doi:10.6041/j.issn.1000-1298.2024.04.025

基于非恒定渐变流-急变流方程的变流量畦灌数值模型

刘凯华[1]　李　江[2]　吕玉平[3]　缴锡云[2]　郭维华[2]　顾　哲[2]

(1. 河海大学水文水资源学院, 南京 210098; 2. 河海大学农业科学与工程学院, 南京 210098;
3. 扬州大学水利科学与工程学院, 扬州 225009)

摘要: 传统畦灌模型多是基于非恒定渐变流方程建立的,在模拟变流量畦灌水流运动时的精度难以保障。本文综合分析了变流量畦灌过程中田面水流的运动状况,将其按照边界条件的不同划分为恒定流量进水阶段、变流量进水阶段、畦首消退阶段、田面消退第 1 阶段、田面消退第 2 阶段等 5 个阶段,基于非恒定渐变流方程和非恒定急变流方程构建了适用于变流量畦灌系统的渐变流-急变流数值模型,通过 2 组恒定流量畦灌、4 组变流量畦灌的田间试验以及 2 组文献资料中的畦灌试验数据对模型进行了验证。结果表明,渐变流-急变流畦灌模型模拟值与现场实测结果吻合较好,模拟推进时间决定系数 R^2 均大于 0.96、模拟消退时间 R^2 大于 0.90。与目前常用的 WinSRFR 模型相比,渐变流-急变流畦灌数值模型在模拟恒定流量畦灌方面具有相似的精度,且在模拟变流量畦灌方面精度更高。渐变流-急变流畦灌模型可以较精准地模拟变流量畦灌的水流运动状况,可为分析变流量畦灌系统、优化变流量畦灌方案提供支撑。

关键词: 畦灌; 变流量; 数值模拟; 非恒定急变流; 推进消退过程

中图分类号: S275　　**文献标识码**: A　　**文章编号**: 1000-1298(2024)04-0251-11　　**OSID**:

Simulation Model of Varied-discharge Border Irrigation Based on Gradually Varied Unsteady Flow and Rapidly Varied Unsteady Flow Equations

LIU Kaihua[1]　LI Jiang[2]　LÜ Yuping[3]　JIAO Xiyun[2]　GUO Weihua[2]　GU Zhe[2]

(1. *College of Hydrology and Water Resources*, *Hohai University*, *Nanjing* 210098, *China*
2. *College of Agricultural Science and Engineering*, *Hohai University*, *Nanjing* 210098, *China*
3. *College of Water Resources Science and Engineering*, *Yangzhou University*, *Yangzhou* 225009, *China*)

Abstract: Traditional surface irrigation simulation models are based solely on the one-dimensional long wave equations, irrespective of the hydraulic performance under the varied-discharge irrigation system. The movement process of surface water flow in varied-discharge border irrigation system was analyzed, which was divided into five stages according to different boundary conditions: constant inflow stage, variable inflow stage, border head recession stage, field surface recession stage 1, and field surface recession stage 2. A numerical simulation model for varied-discharge border irrigation was developed by simulating the border irrigation system of rapidly varied discharge based on the continuity equation and the momentum equation of rapidly varied flow. The proposed model was validated by field experiments with two sets of constant-discharge border irrigation and four sets of varied-discharge border irrigation, as well as two of sets border irrigation experimental data in the literature. It was observed that in all border irrigation experiments, the proposed model reasonably agreed with field measurements. The coefficients of determination values were all greater than 0.96 for the simulated advance times, and greater than 0.90 for the simulated recession times. Compared with the commonly used WinSRFR model, the proposed model had similar accuracy in simulating constant-discharge border irrigation and higher accuracy in simulating varied-discharge border irrigation. The proposed model accurately simulated the inflow movement of varied-discharge border irrigation, thus providing a guarantee for optimizing the design of varied-discharge border irrigation system.

Key words: border irrigation; variable inflow rate; numerical simulation; rapidly varied unsteady flow; flow advance and recession process

收稿日期: 2023-10-21　修回日期: 2024-02-20

基金项目: 国家自然科学基金项目(52309048、52009030、51879073)、中央高校基本科研业务费专项资金项目(B220202033)和江苏省重点研发计划项目(BE2022390)

作者简介: 刘凯华(1990—),男,助理研究员,博士,主要从事精细地面灌溉及智慧灌排研究,E-mail: 20200939@hhu.edu.cn

通信作者: 缴锡云(1962—),男,教授,主要从事节水灌溉理论与技术研究,E-mail: xyjiao@hhu.edu.cn

0 引言

畦灌历史悠久,至今仍在世界各地广泛使用。与喷灌、滴灌等压力灌溉相比,畦灌具有投资低、节约能源、便于实施等诸多优点[1-2],因而在今后较长时间内,畦灌依然会是我国主要的农田灌溉方式之一。畦灌的特点是操作简单,而灌水技术要素的优化却较为复杂,为了最大限度地利用有限的田间试验资料来优化设计畦灌方案[3-4],研究者自 20 世纪初开始研究地面灌溉水流运动规律。但是由于地表水流运动的影响因素众多,且影响过程复杂,直到 20 世纪 70 年代,畦灌水流运动模型才随着计算机技术的发展而快速发展。目前,畦灌水流运动模型主要有完全水动力学模型、零惯量模型、运动波模型和水量平衡模型。

完全水动力学模型由水流的质量守恒方程和动量守恒方程组成,符合一维非恒定渐变流方程形式。完全水动力学模型具有完备的理论基础,国内许多学者用完全水动力学模型进行了畦灌模拟,取得了较好的效果[5]。零惯量模型是对完全水动力学模型的简化,其忽略了完全水动力学模型中的惯性项[6]。由于模型较简单且准确性较好,零惯量模型应用较为广泛[7-8]。模拟地面灌溉系统的水力模拟软件 WinSRFR[9-10] 就是基于零惯量模型开发的。为了使计算更简单,WALKER 等[11] 在假设水面坡度与田面坡度相差不大的基础上,进一步简化了完全水动力学模型,提出了运动波模型,随后也被一些学者用于模拟地面灌溉[12]。水量平衡模型是在质量守恒的基础上得到的,结构最为简单,但是精度通常不高,在对模拟结果准确性要求不严苛的情况下,也有一定的应用[13]。除了水量平衡模型外,完全水动力学模型、零惯量模型、运动波模型都是基于非恒定渐变流方程或是在非恒定渐变流方程基础上进行的简化。大量实验已经证实在恒定流量条件下,非恒定渐变流方程或其简化形式较为准确[12,14-15]。

随着对高灌水质量的追求以及测控一体化闸阀等田间灌水设备的日趋完善[16],变流量畦灌[17]、实时反馈控制灌溉[18-19]等新型畦灌技术正在快速发展。而且我国正在大力推进的高标准农田建设,特别是低压管道灌溉系统的建设,给这些新型畦灌技术的应用提供了良好的工程基础。在这些新型畦灌系统中,灌水流量不再局限于恒定值,而是在灌水过程中可变。当灌溉流量突然改变后,田面水流不再是非恒定渐变流,而是非恒定急变流。此时水流轮廓会出现阶梯式的水面涌涨(流量增大时)或跌落(流量减小时)前缘,瞬时水面坡度陡峭,水深和流速不再是时间和距离的连续函数,非恒定渐变流方程不再严格适用[20]。这时模型需要复杂的数值处理才能进行平滑计算[21]。即便如此,非恒定渐变流方程也无法很好地描述水深突变点附近的水流运动状况[21]。鉴于此,本研究在传统完全水动力学模型的基础上,拟引入非恒定急变流方程来模拟灌溉流量改变时的田面水流运动状况,建立渐变流-急变流畦灌数值模型,为精准分析、优化变流量畦灌系统提供技术支撑。

