

基于模拟退火算法的机械臂刚度辨识构型优化与实验

姜雪洁¹ 房立金²

(1. 东北大学机械工程与自动化学院, 沈阳 110819; 2. 东北大学机器人科学与工程学院, 沈阳 110819)

摘要: 针对机械臂关节刚度辨识的测量构型提出了新的优化方法和实验设计思路。首先, 综合考虑机械臂形位以及载荷矢量对刚度辨识的影响, 采用参数 $\kappa_F^{-1}(\mathbf{A})$ 作为测量构型评价指标。在此基础上, 通过合适的模拟退火优化算法得到基于 $\kappa_F^{-1}(\mathbf{A})$ 的最优测量构型。基于设计的多向加载装置实现了载荷的优化加载。实验结果表明, 与典型评价指标 $\kappa_F^{-1}(\mathbf{J})$ 相比, $\kappa_F^{-1}(\mathbf{A})$ 的最优化测量构型能更好地克服多种测量误差影响, 补偿后末端位置精度提高 29.59%, 最大位置误差降低 32.71%。可应用于实际工业环境中的串联机械臂刚度标定。

关键词: 刚度辨识; 模拟退火算法; 测量构型优化; 多向加载

中图分类号: TP242

文献标识码: A

文章编号: 1000-1298(2023)01-0419-06

OSID:



Method and Experiment of Configuration Optimization for Manipulator Stiffness Identification Based on Simulated Annealing Algorithm

JIANG Xuejie¹ FANG Lijin²

(1. School of Mechanical Engineering and Automation, Northeastern University, Shenyang 110819, China

2. Faculty of Robot Science and Engineering, Northeastern University, Shenyang 110819, China)

Abstract: Positioning accuracy is of great significance for industrial applications. Nevertheless, in actual machining operations, deformation will generate on the end-effector of industrial manipulators under external loads due to the flexibility of actuated joints. In industrial environment, the stiffness identification accuracy of serial manipulators is affected by various measurement errors. However, there is little research on dealing with the inevitable error perturbation. An optimization method and experimental design were proposed for measurement configuration of manipulator stiffness identification. Firstly, $\kappa_F^{-1}(\mathbf{A})$ was adopted as the evaluation criterion of measurement configuration considering comprehensively the influence of manipulator posture and wrench on stiffness identification. On this basis, optimal configurations based on $\kappa_F^{-1}(\mathbf{A})$ were obtained by the appropriate simulated annealing algorithm. The optimized loading was achieved on the basis of the designed multi-directional loading setup. The experimental results showed that compared with the typical evaluation criterion $\kappa_F^{-1}(\mathbf{J})$, the optimal configurations based on $\kappa_F^{-1}(\mathbf{A})$ can better overcome the impact of various measurement errors. After displacement compensation, the end position accuracy was increased by 29.59%, and the maximum end position error was reduced by 32.71% compared with the typical criterion set. The proposed method can be subsequently applied to the stiffness identification of serial manipulators in industrial environment.

Key words: stiffness identification; simulated annealing algorithm; measurement configuration optimization; multi-direction loading

0 引言

实际加工中, 由于驱动关节刚度、连杆刚度以及

其他传动系统的柔顺, 在负载作用下机械臂末端执行器会产生形变, 从而影响其定位精度^[1-3]。形变的大小和方向与机械臂的构型和载荷矢量相关。普

收稿日期: 2022-03-16 修回日期: 2022-04-15

基金项目: 辽宁省中央引导地方科技发展专项(2021JH6/10500132)

