

2TPR&2TPS 并联机器人结构参数辨识

陈明方 何朝银 张永霞 梁鸿键 吕玉波 黄良恩

(昆明理工大学机电工程学院, 昆明 650500)

摘要: 并联机器人末端位姿精度对其工作性能影响较大,建立有效的标定算法是提高机器人位姿精度的重要保证。本文以一种 2TPR&2TPS 并联机构为研究对象,首先对机器人进行运动学分析,采用全微分法得出机器人的误差模型,根据该模型得出机器人结构参数误差与末端位姿误差的量化关系,以及各误差项误差变动对末端位姿误差的影响规律;接着,建立参数辨识模型和标定效果评价函数,验证了参数辨识模型的有效性,再用该模型辨识机器人的结构参数误差;最后,修正运动学模型完成了机器人的误差标定。实验结果显示,标定后机器人的平均位置精度提升 68.62%,距离误差均值由 7.710 mm 降至 2.350 mm,精度提升 69.52%,实验结果证明本文的标定算法有效。

关键词: 并联机构; 误差分析; 参数辨识; 改进粒子群优化算法; 运动学标定

中图分类号: TP242; TH112

文献标识码: A

文章编号: 1000-1298(2023)10-0421-11

OSID:



Structural Parametric Identification of 2TPR&2TPS Parallel Robot

CHEN Mingfang HE Chaoyin ZHANG Yongxia LIANG Hongjian LÜ Yubo HUANG Liang'en

(Faculty of Mechanical and Electrical Engineering, Kunming University of Science and Technology,

Kunming 650500, China)

Abstract: The end pose accuracy of parallel robots has a significant impact on their working performance, and establishing effective calibration algorithms is an important guarantee for improving the pose accuracy of robots. A 2TPR&2TPS parallel mechanism was taken as the research object. Firstly, the kinematics of the robot was analyzed, and the error model of the robot was obtained by using the total derivative method. According to the model, the quantitative relationship between the structural parameter error of the robot and the end pose error and the influence law of the error changes of each error item on the end pose error was obtained. Subsequently, a parameter identification model was established based on the improved particle swarm optimization algorithm. The effectiveness of the parameter identification model was verified by setting a set of error values for the identified variables, and comparing the identified values with the set values five times. At the same time, a calibration effect evaluation function was established. Finally, the structural parameter error of the robot was identified with the parameter identification model, and the kinematics model of the robot was modified with the identified error value, and the error calibration of the robot was completed. The calibration effect evaluation function established was used to analyze the calibration effect. The experimental results showed that the average position accuracy of the robot after calibration was improved by 68.62%, and the average distance error was reduced from 7.710 mm to 2.350 mm, with an accuracy improvement of 69.52%. The experimental results proved that the calibration algorithm was effective.

Key words: parallel mechanism; error analysis; parameter identification; improved particle swarm optimization algorithm; kinematics calibration

收稿日期: 2023-06-26 修回日期: 2023-07-31

基金项目: 国家自然科学基金项目(51965029)、云南省重大科技专项计划项目(202002AC080001)和国家重点研发计划项目(2018YFB1306103)

作者简介: 陈明方(1975—),男,教授,博士生导师,主要从事机器人控制算法、智能控制理论及其应用研究,E-mail: mfchen_robot@126.com

通信作者: 张永霞(1978—),女,高级工程师,主要从事机器人技术及应用研究,E-mail: zhangyongxia111@sina.com

0 引言

并联机器人因刚度大、承载能力强、精度高等优点被广泛应用于各领域,但较为复杂的机械结构,导致制造、装配等难以测量的误差要素对机器人末端运动精度的影响更为突出,进而限制工业机器人的推广与应用^[1-2]。建立误差分析模型、找出误差源、建立有效的标定算法是提高机器人末端位姿精度的重要措施^[3]。

提高并联机器人精度的方法有两种,一种是通过提高零件的加工和装配精度来提高机器人的精度,该方法成本高且缺乏可操作性;另一种是通过标定来提高机器人的精度,该方法可行性高且效果显著^[4]。机器人运动学标定分为误差建模、误差测量、参数辨识和误差补偿4个步骤,参数辨识得出机器人精确的结构参数是提高机器人精度的基础^[5]。在机器人标定方面,国内外学者开展了大量研究并取得了丰硕的成果。姜一舟等^[6]提出一种改进差分进化算法标定机器人的运动学参数,显著降低了机器人误差。陈相君等^[7]使用最小二乘优化算法对协作机器人的参数误差进行辨识和补偿,机器人的平均位置误差降低70.58%。乔贵方等^[8]建立一种ZRM-MDH模型转换的标定方法,实验表明,该方法将机器人的平均定位误差由0.081 mm降至0.062 mm。ZHAO等^[9]建立了一种保证6自由度机器人几何精度的通用方法,并证明了该方法的有效性。SHI等^[10]通过辨识机器人运动学参数,采用最小二乘法寻优来提高机器人的定位精度。李永泉等^[11]以2-DOF冗余驱动并联机器人为研究对象,采用手眼视觉标定法降低了机器人的误差。ZHAO等^[12]建立了一种基于MDH运动学原理的工业机器人运动参数标定算法;张禹等^[13]提出一种三维手眼标定方法;HUANG等^[14]通过优化测量装置,使机器人的辨识准确率和标定效果得到明显改善。赵铁军等^[15]提出一种变步长人工鱼群算法来优化参数辨识过程,把几何误差辨识问题转换为高维非线性方程,提升了机器人绝对定位精度。李法民等^[16]通过最小二乘法对机器人结构参数误差进行辨识,以修正机器人的运动学模型,提高了机器人的精度。此外,魏文锋等^[17]使用二乘法进行参数辨识、王宪伦等^[18]采用运动学多孔标定法、HE等^[19]通过绝对定位误差补偿、温秀兰等^[20]使用最优位姿集标定、赵磊等^[21]使用全局数值寻优获取补偿数据、刘海龙等^[22]使用基于量子粒子群优化算法显著提高了机器人的精度。HUITAEK等^[23]基于闭环运动链和线性最小二乘法来辨识参数误差,将机器人位置误差

从2.43 mm降至0.78 mm。张俊等^[24]通过正则化算法来建立几何误差辨识模型,并验证了该标定方法的有效性。

本文以一种2TPR&2TPS并联机构为研究对象,首先对机器人的运动学进行分析,采用全微分法得出机器人的误差模型,根据该模型得出机器人结构参数误差与末端位姿误差间的量化关系及各误差项误差变动对末端位姿误差的影响规律。另外,建立参数辨识模型和标定效果评价函数,采用该辨识模型对机器人的结构参数进行辨识,以修正机器人的正逆解完成机器人的误差标定。

1 运动学分析

1.1 机构描述

2TPR&2TPS并联机构是由2条相邻的TPR支链、2条相邻的TPS支链、动平台和定平台组成的空间机构。动平台和定平台呈等腰梯形状,虎克铰的4个铰点 $T_i(i=1,2,3,4)$ 、球铰和转动副的转动中心 $S_1、S_2、R_1、R_2$ 分别分布于2个等腰梯形的顶点, $t_{i1}、t_{i2}(i=1,2,3,4)$ 分别为虎克铰 T_i 的一、二级转动轴线, $r_1、r_2$ 为转动副 $R_1、R_2$ 的转动轴线,图1为其结构简图,图2为实物。为方便研究,记 $l_{T_1T_2}=e、l_{T_3T_4}=f、l_{R_1R_2}=c、l_{S_1S_2}=b$,动、定平台高度分别为 a 和 d ,机器人各参数如表1所示。

