

doi:10.6041/j.issn.1000-1298.2021.07.046

2UPR – RPS 型并联机构精度设计

张俊 池长城 蒋舒佳

(福州大学机械工程及自动化学院, 福州 350116)

摘要: 几何误差对并联机构末端位姿精度产生重要影响。为揭示几何误差对并联机构末端位姿精度的影响规律, 并据此确定其最优区间, 以 2UPR – RPS 型并联机构为例, 进行过约束并联机构的精度设计。采用一阶摄动法建立该并联机构的几何误差模型, 获得对末端位姿误差有影响的几何误差源。利用区间分析理论建立末端位姿精度关于几何误差源的灵敏度指标, 通过灵敏度分析揭示几何误差源对末端位姿精度的影响程度。以灵敏度指标作为权重建立精度综合模型, 采用均匀设计法确定在任务空间内精度综合的位姿点, 推导各几何误差源的最优区间, 并据此制定关键零部件的精度等级及配合公差。采用 Sobol 序列的拟蒙特卡洛法预估该并联机构的末端位姿精度, 仿真结果表明, 经过精度综合得到的几何误差区间数满足预设的末端位姿精度要求, 从而验证了该精度设计方法的可行性。

关键词: 并联机构; 误差模型; 灵敏度分析; 精度设计

中图分类号: TH112 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1298(2021)07-0411-10

OSID:



Accuracy Design of 2UPR – RPS Parallel Mechanism

ZHANG Jun CHI Changcheng JIANG Shujia

(School of Mechanical Engineering and Automation, Fuzhou University, Fuzhou 350116, China)

Abstract: Geometric errors have an important effect on the pose accuracy of the parallel mechanism (PM). In order to reveal the influences of geometric error sources on the pose accuracy of the parallel mechanism and determine its optimal intervals, a 2UPR – RPS parallel mechanism was taken as an example to demonstrate the accuracy design of over-constrained PMs. An error mapping model of the parallel mechanism was established by using the first-order perturbation method, based on which the geometric error sources that affected pose accuracy of the end-effector were obtained. The set of sensitivity index of the geometric error sources was formulated with the interval analysis theory and the sensitivity analysis was carried out to reveal the influence of the geometric error sources on the pose accuracy of the end-effector. Based upon the proposed sensitivity index, a accuracy synthesis model of the geometric error sources was established, in which the uniform design method was used to provide appropriate pose points within the workspace of the parallel mechanism. The optimal intervals of the geometric error sources of the parallel mechanism were derived and the accuracy class and the fitting tolerances of key components of the parallel mechanism were determined. The Pseudo Monte Carlo method of Sobol sequence was used to estimate the pose accuracy of the end-effector of the parallel mechanism. The simulation results showed that the optimal intervals of the geometric error sources obtained by accuracy synthesis met the accuracy requirements of the end-effector, confirming the feasibility of the accuracy design and providing a reference for the development of physical prototype.

Key words: parallel mechanism; error model; sensitivity analysis; accuracy design

0 引言

以并联机构为核心功能模块的混联加工单元具

有大工作空间、高刚度、高灵活性等优点, 正逐步应用于复杂零件的高效加工和精密装配^[1-6]。运动精度是衡量该类装备使役性能的核心指标之一, 特别

收稿日期: 2020-08-22 修回日期: 2020-09-26

基金项目: 福建省高校产学研合作项目(2019H6006)

作者简介: 张俊(1981—), 男, 教授, 博士生导师, 主要从事机械动力学、机械传动与机器人机构学研究, E-mail: zhang_jun@fzu.edu.cn

是并联机构的末端位姿精度,一直是学术界和工业界的研究热点。一般而言,提高并联机构末端位姿精度的方法大致可分为运动学标定和精度设计两类^[7-8]。运动学标定是在设备制造后,通过误差辨识和误差补偿来提高其运动精度;精度设计则是在设备制造前,通过合理分配零部件误差来提高其运动精度。

