

doi:10.6041/j.issn.1000-1298.2023.05.034

基于群智能优化算法的土壤水动力参数反演

苏李君^{1,2} 郭媛¹ 陶汪海² 张亚玲¹ 单鱼洋³ 王全九^{2,3}

(1. 西安理工大学理学院, 西安 710054; 2. 西安理工大学西北旱区生态水利国家重点实验室, 西安 710048;

3. 西安理工大学水利水电学院, 西安 710048)

摘要: 土壤水动力参数是模拟田间土壤物质传输过程的基本参数, 准确确定土壤水动力参数对实现农田生境精准调控具有重要意义。基于一维垂直入渗试验数据, 采用代数方法和数值方法, 构造3个不同的目标函数, 并分析鲸鱼优化算法和灰狼优化算法反演 Brooks - Corey - Mualem 模型参数的适用性。结果表明: 通过选择合适的目标函数, 两种群智能优化算法均可用于反演土壤水动力参数。在代数方法中, 鲸鱼优化算法在目标函数2下(由累积入渗量、入渗时间、含水率构成的相对误差)固定参数 θ_r 、 θ_s 优化得到的土壤水动力参数误差最小, 反演参数得到的累积入渗量、入渗率、含水率的相对误差都在 9.74% 以下, 决定系数都在 0.904 0 以上, 反演时间为 70 s; 在数值方法中, 灰狼优化算法在目标函数3下(由累积入渗量、湿润锋深度、含水率构成的相对误差)固定参数 θ_r 、 θ_s 优化得到的参数误差最小, 反演参数得到的累积入渗量、入渗率、含水率的相对误差都在 2.53% 以下, 决定系数都在 0.991 7 以上, 反演时间为 115 s。因此, 代数方法所用时间短、精度相对较低, 数值方法所用时间较长、精度相对较高, 在反演土壤水动力参数时, 可根据误差精度需求, 选择合适的优化方法。

关键词: 土壤水动力参数; 参数反演; 智能优化算法; Brooks - Corey - Mualem 模型

中图分类号: S152.7 文献标识码: A 文章编号: 1000-1298(2023)05-0324-11

OSID:



Inversion of Soil Hydrodynamic Parameters with Richards Equation Based on Intelligent Optimization Algorithm

SU Lijun^{1,2} GUO Yuan¹ TAO Wanghai² ZHANG Yaling¹ SHAN Yuyang³ WANG Quanjiu^{2,3}

(1. School of Science, Xi'an University of Technology, Xi'an 710054, China

2. State Key Laboratory of Eco-hydraulics in Northwest Arid Regions, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China

3. Institute of Water Resources and Hydroelectric Engineering, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China)

Abstract: Soil hydrodynamic parameters are the basic parameters for simulating the process of soil material transport in the field. Accurate determination of soil hydrodynamic parameters is of great significance to achieve precise regulation of farmland habitat. For one-dimensional vertical infiltration experimental data, based on algebraic and numerical methods, three different objective functions were constructed, and the applicability of the whale optimization algorithm and grey wolf optimizer was analyzed to invert the parameters of the Brooks - Corey - Mualem model. The result showed that by choosing an appropriate objective function, both swarm intelligence optimization algorithms can be used to invert soil hydrodynamic parameters. In the algebraic method, the whale optimization algorithm optimized the soil hydrodynamic parameters with the fixed parameters θ_r and θ_s under the objective function two (relative error composed of cumulative infiltration, time, and soil water content profiles) with the smallest error. The relative errors of the cumulative infiltration volume, infiltration rate, and soil water content profiles obtained from the inversion parameters were all below 9.74%, the determination coefficients were all above 0.904 0, and the inversion time was 70 s. In the numerical method, the parameter error derived from the fixed parameters θ_r and θ_s under the objective function three (relative error composed of cumulative infiltration, depth of wetting front, and soil water content profile) of the

收稿日期: 2022-09-13 修回日期: 2022-11-27

基金项目: 国家自然科学基金面上项目(51979220、52179042)、兵团重大科技项目(2021AA003-2)和陕西省创新能力支撑计划项目(2020PT-023)

作者简介: 苏李君(1986—), 男, 教授, 博士, 主要从事土壤物质传输模拟和微分方程数值解研究, E-mail: sljun11@163.com

grey wolf optimizer was the smallest. The relative errors of the cumulative infiltration volume, infiltration rate, and soil water content profiles obtained from the inversion parameters were all below 2.53%, the determination coefficients were all above 0.9917, and the inversion time was 115 s. Therefore, the algebraic method took a short time and has relatively low accuracy, while the numerical method took a long time and has a relatively high accuracy. When inverting soil hydrodynamic parameters, an appropriate optimization method can be selected according to the error accuracy requirements.

Key words: soil hydraulic parameters; parameter inversion; intelligent optimization algorithm; Brooks - Corey - Mualem model

0 引言

在土壤物理学中,一般采用 Richards 方程描述非饱和土壤水分运动^[1],而描述土壤含水率与基质势关系的土壤水分特征曲线模型是求解 Richards 方程的关键。常用的土壤水分特征曲线模型有 Gardner 模型^[2-3]、Brooks - Corey 模型^[4]、Gardner - Russo 模型^[5]、Van Genuchten 模型^[6]等。由于这些模型的高度非线性,导致通过田间或室内直接测定土壤水动力性质费时费力,且易引入较大的不确定性,因此间接估计土壤水动力参数的方法越来越受到重视。目前,许多学者基于遗传算法和粒子群算法提出了土壤水分特征曲线模型参数的反演方法^[7-16]。杨坤等^[7]基于遗传算法建立了土壤水分运动参数识别的优化计算模型,并通过土壤含水率实测值验证了模型的可行性。由于遗传算法全局搜索能力极强,但局部寻优能力较差,郭向红等^[8]通过 Levenberg - Marquardt 算法较强的局部优化能力来提高遗传算法的收敛速度,提出了反演土壤水动力参数的混合遗传算法。陈大春等^[10]、马亮^[11]分别采用随机粒子群算法和改进粒子群算法构建了 Van Genuchten 模型参数的反演模型。

群智能优化算法是一种具有全局优化性能、通用性强且适合于并行处理的算法,在解决大空间、非线性、全局寻优、组合优化等复杂问题方面具有独特的优势^[17]。莫愿斌等^[18]提出一种改进萤火虫算法(GSOPB)对 Van Genuchten 模型参数进行优化。为了解决土壤水分特征曲线 Van Genuchten 模型参数优化的非线性拟合问题,付强等^[19]提出了可变步长的改进萤火虫算法(MFA),与粒子群算法、遗传算法、萤火虫算法相比,该算法模拟结果精度更高,适用性更强。与萤火虫算法相比较,鲸鱼优化算法和灰狼优化算法具有收敛速度快、寻优精度高和全局寻优能力强等优点^[20-21]。本文基于数值模拟和代数方程,采用鲸鱼优化算法和灰狼优化算法对土壤水动力参数进行反演,旨在为土壤水动力参数的反演提供新的途径和方法。

1 材料与方法

1.1 土壤水分运动方程

一维非饱和土壤条件下的达西定律可表示为

$$q(h) = K(h) \frac{dh}{dz} + K(h) \cos\phi \quad (1)$$

式中 q ——土壤水分通量, cm/min

$K(h)$ ——非饱和土壤导水率, cm/min

h ——土壤水吸力, cm

z ——空间坐标值, 向上为正, cm

ϕ ——流动方向与垂直轴之间的夹角(即垂直流动 $\phi = 0^\circ$, 水平流动 $\phi = 90^\circ$)

假设土壤为均质、各向同性的刚性多孔介质,则在初始含水率分布均匀的条件下,一维垂直入渗问题可用 Richards 方程表示为

$$\begin{cases} \frac{\partial\theta}{\partial T} = -\frac{\partial q}{\partial z} = -\frac{\partial}{\partial z} \left(K(h) \frac{\partial h}{\partial z} + K(h) \right) \\ \theta(z, 0) = \theta_0 \\ \theta(0, T) = \theta_s \\ \theta(\infty, T) = \theta_0 \end{cases} \quad (2)$$

式中 θ ——土壤体积含水率, cm^3/cm^3

T ——时间, min

θ_0 ——初始含水率, cm^3/cm^3

θ_s ——土壤饱和含水率, cm^3/cm^3

为求解方程, BROOKS - COREY 提出了一个描述土壤含水率和土壤基质势之间关系的模型

$$S_e = \begin{cases} \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} = \left(\frac{h_d}{h} \right)^n & (h \leq h_d) \\ 1 & (h > h_d) \end{cases} \quad (3)$$