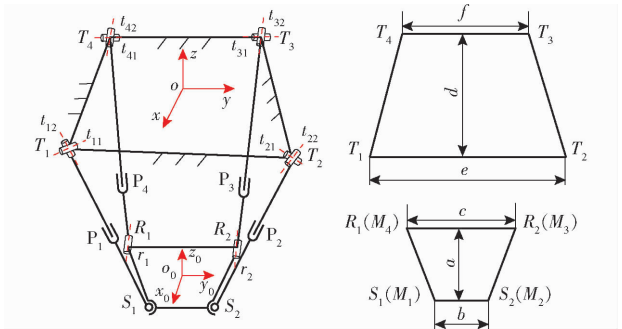


图1 2TPR&2TPS机构简图

Fig. 1 Schematic of 2TPR&2TPS mechanism

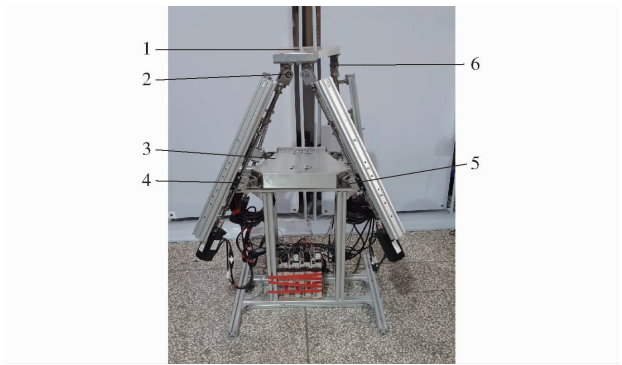


图2 2TPR&2TPS机构

Fig. 2 2TPR&2TPS mechanism

1. 动平台 2. 球副 3. 定平台 4. 移动副 5. 虎克铰 6. 转动副

表 1 2TPR&2TPS 机器人结构参数

Tab.1 Structural parameters of 2TPR&2TPS robot

参数	数值	参数	数值
最长驱动杆杆长/mm	520	d/mm	292.4
最短驱动杆杆长/mm	300	b/mm	80
驱动杆有效行程/mm	220	e/mm	384.7
虎克铰摆角极限/ $^\circ$	± 60	c/mm	200
a/mm	194	f/mm	278.5

1.2 逆解

已知机构末端位姿求解各驱动杆长即为求解机构的逆解。以动、定平台的中心建立定坐标系 $oxyz$ 和动坐标系 $o_0x_0y_0z_0$ 。设机器人的末端位姿坐标为 $o_0 = (x_0, y_0, z_0, \alpha, \beta, \gamma)$, $p_0 = (x_0, y_0, z_0)$ 为动坐标系原点 o_0 在定坐标系 $oxyz$ 的位置坐标, (α, β, γ) 为 RPY 角。为方便表达, 记 $S_1 = M_1$ 、 $S_2 = M_2$ 、 $R_2 = M_3$ 、 $R_1 = M_4$ 。

采用闭环矢量法求解机构逆解。取机构第 i ($i = 1, 2, 3, 4$) 条支链建立闭环矢量图, 如图 3 所示。

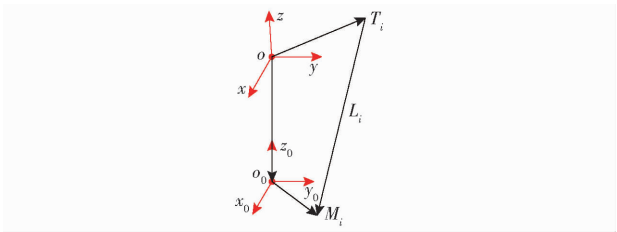


图 3 支链矢量图

Fig.3 Branch chain vector diagram

将动、定平台上 4 个点在各自坐标系下表示为

$$\begin{cases} M_1 = S_1 = \left(\frac{a}{2}, -\frac{b}{2}, 0 \right)^T \\ M_2 = S_2 = \left(\frac{a}{2}, \frac{b}{2}, 0 \right)^T \\ M_3 = R_2 = \left(-\frac{a}{2}, \frac{c}{2}, 0 \right)^T \\ M_4 = R_1 = \left(-\frac{a}{2}, -\frac{c}{2}, 0 \right)^T \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} T_1 = \left(\frac{d}{2}, -\frac{e}{2}, 0 \right)^T \\ T_2 = \left(\frac{d}{2}, \frac{e}{2}, 0 \right)^T \\ T_3 = \left(-\frac{d}{2}, \frac{f}{2}, 0 \right)^T \\ T_4 = \left(-\frac{d}{2}, -\frac{f}{2}, 0 \right)^T \end{cases} \quad (2)$$

动坐标系 $o_0x_0y_0z_0$ 到定坐标系 $oxyz$ 的转换矩阵

T 为

$$T = T(z, \gamma) T(y, \beta) T(x, \alpha) =$$

$$\begin{bmatrix} \cos\gamma & -\sin\gamma & 0 \\ \sin\gamma & \cos\gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\beta & 0 & \sin\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\beta & 0 & \cos\beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & -\sin\alpha \\ 0 & \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix} \quad (3)$$

由图 3 支链矢量图可得

$$L_i = L_{o_0o} + T L_{o_0M_i} - L_{oT_i} \quad (i = 1, 2, 3, 4) \quad (4)$$

其中

$$\begin{cases} L_{o_0o} = [L_{o_0o_x} \ L_{o_0o_y} \ L_{o_0o_z}]^T \\ L_{o_0M_i} = [L_{o_0M_{ix}} \ L_{o_0M_{iy}} \ L_{o_0M_{iz}}]^T \\ L_{oT_i} = [L_{oT_{ix}} \ L_{oT_{iy}} \ L_{oT_{iz}}]^T \end{cases} \quad (5)$$

向量 L_i 的模长即为该机构逆解, 即

$$L_i = \|L_i\| \quad (i = 1, 2, 3, 4) \quad (6)$$

由于该机构为欠秩机构, 位姿参数 $x_0, y_0, z_0, \alpha, \beta, \gamma$ 之间存在耦合。取 S_1, S_2 中点 S_{12} , 由文献[25]可知

$$\begin{cases} \|L_{T_4o_0}\|^2 + \|L_{o_0S_{12}}\|^2 = \|L_{T_4S_{12}}\|^2 \\ \|L_{T_3o_0}\|^2 + \|L_{o_0S_{12}}\|^2 = \|L_{T_3S_{12}}\|^2 \end{cases} \quad (7)$$

将参数代入式(7), 得到耦合关系式为

$$\begin{cases} x_0 + d/2 = z_0 \tan\beta \\ \gamma = 0 \end{cases} \quad (8)$$

将各参数及式(8)代入式(6), 得该机构逆解解析式为

$$\begin{cases} L_i^2 = y_0^2 + (1 + t_\beta^2) z_0^2 + (e - bc_\alpha) n_i y_0 + [(ac_\beta - d - bn_i s_\beta s_\alpha) t_\beta - (s_\beta + bn_i c_\beta s_\alpha)] z_0 + (a^2 + b^2 + 3d)/4 + bdn_i s_\alpha s_\beta - bec_\alpha/2 - adc_\beta \quad (i = 1, 2) \\ L_i^2 = y_0^2 + (1 + t_\beta^2) z_0^2 + (cc_\alpha - f) n_i y_0 - [(ac_\beta - d - cn_i s_\beta s_\alpha) t_\beta - (s_\beta - cn_i c_\beta s_\alpha)] z_0 + (a^2 + c^2 - 3d)/4 - cdn_i s_\alpha s_\beta - cfc_\alpha/2 - adc_\beta \quad (i = 3, 4) \end{cases} \quad (9)$$

其中

$$n_i = \begin{cases} 1 & (i = 1, 3) \\ -1 & (i = 2, 4) \end{cases} \quad (10)$$

t_β 表示 $\tan\beta$ 、 s_α 表示 $\sin\alpha$ 、 s_β 表示 $\sin\beta$ 、 c_α 表示 $\cos\alpha$ 、 c_β 表示 $\cos\beta$ 。

1.3 Jacobian 矩阵

对式(9)微分得

$$2L_i \delta L_i = \frac{\partial L_i^2}{\partial y_0} \delta y_0 + \frac{\partial L_i^2}{\partial z_0} \delta z_0 + \frac{\partial L_i^2}{\partial \alpha} \delta \alpha + \frac{\partial L_i^2}{\partial \beta} \delta \beta \quad (i = 1, 2, 3, 4) \quad (11)$$

整理得

$$\delta L_i = \frac{\partial L_i^2 \delta y_0}{2L_i \partial y_0} + \frac{\partial L_i^2 \delta z_0}{2L_i \partial z_0} + \frac{\partial L_i^2 \delta \alpha}{2L_i \partial \alpha} + \frac{\partial L_i^2 \delta \beta}{2L_i \partial \beta}$$
$$(i = 1, 2, 3, 4)$$

(12)