围绕并联机构的精度设计,一些学者已进行了相关研究。按其研究流程,精度设计一般包括误差分析和精度综合两个环节。误差分析的前提是误差建模,即建立机构几何误差源与其末端位姿误差的映射关系。根据所采用的不同数学工具,误差建模的方法大致有旋量法、一阶摄动法、D-H 矩阵法和 Grassman-Cayley 代数法等^[9-12]。ZHANG 等^[10]利用旋量法建立了 4RSR-SS 型并联机构的几何误差模型,并根据驱动螺旋和约束螺旋分离出可补偿误差源和不可补偿误差源。洪振宇等^[11]采用摄动法解析了混联机械手 Trivariant 的不可补偿误差源,并借助灵敏度分析揭示了各不可补偿误差源对末端姿态误差的影响规律。LEE 等^[12]采用 D-H 矩阵法建立了三自由度平动并联机构的几何误差模型,得到影响平台位置精度的 27 个误差源,再通过标定仿真实验对误差模型的有效性进行了验证。为明晰误差源对末端位姿精度的影响,还需在误差建模的基础上进行误差灵敏度分析。常用的误差灵敏度分析方法有区间分析法、灵敏度系数法、蒙特卡洛法等^[13-16]。构件的几何误差通常在一定范围内变化,而非一个固定值,因此区间分析法更适用于揭示误差源对末端位姿精度的影响规律。

精度综合是根据几何误差源对末端精度的影响,合理确定各误差源的取值,制定相应的零部件公差和装配策略,以满足期望的精度要求。目前,针对并联机构精度综合的研究较少。常见的精度综合方法有最小成本法、正交设计法、遗传算法等^[17-23]。张为民等^[20]基于雅可比旋量理论建立了公差数学模型,并通过遗传算法得到在保证装配要求下的公差优化分配。刘海涛等^[21]基于小摄动原理建立了 TriMule 混联机器人的误差模型,并通过旋量法得到零部件公差与末端位姿的传递函数,再以最小成本为目标函数进行了机构的精度综合,实现了关键零部件的公差分配。WANG 等^[22]利用微分理论建立了 3-R2H2S 并联机器人的精度模型,基于误差独立性原理仿真出结构参数的误差分布。YAO 等^[23]基于最小制造成本建立了 3RPS 并联机构的精度综合模型,通过遗传算法求解非线性约束函数,得出关节间隙公差、支链杆长公差和转动关节公差等,仿真

表明精度综合满足位姿精度要求。

本文以 2UPR-RPS 型并联机构为研究对象,探索过约束并联机构的精度设计方法。采用摄动法建立几何误差源与机构末端位姿误差的映射模型,并获得对末端位姿误差有影响的几何误差源。利用区间理论建立末端位姿精度关于几何误差源的灵敏度指标,通过灵敏度分析揭示几何误差源对末端位姿误差的影响程度。以灵敏度指标为权重建立机构的精度综合模型,获得各几何误差源的最优区间,并据此制定关键零部件的精度等级与配合公差。采用 Sobol 序列的拟蒙特卡洛法对精度综合的结果进行评估,以验证所提精度设计方法的可行性。