式中 S_e ——有效饱和度

θ_r ——土壤滞留含水率, cm^3/cm^3

n ——形状系数

h_d ——进气吸力, cm

根据 Mualem 模型^[22], 式(1)中的非饱和导水率 $K(h)$ 可以表示为

$$K(h) = K_s \left(\frac{h_d}{h} \right)^m = K_s \left(\frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right)^{\frac{m}{n}} \quad (4)$$

式中 K_s ——饱和导水率, cm/min

m ——参数

基于 HYDRUS-1D^[23-25] 软件模拟的数据, 本文采用智能优化算法反演土壤水力参数, 反演的参数主要有 θ_r 、 θ_s 、 h_d 、 n 和 K_s 。通过反演得到的参数计算相应的累积入渗量、入渗率、湿润锋深度和含水率数据, 并进行误差分析。采用相对误差 R_e ^[26] 和决定系数 R^2 ^[26] 来验证群智能优化算法反演参数的准确度。

1.2 数据来源

HYDRUS-1D^[23-25] 软件可以用来模拟不同初始和边界条件下的一维土壤水分运动。因此, 本

文使用 HYDRUS-1D 模拟非饱和土壤水分在初始含水率均匀分布、定水头条件下的一维垂直非饱和土壤水分入渗过程, 并生成不同时间的累积入渗量、入渗率、湿润锋深度和土壤含水率数据。将模拟时间 10 等分, 基于生成的数据构建目标函数, 采用智能优化算法对土壤的水动力参数进行反演。表 1 列出了美国农业部分类方案中 11 (土壤序号 1~11) 个土壤结构^[26] 的土壤水力参数。土壤 12 的土壤水力参数、累积入渗量、入渗率、含水率、湿润锋深度、入渗时间等数据来自马东豪等^[27] 的实测试验数据, 用于验证本文方法的可行性。

表 1 土壤水力参数

Tab. 1 Soil hydraulic parameters

土壤序号	土壤类型	$\theta_r / (\text{cm}^3 \cdot \text{cm}^{-3})$	$\theta_s / (\text{cm}^3 \cdot \text{cm}^{-3})$	$\theta_0 / (\text{cm}^3 \cdot \text{cm}^{-3})$	h_d / cm	$K_s / (\text{cm} \cdot \text{min}^{-1})$	n	模拟时间/min
1	壤土	0.027	0.463	0.035	11.148	0.022 0	0.220	400
2	砂质粘壤土	0.068	0.398	0.075	28.090	0.007 2	0.250	400
3	粘土	0.090	0.475	0.150	37.313	0.001 0	0.131	400
4	砂壤土	0.041	0.453	0.050	14.663	0.043 0	0.322	120
5	粉壤土	0.015	0.501	0.023	20.747	0.011 3	0.211	400
6	粉质粘土	0.056	0.479	0.100	34.247	0.001 5	0.127	300
7	砂土	0.020	0.437	0.030	7.246	0.350 0	0.592	20
8	壤砂土	0.035	0.437	0.040	8.696	0.101 8	0.474	40
9	粘壤土	0.075	0.366	0.083	25.907	0.003 8	0.194	400
10	粉质粘壤土	0.040	0.471	0.066	32.573	0.002 5	0.151	4 000
11	砂质粘土	0.109	0.430	0.120	29.155	0.002 0	0.168	400
12	陈岗土	0.018	0.450	0.018	68.000	0.023 0	0.297	180

1.3 代数方法

代数方法是利用非饱和土壤水分垂直入渗问题的解析解^[27-29] 构建反演模型的目标函数。首先将群智能优化算法随机生成的土壤水力参数代入解析解, 获得累积入渗量 I 、入渗率 i 、土壤含水率 θ 和入渗时间 T 的代数解, 再与 HYDRUS-1D 模拟得到的结果作比较, 最后优化出使得目标函数最小的一组参数。选取 SU 等^[28] 提出的解析解构建模型, 代数表达式为

$$I \approx \left\{ (\theta_s - \theta_r) \left[\frac{2n+1}{3n+1} + \frac{n(2n+1)^2}{(3n+1)(5n+2)} \frac{z_f}{2\alpha_1 h_d} \right] - (\theta_0 - \theta_r) \right\} z_f \quad (5)$$

$$i \approx \begin{cases} K_s \left(\frac{h_d}{m-n-1} \frac{A_2}{z_f} - \frac{1}{2\alpha_1} + 1 \right) & \left(0 < z_f < \frac{2h_d^{1.5}}{(m-n-1)h_d^{0.5}-2} \right) \\ K_s & \left(z_f \geq \frac{2h_d^{1.5}}{(m-n-1)h_d^{0.5}-2} \right) \end{cases} \quad (6)$$

$$\theta \approx \theta_r + (\theta_s - \theta_r) e^{\frac{-nz}{2\alpha_1 h_d}} \left(1 - A_2 \frac{z}{z_f} \right)^{\frac{n}{m-n-1}} \quad (7)$$

$$T \approx \int_0^{z_f} \left\{ (\theta_s - \theta_r) \left[\frac{2n+1}{3n+1} + \frac{n(2n+1)^2}{(3n+1)(5n+2)} \frac{h_d^{-1.5} z^2 + 2z}{2(1+h_d^{-1.5} z)^2 h_d} + \theta_r - \theta_0(z) \right] \right\} / i(z) dz \quad (8)$$

其中

$$A_2 = 1 - \left(\frac{\theta_0 - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right)^{\frac{m-n-1}{n}} e^{\frac{-(m-n-1)}{2\alpha_1 h_d} z_f}$$

$$\alpha_1 = h_d^{-1.5} z_f + 1$$

式中 z_f ——湿润锋深度

其中, T 根据三点高斯求积公式计算得到。

1.4 数值方法

数值方法是利用有限差分法构建土壤水分运动方程的数值模拟模型, 并将群智能优化算法随机生成的土壤水力参数代入数值模型, 模拟得到累积入渗量 I 、入渗率 i 和土壤含水率 θ 的数值解数据, 再与 HYDRUS-1D 模拟得到的结果作比较, 优化出使目标函数最小的一组参数。具体的有限差分格式为:

对一维土壤水分运动方程中的 $\frac{\partial \theta}{\partial t}$ 取向前差商,

$\frac{\partial \theta}{\partial z} \left(D(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial z} \right)$ 取二阶中心差商, $\frac{\partial K(h)}{\partial z}$ 取一阶中心

差商,代入方程及边界条件可得其离散形式

$$-\frac{\Delta t}{2(\Delta x)^2}(D_{s-1}^{(N+1)} + D_s^{(N+1)})\theta_{s-1}^{(N+1)} + \left[1 + \frac{\Delta t}{2(\Delta x)^2}(D_{s-1}^{(N+1)} + 2D_s^{(N+1)} + D_{s+1}^{(N+1)})\right]\theta_s^{(N+1)} - \frac{\Delta t}{2(\Delta x)^2}(D_s^{(N+1)} + D_{s+1}^{(N+1)})\theta_{s+1}^{(N+1)} = \theta_s^{(N)} + \frac{\Delta t}{2\Delta x}(K_{s+1}^{(N+1)} + K_{s-1}^{(N+1)})$$

式中 Δx ——空间步长,cm

Δt ——时间步长,min

$D_s^{(N+1)}$ —— $(N+1)\Delta t$ 时刻第 s 个结点上的非饱和扩散率,cm²/min

$\theta_s^{(N+1)}$ —— $(N+1)\Delta t$ 时刻第 s 个结点上的土壤体积含水率,cm³/cm³

$K_s^{(N+1)}$ —— $(N+1)\Delta t$ 时刻第 s 个结点上的非饱和导水率,cm/min

将方程线性化,令 $r_1 = \frac{\Delta t}{(\Delta x)^2}, r_2 = \frac{\Delta t}{\Delta x}$,则 $a_s = -$

$$\frac{r_1}{2} \cdot (D_s^{(N)} + D_{s+1}^{(N)}), b_s = 1 + \frac{r_1}{2}(D_s^{(N)} + 2D_{s+1}^{(N)} + D_{s+2}^{(N)}),$$