将式(12)写成矩阵的形式

$$\begin{bmatrix} \delta L_1 \\ \delta L_2 \\ \delta L_3 \\ \delta L_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial L_1^2}{2L_1 \partial y_0} & \frac{\partial L_1^2}{2L_1 \partial z_0} & \frac{\partial L_1^2}{2L_1 \partial \alpha} & \frac{\partial L_1^2}{2L_1 \partial \beta} \\ \frac{\partial L_2^2}{2L_2 \partial y_0} & \frac{\partial L_2^2}{2L_2 \partial z_0} & \frac{\partial L_2^2}{2L_2 \partial \alpha} & \frac{\partial L_2^2}{2L_2 \partial \beta} \\ \frac{\partial L_3^2}{2L_3 \partial y_0} & \frac{\partial L_3^2}{2L_3 \partial z_0} & \frac{\partial L_3^2}{2L_3 \partial \alpha} & \frac{\partial L_3^2}{2L_3 \partial \beta} \\ \frac{\partial L_4^2}{2L_4 \partial y_0} & \frac{\partial L_4^2}{2L_4 \partial z_0} & \frac{\partial L_4^2}{2L_4 \partial \alpha} & \frac{\partial L_4^2}{2L_4 \partial \beta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta y_0 \\ \delta z_0 \\ \delta \alpha \\ \delta \beta \end{bmatrix}$$

(13)

令

$$J_D = \begin{bmatrix} \frac{\partial L_1^2}{2L_1 \partial y_0} & \frac{\partial L_1^2}{2L_1 \partial z_0} & \frac{\partial L_1^2}{2L_1 \partial \alpha} & \frac{\partial L_1^2}{2L_1 \partial \beta} \\ \frac{\partial L_2^2}{2L_2 \partial y_0} & \frac{\partial L_2^2}{2L_2 \partial z_0} & \frac{\partial L_2^2}{2L_2 \partial \alpha} & \frac{\partial L_2^2}{2L_2 \partial \beta} \\ \frac{\partial L_3^2}{2L_3 \partial y_0} & \frac{\partial L_3^2}{2L_3 \partial z_0} & \frac{\partial L_3^2}{2L_3 \partial \alpha} & \frac{\partial L_3^2}{2L_3 \partial \beta} \\ \frac{\partial L_4^2}{2L_4 \partial y_0} & \frac{\partial L_4^2}{2L_4 \partial z_0} & \frac{\partial L_4^2}{2L_4 \partial \alpha} & \frac{\partial L_4^2}{2L_4 \partial \beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} & J_{13} & J_{14} \\ J_{21} & J_{22} & J_{23} & J_{24} \\ J_{31} & J_{32} & J_{33} & J_{34} \\ J_{41} & J_{42} & J_{43} & J_{44} \end{bmatrix}$$

(14)

其中

$$\begin{cases} J_{i1} = [2y_0 + (e - bc_\alpha)n_i]/(2L_i) & (i = 1, 2) \\ J_{i1} = [2y_0 + (cc_\alpha - f)n_i]/(2L_i) & (i = 3, 4) \\ J_{i2} = [2(1 + t_\beta^2)z_0 + (ac_\beta - d - bn_i s_\beta s_\alpha)t_\beta - (s_\beta + bn_i c_\beta s_\alpha)]/(2L_i) & (i = 1, 2) \\ J_{i2} = [2(1 + t_\beta^2)z_0 + (ac_\beta - d - cn_i s_\beta s_\alpha)t_\beta - (s_\beta - cn_i c_\beta s_\alpha)]/(2L_i) & (i = 3, 4) \\ J_{i3} = \{bn_i[y_0 - (s_\beta^2 c_\alpha/c_\beta + c_\beta c_\alpha)z_0 + dc_\alpha s_\beta] + bes_\alpha/2\}/(2L_i) & (i = 1, 2) \\ J_{i3} = \{cn_i[y_0 + (s_\beta^2 c_\alpha/c_\beta - c_\beta c_\alpha)z_0 - dc_\alpha s_\beta] + cfs_\alpha/2\}/(2L_i) & (i = 3, 4) \\ J_{i4} = [(2 - as_\beta)t_\beta - bn_i c_\alpha s_\beta + (a + 1)c_\beta - d + (2t_\beta + ac_\beta - d - bn_i s_\alpha s_\beta)t_\beta^2 + ds_\beta(bn_i s_\alpha + a)]/(2L_i) & (i = 1, 2) \\ J_{i4} = [(2 + as_\beta)t_\beta + cn_i c_\alpha s_\beta - (a - 1)c_\beta + d + (2t_\beta - ac_\beta + d + cn_i s_\alpha s_\beta)t_\beta^2 + ds_\beta(cn_i s_\alpha + a)]/(2L_i) & (i = 3, 4) \end{cases}$$

(15)

式中 J_D ——2TPR&2TPS 并联机构 Jacobian 矩阵

1.4 正解

已知该机构各驱动杆长 $L_i (i = 1, 2, 3, 4)$, 求解末端位姿即为该机构的正解。本文所研究的机构较为复杂, 通过式(9)无法解出正解的解析式, 因此本文采用数值优化法, 基于反解给定初始位姿, 通过不断迭代直至满足精度要求时输出机构位姿正解, 正解流程如图 4 所示。其中, 位姿变化量 δy_0 、 δz_0 、 $\delta \alpha$ 、 $\delta \beta$ 的表达式为

$$\begin{bmatrix} \delta y_0 \\ \delta z_0 \\ \delta \alpha \\ \delta \beta \end{bmatrix} = J_D^{-1} \begin{bmatrix} \delta L_1 \\ \delta L_2 \\ \delta L_3 \\ \delta L_4 \end{bmatrix}$$

(16)

2 误差分析

2.1 误差来源

并联机构的静态误差在很大程度上决定了机构精度, 而结构参数与末端位姿间的非线性映射给误差的定量分析增加了难度。并联机构的误差可分为静态误差和动态误差, 静态误差是指不随时间变化的误差, 如设计、制造、装配等误差。静

态误差主要影响了机器人的结构参数 a 、 b 、 c 、 d 、 e 、 f 。通过建立误差分析模型, 对每个误差项取一定值, 在工作空间中选取不同位姿点分析末端位姿误差即可定量分析结构参数误差与机器人末端位姿误差间的量化关系。另外, 对每个误差项在一定范围内以相同步长取误差, 即可分析机器人末端位姿误差与该误差项误差变化的规律, 为该机器人位姿标定提供理论支撑。

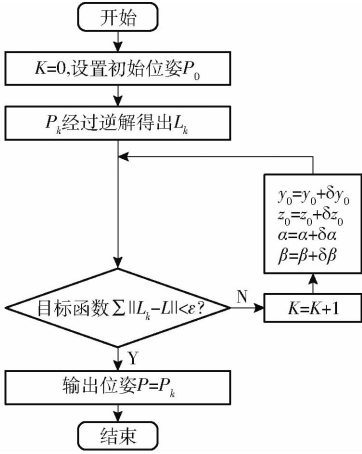


图 4 位姿正解流程图

Fig. 4 Pose forward solution process

2.2 误差模型建立

将式(9)移项后可表示为

$$f_i(y_0, z_0, \alpha, \beta, a, b, c, e, d, f, L_i) = 0 \quad (i = 1, 2, 3, 4) \quad (17)$$

对式(17)全微分得

$$\begin{aligned} & \frac{\partial f_i}{\partial y_0} \delta y_0 + \frac{\partial f_i}{\partial z_0} \delta z_0 + \frac{\partial f_i}{\partial \alpha} \delta \alpha + \frac{\partial f_i}{\partial \beta} \delta \beta + \frac{\partial f_i}{\partial a} \delta a + \frac{\partial f_i}{\partial b} \delta b + \\ & \frac{\partial f_i}{\partial c} \delta c + \frac{\partial f_i}{\partial d} \delta d + \frac{\partial f_i}{\partial e} \delta e + \frac{\partial f_i}{\partial f} \delta f + \frac{\partial f_i}{\partial L_i} \delta L_i = 0 \end{aligned} \quad (i = 1, 2, 3, 4) \quad (18)$$