1 误差建模

1.1 机构描述

以 2UPR-RPS 型并联机构为研究对象,开展机构精度设计研究。其机构运动简图和虚拟样机示意图如图 1 所示。

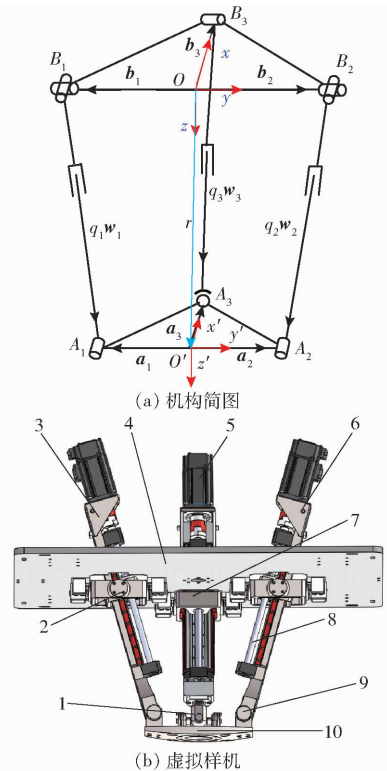


图 1 2UPR-RPS 并联机构

Fig. 1 2UPR-RPS parallel mechanism

1. 球铰链 2. 虎克铰 3, 6. UPR 支链 4. 静平台 5. RPS 支链
7, 9. 转动副 8. 移动副 10. 动平台

图 1a 中, B_1 和 B_2 是 2 条 UPR 支链中虎克铰的几何中心点, A_1 、 A_2 和 B_3 是转动副的几何中心点, A_3 是 RPS 支链中球铰的几何中心点。静平台上 $\triangle B_1 B_2 B_3$ 和动平台上 $\triangle A_1 A_2 A_3$ 均为等腰三角形, 其外接圆半径分别为 b 和 a , 且 b_i ($i=1, 2, 3$) 和 a_i 分

别表示点 O 到点 B_i 的方向矢量和点 O' 到点 A_i 的方向矢量。另外,支链体上 w_i 为 $B_i A_i$ 方向矢量的单位矢量。基于图 1a 所示的拓扑构型,设计 2UPR-RPS 型并联机构模块的虚拟样机,其结果如图 1b 所示。它由静平台、动平台、2 条 UPR 支链、1 条 RPS 支链组成。在对称分布的 2 条 UPR 支链中,虎克铰与静平台连接,转动副与动平台连接,且两支链的虎克铰近架轴线共线,移动副轴线同时垂直于虎克铰远架轴线和转动副轴线。在 RPS 支链中,转动副与静平台连接,球铰链与动平台连接,移动副轴线通过球铰链几何中心点和转动副几何中心点且垂直于转动副轴线。

1.2 坐标系定义

为了方便建立该并联机构的误差模型,定义如图 2 所示的坐标系。

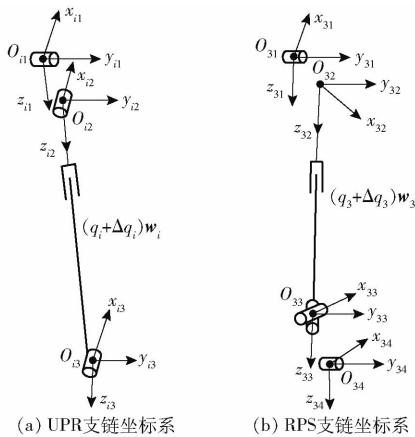


图 2 2UPR-RPS 并联机构的坐标系定义

Fig. 2 Schematics of error vector chains of 2UPR-RPS parallel mechanism

(1) 静平台连体系 $\{O\}$ 。如图 1a 所示,原点 O 在静平台的中心点, z 轴垂直于静平台向下, y 轴平行于水平面, x 轴满足右手定则。

(2) 动平台连体系 $\{O'\}$ 。如图 1a 所示,原点 O' 在动平台中心点, z' 轴垂直于动平台向外, y' 轴平行于两转动副中心线, x' 轴满足右手定则。

(3) UPR 支链第 i 条关节坐标系 $\{O_{ij}\}$ ($i=1,2$; $j=1,2,3$)。如图 2a 所示, $\{O_{i1}\}$ 为虎克铰坐标系,原点为虎克铰近架和远架公垂线与近架的交点, y_{i1} 轴沿近架轴线方向, z_{i1} 轴与公垂线重合, x_{i1} 轴满足右手定则; $\{O_{i2}\}$ 为支链 i 的连体系,原点为远架与支链的交点, x_{i2} 轴沿远架轴线方向, z_{i2} 轴沿支链 i 轴线方向, x_{i1} 轴满足右手定则; $\{O_{i3}\}$ 为支链 i 转动副坐标系,原点为转动副中点, x_{i3} 轴沿转动副方向, z_{i3} 轴垂直于动平台, y_{i3} 轴满足右手定则。