$K_s^{(N+1)} \approx K_s^{(N)}, c_s = -\frac{r_1}{2}(D_{s+1}^{(N)} + D_{s+2}^{(N)})$ 。结合边界条件,可得土壤水分运动方程离散形式的矩阵形式

$$\begin{bmatrix} b_1 & c_1 & & & & & & & \\ a_2 & b_2 & c_2 & & & & & & \\ & a_3 & b_3 & c_3 & & & & & \\ & & \ddots & \ddots & \ddots & & & & \\ & & & a_{M-3} & b_{M-3} & c_{M-3} & & & \\ & & & & a_{M-2} & b_{M-2} & & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_2^{(N+1)} \\ \theta_3^{(N+1)} \\ \theta_4^{(N+1)} \\ \vdots \\ \theta_{M-2}^{(N+1)} \\ \theta_{M-1}^{(N+1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_2^{(N)} + \frac{r_2}{2}(K_3^{(N)} - K_s) - a_1\theta_s \\ \theta_3^{(N)} + \frac{r_2}{2}(K_4^{(N)} - K_2^{(N)}) \\ \theta_4^{(N)} + \frac{r_2}{2}(K_5^{(N)} - K_3^{(N)}) \\ \vdots \\ \theta_{M-2}^{(N)} + \frac{r_2}{2}(K_{M-1}^{(N)} - K_{M-3}^{(N)}) \\ \theta_{M-1}^{(N)} + \frac{r_2}{2} \left[K_s \left(\frac{\theta_0 - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right)^{\frac{m}{n}} - K_{M-2}^{(N)} \right] - c_{M-2}\theta_0 \end{bmatrix}$$

为了验证差分格式与 HYDRUS-1D 模拟结果的一致性,将表 1 中壤土参数代入差分格式中,得到的累积入渗量、入渗率和含水率与 HYDRUS-1D 模

拟结果相比较,相对误差分别为 1.13%、1.59%、3.16%,决定系数分别为 0.999 3、0.991 2、0.986 4,由此可见两种数值方法的模拟结果具有一致性。因此,本文采用差分格式与群智能算法相结合构建数值反演方法。

1.5 目标函数

选取合适的目标函数能有效解决参数反演的非唯一性问题,提高反演结果的精确度^[30],所以目标函数的选取极其重要。本文采用累积入渗量、时间、含水率、湿润锋深度的误差构建目标函数。在代数方法中,选取模拟时间 10 等分所对应的累积入渗量、湿润锋深度以及最终时刻 10 个深度上的土壤含水率,并将湿润锋深度代入式(8)计算相应的入渗时间,根据入渗时间、累积入渗量和土壤含水率构建目标函数,因此代数方法可采用目标函数 1 和目标函数 2 进行反演。

目标函数 1

$$\text{mino} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{10} (I_{li} - I_i)^2}{\sum_{i=1}^{10} I_i^2} + \frac{\sum_{i=1}^{10} (T_{ci} - T_i)^2}{\sum_{i=1}^{10} T_i^2}} \quad (9)$$

式中 o ——目标函数值

I_{li} ——累积入渗量的近似解

I_i ——HYDRUS-1D 模拟得到的累积入渗量

T_{ci} ——入渗时间的近似解

T_i ——HYDRUS-1D 模拟得到的入渗时间

目标函数 2

$$\text{mino} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{10} (I_{li} - I_i)^2}{\sum_{i=1}^{10} I_i^2} + \frac{\sum_{i=1}^{10} (T_{ci} - T_i)^2}{\sum_{i=1}^{10} T_i^2} + \frac{\sum_{i=1}^{10} (\theta_{li} - \theta_i)^2}{\sum_{i=1}^{10} \theta_i^2}} \quad (10)$$

式中 θ_{li} ——土壤含水率的近似解

θ_i ——HYDRUS-1D 模拟得到的土壤含水率

在数值方法中,选取与 HYDRUS-1D 模拟中相同时间下的累积入渗量、湿润锋深度以及相同深度的土壤含水率建立目标函数,因此数值方法采用目标函数 3 进行反演。

目标函数 3

$$\text{mino} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{10} (I_{li} - I_i)^2}{\sum_{i=1}^{10} I_i^2} + \frac{\sum_{i=1}^{10} (z_{ci} - z_{fi})^2}{\sum_{i=1}^{10} z_{fi}^2} + \frac{\sum_{i=1}^{10} (\theta_{li} - \theta_i)^2}{\sum_{i=1}^{10} \theta_i^2}} \quad (11)$$

式中 z_{ci} ——差分格式模拟得到的湿润锋深度

1.6 群智能优化算法

1.6.1 鲸鱼优化算法

鲸鱼优化算法 (Whale optimization algorithm, WOA)^[31] 是模仿座头鲸的觅食行为提出的一种新型启发式优化算法。该算法主要包含包围、捕食和搜索猎物 3 个阶段。

包围阶段数学模型为

$$\mathbf{X}(t+1) = \mathbf{X}^*(t) - (2ar - a) |\mathbf{CX}^*(t) - \mathbf{X}(t)| \quad (12)$$

式中 t ——当前迭代次数

$\mathbf{X}^*(t)$ ——第 t 代全局最优位置

$\mathbf{X}(t)$ ——第 t 代个体位置

a ——常数, 从 2 线性减少到 0

r —— $[0, 1]$ 中的随机向量

C —— $[0, 2]$ 中的随机向量

每个鲸鱼个体在朝目标游动时, 采取缩小包围圈和螺旋前进两种策略, 为使这两种方式同时进行, 在建模中设置执行优化任务时选择两种行进方式的概率均为 50%, 捕食阶段数学模型表示为

$$\mathbf{X}(t+1) =$$

$$\begin{cases} \mathbf{X}^*(t) - (2ar - a) |\mathbf{CX}^*(t) - \mathbf{X}(t)| & (p < 0.5) \\ |\mathbf{X}^*(t) - \mathbf{X}(t)| e^{bl} \cos(2\pi l) + \mathbf{X}^*(t) & (p \geq 0.5) \end{cases} \quad (13)$$

式中 b ——常数 l —— $[0, 1]$ 中的随机数

p —— $[0, 1]$ 中的随机数

搜索猎物阶段数学模型为

$$\mathbf{X}(t+1) = \mathbf{X}_{rand} - (2ar - a) |\mathbf{CX}_{rand} - \mathbf{X}(t)| \quad (14)$$

式中 \mathbf{X}_{rand} ——从当前种群中选择的随机位置 (随机鲸鱼)

综上所述, 鲸鱼优化算法的流程图如图 1 所示, A 为协同系数向量。

1.6.2 灰狼优化算法

灰狼优化算法 (Grey wolf optimizer, GWO) 是由

$$\mathbf{X}(t+1) = \frac{\mathbf{X}_\alpha - A_1 |C_1 \mathbf{X}_\alpha(t) - \mathbf{X}(t)| + \mathbf{X}_\beta - A_2 |C_2 \mathbf{X}_\beta(t) - \mathbf{X}(t)| + \mathbf{X}_\delta - A_3 |C_3 \mathbf{X}_\delta(t) - \mathbf{X}(t)|}{3} \quad (16)$$

式中 $\mathbf{X}_\alpha, \mathbf{X}_\beta, \mathbf{X}_\delta$ ——当前种群中 α, β, δ 的位置向量