整理式(18), 写成矩阵的形式为

$$\mathbf{J}\mathbf{E} = \mathbf{B} \quad (19)$$

将式(19)变换后得机器人的误差模型为

$$\delta \mathbf{P} = \mathbf{E} = \mathbf{J}^{-1} \mathbf{B} \quad (20)$$

其中

$$\mathbf{E} = [\delta y_0 \quad \delta z_0 \quad \delta \alpha \quad \delta \beta]^T$$

$$\mathbf{J} = \mathbf{J}_D$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} - \left(\frac{\partial f_1}{\partial a} \delta a + \frac{\partial f_1}{\partial b} \delta b + \frac{\partial f_1}{\partial c} \delta c + \frac{\partial f_1}{\partial d} \delta d + \right. \\ \left. \frac{\partial f_1}{\partial e} \delta e + \frac{\partial f_1}{\partial f} \delta f + \frac{\partial f_1}{\partial L_1} \delta L_1 \right) \\ - \left(\frac{\partial f_2}{\partial a} \delta a + \frac{\partial f_2}{\partial b} \delta b + \frac{\partial f_2}{\partial c} \delta c + \frac{\partial f_2}{\partial d} \delta d + \right. \\ \left. \frac{\partial f_2}{\partial e} \delta e + \frac{\partial f_2}{\partial f} \delta f + \frac{\partial f_2}{\partial L_2} \delta L_2 \right) \\ - \left(\frac{\partial f_3}{\partial a} \delta a + \frac{\partial f_3}{\partial b} \delta b + \frac{\partial f_3}{\partial c} \delta c + \frac{\partial f_3}{\partial d} \delta d + \right. \\ \left. \frac{\partial f_3}{\partial e} \delta e + \frac{\partial f_3}{\partial f} \delta f + \frac{\partial f_3}{\partial L_3} \delta L_3 \right) \\ - \left(\frac{\partial f_4}{\partial a} \delta a + \frac{\partial f_4}{\partial b} \delta b + \frac{\partial f_4}{\partial c} \delta c + \frac{\partial f_4}{\partial d} \delta d + \right. \\ \left. \frac{\partial f_4}{\partial e} \delta e + \frac{\partial f_4}{\partial f} \delta f + \frac{\partial f_4}{\partial L_4} \delta L_4 \right) \end{bmatrix}$$

其中

$$\begin{cases} \frac{\partial f_i}{\partial y_0} = 2y_0 + (e - bc_\alpha) n_i & (i = 1, 2) \\ \frac{\partial f_i}{\partial y_0} = 2y_0 + (cc_\alpha - f) n_i & (i = 3, 4) \\ \frac{\partial f_i}{\partial z_0} = 2(1 + t_\beta^2) z_0 + (ac_\beta - d - bn_i s_\beta s_\alpha) t_\beta - (s_\beta + bn_i c_\beta s_\alpha) & (i = 1, 2) \\ \frac{\partial f_i}{\partial z_0} = 2(1 + t_\beta^2) z_0 + (ac_\beta - d - cn_i s_\beta s_\alpha) t_\beta - (s_\beta - cn_i c_\beta s_\alpha) & (i = 3, 4) \\ \frac{\partial f_i}{\partial \alpha} = bn_i [y_0 - (s_\beta^2 c_\alpha / c_\beta + c_\beta c_\alpha) z_0 + dc_\alpha s_\beta] + bes_\alpha / 2 & (i = 1, 2) \\ \frac{\partial f_i}{\partial \alpha} = cn_i [y_0 + (s_\beta^2 c_\alpha / c_\beta - c_\beta c_\alpha) z_0 - dc_\alpha s_\beta] + cfs_\alpha / 2 & (i = 3, 4) \\ \frac{\partial f_i}{\partial \beta} = (2 - as_\beta) t_\beta - bn_i c_\alpha s_\beta + (a + 1) c_\beta - d + (2t_\beta + ac_\beta - d - bn_i s_\alpha s_\beta) t_\beta^2 + ds_\beta (bn_i s_\alpha + a) & (i = 1, 2) \\ \frac{\partial f_i}{\partial \beta} = (2 + as_\beta) t_\beta + cn_i c_\alpha s_\beta - (a - 1) c_\beta + d + (2t_\beta - ac_\beta + d + cn_i s_\alpha s_\beta) t_\beta^2 + ds_\beta (cn_i s_\alpha + a) & (i = 3, 4) \end{cases} \quad (23)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial f_i}{\partial a} = s_\alpha z_0 + a/2 + dc_\beta & (i = 1, 2, 3, 4) \\ \frac{\partial f_i}{\partial b} = dn_i s_\alpha s_\beta - c_\alpha (n_i y_0 + e/2) - \\ \quad n_i (s_\beta s_\alpha t_\beta - c_\beta s_\alpha) z_0 + b/2 & (i = 1, 2) \\ \frac{\partial f_i}{\partial b} = \frac{\partial f_i}{\partial e} = 0 & (i = 3, 4) \\ \frac{\partial f_i}{\partial c} = \frac{\partial f_i}{\partial f} = 0 & (i = 1, 2) \\ \frac{\partial f_i}{\partial c} = c_\alpha (n_i y_0 - f/2) - dn_i s_\alpha s_\beta + \\ \quad n_i (s_\beta s_\alpha t_\beta - c_\beta s_\alpha) z_0 + c/2 & (i = 3, 4) \\ \frac{\partial f_i}{\partial d} = 3/4 - t_\beta z_0 + bn_i s_\alpha s_\beta - ac_\beta & (i = 1, 2) \\ \frac{\partial f_i}{\partial d} = t_\beta z_0 - 3/4 - cn_i s_\alpha s_\beta - ac_\beta & (i = 3, 4) \\ \frac{\partial f_i}{\partial e} = n_i y_0 & (i = 1, 2) \\ \frac{\partial f_i}{\partial f} = -n_i y_0 & (i = 3, 4) \\ \frac{\partial f_i}{\partial L_i} = -2L_i & (i = 1, 2, 3, 4) \end{cases} \quad (21)$$

展开式(20)得机器人位姿误差模型为

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \delta y_0 \\ \delta z_0 \\ \delta \alpha \\ \delta \beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial y_0} & \frac{\partial f_1}{\partial z_0} & \frac{\partial f_1}{\partial \alpha} & \frac{\partial f_1}{\partial \beta} \\ \frac{\partial f_2}{\partial y_0} & \frac{\partial f_2}{\partial z_0} & \frac{\partial f_2}{\partial \alpha} & \frac{\partial f_2}{\partial \beta} \\ \frac{\partial f_3}{\partial y_0} & \frac{\partial f_3}{\partial z_0} & \frac{\partial f_3}{\partial \alpha} & \frac{\partial f_3}{\partial \beta} \\ \frac{\partial f_4}{\partial y_0} & \frac{\partial f_4}{\partial z_0} & \frac{\partial f_4}{\partial \alpha} & \frac{\partial f_4}{\partial \beta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ B_3 \\ B_4 \end{bmatrix} \\ \delta x_0 = (z_0 + \delta z_0) \tan(\beta + \delta \beta) - z_0 \tan \beta \end{cases} \quad (22)$$

2.3 误差分析

误差模型的作用是反映误差项误差与末端位姿误差之间的映射关系。误差模型建立后,分别对每个误差项取 1 个单位的误差,即 $\delta a = 1\text{ mm}$ 、 $\delta b = 1\text{ mm}$ 、 $\delta c = 1\text{ mm}$ 、 $\delta d = 1\text{ mm}$ 、 $\delta e = 1\text{ mm}$ 、 $\delta f = 1\text{ mm}$,得出各误差项产生 1 个单位的误差时,机构末端产生几个单位的误差,便于误差定量分析和比较各误差项对机构末端精度的影响。在工作空

间内选取 90 个位姿点,分析在各位姿点处误差项对末端位姿的影响,位姿点的选取尽可能遍及机器人的整个工作空间。以位姿点数为横坐标,机器人末端位姿误差为纵坐标,得误差项与位姿点的对应位姿误差如图 5 所示。再对全部位姿点对应的各方向误差取均值,即可得出各误差项误差与机器人末端位姿误差的量化关系,平均误差如图 6 所示。