作者简介: 姜雪洁(1990—), 女, 博士生, 主要从事机器人参数辨识研究, E-mail: jxj901218@163.com

通信作者: 房立金(1965—), 男, 教授, 博士生导师, 主要从事机器人及自动化控制研究, E-mail: ljfang@mail.neu.edu.cn

遍认为^[4-7]连杆刚度远大于驱动关节刚度,即关节刚度是产生形变的主要原因^[8-12]。文献[13]提出了关节刚度的简化线性弹簧模型。文献[14]在关节空间内通过大量测量完成了刚度辨识,提高了机械臂末端定位精度。文献[15]表明在刚度参数辨识过程中,不同的测量构型对于辨识精度会造成不同影响。NAWRATIL^[16]针对串联转动关节机械臂的位姿提出了多个性能评价指标。KHAN等^[17]通过对比基于 Frobenius 范数和二范数的雅可比条件数,证明了 Frobenius 范数更适合条件数指标的优化计算,并引入了基于 Frobenius 范数的雅可比条件数指标来评估机械臂的设计参数和位姿性能。CARBONE等^[18]对刚度矩阵范数、可操作度指数等刚度性能指数进行综合评估,并根据局部刚度指数的最小值、最大值、平均值或统计值定义了全局刚度指数。文献[19]参考经典回归分析中的最优化准则,基于 \mathbf{A} 优化准则提出了辨识参数协方差矩阵的加权迹评价指数。文献[6,7,17,20-22]采用基于 Frobenius 范数的雅可比矩阵条件数倒数作为评价机械臂可操作性和灵活性的定量指标,在关节空间内得到了高灵活性构型区域,提高了刚度辨识精度。然而,目前刚度指标多面向于机械臂形位优化,鲜有针对加载载荷的研究。

综合考虑机械臂形位及载荷矢量对辨识精度的影响,通过对刚度辨识方程组解的扰动分析^[23],本文采用参数 $\kappa_F^{-1}(\mathbf{A})$ 作为构型评价指标,运用模拟退火算法对测量构型进行优化选择。为实现算法优化载荷的加载,实验中设计末端多向加载装置。通过对比实验,验证评价指标 $\kappa_F^{-1}(\mathbf{A})$ 及其优化算法对于提高刚度辨识精度的有效性。

1 机械臂关节刚度辨识与测量构型评价指数

1.1 机械臂关节刚度辨识

机械臂末端执行器受到广义力作用时会产生形变。其笛卡尔刚度 \mathbf{K}_x 与关节刚度 \mathbf{K}_θ 的关系为

$$\mathbf{K}_x = (\mathbf{J}^{-1})^T (\mathbf{K}_\theta - \mathbf{K}_c) \mathbf{J}^{-1} \quad (1)$$

式中 \mathbf{K}_c ——补充刚度矩阵^[24]

\mathbf{J} ——运动学雅可比矩阵

相对于 \mathbf{K}_θ , \mathbf{K}_c 对于 \mathbf{K}_x 影响较小^[6],且影响最大的构型接近奇异点,需要机械臂工作及刚度辨识过程中避免。综上,式(1)可简化为

$$\mathbf{K}_x = (\mathbf{J}^{-1})^T \mathbf{K}_\theta \mathbf{J}^{-1} \quad (2)$$

利用式(2)完成机械臂关节刚度的辨识,可得

$$\mathbf{X} = \mathbf{J} \mathbf{K}_\theta^{-1} \mathbf{J}^T \mathbf{F} \quad (3)$$

式中 \mathbf{F} ——施加在机械臂末端执行器的广义力矢量

\mathbf{X} ——加载后机械臂末端表达在基坐标系中的位移矢量

通过分离、合并各关节柔度,仅考虑末端执行器位移,得到加载后机械臂末端位移与关节柔度的映射

$$\mathbf{X} = \mathbf{A} \mathbf{c} = \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^6 \left(\mathbf{J}_{1j} c_j \sum_{i=1}^3 \mathbf{J}_{ij} \mathbf{F}_i \right) \\ \sum_{j=1}^6 \left(\mathbf{J}_{2j} c_j \sum_{i=1}^3 \mathbf{J}_{ij} \mathbf{F}_i \right) \\ \sum_{j=1}^6 \left(\mathbf{J}_{3j} c_j \sum_{i=1}^3 \mathbf{J}_{ij} \mathbf{F}_i \right) \end{bmatrix} \quad (4)$$

其中

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_{11} \sum_{i=1}^3 \mathbf{J}_{i1} \mathbf{F}_i & \cdots & \mathbf{J}_{1n} \sum_{i=1}^3 \mathbf{J}_{in} \mathbf{F}_i \\ \vdots & & \vdots \\ \mathbf{J}_{31} \sum_{i=1}^3 \mathbf{J}_{i1} \mathbf{F}_i & \cdots & \mathbf{J}_{3n} \sum_{i=1}^3 \mathbf{J}_{in} \mathbf{F}_i \end{bmatrix}$$

式中 \mathbf{c} ——关节刚度的逆,即关节柔度向量

设测量构型数量为 N ,利用最小二乘方法求解式(4),可得到关节柔度向量的广义最小二乘解为

$$\mathbf{c} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{X} \quad (5)$$

其中 $\mathbf{A} = [\mathbf{A}_1^T \quad \mathbf{A}_2^T \quad \cdots \quad \mathbf{A}_N^T]^T$

$$\mathbf{X} = [\mathbf{X}_1^T \quad \mathbf{X}_2^T \quad \cdots \quad \mathbf{X}_N^T]^T$$