1 非恒定渐变流-急变流畦灌数值模型建立

1.1 数学模型

在畦灌系统中,因为畦宽远小于畦长,所以田面水流可以简化为沿畦长方向的一维流动。在流量未发生突变前,田面水流符合一维浅水非恒定渐变流方程(即一维圣维南方程)

$$V\frac{\partial h}{\partial x}+h\frac{\partial V}{\partial x}+\frac{\partial h}{\partial t}=-i \tag{1}$$

$$\frac{\partial V}{\partial t}+g\frac{\partial h}{\partial x}+V\frac{\partial V}{\partial x}=g(s_0-s_f)+\frac{iV}{2h} \tag{2}$$

式中 V——断面平均流速,m/s

h——田面水深,m

t——灌水时间,s

x——沿畦长方向与畦首距离,m

i——土壤水分入渗速率,m/s

s_0——田面坡降

s_f——阻力坡降

g——重力加速度,取 9.8 m/s^2

由于畦宽远大于田面水深,田面水流的水力半径近似为水深,s_f近似计算为[22]

$$s_f=\frac{Q^2n^2}{A^2R^{\frac{4}{3}}}\approx\frac{V^2n^2}{h^{\frac{4}{3}}} \tag{3}$$

式中 Q——灌水流量,m^3/s

A——过水面积,m^2

R——水力半径,m

n——田面糙率

土壤水分入渗速率 i 由地面灌溉数值模拟中最常用的入渗方程 Kostiakov 公式描述为

$$i=\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}=\alpha k t^{\alpha-1} \tag{4}$$

式中 I——土壤累计入渗量(即入渗水深),m

k——土壤入渗系数,m/s$^\alpha$

α——入渗指数

在灌水过程中,如果突然改变灌水流量,田面水流会出现阶梯式的水面涌涨(流量增大时)或跌

落(流量减小时)前缘,瞬时水面坡度陡峭,水深和流速不再是时间和距离的连续函数。这种现象被称为断波[23],水面涌涨的称为涨水波,水面跌落的称为落水波。以落水波为例进行计算说明,涨水波的计算过程同样如此。断波计算示意图如图 1 所示。

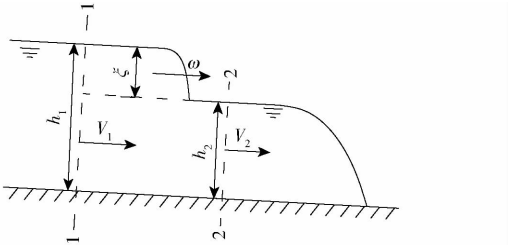

图 1　断波计算示意图

Fig. 1　Schematic of positive surge

断波前缘可以近似看成垂直于原水面,根据急变流公式,在发生断波附近的水流(图 1 中断面 1－1 与断面 2－2 之间的田面水流)可以描述为[24]

$$(V_1-\omega)h_1=(V_2-\omega)h_2 \tag{5}$$

$$\xi=h_1-h_2 \tag{6}$$

式中　ω——断波波速,m/s

ξ——断波波高,m

V_1——断波波峰区域(断面 1－1)流速,m/s

h_1——断波波峰区域(断面 1－1)水深,m

V_2——尚未受到断波波峰影响区域(断面 2－2)流速,m/s

h_2——尚未受到断波波峰影响区域(断面 2－2)水深,m

动量方程可以写成

$$g\left(h_2\xi+\frac{1}{2}\xi^2\right)=h_2(V_2-\omega)(V_2-V_1) \tag{7}$$

联立式(5)~(7),可用尚未受到断波波峰影响区域的水力要素和流量变化值来描述断波波速与波高,即

$$\omega=V_2+\sqrt{g\left(h_2+\frac{3}{2}\xi+\frac{\xi^2}{2h_2}\right)} \tag{8}$$

$$\xi=\frac{\Delta q}{\omega} \tag{9}$$

式中　Δq——单宽断波流量,L/(s·m)

1.2　畦灌阶段划分与边界条件

从畦首灌水时刻开始计时,灌水流量改变的时间记为 t_{ci}(若在灌水阶段流量改变多次,则 $i=1,2,3\cdots$),畦首停水时间记为 t_1,畦首水深减小到 0 的时间记为 t_2,田面水流推进到畦田尾端的时间记为 t_3,畦田水深全部减小到 0 的时间记为 t_4,畦灌过程可划分为 5 个阶段:①恒定流量进水阶段($t\leqslant t_{c1}$)。②变流量进水阶段($t_{c1}<t\leqslant t_1$)。③畦首消退阶段($t_1<t\leqslant t_2$)。④田面消退第 1 阶段($t_2<t\leqslant t_3$)。⑤田面消退第 2 阶段($t_3<t\leqslant t_4$)。

如果停水时间过晚,畦首水深尚未减小到 0 之前推进锋已经到达畦田尾端,则不存在田面消退第 1 阶段,而在畦首消退阶段后直接过渡到田面消退第 2 阶段。反之,如果停水过早,推进锋到达畦田尾端之前畦田水深已经全部减小到 0,则不再有田面消退第 2 阶段,也就是田面水流还没有推进到畦尾就已经全部渗入土壤。

在恒定流量进水阶段,田面水流上边界为畦首边界,下边界为水流推进锋,此处水深为 0。在第 1 次改变流量之前,灌水流量为恒定值(初始单宽流量 q_0),因此恒定流量进水阶段边界条件为

$$\begin{cases}hV=q_0 & (x=0)\\ h=0 & (x=x_W)\end{cases} \tag{10}$$

式中　x_W——田面水流推进锋距离,m

在变流量进水阶段,田面水流上、下边界仍分别为畦首边界和水流推进锋。在改变流量后($t>t_{ci}$),灌水流量变为单宽流量 q_{ci},因此变流量进水阶段边界条件为

$$\begin{cases}hV=q_{ci} & (x=0)\\ h=0 & (x=x_W)\end{cases} \tag{11}$$

在畦首消退阶段,畦首已经停水,且水流尚未推进到畦尾,因此上边界为畦首边界,下边界为水流推进锋,且上边界流量为 0,边界条件可写为

$$\begin{cases}hV=0 & (x=0)\\ h=0 & (x=x_W)\end{cases} \tag{12}$$

在田面消退第 1 阶段,畦首水深已经减小到 0,水流形成退水尾边,上边界不再是畦首边界而变为退水尾边。水流尚未推进到畦尾,下边界仍为水流推进锋。边界条件可写为

$$\begin{cases}h=0 & (x=x_R)\\ h=0 & (x=x_W)\end{cases} \tag{13}$$

式中　x_R——田面水流退水尾边距离,m

在田面消退第 2 阶段,水流已经推进到畦尾,下边界变为畦尾边界,流速为 0,边界条件可写为

$$\begin{cases}h=0 & (x=x_R)\\ V=0 & (x=L)\end{cases} \tag{14}$$

式中　L——畦长,m

1.3　数值求解

目前主要运用特征线法、有限差分法、有限元法、有限体积法等数值方法求解如地面灌溉水流运动模型这样的偏微分方程组[25]。有限差分法较

为直观,计算简单[26],但易在地表水流推进锋附近出现数值振荡现象[27]。有限元法和有限体积法将计算域划分为不规则单元,有利于求解边界条件复杂、水面宽的二维流动计算[28],但计算量较大且程序复杂,在求解本模型时并无显著优势[29-30]。特征线法具有数学分析严谨、精度较高、计算较简单的优点,特别适用于双曲型偏微分方程[31]。自动实时优化灌溉[19]、实时反馈控制畦灌[18]等系统在灌水过程中运用田间计算设备实时模拟变流量畦灌过程,需要模型精度较高且计算较简单,因此本研究选用特征线法。模型求解过程如图 2 所示,图中 Δt 为计算步长(s),t_c为灌水流量改变的时间(s),$q_{\min}$为特定精度,取 0.2 L/(s·m),t_T为田面水流全部消退时间(s)。