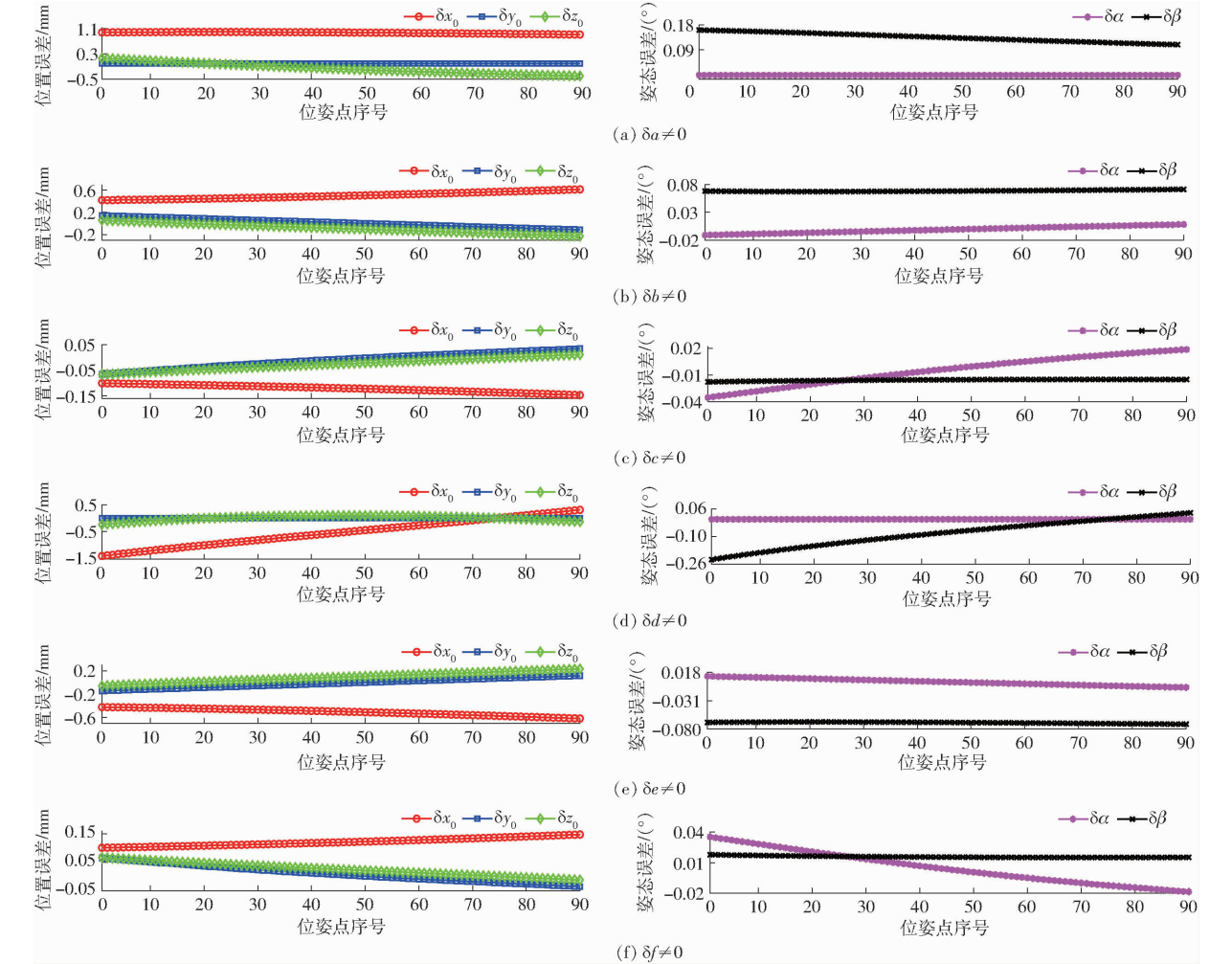


图 5 各位姿点误差

Fig. 5 Error of each pose point

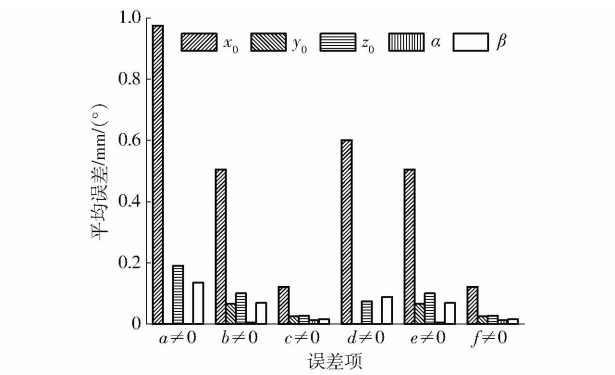


图 6 平均误差

Fig. 6 Average error

由图 6 可知,在位置误差中,各误差项对 x 方向的影响最大、 z 方向的次之、 y 方向的最小;在姿态误差中, β 方向的误差均大于 α 方向。从单个误差项对末端位姿误差的影响来看,结构参数误差 δa 影响最大, δb 和 δe 相似, δc 和 δf 也相似, δd 对 x 方向上的误差影响较大。

在完成误差的定量分析后,从选取的 90 个位姿点中选出误差最接近平均误差的位姿点,分 6 种情况将每个误差项的误差在 $[-2, 2]\text{ mm}$ 范围内调节,得出机器人末端位姿误差随各误差项误差调节的规律如图 7 所示。

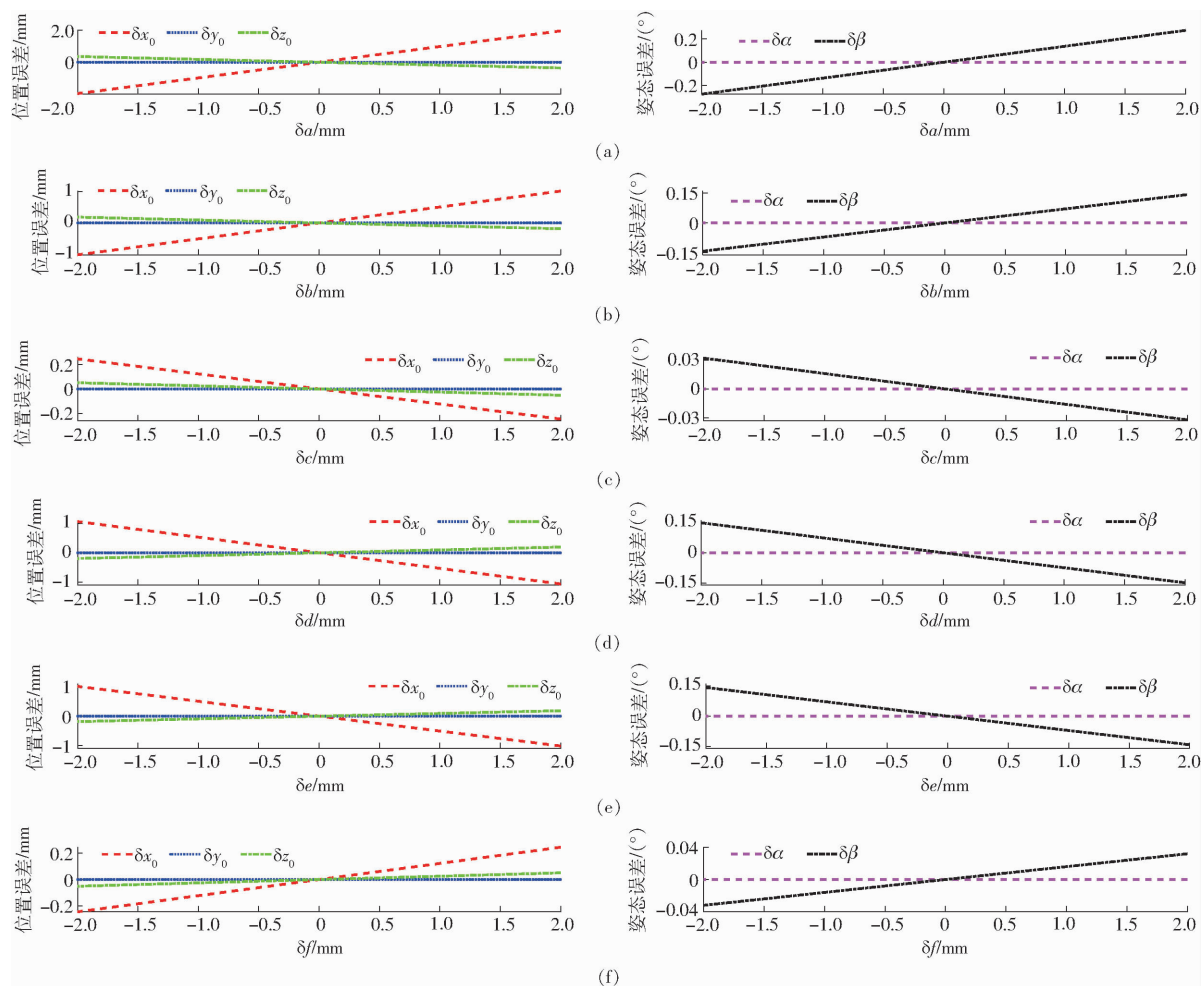


图 7 位姿误差随各误差项误差变动规律

Fig. 7 Variation of pose error with various error terms

由图 7 可得,在位置误差中,结构参数误差的变化对 x 方向的误差影响最大、 z 方向的影响次之、 y 方向的影响最小;在姿态误差中,结构参数误差的变化对 β 方向的误差影响最大、 α 方向的影响最小。其中,误差项的绝对值越大,末端位姿误差的绝对值越大。