A_1, A_2, A_3 ——协同系数向量

C_1, C_2, C_3 ——协同系数向量

综上所述, 灰狼优化算法的流程图如图 2 所示。

1.7 优化过程

利用群智能优化算法求解土壤水动力参数的基本思想是: 根据土壤水分特征曲线模型确定待优化

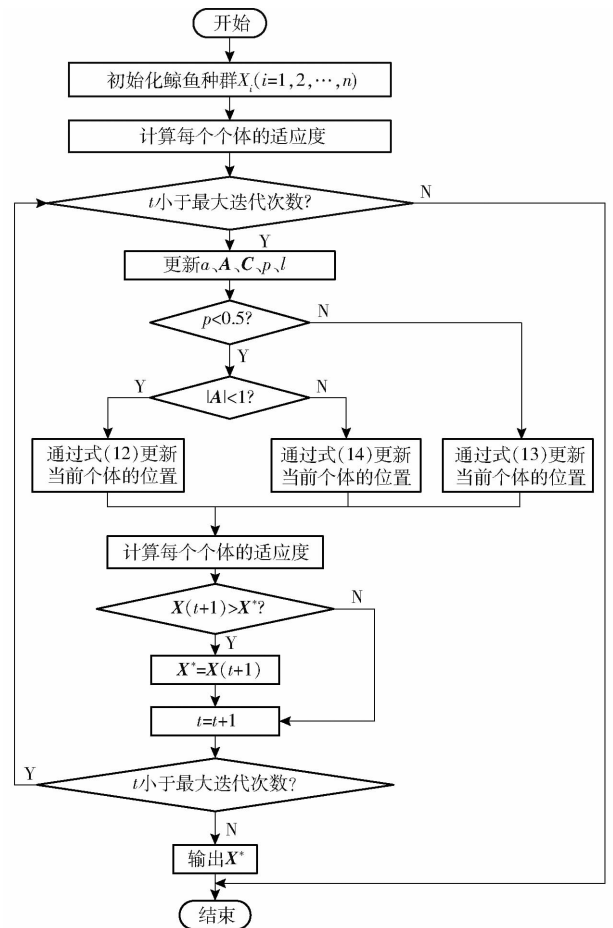


图 1 鲸鱼优化算法流程图

Fig. 1 Flow chart of whale optimization algorithm

MIRJALILI 等^[32] 提出的一种群智能优化算法。将狼群中适应度最好的 3 匹灰狼依次标记为 α, β, δ , 而剩下的灰狼标记为 ω 。灰狼搜索猎物时会逐渐地接近猎物并包围它, 该行为数学模型为

$$\mathbf{X}(t+1) = \mathbf{X}_p - |2ar_3 - a| |2r_4 \mathbf{X}_p - \mathbf{X}(t)| \quad (15)$$

式中 \mathbf{X}_p ——猎物位置

r_3, r_4 —— $[0, 1]$ 中的随机向量

在每次迭代过程中, 保留当前种群中的最好 3 只灰狼 (α, β, δ), 然后根据它们的位置信息来更新其它搜索代理 (包括 ω) 的位置。该行为数学模型为

参数, 即决策变量, 种群中每个个体所处空间位置均包含一组决策变量。分别选择目标函数 1、2、3 作为适应度函数, 通过适应度函数来衡量个体所处空间位置的优劣, 利用搜索策略不断更新种群个体位置直至获取最佳空间位置, 即获得待优化问题的最佳决策变量。本文针对代数与数值两种方法构建的目标函数, 采用鲸鱼优化算法和灰狼优化算法反演 Brooks - Corey - Mualem 模型参数, 利用 Matlab 软件

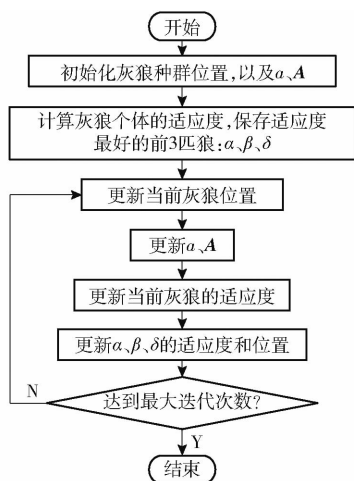


图2 灰狼优化算法流程图

Fig. 2 Flow chart of grey wolf optimizer

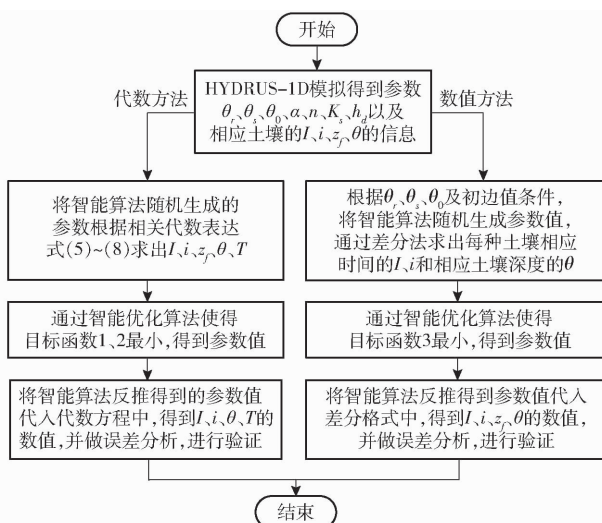


图3 代数方法与数值方法反演 Brooks - Corey - Mualem 参数优化过程

Fig. 3 Parameter optimization of Brooks - Corey - Mualem model by algebraic and numerical methods

分别对代数和数值的群智能优化算法进行程序编写, 算法流程如图3所示。

2 结果与分析

2.1 代数方法反演结果

基于代数方法, 采用鲸鱼优化算法和灰狼优化算法对11种土壤的 θ_r 、 θ_s 、 h_d 、 n 、 K_s 共5个参数进行反演, 或者固定几个参数值时反演其他参数值。在优化算法中, 设置种群个数为500, 最大迭代次数为3000, 平均运行时间为70 s。以壤土为例, 参数反演结果如表2所示。11种土壤参数的反演结果表明,

鲸鱼优化算法在目标函数1和目标函数2下目标函数值的范围分别为0.00431~0.06032和0.03074~0.08476, 参数反演值的相对误差平均值为0.24%~27.76%和0.38%~23.82%; 灰狼优化算法在目标函数1和目标函数2下目标函数值的范围分别为0.00414~0.06032和0.01308~0.07331, 参数反演值的相对误差平均值为0.12%~27.71%和0.23%~25.14%。对于两种群智能优化算法,

表2 不同优化算法及目标函数下壤土参数反演结果

Tab. 2 Results of loam parameters inversion by different optimization algorithms and objective functions

算法	目标函数	固定参数	目标函数值	$\theta_r /$ ($\text{cm}^3 \cdot \text{cm}^{-3}$)	$\theta_s /$ ($\text{cm}^3 \cdot \text{cm}^{-3}$)	h_d / cm	n	$K_s /$ ($\text{cm} \cdot \text{min}^{-1}$)	相对误差 平均值/%
WOA	目标函数 1		0.005 03	0.016	0.470	10.404	0.194	0.020 6	13.70
		θ_r	0.005 04	0.027	0.469	10.425	0.196	0.020 6	6.26
		θ_s	0.010 85	0.035	0.463	12.443	0.252	0.020 1	16.00
		θ_r, θ_s	0.010 94	0.027	0.463	12.359	0.241	0.020 1	9.75
		K_s	0.010 68	0.021	0.480	8.539	0.203	0.022 0	13.95
	目标函数 2		0.063 16	0.033	0.464	11.956	0.205	0.020 0	9.06
		θ_r	0.063 35	0.027	0.464	11.886	0.208	0.020 1	5.31
		θ_s	0.063 18	0.033	0.463	11.804	0.204	0.020 0	10.94
		θ_r, θ_s	0.063 38	0.027	0.463	11.762	0.199	0.020 0	8.14
		K_s	0.064 69	0.034	0.466	10.596	0.276	0.022 0	14.54
GWO	目标函数 1		0.005 03	0.010	0.470	10.362	0.191	0.020 6	18.16
		θ_r	0.005 04	0.027	0.470	10.451	0.199	0.020 6	5.91
		θ_s	0.010 85	0.035	0.463	12.445	0.252	0.020 1	16.01
		θ_r, θ_s	0.010 94	0.027	0.463	12.351	0.241	0.020 1	9.74
		K_s	0.010 53	0.035	0.480	8.603	0.207	0.022 0	15.49
	目标函数 2		0.062 57	0.034	0.465	12.084	0.238	0.020 3	9.96
		θ_r	0.062 72	0.027	0.465	12.017	0.234	0.020 3	5.52
		θ_s	0.062 71	0.033	0.463	11.829	0.218	0.020 2	9.65
		θ_r, θ_s	0.062 90	0.027	0.463	11.755	0.213	0.020 2	5.71
		K_s	0.062 35	0.034	0.469	9.445	0.248	0.022 0	13.68

虽然目标函数 1 的目标函数值小于目标函数 2,但目标函数 1 的参数误差大于目标函数 2。因此,为了更准确地反演参数,可选取目标函数 2 为适应度函数。

针对 11 种土壤的参数,在目标函数 2 下,鲸鱼优化算法反演 θ_r 、 θ_s 、 h_d 、 n 、 K_s 的相对误差分别不超过 47.02%、0.06%、4.97%、17.01% 和 3.18%,灰狼优化算法反演 θ_r 、 θ_s 、 h_d 、 n 、 K_s 的相对误差分别不超过 53.43%、0.12%、7.31%、17.06% 和 3.62%。从参数误差可以看出, θ_r 的反演误差较大。

