

含双驱动五杆回路的弱耦合并联机构型综合

朱小蓉 李世杰 周宇东 沈惠平

(常州大学机械工程学院, 常州 213164)

摘要: 根据基于方位特征方程的并联机构拓扑结构设计方法,对含双驱动五杆回路的并联机构进行了型综合。提出并分析了7种耦合度为0的双驱动五杆回路拓扑组成及拓扑特征;设计了含双驱动五杆回路的3T1R、3T2R、3T3R复杂支链;基于综合的复杂支链,构造了3种3支链和2种2支链的3T1R并联机构、2种4支链和4种3支链的3T2R并联机构,以及2种4支链和2种3支链的3T3R并联机构;对这15种新构型进行了拓扑结构特征分析,得到其所包含的独立回路数、过约束数、耦合度等。结果表明,综合的机构大多结构简单、紧凑,且耦合度低,有利于后续的运动学、动力学建模与分析,具有较好的应用前景。

关键词: 并联机构; 方位特征方程; 双驱动五杆回路; 型综合; 弱耦合

中图分类号: TH112 文献标识码: A 文章编号: 1000-1298(2021)10-0434-09

OSID:



Structural Synthesis of Parallel Mechanisms Containing Dual Drive Five-bar Loop

ZHU Xiaorong LI Shijie ZHOU Yudong SHEN Huiping

(School of Mechanical Engineering, Changzhou University, Changzhou 213164, China)

Abstract: The double drive closed-loop mechanism has the advantages of simple and compact structure, better flexibility and bigger workspace, so it can be used to design parallel mechanisms. Based on the theory of position and orientation characteristics (POC) equations, a systemic approach of type synthesis for spatial parallel mechanisms containing planar closed-loop structures within limbs was proposed, consequently numerous novel parallel mechanisms consisting of fewer limbs were synthesized by using this technique. Firstly, the topological compositions and equivalent outputs of seven kinds of dual drive loops were presented and analyzed. Then, the 3T1R, 3T2R and 3T3R chains with dual drive five-bar loop were generated. Based on the complex chains synthesized, three kinds of three-chain and two kinds of two-chain 3T1R parallel mechanisms, two kinds of four-chain and four kinds of three-chain 3T2R parallel mechanisms, as well as two kinds of four-chain and two kinds of three-chain 3T3R parallel mechanisms were constructed. Furthermore, the topological characteristics of these fifteen kinds of mechanisms were analyzed, including the number of the independent loops, number of over-constraints and coupling degree. The results showed that the mechanisms with fewer limbs had not only the characteristics of simple, compact and symmetrical structure, but also had the low coupling degree to facilitate the kinematic and dynamic analysis, which made these mechanisms promising prospect in the application of industry. This work contributed to enriching and improving the structural synthesis theory of the parallel mechanisms with fewer limbs.

Key words: parallel mechanisms; position and orientation characteristics equation; dual drive five-bar loop; structural synthesis; weakly-coupled

0 引言

并联机构由于刚度大、承载能力强、精度高、自

重负荷比小以及结构紧凑等优势,可应用于装配、虚拟轴机床、飞行模拟器和医用机器人等领域,但并联机构也存在工作空间小、耦合性强、轨迹规划和控制

复杂等缺点。随着对并联机构构型研究的深入和工程实际应用的需要,具有高性能的并联机构的设计越来越受到重视。近年来,在并联机构的支链结构中引入闭合回路,或者以闭合回路为基础进行并联机构的设计,已成为提升并联机构性能的有效手段之一^[1-11]。

目前,在支链中引入闭合回路的研究主要包括:①引入单自由度平行四边形回路,增加机构的刚度和承载力。如 Delta 机构^[1]、H4^[2]、14^[3]、Par4^[4]、X4^[5]等并联机构,每条支链中都含有一个平行四边形铰链;刘辛军^[6]提出一种含 3 个平行四边形回路的 6 自由度并联机构,研究表明机构的刚度和灵巧度有明显提高。②引入多自由度的闭合回路形成冗余驱动,提升机构的刚度性能和承载性能。文献^[7-10]提出了将 2 自由度的平面五杆闭环结构引入支链构成冗余机构,该方法与直接引入冗余支链作用于动平台相比,不仅具有更好的结构紧凑性和力学性能,而且增加了线速度和角速度的灵巧性^[10]。③利用闭合回路的变尺度特性、奇异特性构成可重构机构。YE 等^[11]根据闭合回路驱动单元特性综合出一类可适时切换不同操作模式的可重构并联机构。

在理论研究方面,沈惠平等^[12]提出了一种基于混合单开链的弱耦合并联机器人机构的设计方法;陈宇航等^[13]基于广义螺旋推导出含子闭环并联机构的一阶、二阶影响系数的通用计算公式,并对所提出的含 PRRR 子闭环的 6 自由度并联机构进行了验证;杨静远等^[14]对含球面四杆闭环的球面并联机构进行型综合;贺利乐等^[15]研究了基于 5R 和 RPRPR 闭环结构的并联机构型综合,得出 9 种空间并联机构。

不难发现,现有含闭合回路的并联机构中,平行四边形 4R 是最常见的闭合回路。机构构型综合的研究,大多数基于支链数等于机构自由度数目的设定,在此基础上进行简单支链(记为 SOC)的设计,再通过运动副等效替换法设计含闭环结构的复杂支链(记为 HSOC),使得现有的并联机构,特别是含闭合回路的 4~6 自由度机构,支链多、容易干涉,工作空间小,特别是转动能力弱;同时,由于支链间耦合性强,机构的运动学正解难、受力复杂、可控性差,制约着机构的实际应用。

实际上,多自由度闭合回路的自由度数目大于等于 2,当作为多驱动单元构成并联机构的支链时,可以减少组成并联机构的支链数目,使得动平台上的运动副数目减少,降低支链与平台间的干涉,使得机构工作空间增加;另一方面,多自由度闭合回路自

身的耦合度较低(如平面五杆回路耦合度为 0),且随着机构支链数目的减少,支链之间耦合程度也会降低,有利于改善机构运动学、动力学性能^[16-17]。

综上,含多驱动回路单元的并联机构具有较好的应用前景,需要对这类机构的拓扑结构设计、运动学及其动力学问题进行系统、深入的研究。但现有大部分学者的研究对象是针对个别支链含回路的并联机构,目前为止支链含回路的并联机构的数量有限,特别是 4~6 自由度并联机构构型;而针对支链含多驱动回路的并联机构型综合与分析一般方法的研究则更少。