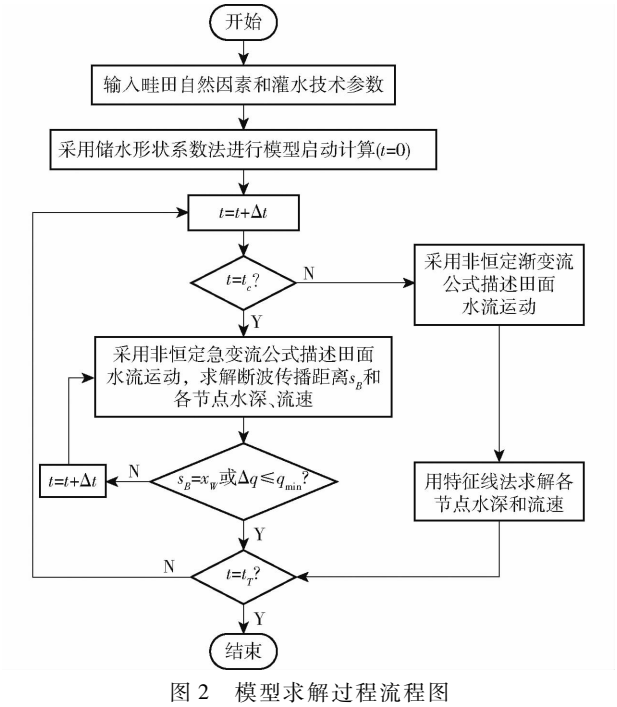

图 2 模型求解过程流程图

Fig. 2 Process flowchart of model solving

通过特征变换可将式(1)、(2)的偏微分方程组转换成沿特征线常微分方程组

$$\begin{cases}\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=V+\sqrt{gh}\\ \dfrac{\mathrm{d}(V+2\sqrt{gh})}{\mathrm{d}t}=g(s_0-s_f)+\dfrac{V-2\sqrt{gh}}{2h}\alpha k t^{\alpha-1}\end{cases}\tag{15}$$

$$\begin{cases}\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=V-\sqrt{gh}\\ \dfrac{\mathrm{d}(V-2\sqrt{gh})}{\mathrm{d}t}=g(s_0-s_f)+\dfrac{V+2\sqrt{gh}}{2h}\alpha k t^{\alpha-1}\end{cases}\tag{16}$$

其中式(15)为正特征曲线,式(16)为负特征曲线。为简化计算,令

$$\begin{cases}A_X=V+\sqrt{gh}\\ B_X=V+2\sqrt{gh}\\ C_X=V-\sqrt{gh}\\ D_X=V-2\sqrt{gh}\\ E_X=g(s_0-s_f)\end{cases}\tag{17}$$

则式(15)、(16)简化为

$$\begin{cases}\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=A_X\\ \dfrac{\mathrm{d}B_X}{\mathrm{d}t}=E_X+\dfrac{D_X}{2h}i\end{cases}\tag{18}$$

$$\begin{cases}\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=C_X\\ \dfrac{\mathrm{d}D_X}{\mathrm{d}t}=E_X+\dfrac{B_X}{2h}i\end{cases}\tag{19}$$

采用矩形网格法对特征方程组进行时空网格划分(图 3)。假定网格中 t_n时层为已知时层,t_{n+1}时层为未知待求时层。从各个待求点向已知时层 t_n做正、负特征线与 t_n时层相交。

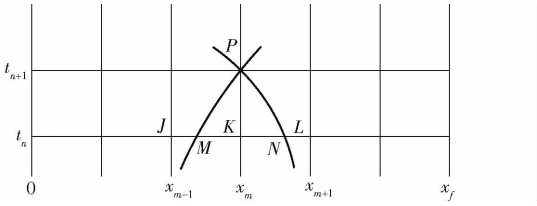

图 3 时空网格划分示意图

Fig. 3 Schematic of spatiotemporal grid division

(1)模型启动

畦灌刚开始($t=0$)时,尚未有水流进入畦田,畦内各处水深、流速均为 0。为了启动模型,引入地表储水形状系数 φ_1和地下储水形状系数 φ_2[32]。如图 4 所示,x 轴上方阴影部分为地表水流、下方为土壤中入渗的水分,φ_1、φ_2计算公式为

$$\varphi_1=\frac{W_L}{h_0 x_W}\tag{20}$$

$$\varphi_2=\frac{Y_L}{z_0 x_W}\tag{21}$$

式中 W_L——单位宽度地表总水量,m^2

Y_L——单位宽度入渗总水量,m^2

h_0——畦首地表水深,m

z_0——畦首入渗水深,m

可由 φ_1、φ_2和 h_0、z_0计算出灌水量,计算式为

$$Q_D(t)=q_0 t=\varphi_1 h_0+\varphi_2 z_0\tag{22}$$

式中 $Q_D(t)$——t 时刻为止的总单宽灌水量,m^2

地表水储水形状系数和地下储水形状系数按照经验公式计算得到[33-34],联合式(10)、(15)、(16),可以求解出推进锋距离 x_W。目前有研究表明地表水储水形状系数在灌水过程中是变化的,取为恒定

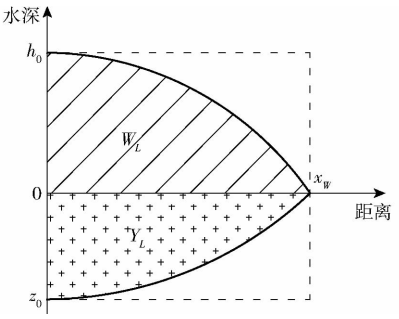

图 4　储水形状系数示意图

Fig. 4　Schematic of shape factor for estimating surface and groundwater storage

值并不合理[35-36]。本研究仅将形状系数法用于模型的启动计算，后续不再采用地表水储水形状系数和地下储水形状系数，因此不会影响到模型准确性。

(2)内节点

由待求点 P 向已知时层做顺、逆特征线，分别与已知时层交于点 M 和 N，采用具有二阶精度的梯形公式，由式(18)、(19)得到的特征差分方程组为

$$\begin{cases}\dfrac{x_P - x_M}{\Delta t} = \dfrac{1}{2}(A_P + A_M)\\ \dfrac{B_P - B_M}{\Delta t} = \dfrac{1}{2}\left(E_P + E_M + \dfrac{i}{2h}D_P + \dfrac{i}{2h}D_M\right)\\ \dfrac{x_P - x_N}{\Delta t} = \dfrac{1}{2}(C_P + C_N)\\ \dfrac{D_P - D_N}{\Delta t} = \dfrac{1}{2}\left(E_P + E_N + \dfrac{i}{2h}B_P + \dfrac{i}{2h}B_N\right)\end{cases} \tag{23}$$