由于 θ_r 、 θ_s 和 K_s 可以通过室内试验测量得到^[33],因此可考虑固定这 3 个参数,反演其他参数值。当固定 θ_r 时,鲸鱼优化算法反演 θ_s 、 h_d 、 n 、 K_s 的相对误差不超过 0.05%、6.43%、14.20%、2.34%,灰狼优化算法反演的相对误差不超过 0.13%、8.92%、25.80%、3.38%;当固定 θ_s 时,鲸鱼优化算法反演 θ_r 、 h_d 、 n 、 K_s 的相对误差不超过 43.67%、8.72%、15.10%、2.45%,灰狼优化算法反演的相对误差不超过 45.79%、8.78%、15.17%、4.44%;当固定 K_s 时,鲸鱼优化算法反演 θ_r 、 θ_s 、 h_d 、 n 的相对误差不超过 47.36%、0.12%、9.00%、12.90%,灰狼优化算法反演的相对误差不超过 47.27%、0.12%、5.26%、13.87%;当同时固定 θ_r 和 θ_s 时,鲸鱼优化算法反演 h_d 、 n 、 K_s 的相对误差不超过 3.97%、10.92%、2.67%,灰狼优化算法反演的相对误差不超过 10.02%、17.98%、3.78%。

在目标函数 2 下,对于 11 种土壤反演得到的参数,不固定参数时鲸鱼优化算法反演 θ_s 、 h_d 、 n 、 K_s 4 个参数的相对误差平均值为 0.01%~4.45%,固定 θ_r 反演 θ_s 、 h_d 、 n 、 K_s 4 个参数的相对误差平均值为 0.11%~6.93%,固定 θ_s 反演 h_d 、 n 、 K_s 3 个参数的相对误差平均值为 0.22%~5.23%,固定 K_s 反演 θ_s 、 h_d 、 n 3 个参数的相对误差平均值为 0.02%~4.38%,固定 θ_r 、 θ_s 反演 h_d 、 n 、 K_s 3 个参数的相对误差平均值为 0.23%~3.81%;不固定参数时灰狼优化算法反演 θ_s 、 h_d 、 n 、 K_s 4 个参数的相对误差平均值为 0.05%~4.89%,固定 θ_r 反演 θ_s 、 h_d 、 n 、 K_s 4 个参数的相对误差平均值为 0.39%~6.89%,固定 θ_s 反演 h_d 、 n 、 K_s 3 个参数的相对误差平均值为 0.35%~5.26%,固定 K_s 反演 θ_s 、 h_d 、 n 3 个参数的相对误差平均值为 0.03%~4.67%,固定 θ_r 、 θ_s 反演 h_d 、 n 、 K_s 3 个参数的相对误差平均值为 0.37%~6.34%。

综上所述,在目标函数 2 下,不固定参数时选用鲸鱼优化算法反演 θ_s 、 h_d 、 n 、 K_s 4 个参数的精度优于灰狼优化算法;固定参数 θ_r 时灰狼优化算法反演 θ_s 、 h_d 、 n 、 K_s 4 个参数的精度优于鲸鱼优化算法;固定参数 θ_s 时鲸鱼优化算法反演 h_d 、 n 、 K_s 3 个参数的精度优于灰狼优化算法;固定参数 K_s 时鲸鱼优化算法反演精度优于灰狼优化算法;固定参数 θ_r 和 θ_s 时,鲸鱼优化算法反演 h_d 、 n 、 K_s 3 个参数的相对误差最小,反演效果最好,反演结果如表 3 所示。

表 3 目标函数 2 下鲸鱼优化算法和灰狼优化算法固定 θ_r 、 θ_s 反演其他参数值结果

Tab.3 Whale optimization algorithm and grey wolf optimizer algorithm reversed values of other parameters by fixing θ_r and θ_s by objective function 2

土壤序号	土壤类型	WOA					GWO				
		目标函数值	h_d/cm	n	$K_s/(cm \cdot min^{-1})$	相对误差平均值/%	目标函数值	h_d/cm	n	$K_s/(cm \cdot min^{-1})$	相对误差平均值/%
1	壤土	0.063 38	11.762	0.199	0.020 0	0.70	0.062 90	11.755	0.213	0.020 2	0.37
2	砂质粘壤土	0.044 32	27.265	0.309	0.007 1	1.87	0.017 98	36.981	0.288	0.005 8	5.39
3	粘土	0.047 28	43.652	0.136	0.000 9	1.67	0.047 28	44.034	0.136	0.000 9	1.86
4	砂壤土	0.055 29	13.964	0.416	0.045 8	3.03	0.055 29	13.963	0.416	0.045 8	3.04
5	粉壤土	0.073 00	23.847	0.219	0.009 6	1.57	0.073 00	23.860	0.219	0.009 6	1.58
6	粉质粘土	0.056 10	30.759	0.135	0.001 6	0.65	0.056 10	30.813	0.135	0.001 6	0.63
7	砂土	0.039 57	8.657	0.545	0.335 0	1.54	0.024 90	8.065	0.545	0.342 7	0.65
8	壤砂土	0.063 57	9.122	0.631	0.096 5	3.81	0.069 50	8.036	0.571	0.097 3	1.66
9	粘壤土	0.067 67	24.973	0.253	0.004 0	3.22	0.061 27	26.274	0.245	0.003 8	2.27
10	粉质粘壤土	0.072 18	31.103	0.147	0.002 3	0.23	0.072 18	31.142	0.147	0.002 3	0.23
11	砂质粘土	0.066 85	23.790	0.191	0.002 3	2.64	0.061 53	32.071	0.239	0.002 0	6.34

以壤土、砂质粘壤土、粘土、砂壤土为例,将鲸鱼优化算法在目标函数 2 固定参数 θ_r 、 θ_s 下反演得到的参数代入式(5)~(7)中,得到的累积入渗量、入渗率、土壤剖面含水率的代数解与 HYDURS -

1D 的结果作比较,比较结果如图 4~6(其中,代数解是在固定参数 θ_r 、 θ_s 下鲸鱼优化算法针对目标函数 2 反演得到)所示。从图 4~6 可知,代数解与 HYDURS - 1D 模拟得到的结果基本一致,11 种土

壤的累积入渗量、入渗率、含水率的相对误差都在 9.74% 以下, 决定系数都在 0.904 0 以上。这表明, 鲸鱼优化算法在目标函数 2 固定参数 θ_r 、 θ_s 下反演得到的土壤参数可以较为准确地描述土壤水分运动。

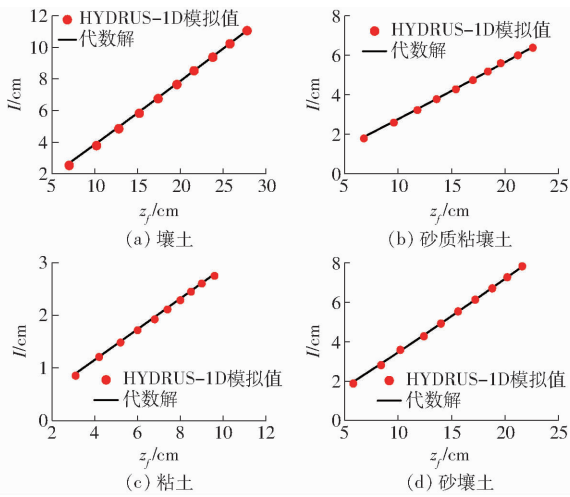


图 4 代数方法与 HYDRUS-1D 模拟得到的累积入渗量对比

Fig. 4 Comparison results of algebraic method and HYDRUS-1D simulation of cumulative infiltration

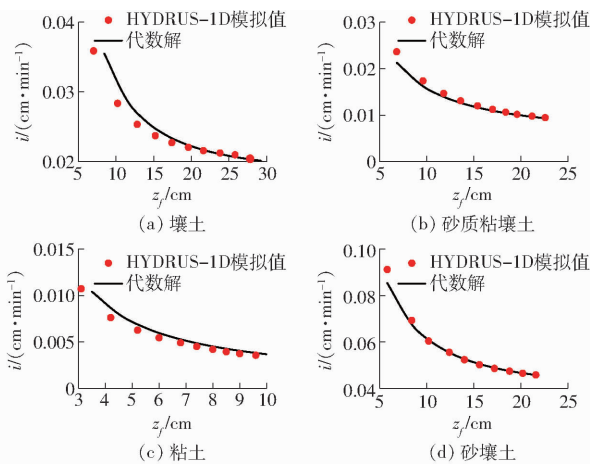


图 5 代数方法与 HYDRUS-1D 模拟得到的入渗率对比

Fig. 5 Comparison results of algebraic method and HYDRUS-1D simulation of infiltration rate