本文根据基于方位特征(Position and orientation characteristic, POC)方程的并联机构设计理论与方法(简称 POC 方法)^[18-19],以含多驱动回路的 3T1R 并联机构型综合为例,提出其构型综合的一般方法;基于所提出的综合方法,综合出含多驱动回路的 3T1R、3T2R 和 3T3R 新型并联机构,分析新机构的拓扑结构特征。

1 基于 POC 方程的并联机构拓扑结构设计方法

基于 POC 方程的并联机构拓扑结构设计方法详见文献^[18],为节约篇幅,这里仅给出部分内容。

1.1 串联机构 POC 方程

串联机构末端构件的 POC 方程为

$$M_s = \bigcup_{i=1}^m M_{J_i} = \bigcup_{j=1}^k M_{sub-socj} \quad (1)$$

式中 M_s ——串联机构末端构件的 POC

M_{J_i} ——第 i 个运动副的 POC

k ——子 SOC 数目

m ——串联机构运动副数

$M_{sub-socj}$ ——第 j 个闭合回路的 POC

1.2 并联机构 POC 方程

并联机构由动平台、定平台和两者之间的 n 条支链(SOC)组成,则并联机构动平台的 POC 方程为各支链末端构件 POC 之交集,即

$$M_{pa} = \bigcap_{j=1}^n M_{sj} \quad (2)$$

式中 M_{pa} ——并联机构动平台的 POC

M_{sj} ——串联机构末端构件的 POC

由式(2)可知,动平台 POC 集是其组成支链 POC 的子集,即

$$M_{sj} \supseteq M_{pa} \quad (j=1, 2, \dots, n) \quad (3)$$

1.3 并联机构自由度

并联机构全周自由度计算式为

$$F = \sum_{i=1}^m f_i - \sum_{j=1}^v \xi_{L_j} \quad (4)$$

其中 $\xi_{L_j} = \dim. \left(\left(\bigcap_{i=1}^j M_{s_i} \right) \cup M_{s_{(j+1)}} \right)$ (5)

式中 F ——机构自由度
 f_i ——第 i 个运动副的自由度
 ν ——机构独立回路数
 M_{s_i} ——第 i 条支链末端构件的 POC 集

1.4 并联机构耦合度 κ

由基于序单开链 (Single open chain, SOC) 的机构组成原理^[18]可知,任一机构可分解为约束度为正、零、负的 3 种有序单开链 (SOC),第 j 个 SOC _{j} 的约束度定义为

$$\Delta_j = \sum_{i=1}^{m_j} f_i - I_j - \xi_{L_j} = \begin{cases} \Delta_i^- = -5, -4, -3, -2, -1 \\ \Delta_i^0 = 0 \\ \Delta_i^+ = 1, 2, 3, \dots \end{cases} \quad (6)$$

式中 m_j ——第 j 个 SOC 的运动副数
 I_j ——第 j 个 SOC 的驱动副数

进一步,一组有序的 ν 个 SOC 可组成一个零自由度的独立回路数为 ν 的基本运动链 (Basic kinematics chain, BKC),对一个 BKC 而言,须满足

$$\sum_{j=1}^{\nu} \Delta_j = 0 \quad (7)$$

因此,BKC 耦合度为

$$\kappa = \frac{1}{2} \min \left(\sum_{j=1}^{\nu} |\Delta_j| \right) \quad (8)$$

2 多驱动闭合回路及其拓扑结构特征

广义地讲,能产生期望 POC 的回路结构(并联或串并联,包括某些自由度 F 为 1~5 的并联机构本身),再串联若干运动副,皆可作为并联机构的支链。为使机构结构简单,本文仅考虑单回路的双驱动闭合回路。另,考虑到六杆及以上闭合回路机构的杆件较多,若将其作为驱动单元会使机构整体刚度降低、运动学求解困难。因此,本文以五杆回路机构作为驱动单元进行并联机构的构型综合。同时,驱动元件布局在定平台或靠近定平台,且移动副为主驱动关节。

图 1 给出了 7 种双驱动五杆回路。根据回路末端输出自由度的属性可分为 2 类:

(1) 平面两自由度闭合回路(记为 B₁类),共 6 种,包括 PRRRP、RRRRR、RRRPR、RRRRP、RPRPR 和 RPRRP 机构,其中下划线表示驱动副,均为平面五杆机构,末端构件具有两维平移输出,其 POC 集可表示为 $\begin{bmatrix} t^2(\perp R) \\ r^0 \end{bmatrix}$ 。

(2) 空间两平移—转动闭合回路(记为 B₂类),

结构如图 1g 所示,记为 3S2P 闭环机构。S₃副的球心在 3S2P 五杆回路的平面内存在两个独立移动,同时存在一个绕 S₁与 S₂两球副中心连线的转动,其

$$\text{POC 集表示为 } \begin{bmatrix} t^2(\parallel \diamond (P_1P_2)) \\ r^1(\perp S_1 - S_2) \end{bmatrix}。$$

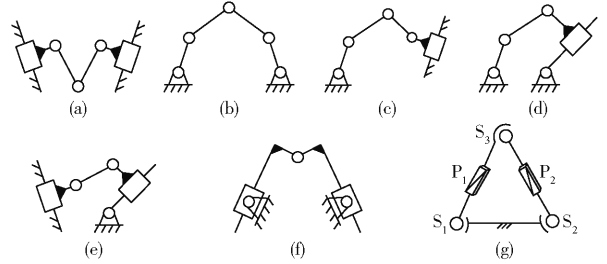


图 1 五杆回路

Fig. 1 Five-bar loops

根据式(6)~(8)可计算得到五杆回路的耦合度。以 3S2P 回路为例描述其计算过程。

3S2P 回路如图 1g 所示,单回路可看成由 SOC{-S₁-P₁-}和 SOC{-S₂-P₂-S₃-}串联而成,取 S₃球心为基点,将 SOC{-S₁-P₁-}和 SOC{-S₂-P₂-S₃-}的 POC 集代入式(5),得到

$$\xi_L = \dim. (M_{(S_1P_1)} \cup M_{(S_2P_2S_3)}) = \dim. \left(\begin{bmatrix} t^1(\parallel P_1) \\ r^3 \end{bmatrix} \cup \begin{bmatrix} t^3 \\ r^3 \end{bmatrix} \right) = 6$$