下角标 P、M、N 表示点 P、M、N 的对应参数。点 J、K、L 处的水深、流速均已知，如果已知 x_M 和 x_N，则可以通过差值的方法求得点 M、N 的水深 h 与流速 V，从而由式(17)求得 A_M、B_M、E_M、D_M、C_N、D_N、E_N、B_N，代入式(23)求得 B_P、D_P，再代回式(17)即可求得点 P 的 h_P、V_P。因此，式(23)中只有 4 个未知数：x_M、x_N、h_P 和 V_P，未知数数量等于方程数，可通过迭代求解。

(3)上边界点

在进水阶段和畦首消退阶段，模型上边界为畦首边界，因此上游边界点只能向已知时层做逆特征线。此时特征差分方程为

$$\begin{cases}\dfrac{-x_N}{\Delta t} = \dfrac{1}{2}(C_P + C_N)\\ \dfrac{D_P - D_N}{\Delta t} = \dfrac{1}{2}\left(E_P + E_N + \dfrac{i}{2h}B_P + \dfrac{i}{2h}B_N\right)\end{cases} \tag{24}$$

再结合不同阶段的上游边界条件式(10)、(11)或者式(12)，特征差分方程组中只有 3 个未知数：x_N、h_P 和 V_P，未知数数量等于方程数，可通过迭代求解。

在田面消退阶段，当上游形成退水尾边时，解的上边界就不再是畦首边界，而是水流的退水尾边。由于退水尾边处水深为 0，无法作为计算上边界，因此需要取一水深不为 0 的位置作为计算上边界[29]。这一位置水深可取任一比较小的 h_{min}，本文取 h_{min} = 1 mm。当计算出此点水深小于 h_{min} 时，即认为该点水流已经消退。

(4)下边界点

在田面消退第 2 阶段之前，下边界是水流的推进锋，可直接用改进特征线法计算田面水流推进距离[37]，即下边界点位置。在田面消退第 2 阶段，水流已经推进到畦尾，下边界与畦尾边界重合，此时下边界点只能向已知时层做顺特征线，得到特征差分方程组为

$$\begin{cases}\dfrac{L - x_M}{\Delta t} = \dfrac{1}{2}(A_P + A_M)\\ \dfrac{B_P - B_N}{\Delta t} = \dfrac{1}{2}\left(E_P + E_M + \dfrac{i}{2h}D_P + \dfrac{i}{2h}D_M\right)\end{cases} \tag{25}$$

再结合此阶段的下游边界条件式(14)，特征差分方程组中只有 3 个未知数：x_M、h_P 和 V_P，未知数数量等于方程数，可通过迭代求解。

(5)变流量阶段

当灌水流量变化时，田面水流会产生断波(图 1)，因流量变化产生的断波的流速与波高可以由式(8)、(9)求得。假设在 t_a 时刻，单宽灌水流量需要由 q_0 调节为 q_1。在随后的 Δt 时段内，认为断波传播距离为 s_B，除了这段 s_B 区域，田面水流的下游区域未受到断波影响，仍然按照改变前的流量 q_0 进行特征差分的迭代计算，计算式为

$$s_B = \omega \Delta t \tag{26}$$

在 $t_a + \Delta t$ 时刻，断波流经的区域内各节点($x \leqslant s_B$)初始迭代水深、流速计算式为

$$h(x, t_a + \Delta t) = h(x, t_a) + \xi \tag{27}$$

$$V(x, t_a + \Delta t) = \frac{V(x, t_a)h(x, t_a) + \omega\xi}{h(x, t_a) + \xi} \tag{28}$$

式中　$h(x, t_a + \Delta t)$——$t_a + \Delta t$ 时刻距畦首 x 处断面水深，m

$V(x, t_a + \Delta t)$——$t_a + \Delta t$ 时刻距畦首 x 处断面平均流速，m/s

在 $t_a + \Delta t$ 至 $t_a + 2\Delta t$ 时段，单宽断波流量 Δq 计算式为

$$\Delta q = h(s_B, t_a + \Delta t)V(s_B, t_a + \Delta t) - h'(s_B, t_a + \Delta t)V'(s_B, t_a + \Delta t) \tag{29}$$

式中　$h'(s_B, t_a + \Delta t)$——按照恒定灌水流量 q_0 进行数值模拟得到的 $t_a + \Delta t$ 时刻距畦首 s_B 处断面水深，m

$V'(x,t_a+\Delta t)$——按照恒定灌水流量 q_0 进行数值模拟得到的 $t_a+\Delta t$ 时刻距畦首 s_B 处断面平均流速,m/s

重复上述步骤,计算出灌水流量改变后各时段的水流运动情况。当断波到达推进锋区域或者单宽断波流量小于一个特定值(这个特定值可以按照灌水技术要素和模型精度要求自行决定,本文取 0.2 L/(s·m)),认为流量变化引起的断波已经消除,田面水流恢复稳定,之后可以继续采用恒定灌水流量 q_1 进行数值模拟,直至下一次流量调节。

2 验证试验与模型评价方法

2.1 田间验证试验与参数测量

渐变流-急变流畦灌数值模型的田间验证试验于中国科学院南皮生态农业试验站进行。该地区年均气温为 12.3℃,年均降水量为 567.4 mm。主要种植作物为冬小麦和夏玉米,土壤为脱盐潮土,土壤类型为粉壤土(粉土质量分数 67.02%,砂土质量分数 25.19%,粘土质量分数 7.79%),平均容重为 1.48 g/cm^3。畦田南高北低,整体坡降约 0.002,畦尾闭合。

验证试验结合冬小麦拔节灌进行,设置高(6.5 L/(s·m))、中(4.5 L/(s·m))、低(2.5 L/(s·m))3 种水平单宽流量。试验共 6 组,编号分别为 BY1 ~ BY6,其中 BY1、BY2 为恒定流量畦灌,在灌水过程中保持流量不变直至停水;BY3 ~ BY6 为变流量畦灌,在水流推进到设定位置后立刻增大或减小流量。

灌前用 DS3 型水准仪(每 1 000 m 往返测量高程误差 ±3 mm)沿畦长方向每 5 m 测量田面高程,并计算畦田坡降。同时沿畦长方向每隔 5 m 设置一个观测点,灌水过程中记录该点田面水流推进、消退时间。距离畦首 10、30、50、70、90 m 处共设置 5 个土壤含水率测点,采用取土干燥法测量各个测点 0 ~ 100 cm 根系层的灌水前后含水率(每 10 cm 划分为一层,共取 10 层),用以反演土壤入渗参数。SALAHOU 等[10]在与本研究相同区域(中国科学院南皮生态农业试验站)的研究表明,同一田块中不同畦田的田面糙率大致相同。在验证试验田块中,另选畦田采用 WinSRFR 模型试算模拟法根据田面水流推进过程反演得到该畦田的田面糙率,并以此作为其余试验畦田的田面糙率。利用电磁流量计(BEF6200 型,误差 ±1.5%)测量实际灌水流量。BY1 ~ BY6 各畦的自然因素见表 1、2,灌水技术要素数据见表 3。由于存在控制误差,实际灌水流量和设计稍有差别。此外,本研究从文献[25]中随机选取 BY7 和 BY8 共 2 组畦灌试验数据(分别对应原文中的 A5 和 A8 畦),进一步验证本模型计算结果的可靠性。

表 1 试验畦田的自然因素

Tab.1 Natural factors of each border

畦田编号	畦田规格		入渗系数 k/(mm·min$^{-\alpha}$)	入渗指数 α	田面糙率 n
	畦长 L/m	畦宽 D/m			
BY1	100	3.0	13.94	0.45	0.14
BY2	100	3.0	14.10	0.45	0.14
BY3	100	3.0	14.14	0.46	0.14
BY4	100	3.0	14.26	0.45	0.14
BY5	100	3.0	14.33	0.42	0.14
BY6	100	3.0	13.95	0.45	0.14
BY7	80	3.7	6.92	0.70	0.10
BY8	80	3.7	6.75	0.70	0.10