2.2 数值方法反演结果

相对于代数方法, 数值方法计算量较大, 因此在优化算法中, 设置种群个数为 50, 最大迭代次数为 100, 平均运行时间为 115 s。11 种土壤参数的反演结果表明: 在鲸鱼优化算法下, 除了砂壤土和粉质粘壤土的目标函数值分别为 0.170 25 和 0.093 26 外, 其余土壤的目标函数值均在 0.000 22 ~ 0.008 70 之间, 11 种土壤反演结果的相对误差平均值在 3.21% ~ 14.93% 之间; 在灰狼优化算法下, 除了砂壤土的目标函数值为 0.169 63 外, 其余土壤目标函数值均在 0.001 22 ~ 0.009 89 之间, 11 种土

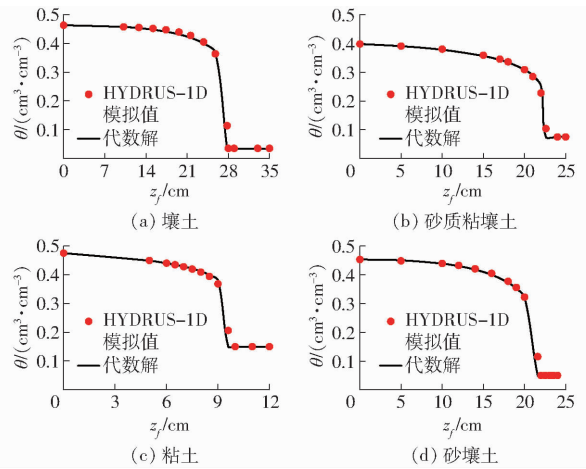


图 6 代数方法与 HYDRUS-1D 模拟得到的土壤剖面含水率对比

Fig. 6 Comparison results of algebraic method and HYDRUS-1D simulation of soil water content profile

壤反演结果的相对误差平均值在 2.10% ~ 12.86% 之间。分析目标函数值可以发现, 目标函数值并不影响反演参数的相对误差。因此, 在数值方法中, 灰狼优化算法在目标函数 3 下反演的参数结果优于鲸鱼优化算法。

由于在代数方法中, 固定参数 θ_r 、 θ_s 的鲸鱼优化算法反演效果最好, 因此在数值方法中同样考虑固定 θ_r 、 θ_s 参数值。表 4 为灰狼优化算法和鲸鱼优化算法在目标函数 3 下固定 θ_r 、 θ_s 的反演结果, 结果表明: 在鲸鱼优化算法下, 除了砂壤土和粉质粘壤土的目标函数值分别为 0.169 44 和 0.091 93 外, 其余土壤目标函数值均在 0.000 22 ~ 0.002 81 之间, 反演参数的相对误差平均值在 0.45% ~ 15.20% 之间; 在灰狼优化算法下, 除了砂壤土的目标函数值为 0.169 44 外, 其余土壤目标函数值均在 0.000 06 ~ 0.000 75 之间, 反演参数的相对误差平均值在 0.04% ~ 1.05% 之间。因此, 在数值方法中, 灰狼优化算法固定 θ_r 、 θ_s 参数值反演土壤参数的值更精确。

以壤土、砂质粘壤土、粘土、砂壤土为例, 将灰狼优化算法在固定参数 θ_r 、 θ_s 下反演得到的参数代入差分格式中, 得到的累积入渗量、入渗率、剖面含水率的数值结果与 HYDRUS 的结果作比较, 比较结果如图 7 ~ 9 (其中, 数值解是在固定参数 θ_r 、 θ_s 下灰狼优化算法针对目标函数 3 反演得到) 所示。从图 7 ~ 9 可知, 数值解与 HYDRUS 的结果基本一致, 11 种土壤的累积入渗量、入渗率、剖面含水率的相对误差都在 2.53% 以下, 决定系数都在 0.991 7 以上, 反演时间为 115 s。这表明, 灰狼优化算法在目标函数 3 下固定 θ_r 、 θ_s 可以通过数值方法较准确地反演土壤参数。综合分析代数方法与数值方法反演

表4 目标函数3下灰狼优化算法和鲸鱼优化算法固定 θ_r 、 θ_s 反演的参数值Tab.4 Grey wolf optimizer algorithm and whale optimization algorithm reversed values of other parameters by fixing θ_r and θ_s using objective function 3

土壤序号	土壤类型	目标函数数值	GWO				WOA				
			n	h_d/cm	$K_s/(\text{cm}\cdot\text{min}^{-1})$	相对误差平均值/%	目标函数数值	n	h_d/cm	$K_s/(\text{cm}\cdot\text{min}^{-1})$	相对误差平均值/%
1	壤土	0.000 08	0.220	11.137	0.022 0	0.06	0.000 77	0.220	11.266	0.021 9	0.52
2	砂质粘壤土	0.000 06	0.250	28.131	0.007 2	0.10	0.000 22	0.249	28.192	0.007 1	0.45
3	粘土	0.000 25	0.131	37.821	0.001 0	0.89	0.001 17	0.130	42.844	0.000 9	9.18
4	砂壤土	0.169 44	0.322	14.669	0.043 0	0.06	0.169 44	0.312	14.672	0.042 8	1.23
5	粉壤土	0.000 09	0.211	20.738	0.011 3	0.04	0.001 32	0.208	21.227	0.011 1	1.89
6	粉质粘土	0.000 22	0.127	34.614	0.001 5	0.72	0.001 18	0.126	38.470	0.001 3	7.91
7	砂土	0.000 75	0.584	7.191	0.350 3	0.75	0.002 81	0.512	7.358	0.344 7	5.52
8	壤砂土	0.000 08	0.474	8.703	0.101 8	0.06	0.002 71	0.454	8.380	0.102 2	2.72
9	粘壤土	0.000 12	0.194	25.998	0.003 8	0.26	0.000 95	0.194	25.160	0.003 9	1.74
10	粉质粘壤土	0.000 08	0.151	32.414	0.002 5	0.32	0.091 93	0.097	31.350	0.002 4	15.20
11	砂质粘土	0.000 31	0.168	28.692	0.002 0	1.05	0.000 59	0.169	29.710	0.002 0	1.28

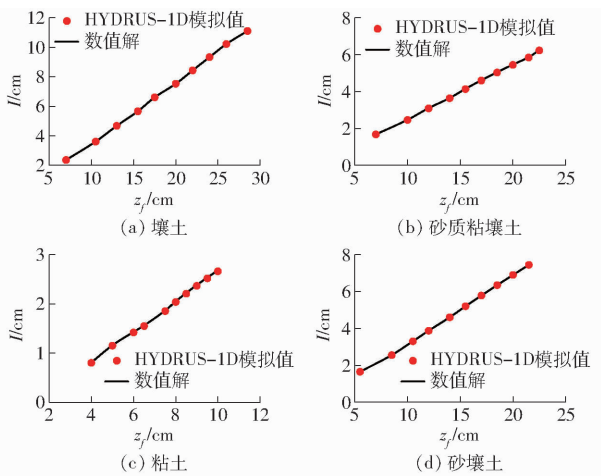


图7 数值方法与HYDRUS-1D模拟得到的累积入渗量对比

Fig.7 Compared result of numerical method and HYDRUS-1D simulation of cumulative infiltration

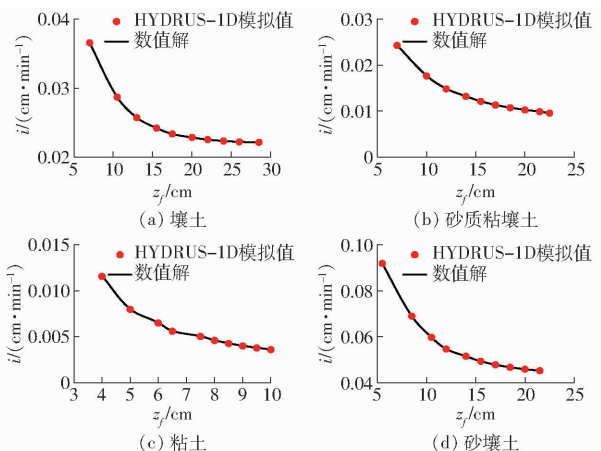


图8 数值方法与HYDRUS-1D模拟得到的入渗率对比

Fig.8 Compared result of numerical method and HYDRUS-1D simulation of infiltration rate