根据式(6)可得回路约束度为

$$\Delta_{(3S2P)} = \sum_{i=1}^m f_i - I - \xi_L = (11 - 3) - 2 - 6 = 0$$

其中, $\sum_{i=1}^m f_i$ 不包含绕 S₁S₂、S₂S₃、S₁S₃轴线的 3 个局部转动自由度。

因此,该回路机构耦合度为

$$\kappa_{(3S2P)} = \Delta_{(3S2P)} = 0$$

同样的方法,可计算得到其余 6 种平面五杆回路机构的耦合度为

$$\kappa_{(5R)} = \Delta_{(5R)} = \sum_{i=1}^m f_i - I - \xi_L = 5 - 2 - 3 = 0$$

因此,本文所提 7 种双驱动五杆回路机构的耦合度均为 0,是运动学和动力学分析可独立求解的最小单元。

3 含双驱动五杆回路支链综合

含多驱动回路的支链,是在多驱动回路的输出运动副或输出构件上串联一开链结构(由一个或多个构件与运动副串接而成),记为 HSOC,结构如图 2 所示。因此,含多驱动回路的支链的综合,首先选择回路结构,使其输出运动副或输出构件产生一部分运动输出元素(少于或等于支链期望 POC),然后再

构造剩余的开链结构。

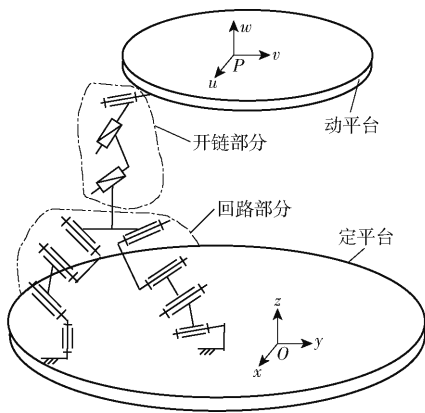


图 2 含多驱动回路的支链组成

Fig. 2 Composition of chain with multi-drive loop

以 3T2R 支链为例说明含五杆回路支链的设计步骤。

步骤 1:列出需设计支链的 POC 集,即

$$M_b = \begin{bmatrix} t^3 \\ r^2 \end{bmatrix} \quad (9)$$

步骤 2:构造支链的回路部分。分别选取图 1 中两类回路机构,可产生 M_b 中的一部分移动量及转动量,分别记为

$$M_{b(a-f)} = \begin{bmatrix} t^2 \\ r^0 \end{bmatrix} \quad M_{b(g)} = \begin{bmatrix} t^2 \\ r^1 \end{bmatrix}$$

步骤 3:构造剩余的开链结构。根据式(9)中的 M_b ,在步骤 2 构造的回路结构的输出构件上,构造由 3 个转动副(如图 3a 中 R_6, R_7, R_8),或 2 个转动副(如图 3b 的 R_6, R_7)组成的开链结构,使之能补齐 M_b 中尚未实现的其余移动输出及转动输出,从而完成支链整个结构的构造。当然,图 3a 中的平面五杆机构可以由图 1b ~ 1f 所示的 5 种平面五杆回路替换。

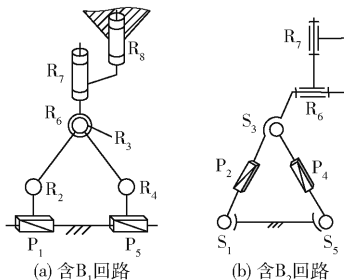


图 3 含双驱动回路的 3T2R 支链

Fig. 3 3T2R chain with multi-drive closed loop

采用同样的方法,可构造出含双驱动回路的 3T3R 支链,如图 4 所示。同样,图 4a 中的平面五杆回路可以由图 1b ~ 1f 的 5 种回路替换。表 1 列出了图 3 和图 4 所示复杂支链(HSOC)的拓扑组成,同时给出了常见的不含回路的简单支链(SOC),以便后续型综合时直接引用。

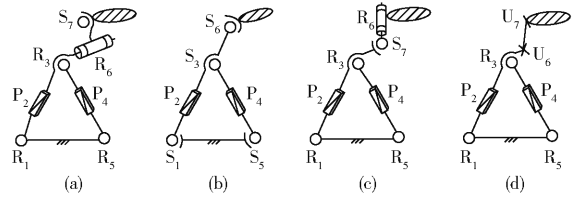


图 4 含双驱动回路的 3T3R 支链

Fig. 4 3T3R chains with multi-drive closed loop

表 1 支链结构

Tab.1 Structure of chains

M_s	HSOC 支链
3T2R	(1) HSOC - \diamond (P ^(3R2P) - P ^(3R2P)) \perp R \perp R R -
	(2) HSOC - (R ^(3S2P) - P ^(3S2P) - P ^(3S2P)) - R \perp R -
	(3) HSOC - \diamond (P ^(3R2P) - P ^(3R2P)) - R - S -
	(4) HSOC - (R ^(3S2P) - P ^(3S2P) - P ^(3S2P)) - S -
3T3R	(5) HSOC - \diamond (P ^(3R2P) - P ^(3R2P)) - S - R -
	(6) HSOC - \diamond (P ^(3R2P) - P ^(3R2P)) - U - U -
M_s	SOC 支链
3T2R	(1) SOC - P R R \perp R R -
	(2) SOC - R R R \perp R R -
	(3) SOC - P - S - S -
3T3R	(4) SOC - R - S - S -
	(5) SOC - S - P - S -

步骤 4:支链扩展。在开链 POC 集不变的条件下,借助运动副合并生成多自由度的运动副,以及改变运动副轴线之间的几何关系等,可扩展支链的结构类型。例如,图 3a 支链中正交的 R_6, R_7 转动副可用 U 副替换;图 4a 支链中 R_6, S_7 位置对调,或者采用两个 U 副替换,可分别生成图 4c、4d 所示支链。

