法[J].华中科技大学学报(自然科学版),2022,50(5):59-65,72.  
ZHANG Yueming, XUE QI, JI Shuteng. Continuous path smoothing method of B-spline curve satisfying curvature constraint [J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology (Natural Science Edition), 2022, 50 (5): 59-65, 72. (in Chinese)
- [18] ZHENG Yongtao, LU Xinghua. A modified control method of robot path curve deviation based on terminal trajectory tracking [J]. IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, 2018, 394(3):032018.
- [19] 张永华,杜煜,潘峰,等.基于三次B样条曲线拟合的智能车轨迹跟踪算法[J].计算机应用,2018,38(6):1562-1567.  
ZHENG Yonghua, DU Yu, PAN Feng, et al. Intelligent vehicle path tracking algorithm based on cubic B-spline curve fitting [J]. Journal of Computer Applications, 2018, 38(6): 1562-1567. (in Chinese)
- [20] 王增波,彭仁忠,宫兆刚.B样条曲线生成原理及实现[J].石河子大学学报(自然科学版),2009,27(1):118-121.  
WANG Zengbo, PENG Renzhong, GONG Zhaogang. The creating principle and realization of B-spline curve [J]. Journal of Shihezi University (Natural Science), 2009, 27(1): 118-121. (in Chinese)
- [21] HORVATH E, HAJDU E, KOROS P. Novel pure-pursuit trajectory following approaches and their practical applications [C] // 2019 10th IEEE International Conference on Cognitive Infocommunications (CogInfoCom). IEEE, 2019: 597-602.
- [22] 崔鑫宇,崔冰波,马振,等.几何路径跟踪组合算法及其农业机械自动导航应用[J].智能化农业装备学报(中英文),2023, 4(3): 24-31.  
CUI Xinyu, CUI Bingbo, MA Zhen, et al. Integration of geometric-based path tracking controller and its application in agricultural machinery automatic navigation [J]. Journal of Intelligent Agricultural Mechanization, 2023, 4 (3): 24-31. (in Chinese)

- WANG Baoshan, WANG Lei, LIAO Yitao, et al. Design and test of seeding wheels of precision hill-seeding centralized metering device for small particle size seeds [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2022, 53(11): 64–75, 119. (in Chinese)
- [19] 丛锦玲, 廖庆喜, 曹秀英, 等. 油菜小麦兼用排种盘的排种器充种性能 [J]. 农业工程学报, 2014, 30(8): 30–39.
- CONG Jinling, LIAO Qingxi, CAO Xiuying, et al. Seed filling performance of dual-purpose seed plate in metering device for both rapeseed & wheat seed [J]. Transactions of the CSAE, 2014, 30(8): 30–39. (in Chinese)
- [20] 王磊. 油麦兼用型宽幅高速气送式播种机关键部件设计与试验 [D]. 武汉: 华中农业大学, 2022.
- WANG Lei. Design and experiment on broad width and high speed air-assisted planter for rapeseed and wheat [D]. Wuhan: Huazhong Agricultural University, 2022. (in Chinese)
- [21] 中国农业机械化科学研究院. 农业机械设计手册(上) [M]. 北京: 中国农业机械出版社, 2007.
- [22] TEJCHMAN J. Confined granular flow in silos: experimental and numerical investigations [M]. New York: Springer Science & Business Media, 2013.
- [23] 王磊, 廖宜涛, 张青松, 等. 油菜集排器供种装置侧向倾斜排种性能试验与分析 [J]. 农业工程学报, 2020, 36(19): 1–10.
- WANG Lei, LIAO Yitao, ZHANG Qingsong, et al. Experiments and analysis on seeding performance of seed feeding device of rapeseed centralized metering device under lateral tilt [J]. Transactions of the CSAE, 2020, 36(19): 1–10. (in Chinese)
- [24] 雷小龙, 廖宜涛, 李兆东, 等. 油麦兼用型气送式集排器供种装置设计与试验 [J]. 农业工程学报, 2015, 31(20): 10–18.
- LEI Xiaolong, LIAO Yitao, LI Zhaodong, et al. Design and experiment of seed feeding device in air-assisted centralized metering device for rapeseed and wheat [J]. Transactions of the CSAE, 2015, 31(20): 10–18. (in Chinese)
- [25] 雷小龙, 廖宜涛, 张闻宇, 等. 油麦兼用气送式集排器输种管道气固两相流仿真与试验 [J]. 农业机械学报, 2017, 48(3): 57–68.
- LEI Xiaolong, LIAO Yitao, ZHANG Wenyu, et al. Simulation and experiment of gas-solid flow in seed conveying tube for rapeseed and wheat [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2017, 48(3): 57–68. (in Chinese)
- [26] WU Z J, LI M L, LEI X L, et al. Simulation and parameter optimisation of a centrifugal rice seeding spreader for a UAV [J]. Biosystems Engineering, 2020, 192: 275–293.