1.2 测量构型评价指数

关节刚度辨识结果是关节微分形变、外载与机械臂弹性变形间的最优拟合。目前构型优化研究中,普遍采用基于 Frobenius 范数的雅可比矩阵条件数倒数作为评价指标。基于加权 Frobenius 范数,对于 $m \times n$ 矩阵 $\mathbf{J} (m \leq n)$,其条件数倒数 κ_F^{-1} 定义为

$$\kappa_F^{-1}(\mathbf{J}) = \frac{1}{\|\mathbf{J}\|_F \|\mathbf{J}^{-1}\|_F} = \frac{m}{\sqrt{\text{tr}(\mathbf{J}\mathbf{J}^T) \text{tr}((\mathbf{J}\mathbf{J}^T)^{-1})}} \quad (6)$$

然而, $\kappa_F^{-1}(\mathbf{J})$ 无法评估载荷矢量对于关节刚度辨识的影响。实际工况中,将式(4)改写为

$$\mathbf{X} + \Delta \mathbf{X} = (\mathbf{A} + \Delta \mathbf{A})(\mathbf{c} + \Delta \mathbf{c}) \quad (7)$$

式中 $\Delta \mathbf{X}$ ——激光跟踪仪造成的机械臂末端位置测量误差

$\Delta \mathbf{A}$ ——关节扰动和力传感器造成的系数矩阵误差

$\Delta \mathbf{c}$ ——辨识方程绝对误差

设非奇异线性方程组(7)经扰动后仍有唯一解 $\mathbf{c} + \Delta \mathbf{c}$ ^[23],则 \mathbf{c} 的相对误差估计式为

$$\frac{\|\Delta \mathbf{c}\|}{\|\mathbf{c}\|} \leq \frac{\kappa}{\gamma} \left(\frac{\|\Delta \mathbf{A}\|}{\|\mathbf{A}\|} + \frac{\|\Delta \mathbf{X}\|}{\|\mathbf{X}\|} \right) \quad (8)$$

其中 $\kappa = \|\mathbf{A}^{-1}\| \|\mathbf{A}\|$ $\gamma = 1 - \kappa \frac{\|\Delta \mathbf{A}\|}{\|\mathbf{A}\|}$

式中 κ 为系数矩阵 \mathbf{A} 的条件数。由式(8)可知, 条件数 $\kappa(\mathbf{A})$ 反映了刚度辨识方程组解 \mathbf{c} 的相对误差对于系数矩阵 \mathbf{A} 和常数项 \mathbf{X} 相对误差的依赖程度。

基于 Frobenius 范数, $\kappa_F(\mathbf{A})$ 越小, 即 $\kappa_F^{-1}(\mathbf{A})$ 越大, 方程组解的相对误差也越小, 刚度辨识精度越高。因此, 本文采用加强评价指数, 对用于刚度辨识的测量构型和末端载荷进行选择和优化, 计算式为

$$\kappa_F^{-1}(\mathbf{A}) = \frac{1}{\|\mathbf{A}\|_F \|\mathbf{A}^{-1}\|_F} = \frac{m}{\sqrt{\text{tr}(\mathbf{A}^T \mathbf{A}) \text{tr}((\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1})}} \quad (9)$$

其中 $\mathbf{A}_{3N \times m} = [\mathbf{A}_1^T \ \mathbf{A}_2^T \ \dots \ \mathbf{A}_N^T]^T$

综上, 通过评价指数 $\kappa_F^{-1}(\mathbf{A})$ 可求出式(7)近似误差最小的广义最小二乘解。

2 基于模拟退火算法的测量构型优化

2.1 串联六自由度机械臂运动学模型

本文研究对象为六自由度 ROKAE 串联机械臂, 其运动学模型如图 1 所示, D-H 参数^[25]如表 1 所示。为避免机械臂在工作空间的边界出现奇异构型, 采用名义关节角范围的 95% 作为安全工作范围。