4 含双驱动回路并联机构设计

4.1 3T1R 并联机构设计

依据基于 POC 方程的并联机构拓扑结构设计方法^[18],本节给出含双驱动回路的 3T1R 并联机构型综合过程。

设计要求为:设计 4 自由度 3T1R 并联机构,且至少有 1 条支链含双驱动回路。

步骤 1:列出需设计的并联机构动平台期望的自由度 $F = 4$ 和 POC 集 $M_p = \begin{bmatrix} t^3 \\ r^1 \end{bmatrix}$ 。

步骤 2:确定支链 POC 集 M_s 。由式(3)可知,每一支链的运动输出元素应包含 M_p 中的所有期望运动输出元素,即 $M_s \supseteq M_p$ 。 M_s 可取 $\begin{bmatrix} t^3 \\ r^1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} t^3 \\ r^2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} t^3 \\ r^3 \end{bmatrix}$ 。

步骤 3:支链的结构综合。表 1 给出了含回路和不含回路的典型支链,为便于区分,分别用 HSOC 和 SOC 表示。

步骤 4:确定 HSOC 和 SOC 支链组合方案。表 2

给出了机构自由度 F 、支链总数目 n 以及含回路支链数目 n_{HSOC} 与不含回路支链数目 n_{SOC} 之间的配置关系。

表2 机构 F 、 n 、 n_{HSOC} 、 n_{SOC} 之间的关系

Tab.2 Relationship between F and n , n_{HSOC} , n_{SOC}

F	n	n_{HSOC}	n_{SOC}
3	2	1	1
4	3	1	2
4	2	2	0
5	4	1	3
5	3	2	1
6	5	1	4
6	4	2	2
6	3	3	0

根据表2 配置方案,3T1R 并联机构的支链数目 n 可取2 或3。当 $n=2$ 时, $n_{\text{HSOC}}=2$ 且 $n_{\text{SOC}}=0$, 组成机构的两支链均为复杂支链; 当 $n=3$ 时, $n_{\text{HSOC}}=1$ 且 $n_{\text{SOC}}=2$, 组成机构的支链既有复杂支链, 也有简单支链。

对表1 列出的6 种 HSOC 及5 种 SOC 进行组合, 可以生成满足预定 POC 集与自由度要求的3T1R 并联机构。考虑结构及对称性, 本文给出3 种3 支链和2 种2 支链的组合方案, 机构支链组成如表3 所示。

步骤5: 支链装配条件的确定。根据式(2), 为实现动平台输出为3T1R, 各条支链 POC 集交运算后需约束掉其余两个方向的转动元素。以表3 中序号1 的支链组合方案为例, 确定支链在两平台装配的几何条件。

(1) 已知机构由1 条 HSOC 支链和2 条 SOC 支链构成

$$1 - \text{HSOC}: \{ - (P^{(3R2P)}, P^{(3R2P)}) \perp R_{17} \parallel R_{18} - \}$$

$$2 - \text{SOC}: \{ - P_{i1} \parallel R_{i2} \parallel R_{i3} \perp R_{i4} \parallel R_{i5} - \} \quad (i = 2, 3)$$

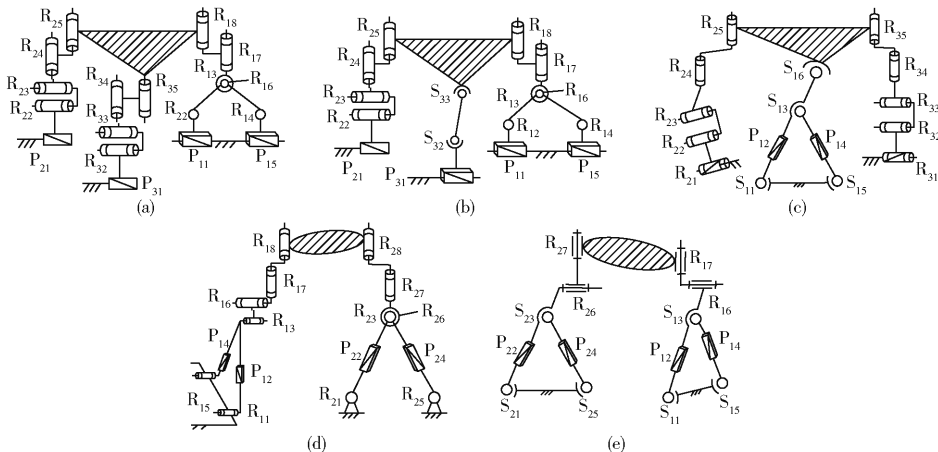


图5 3T1R 并联机构

Fig.5 3T1R parallel mechanisms

表3 3T1R 机构的支链组合方案

Tab.3 Combination of 3T1R parallel mechanisms

类型	序号	支链组合方案
1 - HSOC	1	HSOC { - $\diamond(P^{(3R2P)} - P^{(3R2P)}) \perp R \perp R \parallel R -$ } & 2SOC { - $P \parallel R \parallel R \perp R \parallel R -$ }
	2	HSOC { - $\diamond(P^{(3R2P)} - P^{(3R2P)}) \perp R \perp R \parallel R -$ } & 2SOC { - $P \parallel R \parallel R \perp R \parallel R -$ } & SOC { - $P - S - S -$ }
2 - HSOC	3	HSOC { - $(R^{(3S2P)} - P^{(3S2P)} - P^{(3S2P)}) - S -$ } & 2SOC { - $P \parallel R \parallel R \perp R \parallel R -$ }
	4	2HSOC { - $\diamond(P^{(3R2P)} - P^{(3R2P)}) \perp R \perp R \parallel R -$ }
	5	2HSOC { - $(R^{(3S2P)} - P^{(3S2P)} - P^{(3S2P)}) - R \perp R -$ }

(2) 在动平台上任意选取点 O' 为基点。

(3) 确定支链的 POC 集。

$$M_{s(1-\text{HSOC})} = \left[\begin{matrix} t^3 \\ r^2 (\parallel \diamond (R_{16}, R_{18})) \end{matrix} \right]$$

$$M_{s(i(2-\text{SOC}))} = \left[\begin{matrix} t^3 \\ r^2 (\parallel \diamond (R_{i3}, R_{i5})) \end{matrix} \right] \quad (i=2,3)$$