3 标定模型

3.1 标定算法建立

由于制造误差、安装误差及零件本身的特殊性,不能精确测量各零件的精确尺寸,所以只能借助参数辨识的方法辨识出零件的精确尺寸。基于该机构逆解建立参数辨识模型,将耦合关系式 $\beta = \arctan((x_0 + d/2)/z_0)$ 代入式(9)可知,无误差时该机构的逆解为

$$L_i = L_i(x_0, y_0, z_0, \alpha, a, b, c, d, e, f) \quad (i = 1, 2, 3, 4) \quad (24)$$

式中 x_0, y_0, z_0, α ——机器人理想位姿

引入该机器人动平台结构参数 a, b, c 及定平台结构参数 d, e, f 对应需辨识的误差为 $\delta a, \delta b, \delta c, \delta d, \delta e, \delta f$, 则引入误差后机器人的逆解为

$\delta e, \delta f$, 则引入误差后机器人的逆解为

$$L_i^* = L_i(x_2, y_2, z_2, \alpha_2, a + \delta a, b + \delta b, c + \delta c, d + \delta d, e + \delta e, f + \delta f) \quad (i = 1, 2, 3, 4) \quad (25)$$

式中 x_2, y_2, z_2, α_2 ——机器人实测位姿

机器人结构参数误差 $\delta a, \delta b, \delta c, \delta d, \delta e, \delta f$ 待解,可通过建立目标函数,再对目标函数最小值寻优获得。建立目标函数为

$$F(\delta) = \sum_m \sqrt{(L_{1m} - L_{1m}^*)^2 + (L_{2m} - L_{2m}^*)^2 + (L_{3m} - L_{3m}^*)^2 + (L_{4m} - L_{4m}^*)^2} \quad (26)$$

式中 m ——位姿点数

$L_{1m}, L_{2m}, L_{3m}, L_{4m}$ ——无误差时第 m 个点对应的驱动杆长度

$L_{1m}^*, L_{2m}^*, L_{3m}^*, L_{4m}^*$ ——含误差时第 m 个点对应的驱动杆长度

粒子群算法具有原理简单、需调参数少、收敛速度快等优点,在参数辨识中易获得需辨识的结构参数误差值。但标准粒子群算法参数固定,在寻优过

程中易出现早熟收敛至局部极值点、迭代后期收敛速度慢等问题。故本文采用改进粒子群算法,引入动态惯性权重和动态学习因子,以避免陷入局部最优和加快迭代后期的收敛速度,动态惯性权重、动态学习因子计算式为

$$\begin{cases} c_1(t) = c_{1\max} - \frac{(c_{1\max} - c_{1\min})t}{g} \\ c_2(t) = c_{2\min} + \frac{(c_{2\max} - c_{2\min})t}{g} \\ \omega(t) = \omega_{\max} - \frac{(\omega_{\max} - \omega_{\min})t}{g} \end{cases} \quad (27)$$

式中 $c_1、c_2$ ——学习因子
 t ——当前迭代次数
 g ——终止迭代次数
 ω ——惯性权重

在迭代前期,惯性权重 ω 较大,以保证各个粒子独立飞行,在空间内充分搜索,后期 ω 减小,多向其他粒子学习;前期 c_1 大、后期 c_2 大,从而平衡粒子的全局搜索能力和局部搜索能力。

使用改进粒子群算法对机器人的结构参数进行辨识,首先初始化群粒子参数,每个粒子代表结构参数误差的一个潜在解。每次迭代中,粒子以适应度来衡量自身的性能,通过对比所有粒子的适应度来获取全局最优解,从而优化粒子的速度和位置,直至满足条件时输出需辨识的结构参数误差。本文使用改进粒子群算法对目标函数式(26)的最小值寻优,得出待辨识的结构参数误差 $\delta a、\delta b、\delta c、\delta d、\delta e、\delta f$ 。用辨识后的结构参数修正机构逆解,控制驱动杆运动到相应位置,再测量末端位置以验证补偿效果,改进粒子群算法的参数设置如表 2 所示,标定原理如图 8 所示。更新粒子当前速度和位置的表达式为

$$\begin{cases} v_{id}^{(t+1)} = \omega v_{id}^{(t)} + c_1 rand_1(pBest_{id}^{(t)} - x_{id}^{(t)}) + \\ \quad c_2 rand_2(gBest^{(t)} - x_{id}^{(t)}) \\ x_{id}^{(t+1)} = x_{id}^{(t)} + v_{id}^{(t+1)} \end{cases} \quad (i = 1, 2, \cdots, N) \quad (28)$$

式中 d ——空间维数
 N ——粒子数
 $rand_1、rand_2$ ——区间 $[0,1]$ 上的随机数
 $pBest$ ——个体极值 $gBest$ ——群体极值

3.2 算法验证

为验证标定算法的有效性,对机器人各误差项设置一定量误差,在工作空间内选取 30 个位姿点进行参数辨识,为验证算法的普遍适应性,取多次辨识值来验证算法的效果。设置 1 组误差,采用图 8 的方法对其辨识 5 次,结果如表 3 所示。

表 2 改进粒子群算法参数设置
Tab.2 Modified particle swarm optimization parameter setting

参数	数值	参数	数值
粒子数 N	10 000	群体学习因子 $c_{2\max}$	1.5
迭代次数 g	1 000	惯性权重 ω	0.2 ~ 0.8
个体学习因子 $c_{1\min}$	0.5	寻优范围 x	-20 ~ 20
个体学习因子 $c_{1\max}$	1.5	速度 v	-0.05 ~ 0.05
群体学习因子 $c_{2\min}$	0.5	维数	6

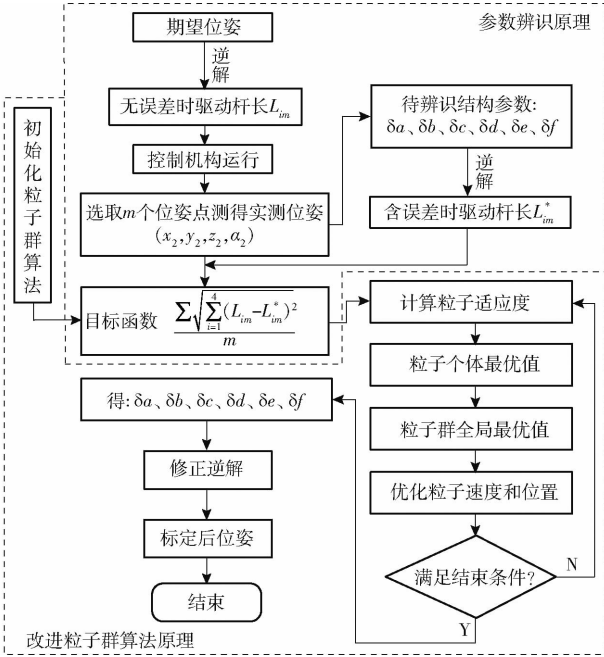


图 8 标定原理

Fig.8 Calibration principle

表 3 误差设置及辨识结果

Tab.3 Error setting and identification results mm						
误差项	δa	δb	δc	δd	δe	δf
设置值	-1.5	3	2	-2.4	-4.7	1.5
第 1 次	-1.499	3.135	1.992	-2.400	-4.564	1.492
第 2 次	-1.499	3.168	2.001	-2.400	-4.531	1.500
辨识值 第 3 次	-1.499	3.134	1.992	-2.400	-4.565	1.492
第 4 次	-1.499	3.135	1.992	-2.400	-4.564	1.492
第 5 次	-1.499	3.004	1.992	-2.400	-4.665	1.492

将选择的位姿点代入含误差项的正逆解得到的末端位姿,与理想位姿求差得到标定前的位姿误差。获得待辨识误差项后,用辨识结果修正机器人的正逆解,将选择的位姿点代入,得到的末端位姿与理想位姿求差得到标定后的位姿误差。对比标定前、后的位姿误差,可评价标定算法的有效性。选取 90 个位姿点的误差,对 5 组辨识参数的有效性进行分析,图 9 为标定前误差,图 10 为标定后误差。