结果的相对误差,可知数值方法在固定 θ_r 、 θ_s 时参数

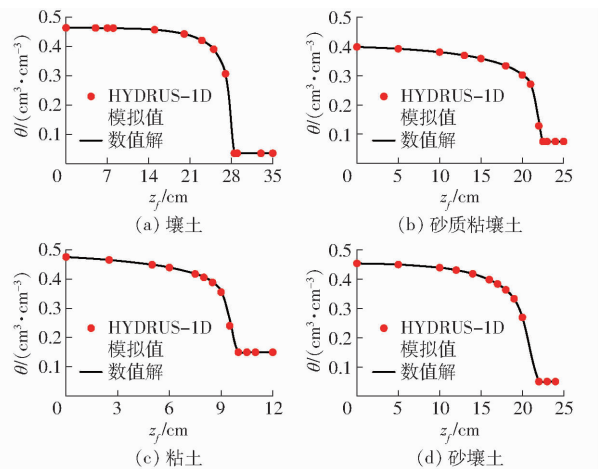


图9 数值方法与HYDRUS-1D模拟得到的土壤剖面含水率对比

Fig.9 Compared result of numerical method and HYDRUS-1D simulation of soil content profile

反演的精度比代数方法高。

2.3 方法验证

为评估代数方法和数值方法反演参数的准确性,利用马东豪等^[27]的入渗试验数据(陈岗土垂直入渗180 min,如图10所示)进行反演,其中陈岗土的参数 θ_r 、 θ_s 、 h_d 、 n 、 K_s 分别为:0.018 cm^3/cm^3 、0.450 cm^3/cm^3 、68.000 cm、0.297、0.023 0 cm/min 。在代数方法与数值方法下固定 θ_r 、 θ_s 反演参数 h_d 、 n 、 K_s 得到的累积入渗量与湿润锋深度、入渗率与湿润锋深度、剖面含水率和湿润锋深度的关系如图10所示。

在代数方法中,不固定参数时,鲸鱼优化算法反演得到参数 θ_r 、 θ_s 、 h_d 、 n 、 K_s 分别为:0.013 cm^3/cm^3 、0.425 cm^3/cm^3 、61.829 cm、0.147、0.019 2 cm/min ,累积入渗量、入渗率、剖面含水率的相对误差分别为

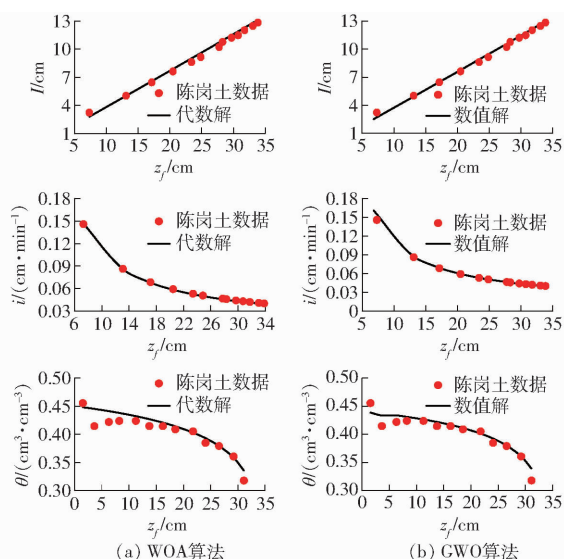


图10 固定 θ_r 、 θ_s 时代数方法、数值方法反演得到的累积入渗量、入渗率、土壤剖面含水率与实测陈岗土数据对比

Fig. 10 Cumulative infiltration, infiltration rate and soil water content profiles obtained by algebraic method and numerical method compared with measured Chengang soil data when θ_r and θ_s were fixed

4.02%、15.48%、4.17%，决定系数分别为0.9829、0.8609、0.8400；固定参数 θ_r 、 θ_s 时，鲸鱼优化算法反演得到参数 h_d 、 n 、 K_s 分别为：74.524 cm、0.190、0.0186 cm/min，累积入渗量、入渗率、剖面含水率的相对误差分别为3.30%、1.28%、3.26%，决定系数分别为0.9875、0.9991、0.8433，如图10a所示。

在数值方法中，不固定参数时，灰狼优化算法反演得到参数 θ_r 、 θ_s 、 h_d 、 n 、 K_s 分别为0.016 cm³/cm³、0.427 cm³/cm³、78.622 cm、0.131、0.0171 cm/min，累积入渗量、入渗率、剖面含水率的相对误差分别为

3.46%、5.62%、2.87%，决定系数分别为0.9863、0.9828、0.8784；固定参数 θ_r 、 θ_s 时，灰狼优化算法反演得到参数 h_d 、 n 、 K_s 分别为68.408 cm、0.156、0.0209 cm/min，累积入渗量、入渗率、剖面含水率的相对误差分别为2.55%、6.63%、2.59%，决定系数分别为0.9925、0.9761、0.9009，如图10b所示。

由式(5)可以看出，当湿润锋深度已知时，累积入渗量主要受到参数 θ_s 的影响，因此当累积入渗量的试验数据较为准确时， θ_s 具有较好的反演精度；参数 n 决定了土壤剖面含水率的形状，且敏感性较高，土壤含水率剖面形状较小差异都会对参数 n 的反演结果造成较大影响。从图10可以看出，土壤含水率的实测数据变化波动较大，因此，虽然累积入渗量、入渗率和土壤含水率反演误差较小，但代数方法和数值方法对参数 n 的反演结果均产生了较大误差。

3 结论

(1)代数方法中，采用目标函数2的反演精度优于目标函数1。在目标函数2下， θ_r 未知时，选用鲸鱼优化算法反演 θ_s 、 h_d 、 n 、 K_s 4个参数； θ_r 已知时，可考虑选用灰狼优化算法反演 θ_s 、 h_d 、 n 、 K_s 4个参数； θ_r 和 θ_s 已知时，可考虑选用鲸鱼优化算法反演 h_d 、 n 、 K_s 3个参数，且反演效果最优。

(2)数值方法中，固定参数 θ_r 、 θ_s 时，灰狼优化算法反演 h_d 、 n 、 K_s 3个参数的结果更精确。试验过程中，代数方法的运行时间短，反演一次结果所需的时间大约为70 s，但参数反演的精度低于数值方法；数值方法的运行时间长，但反演精度较高。在实际应用过程中，可以根据不同的需求选择合适的方法。

参 考 文 献

- [1] 王水献, 周金龙, 余芳, 等. 应用 HYDRUS-1D 模型评价土壤水资源量[J]. 水土保持研究, 2005, 12(2): 36-38. WANG Shuixian, ZHOU Jinlong, YU Fang, et al. Application of HYDRUS-1D model to evaluating soil water resource[J]. Research of Soil and Water Conservation, 2005, 12(2): 36-38. (in Chinese)
- [2] GARDNER W R, HILLEL D, BENYAMINI Y. Post-irrigation movement of soil water; 1. Redistribution[J]. Water Resources Research, 1970, 6(3): 851-861.
- [3] GARDNER W R, HILLEL D, BENYAMINI Y. Post-irrigation movement of soil water; 2. Simultaneous redistribution and evaporation[J]. Water Resources Research, 1970, 6(4): 1148-1153.
- [4] BROOKS R H, COREY A T. Hydraulic properties of porous media[M]. Fort Collins: Colorado State University, 1964: 3-27.
- [5] RUSSO D. Determining soil hydraulic properties by parameter estimation: on the selection of a model for the hydraulic properties[J]. Water Resources Research, 1988, 24(3): 453-459.
- [6] VAN GENUCHTEN M T. A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils[J]. Soil Science Society of America Journal, 1980, 44(5): 892-898.
- [7] 杨坤, 白丹, 郝祥琪, 等. 基于遗传算法的土壤水分运动参数识别[J]. 农业工程学报, 2009, 25(9): 32-35. YANG Kun, BAI Dan, HAO Xiangqi, et al. Identification of soil hydraulic properties based on genetic algorithm[J]. Transactions of the CSAE, 2009, 25(9): 32-35. (in Chinese)
- [8] 郭向红, 孙西欢, 马娟娟, 等. 基于混合遗传算法和积水入渗实验反求土壤水力参数[J]. 应用基础与工程科学学报, 2010, 18(6): 1017-1026. GUO Xianghong, SUN Xihuan, MA Juanjuan, et al. Inverse model estimating soil hydraulic parameters based on hybrid genetic algorithms and ponding infiltration experiment[J]. Journal of Basic Science and Engineering, 2010, 18(6): 1017-1026. (in Chinese)
- [9] 许小健, 黄小平, 张金轮. 用遗传算法优化估计 Van Genuchten 方程参数[J]. 岩土工程技术, 2008, 22(2): 75-78. XU Xiaojian, HUANG Xiaoping, ZHANG Jinlun. Using genetic algorithm to estimate parameters of Van Genuchten equation[J]. Geotechnical Engineering Technique, 2008, 22(2): 75-78. (in Chinese)