(4) RPS 支链中关节坐标系为 $\{O_{3j}\}$ ($j=1,2,3,4$)。如图 2b 所示, $\{O_{31}\}$ 为支链转动副坐标系,原

点为转动副中心点, y_{31} 轴沿转动副方向, z_{31} 轴垂直于静平台, x_{31} 轴满足右手定则; $\{O_{32}\}$ 为支链体坐标系,原点为转动副中心点, y_{32} 轴沿转动副方向, z_{32} 轴沿支链体轴线方向, x_{32} 轴满足右手定则; $\{O_{33}\}$ 为支链球铰坐标系,原点为球铰第一和第二轴线交点, x_{33} 轴沿球铰第二轴线方向, z_{32} 轴沿支链 3 轴线方向, y_{32} 轴满足右手定则; $\{O_{34}\}$ 为动平台球铰坐标系,原点为球铰第三轴线中心点, x_{34} 轴与 x_{33} 轴同向平行, y_{34} 与球铰第三转动轴线重合, z_{34} 满足右手定则。

2UPR-RPS 并联机构误差源包括静平台、动平台位置误差,UPR 支链、RPS 支链等关节间的位置误差和姿态误差以及支链腿长误差,各几何误差源如表 1 所示。

表 1 2UPR-RPS 并联机构的几何误差源
Tab. 1 Geometric error sources of 2UPR-RPS parallel mechanism

误差源	含义
$\Delta b_i = (\Delta x_{ib}, \Delta y_{ib}, \Delta z_{ib})^T$	B_i 在 $\{O\}$ 系的位置误差
$\Delta a_i = (\Delta x_{ia}, \Delta y_{ia}, \Delta z_{ia})^T$	A_i 在 $\{O\}$ 系的位置误差
$\Delta l_{ij} = (\Delta x_{ij}, \Delta y_{ij}, \Delta z_{ij})^T$	O_{ij} 在 $\{O_{i(j-1)}\}$ 系的位置误差
$\Delta \theta_{ij} = (\Delta \alpha_{ij}, \Delta \beta_{ij}, \Delta \gamma_{ij})^T$	O_{ij} 在 $\{O_{i(j-1)}\}$ 系的姿态误差
Δq_i	支链 i 的腿长误差
$\Delta r = (\Delta x, \Delta y, \Delta z)^T$	O' 在 $\{O\}$ 系的位置误差
$\Delta \theta = (\Delta \alpha, \Delta \beta, \Delta \gamma)^T$	O' 在 $\{O\}$ 系的姿态误差

1.3 误差映射模型

理想条件下,动平台坐标系相对于静平台坐标系的姿态变换矩阵 R 表示为

$$R = R_y(\theta) R_{x'}(\psi) = \begin{bmatrix} c\theta & s_\psi s\theta & c\psi s\theta \\ 0 & c\psi & -s\psi \\ -s\theta & s\psi c\theta & c\psi c\theta \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中 θ ——绕 y 轴方向的转动角