2.2 模型评价方法

在畦灌过程中,推进过程和消退过程是田面水流运动的重点关注对象[38],其模拟精度是评价畦灌数值模型的关键。将 BY1 ~ BY6 的实测畦灌参数输入渐变流-急变流畦灌数值模型,模拟畦灌水流运动过程,并将模拟得到的水流推进消退曲线与实测数据进行对比。为进一步评价渐变流-急变流畦灌数值模型的精确性,还将推进过程的模拟结果与 WinSRFR 模型进行了比较。WinSRFR 模型是基于零惯性量模型的地面灌溉综合分析模型,其在畦灌水流运动过程的模拟精度方面已经得到了广泛的认可[9,39-40]。

采用地面灌溉模型常用的评价指标决定系数(R^2)、均方根误差(RMSE)和平均绝对百分比误差(MAPE)[41-43]来评价非恒定渐变流-急变流畦灌数值模型精度。

此外,本研究对比了渐变流-急变流畦灌数值模型与 WinSRFR 模型模拟的灌水质量结果。选择常用的灌水效率 E_a、灌水均匀度 D_u 和储水效率 E_s 作为灌水质量评价指标。计算式为

$$E_a=\frac{\sum_{i=1}^{N} r_i}{\sum_{i=1}^{N} z_i} \tag{30}$$

$$D_u=1-\frac{\sum_{i=1}^{N}\left|z_i-\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} z_i\right|}{\sum_{i=1}^{N} z_i} \tag{31}$$

$$E_s=\frac{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} r_i}{z_r} \tag{32}$$

式中 r_i——观测点计划湿润层入渗水深,mm

表 2　试验畦田坡降

Tab. 2　Slopes of each border

畦段长度/m	畦内每 5 m 坡降							
	BY1	BY2	BY3	BY4	BY5	BY6	BY7	BY8
0 ~ 5	0.002 4	0.001 6	0.001 3	0.001 8	0.000 9	0.002 4	0.002 0	0.000 4
5 ~ 10	0.002 7	0.001 3	0.000 9	0.001 0	0.001 9	0.004 4	0.003 0	0.011 4
10 ~ 15	0.001 5	0.001 3	0.002 8	0.001 9	0.000 9	0.002 0	0.002 0	-0.002 4
15 ~ 20	0.002 1	0.003 9	0.001 0	0.002 0	0.002 9	0.000 6	-0.003 4	0.002 2
20 ~ 25	0.003 4	0.001 4	0.002 6	0.002 5	0.001 8	-0.001 0	0.004 0	0.002 0
25 ~ 30	0.001 0	0.000 1	0.000 1	0.000 9	0.001 1	0.001 0	0.007 8	0.001 0
30 ~ 35	0.002 1	0.001 7	0.000 8	0.002 1	0.000 7	0.002 0	0	0.000 6
35 ~ 40	0.001 1	0.003 3	0.002 6	0.001 1	0.002 3	0.000 9	0.001 6	0.003 4
40 ~ 45	0.003 0	0.001 9	0.003 9	0.001 3	0.002 5	0.001 5	0.001 6	0.005 0
45 ~ 50	0.000 7	-0.000 5	0.001 1	0.000 2	0.001 0	0.001 9	-0.000 8	0.005 8
50 ~ 55	0.000 5	0.000 5	0.001 1	0.000 1	0.000 2	0.000 9	0.003 8	-0.003 4
55 ~ 60	-0.000 5	0.000 5	0.001 5	0.000 2	0.001 1	0.000 2	0.006 6	0.003 2
60 ~ 65	0.000 8	0.000 5	0.000 5	0.000 1	0.000 3	-0.001 7	-0.002 8	0.004 6
65 ~ 70	0.000 5	0.000 5	0.000 7	0.000 2	0.000 3	0.003 0	0.002 4	0.000 4
70 ~ 75	0.000 2	0.000 7	0.001 0	0	0.001 7	-0.002 0	0.005 0	0.003 8
75 ~ 80	0.000 6	0.000 7	0.002 0	0.000 3	0.002 2	0.000 7	-0.001 0	0.001 4
80 ~ 85	0.000 5	0.002 1	0.002 3	0.001 3	0.003 3	0.005 5		
85 ~ 90	0.004 1	0.004 6	0.003 9	0.003	0.002 6	0.002 0		
90 ~ 95	0.004 5	0.003 8	0.001 5	0.004 5	0.001 7	0.002 9		
95 ~ 100	0.004 3	0.004 2	0.002 3	0.005 7	0.003 2	0.003 2		

注：BY7 和 BY8 畦长为 80 m。

表 3　试验畦田实测灌水流量

Tab. 3　Measured discharge of each border

畦田编号	初始流量 q_0/(L·s^{-1}·m^{-1})	第 1 次改变流量		第 2 次改变流量		停水比例 C_R
		推进距离 x_1/m	变后流量 q_1/(L·s^{-1}·m^{-1})	推进距离 x_2/m	变后流量 q_2/(L·s^{-1}·m^{-1})	
BY1	6.50					0.75
BY2	4.20					0.80
BY3	2.40	40	4.20			0.85
BY4	6.50	40	4.20			0.85
BY5	6.50	40	2.40	60	4.20	0.85
BY6	2.40	40	6.50	60	4.20	0.85
BY7	2.79	20	4.09	40	7.02	0.80
BY8	3.11	20	4.12	40	7.16	0.80

注：停水比例 C_R 指停水时水流推进距离与畦长的比值。

z_i——观测点总入渗水深，mm

N——观测点数量

z_r——灌水定额，mm

3　模型验证

将 BY1 ~ BY8 的畦灌参数输入渐变流-急变流畦灌数值模型，进行模拟得到的水流推进、消退过程与实测值对比如图 5 所示。BY1 ~ BY8 推进时间模拟值 R^2 为 0.967 ~ 0.999，R^2 均在 0.96 以上。消退时间模拟值 R^2 为 0.909 ~ 0.987，也均在 0.90 以上，且平均值达到 0.948，说明渐变流-急变流畦灌数值模型可以准确模拟变流量畦灌的推进、消退过程。

消退时间模拟值 RMSE 为 4.81 ~ 17.98 min，平均值为 13.11 min，而推进时间模拟值 RMSE 为 0.28 ~ 3.50 min，平均值为 1.25 min，消退时间模拟值 RMSE 大于推进时间模拟值 RMSE，这是因为一方面消退时间基数远大于推进时间，导致消退时间模拟值绝对误差较大，另一方面消退时间试验观测误差较推进时间大，从而导致消退时间模拟值与实测值差别较大。