(4) 建立并联机构的 POC 集。将预定的机构动平台 POC 集和支链 POC 集, 代入式(2), 得到

$$\left[\begin{matrix} t^3 \\ r^1 \end{matrix} \right] \Leftarrow \left[\begin{matrix} t^3 \\ r^2 (\parallel \diamond (R_{16}, R_{18})) \end{matrix} \right] \cap \left[\begin{matrix} t^3 \\ r^2 (\parallel \diamond (R_{23}, R_{25})) \end{matrix} \right] \cap \left[\begin{matrix} t^3 \\ r^2 (\parallel \diamond (R_{33}, R_{35})) \end{matrix} \right]$$

式中, \Leftarrow 表示上式左端是所有支链 POC 集“交”运算的预定目标。

当 $R_{16} \parallel R_{23}$ 且 $R_{18} \parallel R_{25}$ 时, 动平台只存在绕 R_{18} 轴线方向的转动和三维移动。按此装配几何条件得到的并联机构, 如图5a 所示。

类似地, 对表3 的其他几种支链组合方案, 仿照以上步骤, 可得到其余3T1R 并联机构, 其结构简图分别如图5b~5d 所示。

步骤6: 选定机构驱动副。

对于自由度为 F 的机构, 在判定其驱动副时,

可将预定的 F 个运动副锁死, 此时得到的新机构的自由度若为 0, 则该 F 个运动副可同时作为机构的驱动副, 否则, 该 F 个运动副不能同时作为机构的驱动副^[18]。

以图 5a 为例, 判定该机构定平台上的 4 个 P 副是否可为驱动副。

将定平台 4 个 P 副 (P_{11} 、 P_{15} 、 P_{21} 、 P_{31}) 锁死, 得到新的并联机构, 其第 1 条支链自由度为 3, 拓扑组成为 $HSOC\{- (R_{16} \perp R_{17} \parallel R_{18}) -\}$; 第 2、3 条支链为 $\{- R_{i2} \parallel R_{i3} - R_{i4} \parallel R_{i5} -\}$ ($i=2,3$), 自由度为 4。

新机构 3 条支链的 POC 集分别为

$$M_{b1} = \begin{bmatrix} t^3 \\ r^2(\parallel \diamond (R_{16}, R_{18})) \end{bmatrix}$$

$$M_{bi} = \begin{bmatrix} t^3 \\ r^2(\parallel \diamond (R_{i3}, R_{i5})) \end{bmatrix} \quad (i=2,3)$$

确定第 1 个独立回路的独立位移方程数为

$$\xi_{L1} = \dim. \left(\left(\bigcap_{i=1}^j M_{bi} \right) \cup M_{b2} \right) =$$

$$\dim. \left(\begin{bmatrix} t^3 \\ r^2(\parallel \diamond (R_{16}, R_{18})) \end{bmatrix} \cup \begin{bmatrix} t^3 \\ r^2(\parallel \diamond (R_{23}, R_{25})) \end{bmatrix} \right) =$$

$$\dim. \left(\begin{bmatrix} t^3 \\ r^3 \end{bmatrix} \right) = 6$$

由第 1、2 支链构成的子并联机构自由度为

$$F_{(1-2)} = \sum_{i=1}^m f_i - \xi_{L1} = 7 - 6 = 1$$

且子并联机构动平台的 POC 集为

$$M_{p(1-2)} = M_{b1} \cap M_{b2} =$$

$$\begin{bmatrix} t^3 \\ r^2(\parallel \diamond (R_{16}, R_{18})) \end{bmatrix} \cap \begin{bmatrix} t^3 \\ r^2(\parallel \diamond (R_{23}, R_{25})) \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} t^3 \\ r^1(\parallel (\diamond (R_{16}, R_{18}) \cap \diamond (R_{23}, R_{25}))) \end{bmatrix}$$

计算第 2 个独立回路的独立位移方程数为

$$\xi_{L2} = \dim. \left(\left(\bigcap_{i=1}^j M_{p(1-2)} \right) \cup M_{b3} \right) =$$

$$\dim. \left(\begin{bmatrix} t^3 \\ r^1(\parallel (\diamond (R_{16}, R_{18}) \cap \diamond (R_{23}, R_{25}))) \end{bmatrix} \cup \right.$$

$$\left. \begin{bmatrix} t^3 \\ r^2(\parallel \diamond (R_{33}, R_{35})) \end{bmatrix} \right) =$$

$$\dim. \left(\begin{bmatrix} t^3 \\ r^2(\parallel \diamond (R_{33}, R_{35})) \end{bmatrix} \right) = 5$$

机构自由度为

$$F = \sum_{i=1}^m f_i - \sum_{j=1}^2 \xi_{Lj} = 3 + 4 + 4 - (6 + 5) = 0$$

由于新机构自由度为 0, 则定平台上 4 个 P 副

可同时作为驱动副。

类似地, 可用同样方法判定图 5 所示其余 4 种并联机构的驱动副。结果表明, 图 5b、5d、5e 所示机构的移动副均可作为主驱动; 图 5c 基座上 R_{21} 、 R_{31} 以及移动副 P_{12} 和 P_{14} 可作为机构的驱动副。

4.2 3T2R 并联机构设计

3T2R 并联机构动平台期望的自由度 $F=5$ 和 POC 集 $M_p = [t^3 r^2]^T$ 。由式(3)可知, 其支链的运动输出可取 $[t^3 r^2]^T$ 和 $[t^3 r^3]^T$ 。

根据表 2 中 5 自由度并联机构的 HSOC 和 SOC 配置方案, 含双驱动回路的 3T2R 并联机构可分为两大类: ①支链数目为 4, 其中 $n_{HSOC}=1$ 且 $n_{SOC}=3$ 。②支链数目为 3, 其中 $n_{HSOC}=2$ 且 $n_{SOC}=1$ 。表 4 为 2 种 4 支链和 4 种 3 支链的组合方案, 结构简图如图 6 所示。