ψ ——绕 x' 轴方向的转动角

c 表示余弦函数; s 表示正弦函数。

动平台坐标系原点 O' 相对于静平台坐标系的位置矢量 r 可表示为

$$r = b_i + q_i w_i - R a_i \quad (i=1,2,3) \quad (2)$$

其中 $b_i = b [c\beta_i \quad s\beta_i \quad 0]^T$

$$a_i = a [c\alpha_i \quad s\alpha_i \quad 0]^T$$

$$\beta_i = \alpha_i = (-1)^i \pi/2 \quad (i=1,2)$$

$$\beta_3 = \alpha_3 = 2\pi$$

式中 q_i ——支链 $B_i A_i$ 的长度

当并联机构存在误差时,在一阶摄动下,点 O' 在 UPR 支链闭环矢量链和 RPS 支链闭环矢量链的位置矢量可分别表示为

$$r + \Delta r = b_i + \Delta b_i + (I + \Delta \theta_{i1} \times) R_{i1} [\Delta l_{i2} + (I + \Delta \theta_{i2} \times) R_{i2} ((q_i + \Delta q_i) e + \Delta l_{i3})] - (I + \Delta \theta \times) R (a_i + \Delta a_i) \quad (i=1,2) \quad (3)$$

$$\mathbf{r} + \Delta \mathbf{r} = \mathbf{b}_3 + \Delta \mathbf{b}_3 + (\mathbf{I} + \Delta \boldsymbol{\theta}_{31} \times) \mathbf{R}_{32} (\mathbf{I} + \Delta \boldsymbol{\theta}_{32} \times) \cdot [(q_3 + \Delta q_3) \mathbf{e} + \Delta \mathbf{l}_{33} + (\mathbf{I} + \Delta \boldsymbol{\theta}_{33} \times) \mathbf{R}_{33} \Delta \mathbf{l}_{34}] - (\mathbf{I} + \Delta \boldsymbol{\theta} \times) \mathbf{R} (\mathbf{a}_3 + \Delta \mathbf{a}_3) \quad (4)$$

其中

$$\mathbf{e} = [0 \quad 0 \quad 1]^T$$

$$\mathbf{R}_{i1} = \begin{bmatrix} c\beta_{i1} & 0 & s\beta_{i1} \\ 0 & 1 & 0 \\ -s\beta_{i1} & 0 & c\beta_{i1} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R}_{i2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c\alpha_{i2} & -s\alpha_{i2} \\ 0 & s\alpha_{i2} & c\alpha_{i2} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R}_{i3} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c\alpha_{i3} & -s\alpha_{i3} \\ 0 & s\alpha_{i3} & c\alpha_{i3} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R}_{32} = \begin{bmatrix} c\beta_{32} & 0 & s\beta_{32} \\ 0 & 1 & 0 \\ -s\beta_{32} & 0 & c\beta_{32} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R}_{33} = \begin{bmatrix} c\gamma_{33} & -s\gamma_{33} & 0 \\ s\gamma_{33} & c\gamma_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

式中 \mathbf{I} ——三阶单位矩阵

$\Delta \boldsymbol{\theta}_{ij} \times$ —— $\Delta \boldsymbol{\theta}_{ij}$ 的反对称矩阵

$\Delta \boldsymbol{\theta} \times$ —— $\Delta \boldsymbol{\theta}$ 的反对称矩阵^[11]

$\mathbf{R}_{ij} (i=1, 2; j=1, 2, 3)$ ——第 i 条支链坐标系 $\{O_{ij}\}$ 相对于坐标系 $\{O_{i(j-1)}\}$ 的旋转矩阵

$\mathbf{R}_{3j} (j=2, 3)$ ——第 3 条支链坐标系 $\{O_{3j}\}$ 相对于坐标系 $\{O_{3(j-1)}\}$ 的旋转矩阵

将式(3)、(4)进行线性化,再与式(2)相减并忽略高阶项,可得到

$$\Delta \mathbf{r} + \Delta \boldsymbol{\theta} \times \mathbf{R} \mathbf{a}_i = \Delta \mathbf{b}_i - \mathbf{R} \Delta \mathbf{a}_i + \mathbf{R}_{i1} \Delta \mathbf{l}_{i2} + \Delta q_i \mathbf{w}_i + \mathbf{R}_{i1} \mathbf{R}_{i2} \Delta \mathbf{l}_{i3} + \mathbf{R}_{i1} (\Delta \boldsymbol{\theta}_{i2} \times \mathbf{R}_{i2} q_i \mathbf{e}) + \Delta \boldsymbol{\theta}_{i1} \times q_i \mathbf{w}_i \quad (i=1, 2) \quad (6)$$