为进一步评价渐变流-急变流畦灌数值模型的

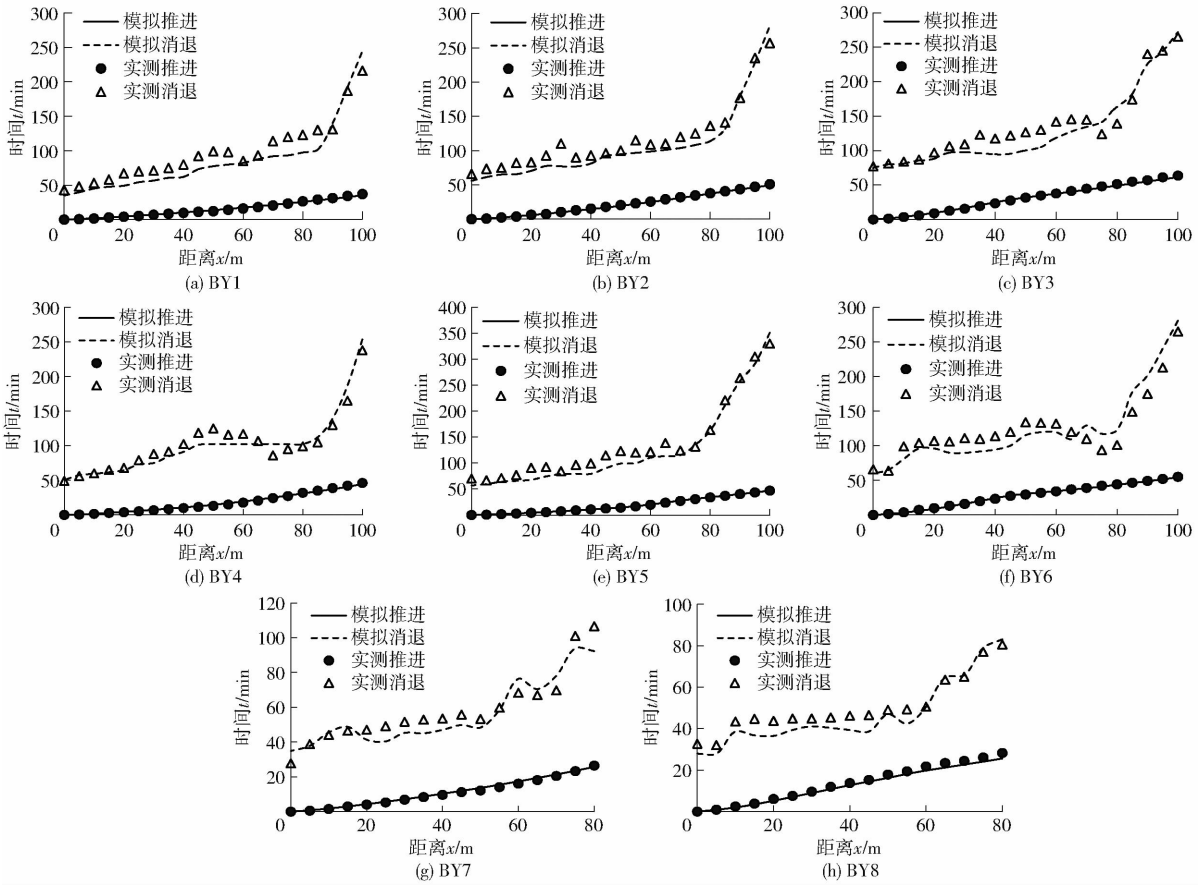

图 5 BY1 ~ BY8 模拟与实测田面水流运动过程对比

Fig. 5 Comparison of simulated and measured inflow trajectories

精确性,还将模拟结果与 WinSRFR 模型进行了比较。WinSRFR 在模拟 BY2 和 BY5 时,出现了畦田后段消退时间异常的现象,因此只对比 BY1、BY3、BY4、BY6、BY7 和 BY8 畦灌模拟结果,如图 6 所示。对于推进过程模拟,渐变流-急变流畦灌数值模型和 WinSRFR 模型 R^2 均大于 0.96;WinSRFR 模型 RMSE 为 0.62 ~ 3.26 min,MAPE 为 3.78% ~ 36.29%。对于消退过程模拟,渐变流-急变流畦灌数值模型 R^2 为 0.909 ~ 0.987,RMSE 为 4.48 ~ 17.98 min,MAPE 为 3.81% ~ 17.03%;WinSRFR 模型 R^2 为 0.897 ~ 0.983,RMSE 为 4.82 ~ 32.78 min,MAPE 为 9.69% ~ 19.42%。渐变流-急变流畦灌数值模型和 WinSRFR 均可以较为准确地模拟畦灌水流运动过程,且对变流量畦灌(BY3 ~ BY8)而言,渐变流-急变流畦灌数值模型精度较 WinSRFR 模型略高。

渐变流-急变流畦灌数值模型和 WinSRFR 模型模拟灌水质量如图 7 所示。渐变流-急变流畦灌数值模型模拟灌水效率 E_a、灌水均匀度 D_u 和储水效率 E_s 的 RMSE 分别为 0.06、0.06 和 0.02,MAPE 分别为 3.91%、5.48% 和 0.93%;WinSRFR 模型模拟 E_a、D_u 和 E_s 的 RMSE 分别为 0.10、0.07 和 0.02,

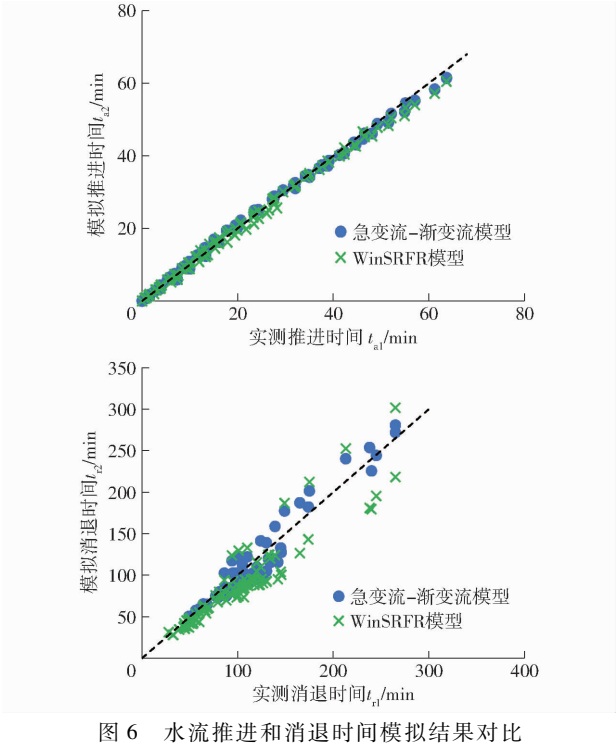

图 6 水流推进和消退时间模拟结果对比

Fig. 6 Comparison of simulation results of water inflow advance and recession time