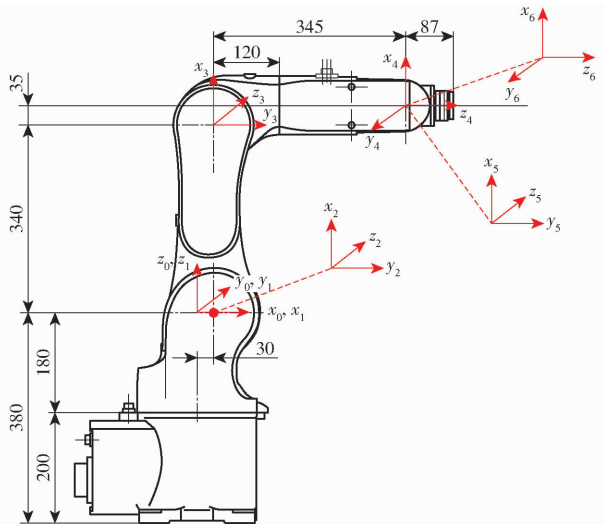


图 1 ROKAE 机械臂连杆坐标系示意图

Fig. 1 Link coordinate systems for ROKAE serial manipulator

表 1 ROKAE 机械臂 D-H 参数

Tab. 1 D-H parameters and joint ranges of ROKAE serial manipulator

i	连杆转角	连杆长度	连杆偏距	关节	关节
	$\alpha_{i-1}/(^{\circ})$	a_{i-1}/mm	d_i/mm	转角 θ	角/ $(^{\circ})$
1	0	0	0	θ_1	-160 ~ 160
2	-90	30	0	θ_2	-90 ~ 120
3	0	340	0	θ_3	-180 ~ 55
4	-90	35	345	θ_4	-160 ~ 160
5	90	0	0	θ_5	-110 ~ 110
6	-90	0	87	θ_6	-340 ~ 340

由于本文仅考虑末端执行器位移, 故机械臂每个测量构型可提供三维辨识方程组。同时, 由于第 6 关节对末端执行器位移无影响, 即机械臂第 6 列雅可比矩阵恒为 0, 故只有前 5 个关节刚度可辨识。综上, 当 $3N \geq 5$ 时关节柔度向量有广义最小二乘解, 即至少需要 2 个测量构型才能辨识关节刚度。综合考虑辨识可信度及测量效率, 最终测量构型数量 N 选定为 10。

2.2 基于模拟退火算法的机械臂测量构型优化

模拟退火算法 (Simulated annealing, SA)^[26] 是一种通用的优化算法, 结合 Metropolis 准则可有效避免陷入局部极小, 在解空间中寻找目标函数的全局最优解^[27], 目前已在工程中得到了广泛应用。本文参数 $\kappa_F^{-1}(\mathbf{A})$ 的优化目标为: 根据式(9)从备选的构型组和载荷组中求解最大 $\kappa_F^{-1}(\mathbf{A})$ 指数。基于 SA 算法的 $\kappa_F^{-1}(\mathbf{A})$ 优化流程如图 2 所示。

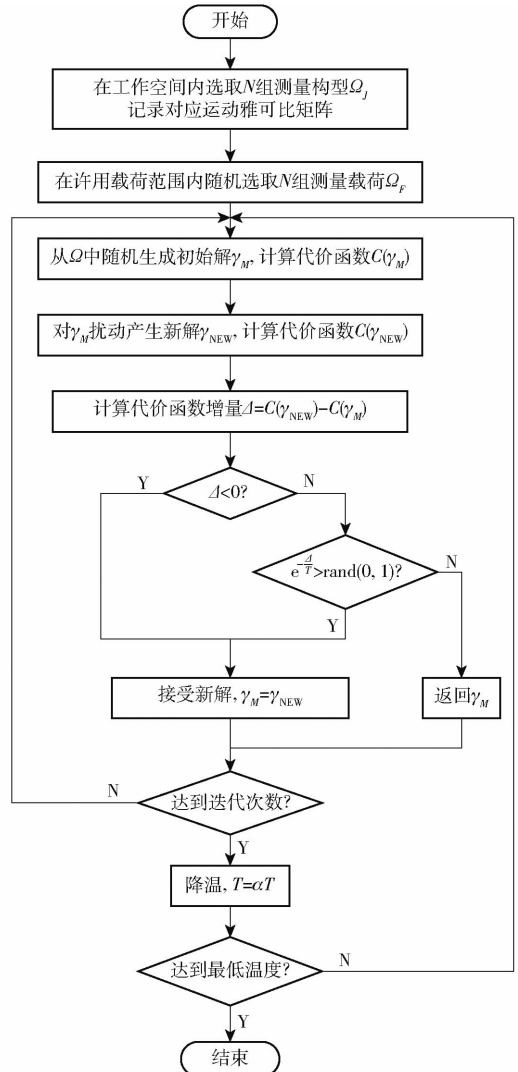


图 2 模拟退火算法优化流程图

Fig. 2 Optimization flow chart of simulated annealing algorithm

优化算法基本步骤为:

(1) 确定 Ω_j 。在工作空间内随机选取 N 组测量构型作为备选构型集合 Ω_j , 记录相应的运动雅可比矩阵。

(2) 确定 Ω_f 。由于系数矩阵 A 同时取决于雅可比矩阵 J 和末端载荷 F , 因此在许用载荷范围内随机生成 N 组测量载荷作为备选载荷集合 Ω_f 。 Ω_j 和 Ω_f 共同组成备选结构集合 Ω 。

(3) 随机生成 γ_M 。取初始温度 T_0 , 从 Ω 中随机选出 M 组作为初始搜索结构 γ_M 。以 $\kappa_f(A)$ 为代价函数, 计算并记录 $C(\gamma_M) = \kappa_f(\gamma_M)$ 。

(4) 生成 γ_{NEW} , 并计算 $C(\gamma_{NEW})$ 。通过随机交换 γ_M 和 γ_{NEW} 中 k 个元素生成新解。初始阶段 k 相对较大, 确保交换较为活跃, 以搜索更多潜在的可行测量结构。后续随着迭代次数增加, 当前最优结构组越来越接近全局最优, 此时逐渐减小 k , 使程序在当前最优结构附近搜索最优结构组。

(5) 接受或拒绝 γ_{NEW} 作为当前解。如果

$C(\gamma_{NEW})$ 较小, 即 $\Delta < 0$, 直接接受 γ_{NEW} 作为当前解。否则, 以概率 $P = e^{-\frac{\Delta}{T}}$ 接受 γ_{NEW} 作为当前解。初始阶段, P 接近于 1, γ_{NEW} 易被接受, 算法会跳出局部, 广泛搜索。随着 T 不断衰减, 不满足条件的 γ_{NEW} 不再容易被接受, 程序会在当前最优解附近搜索。

(6) 温度 T 线性减小, 返回步骤(3)继续优化。当迭代完成, 记录对应的 M 组测量结构 γ_{best} 作为最优辨识结构。

3 刚度辨识实验

$\kappa_f^{-1}(A)$ 优化完成后得到的测量构型、构型对应的 $\kappa_f^{-1}(J)$ 、末端载荷以及优化组的 $\kappa_f^{-1}(A)$ 等参数如表 2 示。同时, 为验证 $\kappa_f^{-1}(A)$ 准则的有效性, 采用典型准则 $\kappa_f^{-1}(J)$ 优化得到的测量构型作为对比组(简称为 $\kappa_f^{-1}(J)$ 组), 如表 2 所示。

表 2 基于 $\kappa_f^{-1}(A)$ 和 $\kappa_f^{-1}(J)$ 的优化辨识结构

Tab. 2 Optimization identification configurations based on $\kappa_f^{-1}(A)$ and $\kappa_f^{-1}(J)$

项目	关节角构型/(°)	$\kappa_f^{-1}(A)$	$\kappa_f^{-1}(J)$	末端载荷/N
$\kappa_f^{-1}(A)$ 组	[-30, 90, 47, -100, 100, 0]	0.929 5	0.707 5	[-35, -15, 30]
	[0, -50, 47, 140, -60, 0]	0.924 9		[-15, 35, -20]
	[10, 90, 17, -140, -110, 0]	0.916 0		[20, 35, 25]
	[0, 100, 11, -100, -100, 0]	0.913 3		[25, -35, -35]
	[-20, 100, 33, -110, 100, 0]	0.910 8		[20, -30, 15]
	[20, 100, 13, -150, -100, 0]	0.903 8		[20, 25, -15]
	[-50, 110, 49, 160, 85, 0]	0.899 9		[15, 20, -30]
	[-10, 90, -1, 160, -95, 0]	0.898 6		[35, 25, -15]
	[40, 90, 15, -130, -110, 0]	0.897 5		[35, 15, 25]
	[0, 90, -3, -110, -110, 0]	0.891 6		[-20, 20, -25]
$\kappa_f^{-1}(J)$ 组	[-50, -40, 51, 130, -60, 0]	0.806 4	0.108 8	[-35, 25, 25]
	[100, -50, 51, 50, -100, 0]	0.779 1		[-30, -35, 30]
	[60, -90, -5, 160, -100, 0]	0.739 2		[-30, -20, -15]
	[70, 100, 21, 130, -110, 0]	0.753 1		[-20, -25, 20]
	[0, 90, 11, 40, -30, 0]	0.752 0		[-35, 25, 15]
	[50, -40, 29, 150, -80, 0]	0.804 5		[20, -20, 30]
	[0, -30, 51, 50, 85, 0]	0.899 0		[30, 20, 20]
	[0, -30, 37, 140, 95, 0]	0.852 7		[20, -25, 25]
	[60, -90, 17, -110, -30, 0]	0.801 5		[-20, 25, -25]
	[-20, 90, 29, -32, -85, 0]	0.791 8		[15, 30, -25]