$$\Delta \mathbf{r} + \Delta \boldsymbol{\theta} \times \mathbf{R} \mathbf{a}_3 = \Delta \mathbf{b}_3 - \mathbf{R} \Delta \mathbf{a}_3 + \Delta q_3 \mathbf{w}_3 + \mathbf{R}_{32} \mathbf{R}_{33} \Delta \mathbf{l}_{34} + (\mathbf{R}_{32} \Delta \boldsymbol{\theta}_{32}) \times q_3 \mathbf{w}_3 + \Delta \boldsymbol{\theta}_{31} \times q_3 \mathbf{w}_3 + \mathbf{R}_{32} \Delta \mathbf{l}_{33} \quad (7)$$

将式(6)、(7)两端分别点乘 $\mathbf{w}_i (i=1, 2)$ 和 \mathbf{w}_3 可得到

$$\mathbf{w}_i^T \Delta \mathbf{r} + (\mathbf{R} \mathbf{a}_i \times \mathbf{w}_i)^T \Delta \boldsymbol{\theta} = \mathbf{w}_i^T \Delta \mathbf{b}_i - \mathbf{w}_i^T \mathbf{R} \Delta \mathbf{a}_i + \mathbf{w}_i^T \mathbf{R}_{i1} \Delta \mathbf{l}_{i2} + \Delta q_i + \mathbf{w}_i^T \mathbf{R}_{i1} \mathbf{R}_{i2} \Delta \mathbf{l}_{i3} \quad (i=1, 2) \quad (8)$$

$$\mathbf{w}_3^T \Delta \mathbf{r} + (\mathbf{R} \mathbf{a}_3 \times \mathbf{w}_3)^T \Delta \boldsymbol{\theta} = \mathbf{w}_3^T \Delta \mathbf{b}_3 - \mathbf{w}_3^T \mathbf{R} \Delta \mathbf{a}_3 + \Delta q_3 \quad (9)$$

根据动平台的运动还受到 UPR 支链产生的沿

着 UPR 转动副方向的约束力以及 RPS 支链上球铰几何中心沿着转动副方向的约束力。故并联机构不能产生沿着 UPR 支链约束力单位矢量 $\mathbf{v}_i (i=1, 2)$ 方向和 RPS 约束力单位矢量 \mathbf{v}_3 方向的移动^[24]。

将式(6)、(7)分别点乘 $\mathbf{v}_i (i=1, 2)$ 和 \mathbf{v}_3 , 则有

$$\mathbf{v}_i^T \Delta \mathbf{r} + (\mathbf{R} \mathbf{a}_i \times \mathbf{v}_i)^T \Delta \boldsymbol{\theta} = (\mathbf{R}_{i2} q_i \mathbf{e} \times \mathbf{v}_i^T \mathbf{R}_{i1})^T \Delta \boldsymbol{\theta}_{i2} + (q_i \mathbf{w}_i \times \mathbf{v}_i)^T \Delta \boldsymbol{\theta}_{i1} + \mathbf{v}_i^T \Delta \mathbf{b}_i - \mathbf{v}_i^T \mathbf{R} \Delta \mathbf{a}_i + \mathbf{v}_i^T \mathbf{R}_{i1} \Delta \mathbf{l}_{i2} + \mathbf{v}_i^T \mathbf{R}_{i1} \mathbf{R}_{i2} \Delta \mathbf{l}_{i3} \quad (i=1, 2) \quad (10)$$

$$\mathbf{v}_3^T \Delta \mathbf{r} + (\mathbf{R} \mathbf{a}_3 \times \mathbf{v}_3)^T \Delta \boldsymbol{\theta} = (q_3 \mathbf{w}_3 \times \mathbf{v}_3)^T \Delta \boldsymbol{\theta}_{31} + (q_3 \mathbf{w}_3 \times \mathbf{v}_3)^T \mathbf{R}_{32} \Delta \boldsymbol{\theta}_{32} + \mathbf{v}_3^T \Delta \mathbf{b}_3 - \mathbf{v}_3^T \mathbf{R} \Delta \mathbf{a}_3 + \mathbf{v}_3^T \mathbf{R}_{32} \Delta \mathbf{l}_{33} + \mathbf{v}_3^T \mathbf{R}_{32} \mathbf{R}_{33} \Delta \mathbf{l}_{34} \quad (11)$$