由图 9、10 可知,5 组标定后的位姿误差均远小于标定前的误差,说明该标定算法有效,能有效提升机器人位姿精度。

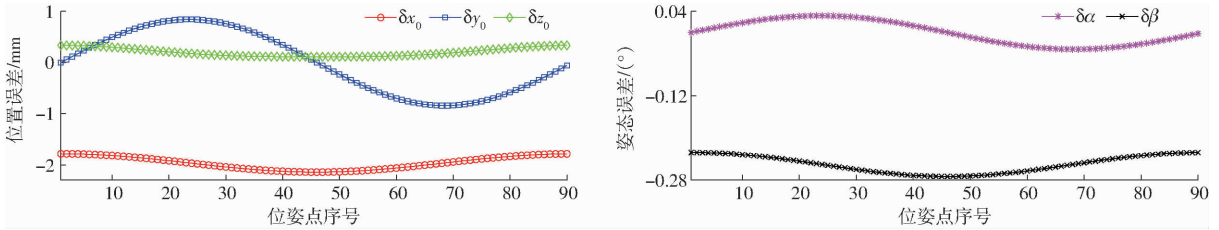


图 9 标定前误差
Fig.9 Error before calibration

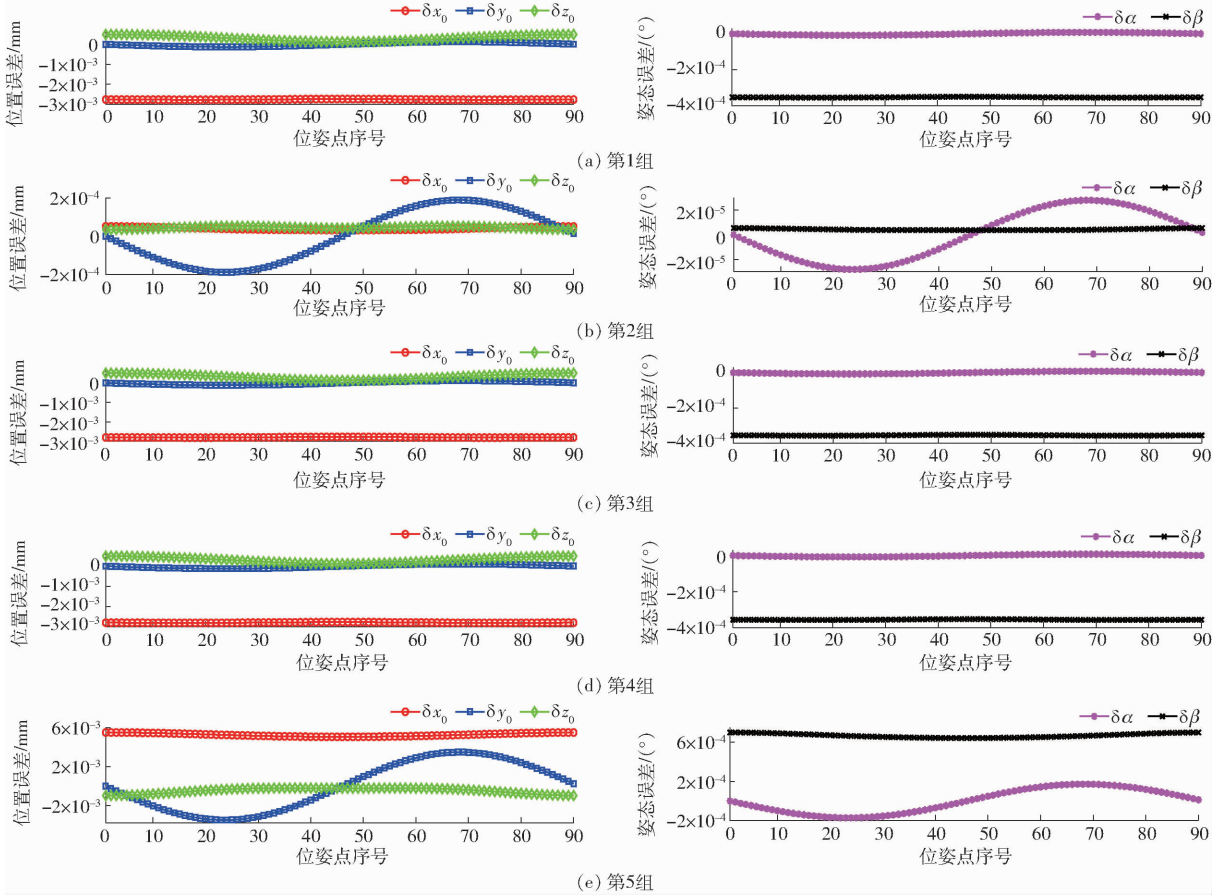


图 10 标定后误差
Fig. 10 Error after calibration

3.3 实验验证

完成给定误差的辨识、标定算法验证有效后,使用该方法辨识激光跟踪仪采集的结构参数的误差。由于激光跟踪仪仅能获取位置坐标值,故分析时不考虑机器人的姿态误差,将其视为 0°。测量时,将靶球置于动坐标系的原点处,选取 30 个位姿点进行测量,实验测量方案如图 11 所示。

使用激光跟踪仪测得机器人的 30 个位姿点,它们为标定前的位姿。对标定前的位姿采用图 8 的方法辨识结构参数误差 δa 、 δb 、 δc 、 δd 、 δe 、 δf ,结果如表 4 所示。将辨识出的各参数值与对应的结构参数求和得机构各参数的实际值。用实际值修正机构逆解,将选取的 30 个理想位姿点代入修正后的逆解,得到对应驱动杆长度,控制驱动杆到相应位置,

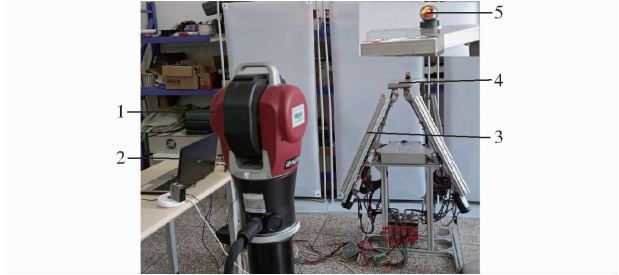


图 11 末端位置测量
Fig. 11 Measurement of end position

1. 激光跟踪仪 2. PC 机 3. 2TPR&2TPS 并联机构 4. 动平台 5. 靶球

测得的位姿即为标定后的位姿。将标定前、后的位姿与理想位姿相减再取绝对值,得标定前、后的位姿误差,结果如图 12 所示。

表 4 辨识结果

Tab.4 Identification results

误差项	δa	δb	δc	δd	δe	δf
辨识值	17.842	-6.800	18.674	7.694	-6.202	-18.591

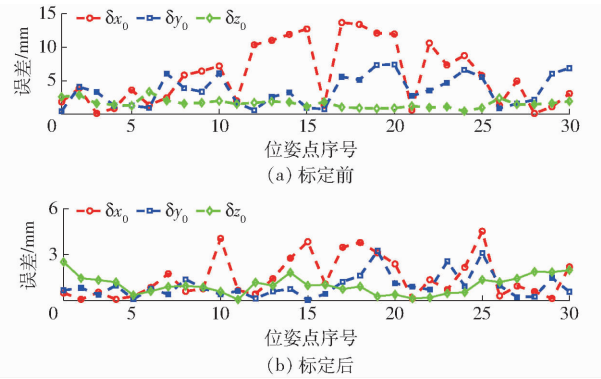


图 12 标定结果

Fig.12 Calibration results

3.4 评价函数与结果

标定完成后,将位置误差均值 $\bar{U}$ 和距离误差均值 $\bar{E}$ 作为标定效果的评价指标,评价函数为

$$\begin{cases} \bar{U} = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |\delta x_i| + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |\delta y_i| + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |\delta z_i| \right) \\ \bar{E} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \sqrt{(\delta x_i)^2 + (\delta y_i)^2 + (\delta z_i)^2} \end{cases} \quad (29)$$

式中 n ——标定点数量

$\delta x_i, \delta y_i, \delta z_i$ ——第 i 个位姿点沿 x, y, z 轴方向的位置误差

$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |\delta x_i|$ ——末端位姿沿 x 轴方向的误差均值

$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |\delta y_i|$ ——末端位姿沿 y 轴方向的误差均值

$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |\delta z_i|$ ——末端位姿沿 z 轴方向的误差均值

由图 12 可知,位置误差均值由 3.684 mm 降至 1.156 mm,精度提升 68.62%;距离误差均值由 7.710 mm 降至 2.350 mm,精度提升 69.52%,标定算法有效,效果显著。

4 结论

- (1) 以一种 2TPR&2TPS 并联机构为研究对象,采用全微分法得出机器人的误差模型,根据该模型得出机器人结构参数误差与末端位姿误差间的量化关系,以及各误差项误差变动对末端位姿误差的影响规律。
- (2) 基于改进粒子群算法建立了参数辨识模型,通过对本文的待辨识量设置一组误差值,并取 5 次辨识值与设置值作对比,验证了该参数辨识模型的有效性;同时,建立了标定效果评价函数。
- (3) 采用建立的参数辨识模型对机器人的结构参数进行辨识,辨识后修正该机器人的正逆解完成误差标定。实验结果表明,位置误差精度提升 68.62%;距离误差均值由标定前的 7.710 mm 降至 2.350 mm,精度提升 69.52%,标定算法有效,效果显著。