MAPE 分别为 8.71%、6.13% 和 0.69%。总体而言,渐变流-急变流畦灌数值模型模拟灌水质量的精

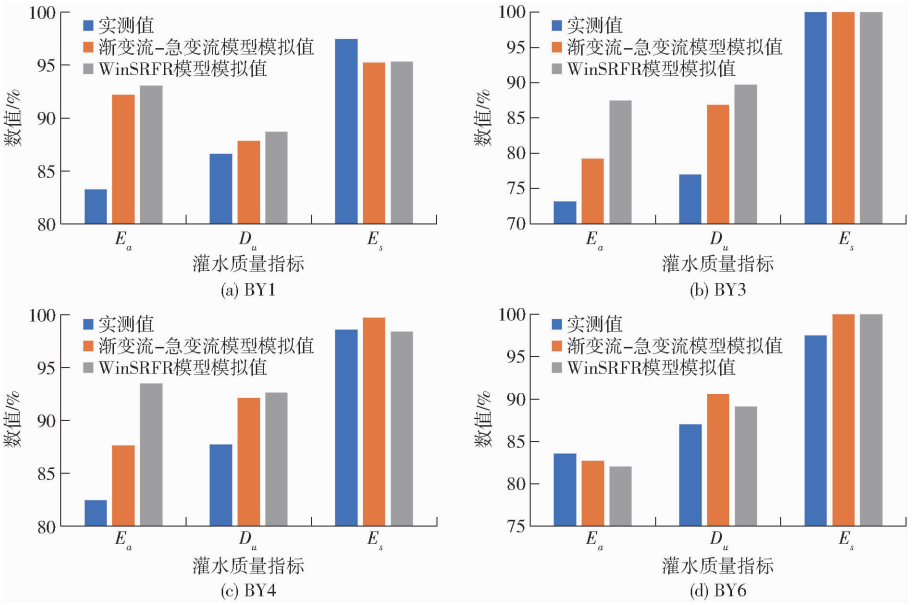

图 7　灌水质量模拟结果对比

Fig. 7　Comparison of simulation results of irrigation performance

度较 WinSRFR 模型略高，这与田面水流运动过程的模拟对比结果一致。此外，渐变流-急变流畦灌数值模型和 WinSRFR 模型都存在高估灌水质量指标值（特别是 E_a 和 D_u）的趋势。这是因为数值模拟采用的是畦田整体入渗参数，而实际畦田内部的土壤入渗参数存在一定变异性，这会加大土壤水分入渗的不均匀性。

4　讨论

采用零惯量方程的 WinSRFR 模型模拟田面水流推进和消退过程 R^2 分别为 0.964 ~ 0.999 和 0.897 ~ 0.983，这与现有研究相符[25]。渐变流-急变流畦灌数值模型和 WinSRFR 均可以较为准确地模拟畦灌水流运动过程，且对变流量畦灌而言，渐变流-急变流畦灌数值模型精度较 WinSRFR 模型略高。这是因为零惯量方程是一维浅水非恒定渐变流方程的简化形式[6]。当入畦流量保持恒定或变化不剧烈时，田面水流可视为非恒定渐变流，零惯量方程可以较好地模拟田面水流运动状况，而当流量急剧变化时，非恒定急变流方程更适用[20]。

现阶段变流量畦灌实际应用仍相对较少，且试验畦长多为 80 ~ 100 m、单宽流量变化范围通常为 2 ~ 7 L/(s·m)[25]。但自适应控制畦灌[44]、实时反馈控制畦灌[18]等新型灌水技术使得长畦（200 m 和 370 m 长的畦田）依然可以取得较高的灌水质量。并且考虑到增加畦长可以减少管理工作和成本，未来长畦灌溉可能会成为畦灌发展趋势。畦长增加，为了避免灌水大量聚积在畦首，势必需要加大灌水流量[45]。较大的单宽流量变化范围，将会使得渐变流-急变流畦灌数值模型的优势更为明显。因此后续研究有必要补充长畦灌溉试验，进一步验证渐变流-急变流畦灌数值模型的优越性。此外，本研究采用畦田整体入渗参数，未考虑畦田内部存在的土壤入渗参数变异性，从而导致高估了灌水效率 E_a 和灌水均匀度 D_u。后续可以参考坡度在畦内分段考虑的形式，进一步提高模型精确性。

5　结束语

基于非恒定渐变流方程和非恒定急变流方程，构建了适用于变流量灌水的渐变流-急变流畦灌数值模型。田间验证试验表明，渐变流-急变流畦灌数值模型模拟的水流推进过程 R^2 为 0.967 ~ 0.999，消退过程模拟值 R^2 为 0.909 ~ 0.987，渐变流-急变流畦灌数值模型可以准确模拟变流量畦灌的田面水流运动过程及灌水质量。与目前常用的基于零惯量方程的 WinSRFR 模型相比，渐变流-急变流畦灌数值模型在模拟变流量畦灌时具有一定的优势。渐变流-急变流畦灌数值模型可以作为准确模拟畦田变流量灌水过程的数值工具，可为分析变流量畦灌水流运动规律、制定变流量灌水技术方案提供支撑。

参　考　文　献

[1]　李江，黄增健，李涛，等. 考虑初始含水率沿程不均匀分布的畦灌技术要素调控[J]. 农业机械学报，2023，54(8)：320 - 329，370.
LI Jiang，HUANG Zengjian，LI Tao，et al. Regulation of border irrigation technical elements considering condition of uneven

initial soil moisture content along border[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2023, 54(8): 320 – 329, 370. (in Chinese)

[2] 史源, 白美健, 李益农, 等. 基于 SISM 模型和畦灌技术的冬小麦最小灌水定额研究[J]. 农业机械学报, 2021, 52(8): 278 – 286.
SHI Yuan, BAI Meijian, LI Yinong, et al. Minimum irrigation quota of winter wheat based on SISM model and border irrigation technology[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2021, 52(8): 278 – 286. (in Chinese)

[3] SOROUSH F, FENTON J, MOSTAFAZADEH-FARD B, et al. Simulation of furrow irrigation using the slow-change/slow-flow equation[J]. Agricultural Water Management, 2013, 116: 160 – 174.

[4] BURGUETE J, ZAPATA N, GARCÍA-NAVARRO P, et al. Fertigation in furrows and level furrow systems. I: model description and numerical tests[J]. Journal of Irrigation and Drainage Engineering, 2009, 135(4): 401 – 412.

[5] KERMANI S, SAYARI S, KISI O, et al. Comparing data driven models versus numerical models in simulation of waterfront advance in furrow irrigation[J]. Irrigation Science, 2019, 37(5): 547 – 560.

[6] WANG Y, LIANG Q, KESSERWANI G, et al. A positivity-preserving zero-inertia model for flood simulation[J]. Computers & Fluids, 2011, 46(1): 505 – 511.

[7] CAVIEDES-VOULLIEME D, FERNANDEZ-PATO J, HINZ C. Performance assessment of 2D zero-inertia and shallow water models for simulating rainfall-runoff processes[J]. Journal of Hydrology, 2020, 584: 124663.

[8] LIU K, HUANG G, XU X, et al. A coupled model for simulating water flow and solute transport in furrow irrigation[J]. Agricultural Water Management, 2019, 213: 792 – 802.

[9] BAUTISTA E, CLEMMENS A J, STRELKOFF T S, et al. Modern analysis of surface irrigation systems with WinSRFR[J]. Agricultural Water Management, 2009, 96(7): 1146 – 1154.

[10] SALAHOU M K, JIAO X, LV H. Border irrigation performance with distance-based cut-off[J]. Agricultural Water Management, 2018, 201: 27 – 37.

[11] WALKER W R, HUMPHERYS A S. Kinematic-wave furrow irrigation model[J]. Journal of Irrigation and Drainage Engineering, 1983, 109(4): 377 – 392.

[12] VALIPOUR M. Comparison of surface irrigation simulation models: full hydrodynamic, zero inertia, kinematic wave[J]. Journal of Agricultural Science, 2012, 4(12): 68 – 74.

[13] 周振民, 刘月. 畦田灌溉水流演进计算简化模型研究[J]. 灌溉排水学报, 2005, 24(2): 23 – 26.
ZHOU Zhenmin, LIU Yue. Simplified water advance calculation model for border irrigation[J]. Journal of Irrigation and Drainage, 2005, 24(2): 23 – 26. (in Chinese)

[14] 李志新, 许迪, 李益农. 畦灌施肥条件下地表水流溶质运移模型研究[J]. 干旱地区农业研究, 2009, 27(1): 147 – 151.
LI Zhixin, XU Di, LI Yinong. Development and validation of surface fertigation flow and solute transport model[J]. Agricultural Research in the Arid Areas, 2009, 27(1): 147 – 151. (in Chinese)

[15] KHASRAGHI M, SEFIDKOUHI G. Simulation of open- and closed-end border irrigation systems using SIRMOD[J]. Archives of Agronomy and Soil Science, 2015, 61(7): 929 – 941.