将式(8)~(11)化简并整理成矩阵形式可表示为

$$\mathbf{J} \mathbf{E} = \mathbf{N} \boldsymbol{\varepsilon} \quad (12)$$

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_a \\ \mathbf{J}_c \end{bmatrix} \quad \mathbf{E} = \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{r} \\ \Delta \boldsymbol{\theta} \end{bmatrix} \quad \mathbf{N} = \begin{bmatrix} \mathbf{N}_a & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & \mathbf{N}_c \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_a \\ \boldsymbol{\varepsilon}_c \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{J}_a = \begin{bmatrix} \mathbf{w}_1^T & (\mathbf{R} \mathbf{a}_1 \times \mathbf{w}_1)^T \\ \mathbf{w}_2^T & (\mathbf{R} \mathbf{a}_2 \times \mathbf{w}_2)^T \\ \mathbf{w}_3^T & (\mathbf{R} \mathbf{a}_3 \times \mathbf{w}_3)^T \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{J}_c = \begin{bmatrix} \mathbf{v}_1^T & (\mathbf{R} \mathbf{a}_1 \times \mathbf{v}_1)^T \\ \mathbf{v}_2^T & (\mathbf{R} \mathbf{a}_2 \times \mathbf{v}_2)^T \\ \mathbf{v}_3^T & (\mathbf{R} \mathbf{a}_3 \times \mathbf{v}_3)^T \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{N}_a = \text{diag}(\mathbf{N}_{a1}) \quad \mathbf{N}_c = \text{diag}(\mathbf{N}_{c1}) \quad (i=1, 2, 3)$$

$$\begin{cases} \mathbf{N}_{a1} = (\mathbf{w}_1^T, -s\alpha_{13}, -c\alpha_{13}, c\alpha_{12}, \Delta q_1)^T \\ \mathbf{N}_{a2} = (\mathbf{w}_2^T, -s\alpha_{23}, -c\alpha_{23}, c\alpha_{22}, \Delta q_2)^T \\ \mathbf{N}_{a3} = (s\beta_{32}, c\beta_{32}, -\mathbf{w}_3^T \mathbf{R} \Delta q_3, 1)^T \\ \mathbf{N}_{c1} = (s\alpha_{12}, (q_1 \mathbf{w}_1 \times \mathbf{v}_1)^T, c\theta, -s\theta, -1, 1, 1)^T \\ \mathbf{N}_{c2} = (s\alpha_{22}, (q_2 \mathbf{w}_2 \times \mathbf{v}_2)^T, c\theta, -s\theta, -1, 1, 1)^T \\ \mathbf{N}_{c3} = (-q_3 c\beta_{32}, q_3 s\beta_{32}, -q_3, 1, -c\psi, s\psi, 1, s\gamma_{33}, c\gamma_{33})^T \end{cases} \quad (13)$$