实验系统和测量过程如图 3 所示。为实现沿 3 个正交轴方向对末端执行器施加外力, 采用设计的夹具连接于机械臂末端执行器。通过基坐标系与末端执行器坐标系之间的变换矩阵, 将优化得到的外力载荷转换为基于末端执行器坐标系的相应载荷。每个正交轴方向的载荷由相应的弹簧测力计施加, 并可通过 OnRobot HEX-E 型力传感器进行测量。同时, 将反射靶球 (SMR) 安装在末端执行器上, 机械臂末端执行器位置由 Leica LTD 500 型激光跟踪

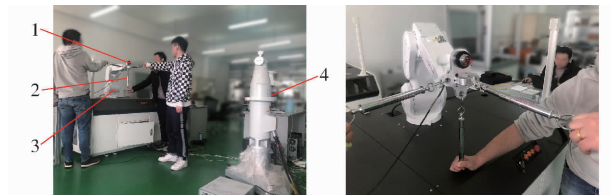


图 3 实验系统和测量过程

Fig. 3 Experimental system and measurement process

1. 反射靶球 2. 弹簧测力计 3. ROKAE 机械臂 4. 激光跟踪仪精确测量。

对于每一个被选测量构型,首先采用激光跟踪仪测量其无载荷状态下末端执行器的位置。而后,根据已确定的相应外力矢量对末端执行器进行加载,并通过激光跟踪仪再次测量其加载后的位置。最后,计算并记录当前构型加载与无负载工况下机械臂的末端位移。

当所有被选构型测量完成后,根据式(5)辨识关节刚度。通过 $\kappa_F^{-1}(A)$ 组和 $\kappa_F^{-1}(J)$ 组辨识的刚度如表 3 所示。

辨识完成后,在工作空间内随机选取 20 个测点,分别对末端施加一定的外载荷,测量并记录机械臂的末端加载位移。同时,分别采用 $\kappa_F^{-1}(A)$ 和

$\kappa_F^{-1}(J)$ 组通过实验辨识的关节刚度(表 3)对相应测量构型条件下机械臂末端位移进行估算。两组末端位置预测精度对比如图 4 所示。

表 3 $\kappa_F^{-1}(A)$ 和 $\kappa_F^{-1}(J)$ 组关节刚度辨识结果

Tab.3 Stiffness identification results of $\kappa_F^{-1}(A)$ and

参数	$\kappa_F^{-1}(J)$ sets		N·mm/rad
	辨识组		
	$\kappa_F^{-1}(A)$	$\kappa_F^{-1}(J)$	
$k_{\theta 1}$	5.0914×10^7	5.0534×10^7	
$k_{\theta 2}$	1.6382×10^7	1.6241×10^7	
$k_{\theta 3}$	3.1311×10^7	3.0382×10^7	
$k_{\theta 4}$	7.7911×10^6	7.5839×10^6	
$k_{\theta 5}$	5.6136×10^6	5.5479×10^6	