[16] SANCHEZ-SUTIL F, CANO-ORTEGA A. Smart control and energy efficiency in irrigation systems using LoRaWAN[J]. Sensors, 2021, 21: 7041.

[17] LIU K H, JIAO X Y, GUO W H, et al. Improving border irrigation performance with predesigned varied-discharge[J]. PloS One, 2020, 15(5): 1 – 12.

[18] 吴彩丽, 许迪, 白美健, 等. 精准畦灌过程实时反馈控制技术[J]. 排灌机械工程学报, 2020, 38(5): 536 – 540.
WU Caili, XU Di, BAI Meijian, et al. Real-time feedback control technology for precise furrow irrigation[J]. Journal of Drainage and Irrigation Machinery Engineering, 2020, 38(5): 536 – 540. (in Chinese)

[19] KOECH R, SMITH R, GILLIES M. A real-time optimisation system for automation of furrow irrigation[J]. Irrigation Science, 2014, 32(4): 319 – 327.

[20] HAN D. Concise hydraulics[M]. Bookboon, 2008: 152 – 158.

[21] YOST S A, RAO P M. A non-oscillatory scheme for open channel flows[J]. Advances in Water Resources, 1998, 22(2): 133 – 143.

[22] GUARDO M, OAD R, PODMORE P, et al. Comparison of zero-inertia and volume balance advance-infiltration models[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2000, 126(6): 457 – 465.

[23] 李素霞, 魏恩甲, 何文学, 等. 明渠非恒定急变流断波要素的计算[J]. 西北农林科技大学学报(自然科学版), 2001, 29(5): 144 – 146.
LI Suxia, WEI Enjia, HE Wenxue, et al. Computation of discontinuous wave elements about unsteady rapidly varied flow in open channels[J]. Journal of Northwest A&F University (Natural Science Edition), 2001, 29(5): 144 – 146. (in Chinese)

[24] PICKFORD J A. Analysis of surge[M]. Macmillan International Higher Education, 1969: 184 – 192.

[25] LIU K, JIAO X, LI J, et al. Performance of a zero-inertia model for irrigation with rapidly varied inflow discharges[J]. International Journal of Agricultural and Biological Engineering, 2020, 13(2): 175 – 181.

[26] MCCLYMONT D. Development of a decision support system for furrow and border irrigation[D]. Toowooba: University of

Southern Queensland, 2007.

[27] GARCÍA-NAVARRO P, PLAYÁN E, ZAPATA N. Solute transport modeling in overland flow applied to fertigation[J]. Journal of Irrigation and Drainage Engineering, 2000, 126(1): 33 – 40.

[28] WALKLEY M, BERZINS M. A finite element method for the two-dimensional extended Boussinesq equations[J]. International Journal for Numerical Methods in Fluids, 2002, 39(10): 865 – 885.

[29] ZHANG S, XU D, LI Y. A one-dimensional complete hydrodynamic model of border irrigation based on a hybrid numerical method[J]. Irrigation Science, 2011, 29(2): 93 – 102.

[30] ZARMEHI F, TAVAKOLI A. A simple scheme to solve saint-venant equations by finite element method[J]. International Journal of Computational Methods, 2016, 13(1): 1650001.

[31] BARROS R M, TIAGO F G L, DOS SANTOS I F S. Case studies for solving the Saint – Venant equations using the method of characteristics: pipeline hydraulic transients and discharge propagation[J]. International Journal of Fluid Machinery and Systems, 2015, 8(1): 55 – 62.

[32] ESFANDIARI M, MAHESHWARI B. Field values of the shape factor for estimating surface storage in furrows on a clay soil[J]. Irrigation Science, 1997, 17(4): 157 – 161.

[33] 杨静, 缴锡云, 刘懿. 基于畦首水深和田面水流推进过程的畦灌流量反演方法[J]. 水资源与水工程学报, 2016, 27(1): 238 – 240.
YANG Jing, JIAO Xiyun, LIU Yi. Inversion method of border flow based on headwater depth and advance process of surface water flow[J]. Journal of Water Resources and Water Engineering, 2016, 27(1): 238 – 240. (in Chinese)

[34] MAHESHWARI B, MCMAHON T, TURNER A. Sensitivity analysis of parameters of border irrigation models[J]. Agricultural Water Management, 1990, 18(4): 277 – 287.

[35] 王维汉, 缴锡云, 彭世彰, 等. 缓坡畦灌地表储水形状系数对入渗参数估值的影响[J]. 应用基础与工程科学学报, 2007, 15(4): 483 – 488.
WANG Weihan, JIAO Xiyun, PENG Shizhang, et al. Effect of surface shape factor on infiltration parameters estimation in border irrigation[J]. Journal of Basic Science and Engineering, 2007, 15(4): 483 – 488. (in Chinese)

[36] 聂卫波, 费良军, 马孝义. 畦灌地表储水形状系数的变化规律[J]. 农业工程学报, 2011, 27(2): 33 – 37.
NIE Weibo, FEI Liangjun, MA Xiaoyi. Variation shape factor of surface water under border irrigation[J]. Transactions of the CSAE, 2011, 27(2): 33 – 37. (in Chinese)

[37] LIU K, JIAO X, GUO W, et al. Simulating advance distance in border irrigation systems based on the improved method of characteristics[J]. International Journal of Agricultural and Biological Engineering, 2021, 14(3): 1 – 7.

[38] GILLIES M, SMITH R. SISCO: surface irrigation simulation, calibration and optimisation[J]. Irrigation Science, 2015, 33(5): 339 – 355.

[39] NIE W B, LI Y B, ZHANG F, et al. Optimal discharge for closed-end border irrigation under soil infiltration variability[J]. Agricultural Water Management, 2019, 221: 58 – 65.

[40] 白寅祯, 魏占民, 张健. 基于 winSRFR 河套灌区小麦不同面积不同生育期的入渗参数和糙率的研究[J]. 节水灌溉, 2017(1): 16 – 19.
BAI Yinzhen, WEI Zhanmin, ZHANG Jian. A study on infiltration parameters and roughness of wheat in different area and growth period in Hetao irrigation district based on winSRFR[J]. Water Saving Irrigation, 2017(1): 16 – 19. (in Chinese)

[41] LALEHZARI R, NASAB S B. Improved volume balance using upstream flow depth for advance time estimation[J]. Agricultural Water Management, 2017, 186: 120 – 126.

[42] AKBARI M, GHEYSARI M, MOSTAFAZADEH-FARD B, et al. Surface irrigation simulation-optimization model based on Meta-heuristic algorithms[J]. Agricultural Water Management, 2018, 201: 46 – 57.

[43] SAYARI S, RAHIMPOUR M, ZOUNEMAT-KERMANI M J P, et al. Numerical modeling based on a finite element method for simulation of flow in furrow irrigation[J]. Paddy and Water Environment, 2017, 15(4): 879 – 887.

[44] LIU K, JIAO X, GUO W, et al. Improving irrigation performance by using adaptive border irrigation system[J]. Agronomy, 2023, 13(12): 2907.

[45] 赵印英, 王仰仁. 畦田灌溉灌水技术参数优化研究[J]. 中国农村水利水电, 2018(12):25 – 28, 34.
ZHAO Yinying, WANG Yangren. Research on technical parameters optimization in border irrigation[J]. China Rural Water and Hydropower, 2018(12):25 – 28, 34. (in Chinese)