(上接第 51 页)

- [23] COULTER R C. Implementation of the pure pursuit path tracking algorithm [R]. Carnegie Mellon University, Pittsburgh, Pennsylvania, 1992.
- [24] 刘兆朋, 张智刚, 罗锡文, 等. 雷沃 ZP9500 高地隙喷雾机的 GNSS 自动导航作业系统设计 [J]. 农业工程学报, 2018, 34(1): 15–21.
- LIU Zhaopeng, ZHANG Zhigang, LUO Xiwen, et al. Design of automatic navigation operation system for Lovol ZP9500 high clearance boom sprayer based on GNSS [J]. Transactions of the CSAE, 2018, 34(1): 15–21. (in Chinese)
- [25] LUCA B, DAVIDE A C, MATTEO M. Kinematic trajectory tracking controller for an all-terrain Ackermann steering vehicle [J]. IFAC-PapersOnLine, 2016, 49(15): 13–18.
- [26] 张闻宇, 丁幼春, 王雪玲, 等. 基于 SVR 逆向模型的拖拉机导航纯追踪控制方法 [J]. 农业机械学报, 2016, 47(1): 29–36.
- ZHANG Wenyu, DING Youchun, WANG Xueling, et al. Pure pursuit control method based on SVR inverse-model for tractor navigation [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2016, 47(1): 29–36. (in Chinese)
- [27] 陈龙, 罗杰, 杨旭, 等. 基于模糊纯追踪控制的自动泊车算法研究 [J]. 武汉理工大学学报(信息与管理工程版), 2019, 41(3): 316–321.
- CHEN Long, LUO Jie, YANG Xu, et al. Research on automatic parking algorithms based on fuzzy pure tracking control [J]. Journal of Wuhan University of Technology(Information & Management Engineering), 2019, 41(3): 316–321. (in Chinese)
- [28] WU Yiyang, XIE Zhiqiang, LU Ye. Steering wheel AGV path tracking control based on improved pure pursuit model [J]. Journal of Physics: Conference Series, 2021, 2093(1): 012005.
- [29] YU Lingli, YAN Xiaoxin, KUANG Zongxu, et al. Driverless bus path tracking based on fuzzy pure pursuit control with a Front Axle Reference [J]. Applied Sciences, 2019, 10(1): 010230.
- [30] 张闻宇, 丁幼春, 廖庆喜, 等. 拖拉机液压转向变论域模糊控制器设计与试验 [J]. 农业机械学报, 2015, 46(3): 43–50.
- ZHANG Wenyu, DING Youchun, LIAO Qingxi, et al. Variable universe fuzzy controller for tractor hydraulic steering [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2015, 46(3): 43–50. (in Chinese)
- [31] 唐小涛. 智能水稻穴直播机导航控制系统的研究 [D]. 上海: 上海交通大学, 2018.
- TANG Xiaotao. Research on navigation control system of rice planter [D]. Shanghai: Shanghai Jiao Tong University, 2018. (in Chinese)
- [32] BACKMAN J, OKSANEN T, VISALA A. Navigation system for agricultural machines: nonlinear model predictive path tracking [J]. Computers and Electronics in Agriculture, 2012, 82: 32–43.