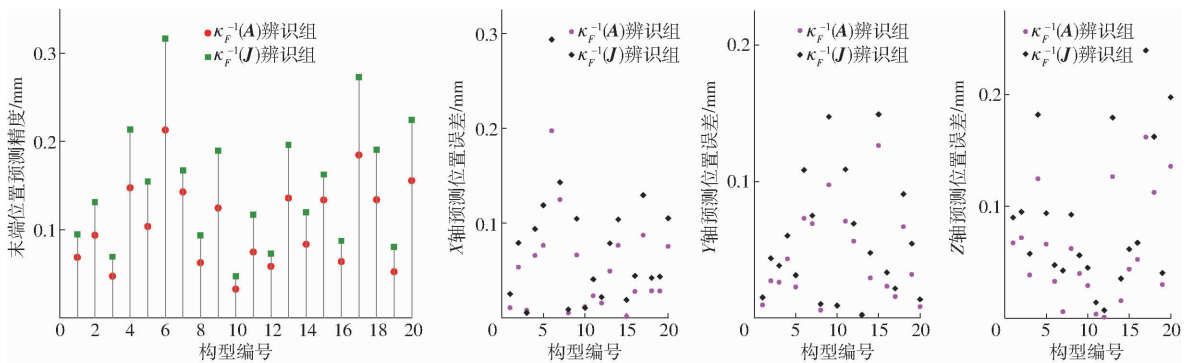


图 4 $\kappa_F^{-1}(A)$ 和 $\kappa_F^{-1}(J)$ 辨识组末端位置补偿结果对比

Fig. 4 Comparison of end position compensation results of $\kappa_F^{-1}(A)$ and $\kappa_F^{-1}(J)$ set

实验结果表明,加载位移补偿后, $\kappa_F^{-1}(A)$ 优化组的末端平均位置预测精度相较于 $\kappa_F^{-1}(J)$ 组提高 29.59%,最大位置预测误差降低 32.71%,X、Y、Z 轴位置误差方差分别降低 49.45%、42.21% 和 48.17%,说明各轴向预测误差分量的波动及总位置误差波动明显减小。表明本文的 $\kappa_F^{-1}(A)$ 评价准则对于刚度辨识结构的优化选择是有效的,且优化结果明显优于 $\kappa_F^{-1}(J)$ 准则。

4 结论

(1) 基于模拟退火算法,提出采用 $\kappa_F^{-1}(A)$ 参数作为实验测量构型评价准则。 $\kappa_F^{-1}(A)$ 准则同

时考虑了形位和载荷的影响,优化后的辨识结果优于现有 $\kappa_F^{-1}(J)$ 准则。相较于 $\kappa_F^{-1}(J)$ 对照组,基于 $\kappa_F^{-1}(A)$ 的末端位置预测精度明显提高,最大末端位置预测误差降低,预测位移误差波动相对较小。

(2) 基于 Frobenius 范数, $\kappa_F(A)$ 越小,即 $\kappa_F^{-1}(A)$ 越大,辨识方程组解的相对误差越小,刚度辨识精度越高。

(3) 提出了一种多向加载实验方法,实现了各方向定量载荷的加载,解决了刚度辨识实验中单方向加载的问题,可应用于实际环境中的串联机械臂刚度标定。

参 考 文 献

- [1] 张永贵,刘文洲,高金刚. 切削加工机器人刚度模型研究[J]. 农业机械学报, 2014, 45(8): 321-327. ZHANG Yonggui, LIU Wenzhou, GAO Jin'gang. Stiffness model of a machining robot[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2014, 45(8): 321-327. (in Chinese)
- [2] ADEL M, FRÉDÉRIC C, XAVIER B. FEM-based generation of stiffness maps[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2015, 31(1): 217-222.
- [3] 谭月胜,詹登辉,张彭豪. 刚柔耦合串联机械臂末端位置误差分析与补偿[J]. 农业机械学报, 2021, 52(2): 416-426. TAN Yueheng, ZHAN Denghui, ZHANG Penghao. Analysis and compensation of end position error of rigid flexible coupling serial manipulator[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2021, 52(2): 416-426. (in Chinese)
- [4] ALICI G, SHIRINZADEH B. Enhanced stiffness modeling, identification and characterization for robot manipulators[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2005, 21(4): 554-564.