- [10] 陈大春, 马英杰. 基于随机粒子群算法的 Van Genuchten 方程参数优化求解[J]. 农业工程学报, 2006, 22(12): 82-85.
CHEN Dachun, MA Yingjie. Optimized algorithm for estimating parameters by solving Van Genuchten equation based on stochastic particle swarm optimization[J]. Transactions of the CSAE, 2006, 22(12): 82-85. (in Chinese)
- [11] 马亮. 基于改进粒子群的土壤水分特征曲线参数优化研究[J]. 节水灌溉, 2014(11): 17-20.
MA Liang. Parameters optimization of soil water characteristic curve based on improved particle swarm algorithm[J]. Water Saving Irrigation, 2014(11): 17-20. (in Chinese)
- [12] 刘衍民, 隋常玲, 赵庆祯. 改进的粒子群算法求解 Van Genuchten 方程参数[J]. 系统工程理论与实践, 2011, 31(3): 512-521.
LIU Yanmin, SUI Changling, ZHAO Qingzhen. Improved particle swarm optimizer for solving parameters of Van Genuchten model[J]. Systems Engineering-Theory & Practice, 2011, 31(3): 512-521. (in Chinese)
- [13] 刘利斌, 欧阳艾嘉, 乐光学, 等. 基于混合粒子群的土壤水分特征曲线参数优化[J]. 计算机工程与应用, 2011, 47(35): 218-221.
LIU Libin, OUYANG Aijia, YUE Guangxue, et al. Parameters optimization of soil water characteristic curve based on hybrid particle swarm algorithm[J]. Computer Engineering and Applications, 2011, 47(35): 218-221. (in Chinese)
- [14] 高雄飞, 刘元会, 郭建青, 等. 土壤水分特征曲线模型参数识别的多邻域粒子群算法[J]. 干旱地区农业研究, 2014, 32(6): 48-52.
GAO Xiongfei, LIU Yuanhui, GUO Jianqing, et al. Multiple neighborhood particle swarm algorithm for model parameter identification of soil water characteristic curve[J]. Agricultural Research in the Arid Areas, 2014, 32(6): 48-52. (in Chinese)
- [15] 陈智威. 基于遗传算法-鲸鱼算法优化反向传播神经网络的土壤参数预测[J]. 浙江农业科学, 2019, 60(1): 125-128.
- [16] 许景辉, 刘政光, 周宇博. 基于 IBAS-BP 算法的冬小麦根系土壤含水率预测模型[J]. 农业机械学报, 2021, 52(2): 294-299.
XU Jinghui, LIU Zhengguang, ZHOU Yubo. Prediction model of root soil moisture content of winter wheat based on IBAS-BP algorithm[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2021, 52(2): 294-299. (in Chinese)
- [17] 刘雪, 田云娜, 田园. 群智能算法研究综述[J]. 信息与电脑, 2021, 33(24): 63-69.
LIU Xue, TIAN Yunna, TIAN Yuan. A survey of swarm intelligence methods[J]. China Computer & Communication, 2021, 33(24): 63-69. (in Chinese)
- [18] 莫愿斌, 刘付永, 马彦追. 改进的萤火虫优化算法求解 Van Genuchten 方程参数[J]. 计算机科学, 2013, 40(增刊2): 131-135, 139.
MO Yuanbin, LIU Fuyong, MA Yanzhui. Improved artificial glowworm swarm optimization algorithm for solving parameters of Van Genuchten equation[J]. Computer Science, 2013, 40(Supp.2): 131-135, 139. (in Chinese)
- [19] 付强, 蒋睿奇, 王子龙, 等. 基于改进萤火虫算法的土壤水分特征曲线参数优化[J]. 农业工程学报, 2015, 31(11): 117-122.
FU Qiang, JIANG Ruiqi, WANG Zilong, et al. Optimization of soil water characteristic curves parameters by modified firefly algorithm[J]. Transactions of the CSAE, 2015, 31(11): 117-122. (in Chinese)
- [20] 崔东文. 鲸鱼优化算法在水库优化调度中的应用[J]. 水利水电科技进展, 2017, 37(3): 72-76.
CUI Dongwen. Application of whale optimization algorithm in reservoir optimal operation[J]. Advances in Science and Technology of Water Resources, 2017, 37(3): 72-76. (in Chinese)
- [21] 陈金红, 程刚. 灰狼优化算法-投影寻踪模型在云南省水量分配中的应用[J]. 三峡大学学报(自然科学版), 2016, 38(5): 29-35.
CHEN Jinhong, CHENG Gang. Application of wolf optimization algorithm - projection pursuit model to water allocation for Yunnan Province[J]. Journal of China Three Gorges University(Natural Sciences), 2016, 38(5): 29-35. (in Chinese)
- [22] MUALEM Y. A new model for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated porous media[J]. Water Resources Research, 1976, 12(3): 513-522.
- [23] SIMUNEK J, GENUCHTEN M T V, SEJNA M. Development and applications of the HYDRUS and STANMOD software packages, and related codes[J]. Vadose Zone Journal, 2008, 7: 587-600.
- [24] SIMUNEK J, GENUCHTEN M T V, SEJNA M. HYDRUS: model use, calibration and validation[J]. Transactions of the ASABE, 2012, 55: 1261-1274.
- [25] SIMUNEK J, JACQUES D, LANGERGRABER G, et al. Numerical modeling of contaminant transport with HYDRUS and its specialized modules[J]. Journal of the Indian Institute of Science, 2013, 93: 265-284.
- [26] CARSEL R F, PARRISH R S. Developing joint probability distributions of soil water retention characteristics[J]. Water Resources Research, 1988, 24(5): 755-769.
- [27] 马东豪, 张佳宝, 黄平. 确定 Brooks-Corey 土壤水力特性模型参数的垂直入渗方法[J]. 水科学进展, 2011, 22(2): 235-241.
MA Donghao, ZHANG Jiabao, HUANG Ping. Determination of Brooks-Corey soil hydraulic parameters through vertical infiltration experiments[J]. Advances in Water Science, 2011, 22(2): 235-241. (in Chinese)
- [28] SU L, YANG X, WANG Q, et al. Functional extremum solution and parameter estimation for one-dimensional vertical infiltration using the Brooks-Corey model[J]. Soil Science Society of America Journal, 2018, 82(6): 1319-1332.
- [29] HAYEK M. An efficient analytical model for horizontal infiltration in soils[J]. Journal of Hydrology, 2018, 564: 1120-1132.
- [30] 许晓梁, 陈孝兵, 陈力. 不同目标函数对土壤水力参数反演效果评价. 水电能源科学, 2018, 36(10): 140-143, 169.
XU Xiaoliang, CHEN Xiaobing, CHEN Li. Inversion effect evaluation of determining soil hydraulic parameters with different objective functions[J]. Water Resources and Power, 2018, 36(10): 140-143, 169. (in Chinese)
- [31] MIRJALILI S, LEWIS A. The whale optimization algorithm[J]. Advances in Engineering Software, 2016, 95: 51-67.
- [32] MIRJALILI S, MIRJALILI S M, LEWIS A. Grey wolf optimizer[J]. Advances in Engineering Software, 2014, 69: 46-61.
- [33] 徐绍辉, 刘建立. 土壤水力性质确定方法研究进展[J]. 水科学进展, 2003, 14(4): 494-501.
XU Shaohui, LIU Jianli. Advances in approaches for determining unsaturated soil hydraulic properties[J]. Advances in Water Science, 2003, 14(4): 494-501. (in Chinese)