参 考 文 献

[1] 程刚,葛世荣.3-RPS 对称并联式机械腿误差模型及分析[J].中国矿业大学学报,2009,38(1):50-55.
CHENG Gang, GE Shirong. 3-RPS symmetrical parallel manipulator leg error model and analysis[J]. Journal of China University of Mining and Technology, 2009, 38(1): 50-55. (in Chinese)

[2] 赵延治,宋晓鑫,杨建涛,等.基于虚设运动副的并联机器人静态误差建模与标定[J].中国机械工程,2017,28(18):2189-2197.
ZHAO Yanzhi, SONG Xiaoxin, YANG Jiantao, et al. Static error modeling and calibration of a parallel robot based on virtual kinematic pair[J]. China Mechanical Engineering, 2017, 28(18): 2189-2197. (in Chinese)

[3] 梅江平,贺媛,臧家伟.基于末端转角误差的并联机器人零点标定方法[J].机器人,2018,40(5):685-692,703.
MEI Jiangping, HE Yuan, ZANG Jiawei. Zero point calibration method for parallel robots based on end angle error[J]. Robotics, 2018, 40(5): 685-692, 703. (in Chinese)

[4] 夏纯,张海峰,李秦川,等.基于等效运动链的并联机器人运动学标定方法[J].机械工程学报,2022,58(14):71-84.
XIA Chun, ZHANG Haifeng, LI Qinchuan, et al. Calibration method for kinematics of parallel robot based on equivalent kinematic chain[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2022, 58(14): 71-84. (in Chinese)

[5] 樊锐,李茜,王丹.6PUS 并联机构的运动学整机标定[J].北京航空航天大学学报,2016,42(5):871-877.
FAN Rui, LI Qian, WANG Dan. Kinematics calibration of 6PUS parallel mechanism[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2016, 42(5): 871-877. (in Chinese)

[6] 姜一舟,于连栋,常雅琪,等.基于改进差分进化算法的机器人运动学参数标定[J].光学精密工程,2021,29(7):1580-1588.
JIANG Yizhou, YU Liandong, CHANG Yaqi, et al. Robot kinematics parameter calibration based on improved differential evolution[J]. Optical Precision Engineering, 2021, 29(7): 1580-1588. (in Chinese)

- [7] 陈相君,古力那尔·祖农,薛梓,等.基于激光跟踪仪的协作机器人标定算法与实验研究[J]. 计量学报,2021,42(5):552–557.
CHEN Xiangjun, GULINAER Zunong, XUE Zi, et al. Calibration algorithm and experimental research of cooperative robot based on laser tracker[J]. Journal of Metrology, 2021,42(5): 552–557. (in Chinese)
- [8] 乔贵方,万其,吕仲艳,等.基于 ZRM–MDH 模型转换的串联机器人运动学参数标定[J]. 农业机械学报,2021,52(3): 382–389.
QIAO Guifang, WAN Qi, LÜ Zhongyan, et al. Kinematics parameter calibration of a serial robot based on ZRM–MDH model transformation[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2021,52(3): 382–389. (in Chinese)
- [9] ZHAO D, DONG C L, GUO H, et al. Kinematic calibration based on the multicollinearity diagnosis of a 6-DOF polishing hybrid robot using a laser tracker[J]. Mathematical Problems in Engineering, 2018; 1–13.
- [10] SHI Y, FANG J, WENG Z Y. Research on kinematic parameter calibration of handling robot[C] // 2017 13th IEEE International Conference on Electronic Measurement & Instruments (ICEMI), 2017: 224–228.
- [11] 李永泉,王皓辰,张阳,等.一种基于手眼视觉的并联机器人标定方法[J]. 中国机械工程,2020,31(6):722–730,755.
LI Yongquan, WANG Haochen, ZHANG Yang, et al. A calibration method for parallel robots based on hand-eye vision[J]. China Mechanical Engineering, 2020,31(6):722–730, 755. (in Chinese)
- [12] ZHAO H H, ZHAO J, LIN Y F, et al. A new calibration method and experimental study for kinematic parameters of industrial robot [C]//2020 International Conference on Artificial Intelligence and Electromechanical Automation (AIEA), 2020: 221–227.
- [13] 张禹,马君桥,王永志,等.机器人抓取的三维手眼标定方法研究[J]. 机床与液压,2022,50(15):38–42.
ZHANG Yu, MA Junqiao, WANG Yongzhi, et al. Research on 3D hand-eye calibration method for robot grasping[J]. Machine Tools and Hydraulics, 2022,50(15): 38–42. (in Chinese)
- [14] HUANG C H, XIE F G, LIU X J, et al. Measurement configuration optimization and kinematic calibration of a parallel robot [J]. ASME J. Mechanisms Robotics, 2022, 14(3): 031017.
- [15] 赵铁军,杨伟林.改进鱼群算法机器人几何参数标定[J]. 机械工程与自动化,2021(5):166–168.
ZHAO Tiejun, YANG Weilin. Geometric parameter calibration of improved fish school algorithm robots[J]. Mechanical Engineering and Automation, 2021(5):166–168. (in Chinese)
- [16] 李法民,郑天江,沈雯钧,等.绳驱动连续体机器人标定方法[J]. 中国机械工程,2022,33(2):202–208.
LI Famin, ZHENG Tianjiang, SHEN Wenjun, et al. Calibration method for rope-driven continuous robot [J]. China Mechanical Engineering, 2022,33(2):202–208. (in Chinese)
- [17] 魏文锋,王勇.基于 POE 的工业机器人标定方法[J]. 机器人技术与应用,2020(3):26–30.
WEI Wenfeng, WANG Yong. Based POE calibration method for industrial robots[J]. Robotics Technology and Applications, 2020(3):26–30. (in Chinese)
- [18] 王宪伦,胡晓伟.基于多孔标定法的串联机器人运动学标定研究[J]. 机电工程,2019,36(5):470–474,500.
WANG Xianlun, HU Xiaowei. Research on kinematics calibration of serial robots based on multi-hole calibration method[J]. Electromechanical Engineering, 2019,36(5): 470–474,500. (in Chinese)
- [19] HE Z, ZHANG R, ZHANG X, et al. Absolute positioning error modeling and compensation of a 6-DOF industrial robot[C] // 2019 IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics (ROBIO), IEEE, 2019: 840–845.
- [20] 温秀兰,宋爱国,冯月贵,等.基于最优位姿集的机器人标定及不确定度评定[J]. 仪器仪表学报,2022,43(9):276–283.
WEN Xiulan, SONG Aiguo, FENG Yuegui, et al. Robot calibration and uncertainty evaluation based on optimal pose set[J]. Journal of Instrumentation, 2022,43(9):276–283. (in Chinese)
- [21] 赵磊,闫照方,栾倩倩,等.大空间运动 3–RRRU 并联机器人运动学标定与误差分析[J]. 农业机械学报,2021,52(11): 411–420.
ZHAO Lei, YAN Zhaofang, LUAN Qianqian, et al. Kinematic calibration and error analysis of a 3–RRRU parallel robot for large space motion[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2021,52(11): 411–420. (in Chinese)
- [22] 刘海龙,李移伦,吴海波.基于粒子群优化算法的搬运机器人标定方法研究[J]. 电气自动化,2022,44(5):98–101.
LIU Hailong, LI Yilun, WU Haibo. Research on calibration method of handling robot based on particle swarm optimization algorithm[J]. Electrical Automation, 2022,44(5): 98–101. (in Chinese)
- [23] HUITAEK Y, HEUNGKI J, SEUNGHAN Y, et al. Calibration of industrial robots with spherical joint using single wire encoder[J]. Manufacturing Letters, 2022,33: 46–50.
- [24] 张俊,蒋舒佳,池长城.2UPR&2RPS 型冗余驱动并联机器人的运动学标定[J]. 机械工程学报,2021,57(15):62–70.
ZHANG Jun, JIANG Shujia, CHI Changcheng. Kinematics calibration of 2UPR&2RPS redundant drive parallel robot[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2021,57(15): 62–70. (in Chinese)
- [25] 伞红军. 新型五轴并串联机床的运动学分析与结构参数设计[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学,2009.
SAN Hongjun. Kinematics analysis and structural parameter design of a new five axis parallel serial machine tool[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2009. (in Chinese)