- [5] ABELE E, WEIGOLD M, ROTHENBÜCHER S. Modeling and identification of an industrial robot for machining applications [J]. *CIRP Annals*, 2007, 56(1): 387–390.
- [6] DUMAS C, CARO S, GARNIER S, et al. Joint stiffness identification of six-revolute industrial serial robots[J]. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 2011, 27: 881–888.
- [7] DUMAS C, CARO S, CHERIF M, et al. Joint stiffness identification of industrial serial robots[J]. *Robotica*, 2012, 30: 649–659.
- [8] CHEN C, PENG F, YAN R, et al. Stiffness performance index based posture and feed orientation optimization in robotic milling process[J]. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 2019, 55: 29–40.
- [9] 段现银, 张樵, 朱泽润, 等. 基于关节刚度辨识的机器人加工过程姿态优化[J]. *武汉科技大学学报*, 2021, 44(6): 459–467.
- DUAN Xianyin, ZHANG Qiao, ZHU Zerun, et al. Joint stiffness identification-based posture optimization of robot in machining process[J]. *Journal of Wuhan University of Science and Technology*, 2021, 44(6): 459–467. (in Chinese)
- [10] KLIMCHIK A, PASHKEVICH A, CHABLAT D. Fundamentals of manipulator stiffness modeling using matrix structural analysis[J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2019, 133: 365–394.
- [11] KLIMCHIK A, WU Y, DUMAS C, et al. Identification of geometrical and elastostatic parameters of heavy industrial robots[C]// *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 2013: 3707–3714.
- [12] KLIMCHIK A, FURET B, CARO S, et al. Identification of the manipulator stiffness model parameters in industrial environment[J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2015, 90: 1–22.
- [13] SPONG M W. Modeling and control of elastic joint robots[J]. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 1987, 109(4): 310–319.
- [14] NUBIOLA A, BONEV I A. Absolute calibration of an ABB IRB 1600 robot using a laser tracker[J]. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 2013, 29: 236–245.
- [15] KLIMCHIK A, WU Y, PASHKEVICH A, et al. Optimal selection of measurement configurations for stiffness model calibration of anthropomorphic manipulators[J]. *Applied Mechanics and Materials*, 2012, 162: 161–170.
- [16] NAWRATIL G. New performance indices for 6R robots[J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2007, 42: 1499–1511.
- [17] KHAN W A, ANGELES J. The kinetostatic optimization of robotic manipulators: the inverse and the direct problems[J]. *Journal of Mechanical Design*, 2006, 128: 168–178.
- [18] CARBONE G, CECCARELLI M. Comparison of indices for stiffness performance evaluation [J]. *Frontiers of Mechanical Engineering in China*, 2010, 5(3): 270–278.
- [19] WU Y, KLIMCHIK A, PASHKEVICH A, et al. Optimality criteria for measurement poses selection in calibration of robot stiffness parameters [C]// *Proceedings of the ASME 2012 11th Biennial Conference on Engineering Systems Design and Analysis*, 2012: 185–194.
- [20] HUM W, WANG H G, PAN X. Optimal configuration selection for stiffness identification of 7-Dof collaborative robots[J]. *Intelligent Service Robotics*, 2020, 13: 379–391.
- [21] 王柴志, 尹方辰, 黄辉, 等. 串联机器人加工系统关节刚度的高精度辨识方法[J]. *华侨大学学报(自然科学版)*, 2019, 40(6): 707–715.
- WANG Chaizhi, YIN Fangchen, HUANG Hui, et al. High accuracy identification method of joint stiffness in serial robot machining system[J]. *Journal of Huaqiao University (Natural Science)*, 2019, 40(6): 707–715. (in Chinese)
- [22] DUMAS C, CARO S, CHÉRIF M, et al. A methodology for joint stiffness identification of serial robots[C]// *The 2010 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, 2010: 464–469.
- [23] 李继根, 张新发. 矩阵分析与计算[M]. 武汉: 武汉大学出版社, 2013.
- [24] CHEN S F, KAO I. Conservative congruence transformation for joint and Cartesian stiffness matrices of robotic hands and fingers[J]. *The International Journal of Robotics Research*, 2000, 19(9): 835–847.
- [25] CHEN G, LI T, CHU M, et al. Review on kinematics calibration technology of serial robots[J]. *International Journal of Precision Engineering and Manufacturing*, 2014, 15(8): 1759–1774.
- [26] KIRKPATRICK S, GELATT C D, VECCHI M P. Optimization by simulated annealing[J]. *Science*, 1983, 220(4598): 671–680.
- [27] 叶绍干, 葛纪刚, 侯亮, 等. 基于遗传算法的轴向柱塞泵配流盘密封环结构多目标优化[J]. *农业机械学报*, 2022, 53(1): 441–450.
- YE Shaogan, GE Jigang, HOU Liang, et al. Multi-objective optimization of cylinder/valve-plate sealing ring in axial piston pump based on genetic algorithm[J]. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*, 2022, 53(1): 441–450. (in Chinese)