表 4 3T2R 机构的支链组合方案

Tab. 4 Combination of 3T2R parallel mechanisms

类型	序号	支链组合方案
1-HSOC &3-SOC	1	HSOC $\{- \diamond (P^{(3R2P)} - P^{(3R2P)}) \perp R \perp R \parallel R -\}$ & 3-SOC $\{- P - S - S -\}$
	2	HSOC $\{- (R^{(3S2P)} - P^{(3S2P)} - P^{(3S2P)}) \parallel R \perp R -\}$ & 3-SOC $\{- S - P - S -\}$
2-HSOC &1-SOC	3	2-HSOC $\{- \diamond (P^{(3R2P)} - P^{(3R2P)}) \perp R \perp R \parallel R -\}$ & SOC $\{- P - S - S -\}$
	4	2-HSOC $\{- (R^{(3S2P)} - P^{(3S2P)} - P^{(3S2P)}) \parallel R \perp R -\}$ & SOC $\{- S - P - S -\}$
3-SOC	5	2-HSOC $\{- \diamond (P^{(3R2P)} - P^{(3R2P)}) - R - S -\}$ & SOC $\{- P \parallel R \parallel R \perp R \parallel R -\}$
	6	2-HSOC $\{- (R^{(3S2P)} - P^{(3S2P)} - P^{(3S2P)}) - S -\}$ & SOC $\{- P \parallel R \parallel R \perp R \parallel R -\}$

4.3 3T3R 并联机构设计

3T3R 并联机构动平台期望的自由度 $F=6$ 且 POC 集 $M_p = [t^3 r^3]^T$, 机构所有支链的运动输出均为 $[t^3 r^3]^T$ 。

根据表 2 列出的 6 自由度并联机构支链的配置方案, 含双驱动回路的 3T3R 并联机构有 3 类: ①支链数目 $n=5$, 其中 $n_{HSOC}=1$ 且 $n_{SOC}=4$ 。②支链数目 $n=4$, $n_{HSOC}=2$ 且 $n_{SOC}=2$ 。③支链数目 $n=3$, $n_{HSOC}=3$ 且 $n_{SOC}=0$ 。本文只考虑支链数目为 4 和 3 的两类构型, 表 5 为 2 种 4 支链和 2 种 3 支链组合方案, 图 7 为其结构简图。

5 机构拓扑结构特征分析

根据文献[18]提出的拓扑结构特征计算方法, 对图 5~7 中的 5 种 3T1R、6 种 3T2R 和 4 种 3T3R 并联机构进行拓扑结构特征分析, 得到过约束数 N_{ov} 、耦合度 κ 等, 结果如表 6~8 所示。

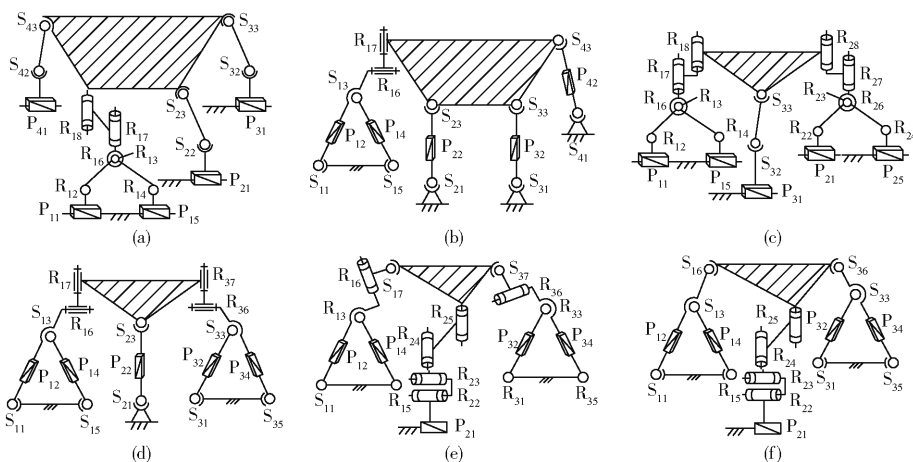


图6 3T2R 并联机构

Fig. 6 3T2R parallel mechanisms

表5 3T3R 机构的支链组合方案

Tab. 5 Combination of 3T3R parallel mechanisms

类型	序号	支链组合方案
2-HSOC	1	2-HSOC -◇(P ^(3R2P) - P ^(3R2P)) - R - S - &
		2-SOC -S - P - S -
&2-SOC	2	2-HSOC -(R ^(3S2P) - P ^(3S2P) - P ^(3S2P)) - S - &
		2-SOC -S - P - S -
3-HSOC	3	3-HSOC -◇(P ^(3R2P) - P ^(3R2P)) - R - S -
		3-HSOC -(R ^(3S2P) - P ^(3S2P) - P ^(3S2P)) - S -

由表6~8可知,综合出的新机构结构紧凑,具有适度的非对称性;15种机型中,耦合度为2的机构仅3种(图5c、6a、6b机构),其余机构的耦合度均为0或1。由文献[20-21]可知,典型的6支链6自由度Stewart并联机构的耦合度为3,机构输入-输出运动耦合性强、运动学正解求解复杂;文献[22-25]通过结构降耦得到了多种低耦合度的6自由度机构,但大多含有二重球副或三重球副,加工制造困

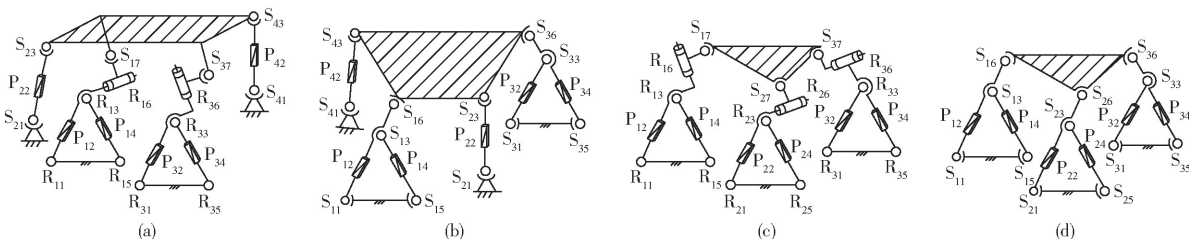


图7 3T3R 并联机构

Fig. 7 3T3R parallel mechanisms

表6 3T1R 并联机构的拓扑结构特征

Tab. 6 Topology characteristics of 3T1R PMs

序号	简图	n	N_{or}	BKC& κ	对称性
1	图5a	3	4	BKC ₁ [$\nu=1, \kappa=0$]	对称
				BKC ₂ [$\nu=2, \kappa=1$]	
2	图5b	3	3	BKC ₁ [$\nu=1, \kappa=0$]	否
				BKC ₂ [$\nu=2, \kappa=1$]	
3	图5c	3	2	BKC ₁ [$\nu=1, \kappa=0$]	否
				BKC ₂ [$\nu=2, \kappa=2$]	
				BKC ₁ [$\nu=1, \kappa=0$]	
4	图5d	2	6	BKC ₂ [$\nu=1, \kappa=0$]	否
				BKC ₃ [$\nu=1, \kappa=0$]	
				BKC ₁ [$\nu=1, \kappa=0$]	
5	图5e	2	0	BKC ₂ [$\nu=1, \kappa=0$]	对称
				BKC ₃ [$\nu=1, \kappa=0$]	
				BKC ₁ [$\nu=1, \kappa=0$]	

表7 3T2R 并联机构的拓扑结构特征

Tab. 7 Topology characteristics of 3T2R PMs

序号	简图	n	N_{or}	BKC& κ	对称性
1	图6a	4	3	BKC ₁ [$\nu=1, \kappa=0$]	否
				BKC ₂ [$\nu=3, \kappa=2$]	
2	图6b	4	0	BKC ₁ [$\nu=1, \kappa=0$]	否
				BKC ₂ [$\nu=3, \kappa=2$]	
3	图6c	3	7	BKC ₂ [$\nu=1, \kappa=0$]	对称
				BKC ₃ [$\nu=2, \kappa=1$]	
				BKC ₁ [$\nu=1, \kappa=0$]	
4	图6d	3	1	BKC ₂ [$\nu=1, \kappa=0$]	对称
				BKC ₃ [$\nu=2, \kappa=1$]	
				BKC ₁ [$\nu=1, \kappa=0$]	
5	图6e	3	6	BKC ₂ [$\nu=1, \kappa=0$]	对称
				BKC ₃ [$\nu=2, \kappa=1$]	
				BKC ₁ [$\nu=1, \kappa=0$]	
6	图6f	3	0	BKC ₂ [$\nu=1, \kappa=0$]	对称
				BKC ₃ [$\nu=2, \kappa=1$]	
				BKC ₁ [$\nu=1, \kappa=0$]	

难。而本文综合的4支链和3支链6-DOF并联机构的耦合度均为1,驱动回路部分的耦合度为0,且不含被动移动副和复合球副,加工制造容易实现;进

表 8 3T3R 并联机构的拓扑结构特征

Tab. 8 Topology characteristics of 3T3R PMs

序号	简图	n	N_{ov}	BKC $\&\kappa$	对称性
1	图 7a	4	6	BKC $_1[\nu=1, \kappa=0]$	对称
				BKC $_2[\nu=1, \kappa=0]$	
				BKC $_3[\nu=3, \kappa=1]$	
2	图 7b	4	0	BKC $_1[\nu=1, \kappa=0]$	对称
				BKC $_2[\nu=1, \kappa=0]$	
				BKC $_3[\nu=3, \kappa=1]$	
3	图 7c	3	9	BKC $_1[\nu=1, \kappa=0]$	对称
				BKC $_2[\nu=1, \kappa=0]$	
				BKC $_3[\nu=1, \kappa=0]$	
				BKC $_4[\nu=2, \kappa=1]$	
4	图 7d	3	0	BKC $_1[\nu=1, \kappa=0]$	对称
				BKC $_2[\nu=1, \kappa=0]$	
				BKC $_3[\nu=1, \kappa=0]$	
				BKC $_4[\nu=2, \kappa=1]$	

一步的运动学分析表明,机构存在运动学正逆解的解析解,易于实时控制。

6 结论

(1)分析了 7 种五杆回路的拓扑组成、等效输出及其耦合度,并提出了多种含双驱动五杆回路的复杂支链。

(2)根据基于 POC 方程的拓扑结构设计方法,综合出含双驱动五杆回路的 5 种 3T1R、6 种 3T2R 和 4 种 3T3R 并联机构型,机构结构紧凑,驱动安装在基座上,带负载能力强;动平台上运动副数目较少,支链间的干涉降低,工作空间增加;大多数机构具有较好的对称性,有利于载荷均匀分布。

(3)进一步对综合出的 15 种机构进行拓扑结构特征分析,结果表明大多数新机型具有过约束,且具有较低的耦合度,有利于改善机构的运动学、静刚度及动力学性能,具有较好的应用前景。

参 考 文 献

- [1] CLAVEL R. Device for the movement and positioning of an element in space. American, 4976582[P]. 1989-01-01.
- [2] PIERROT F, COMPANY O. H4: a new family of 4-dof parallel robots [C] // IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics, 1999: 508-513.
- [3] KRUT S, COMANY O, BENOTT M, et al. I4: a new parallel mechanism for Scara motions [C] // IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2003:1875-1880.
- [4] NABAT V, RODRIGUEZ M, COMPANY O, et al. Par4: very high speed parallel robot for pick-and-place [C] // Proceedings of IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems, 2005:553-558.
- [5] XIE Fugui, LIU Xinjun. Design and development of a high-speed and high-rotation robot with four identical arms and a single platform [J]. Journal of Mechanisms & Robotics, 2015, 7(4): 041015.
- [6] 刘辛军. 并联机器人连接分支结构及六自由度并联机器人机构:CN1472046A[P]. 2004-09-01.
- [7] ZHAO Xingyu, ZHAO Tieshi, WANG Chang. Type synthesis and analysis of parallel mechanisms with sub-closed-loops [J]. Mechanism and Machine Theory, 2018, 120:140-165.
- [8] 赵福群, 郭盛, 曲海波. 一种新型具有闭环单元的高刚度冗余并联机构 [J]. 机械工程学报, 2017, 53(9): 30-37. ZHAO Fuqun, GUO Sheng, QU Haibo. Novel high stiffness redundant parallel mechanism with closed-loop units [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2017, 53(9): 30-37. (in Chinese)
- [9] 李启腾, 戚开诚, 张建军, 等. 新型含子闭环并联机构的灵巧性研究 [J]. 机械设计与研究, 2017, 33(6): 21-24, 30. LI Qiteng, QI Kaicheng, ZHANG Jianjun, et al. The dexterity research of a novel parallel mechanism with sub closed-chains [J]. Machine Design and Research, 2017, 33(6): 21-24, 30. (in Chinese)
- [10] 房海蓉, 王立, 张海强, 等. 一种含闭环支链的新型并联机构设计与分析 [J]. 北京航空航天大学学报, 2019, 45(3): 454-463. FANG Hairong, WANG Li, ZHANG Haiqiang, et al. Design and analysis of a novel parallel mechanism with closed-loop limbs [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2019, 45(3): 454-463. (in Chinese)
- [11] YE W, FANG Y, ZHANG K, et al. Mobility variation of a family of metamorphic parallel mechanisms with reconfigurable hybrid limbs [J]. Robotics and Computer Integrated Manufacturing, 2016, 41(10): 145-162.
- [12] 沈惠平, 马履中, 杨廷力. 基于混合链的弱耦合三维平移并联机构型综合 [J]. 机械工程学报, 2005, 41(4): 22-27. SHEN Huiping, MA Lüzhong, YANG Tingli. Kinematic structural synthesis of 3-translational weakly-coupled parallel mechanisms based on hybrid chains [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2005, 41(4): 22-27. (in Chinese)
- [13] 陈宇航, 赵铁石, 边辉, 等. 含子闭环的并联机构运动学分析 [J/OL]. 农业机械学报, 2015, 46(12): 346-354. CHEN Yuhang, ZHAO Tieshi, BIAN Hui, et al. Kinematics analysis of parallel mechanism with sub closed-chains [J/OL]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2015, 46(12): 346-354. http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?flag=1&file_no=20151247&journal_id=jcsam. DOI:10.6041/j.issn.1000-1298.2015.12.047. (in Chinese)
- [14] 杨静远, 刘艳芳, 许丽佳, 等. 含球面四杆闭环的球面并联机构拓扑型综合 [J]. 机械设计与研究, 2016, 32(6): 17-20. YANG Jingyuan, LIU Yanfang, XU Lijia, et al. Topological type synthesis of parallel spherical mechanisms based upon

- spherical four-bar loop[J]. *Machine Design and Research*, 2016, 32(6):17-20. (in Chinese)
- [15] 贺利乐, 刘宏昭, 褚金奎. 基于平面五杆闭环结构的空问并联机构类型综合与拓扑分析[J]. *机械科学与技术*, 2004, 23(10):1201-1204, 1225.
HE Lile, LIU Hongzhao, CHU Jinkui. Type synthesis and topological description of spatial parallel mechanisms based on five-bar closed-loop structure[J]. *Mechanical Science and Technology*, 2004, 23(10):1201-1204, 1225. (in Chinese)
- [16] 沈惠平, 张震, 杨廷力, 等. 3T1R 并联机构结构降耦设计与运动学分析[J/OL]. *农业机械学报*, 2017, 48(10):380-389, 400.
SHEN Huiping, ZHANG Zhen, YANG Tingli, et al. Structure coupling-reducing design and kinematics analysis of 3T1R parallel mechanism[J/OL]. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*, 2017, 48(10):380-389, 400. http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?flag=1&file_no=20171049&journal_id=jcsam. DOI:10.6041/j.issn.1000-1298.2017.10.049. (in Chinese)
- [17] 沈惠平, 吉昊, 许正晓, 等. 三平移机构设计与运动学符号解及性能评价[J/OL]. *农业机械学报*, 2020, 51(9):397-407.
SHEN Huiping, JI Hao, XU Zhengxiao, et al. Design, kinematic symbolic solution and performance evaluation of new three translation mechanism[J/OL]. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*, 2020, 51(9):397-407. http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?flag=1&file_no=20200946&journal_id=jcsam. DOI:10.6041/j.issn.1000-1298.2020.09.046. (in Chinese)
- [18] YANG T L, LIU A X, SHEN H P, et al. *Topology design of robot mechanisms*[M]. Springer Publishing, 2018.
- [19] ZHU X, SHEN H, WU C, et al. Computer-aided mobility analysis of parallel mechanisms[J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2020, 148:103810.
- [20] 沈惠平, 尹洪波, 李菊, 等. 基于方位特征方法的范例并联机构的拓扑特征分析及其启示与应用[J]. *机械工程学报*, 2015, 51(13):101-115.
SHEN Huiping, YIN Hongbo, LI Ju, et al. Position and orientation characteristic based method and enlightenment for topology characteristic analysis of typical parallel mechanisms and its application[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2015, 51(13):101-115. (in Chinese)
- [21] 沈惠平, 强恒存, 曾氢菲, 等. 基于结构降耦的一类低耦合度新型 3T1R 并联机构的拓扑设计[J]. *中国机械工程*, 2017, 28(10):1163-1171.
SHEN Huiping, QIANG Hengcun, ZENG Qingfei, et al. Topological design for a class of novel 3T1R parallel mechanisms with low coupling degree based on coupling reducing[J]. *China Mechanical Engineering*, 2017, 28(10):1163-1171. (in Chinese)
- [22] 沈惠平, 杨廷力, 马履中. 6 自由度弱耦合并联机构机型设计及其方法[J]. *机械工程学报*, 2004, 40(7):14-19.
SHEN Huiping, YANG Tingli, MA Lüzhong. Methodology for type synthesis of kinematic structures of 6-DOF weakly-coupled parallel mechanisms[J]. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2004, 40(7):14-19. (in Chinese)
- [23] 沈惠平, 朱小蓉, 尹洪波, 等. 并联机构的结构降耦原理及其设计方法[J]. *机械工程学报*, 2016, 52(23):102-113.
SHEN Huiping, ZHU Xiaorong, YIN Hongbo, et al. Principle and design method for structure coupling-reducing of parallel mechanisms[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2016, 52(23):102-113. (in Chinese)
- [24] 朱小蓉, 胡旻, 沈惠平, 等. 3T1R 并联机构降耦设计与分析[J/OL]. *农业机械学报*, 2018, 49(12):393-401.
ZHU Xiaorong, HU Yan, SHEN Huiping, et al. Structure coupling reduction design and research on a novel 3T1R parallel mechanism[J/OL]. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*, 2018, 49(12):393-401. http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?flag=1&file_no=20181247&journal_id=jcsam. DOI:10.6041/j.issn.1000-1298.2018.12.047. (in Chinese)
- [25] 沈惠平, 李菊, 王振, 等. 基于结构降耦和运动解耦的并联机构拓扑结构优化及其性能改善[J]. *机械工程学报*, 2017, 53(19):176-186.
SHEN Huiping, LI Ju, WANG Zhen, et al. Topology structure optimization and performance improvement for parallel mechanisms based on structure coupling-reducing and motion decoupling[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2017, 53(19):176-186. (in Chinese)