$$\begin{cases} \boldsymbol{\varepsilon}_a = (\Delta x_{1b}, \Delta y_{1b}, \Delta z_{1b}, \Delta y_{1a}, \Delta z_{1a}, \Delta z_{12}, \Delta q_1, \Delta x_{2b}, \Delta y_{2b}, \Delta z_{2b}, \Delta y_{2a}, \Delta z_{2a}, \Delta z_{22}, \Delta q_2, \Delta x_{3b}, \Delta z_{3b}, \Delta x_{3a}, \Delta y_{3a}, \Delta z_{3a}, \Delta q_3, \Delta z_{34})^T \\ \boldsymbol{\varepsilon}_c = (\Delta \gamma_{12}, \Delta \alpha_{11}, \Delta \beta_{11}, \Delta \gamma_{11}, \Delta x_{1b}, \Delta z_{1b}, \Delta x_{1a}, \Delta x_{12}, \Delta x_{13}, \Delta \gamma_{22}, \Delta \alpha_{21}, \Delta \beta_{21}, \Delta \gamma_{21}, \Delta x_{2b}, \Delta z_{2b}, \Delta x_{2a}, \Delta x_{22}, \Delta x_{23}, \Delta \alpha_{31}, \Delta \gamma_{31}, \Delta \alpha_{32}, \Delta y_{3b}, \Delta y_{3a}, \Delta z_{3a}, \Delta y_{33}, \Delta x_{34}, \Delta y_{34})^T \end{cases} \quad (14)$$

式中 \mathbf{J}_a ——驱动雅可比矩阵

\mathbf{J}_c ——约束雅可比矩阵

\mathbf{O} ——零矩阵

$\boldsymbol{\varepsilon}_a$ ——投影到驱动矢量上的误差源

N_a ——投影到驱动矢量上的误差系数矩阵

$\boldsymbol{\varepsilon}_c$ ——投影到约束矢量上的误差源

N_c ——投影到约束矢量上的误差系数矩阵

考虑到由误差模型得到的几何误差源 $\boldsymbol{\varepsilon}_a$ 和 $\boldsymbol{\varepsilon}_c$ 均对末端位姿精度产生影响,为保证机构具有一定的精度,对末端产生影响的几何误差源统一进行精度综合,以实现零部件误差的精度设计。

2 灵敏度分析

在制造和装配过程中,几何误差源通常在某个范围内变化而非一个固定值。因此,将几何误差源表示为区间向量形式,再借助区间分析理论对误差源进行灵敏度分析。

当并联机构处于非奇异位置时,式(12)可整理为

$$\boldsymbol{E} = \boldsymbol{G}\boldsymbol{\varepsilon} \quad (15)$$

$$\text{其中 } \boldsymbol{G} = \boldsymbol{J}^{-1}\boldsymbol{N} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{J}_a \\ \boldsymbol{J}_c \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \boldsymbol{N}_a & \boldsymbol{O} \\ \boldsymbol{O} & \boldsymbol{N}_c \end{bmatrix}$$

式中 \boldsymbol{J}^{-1} —— \boldsymbol{J} 的广义逆矩阵

由于并联机构中两条UPR支链对称布置,则其运动特性相同。因此仅考虑1条UPR支链,且去除 $\boldsymbol{\varepsilon}_a$ 和 $\boldsymbol{\varepsilon}_c$ 误差源中共同项后,可得到28项几何误差源 $\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}$ 为

$$\begin{aligned} \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}} = & (\Delta x_{ib}, \Delta y_{ib}, \Delta z_{ib}, \Delta y_{ia}, \Delta z_{ia}, \Delta z_{i2}, \Delta q_i, \\ & \Delta x_{3b}, \Delta z_{3b}, \Delta x_{3a}, \Delta y_{3a}, \Delta z_{3a}, \Delta q_3, \Delta z_{34}, \\ & \Delta \gamma_{i2}, \Delta \alpha_{i1}, \Delta \beta_{i1}, \Delta \gamma_{i1}, \Delta x_{ia}, \Delta x_{i2}, \Delta x_{i3}, \\ & \Delta \alpha_{31}, \Delta \gamma_{31}, \Delta \alpha_{32}, \Delta y_{3b}, \Delta y_{33}, \Delta x_{34}, \Delta y_{34})^T \quad (16) \end{aligned}$$

将式(16)表示为区间向量形式,则式(15)可转变为

$$\boldsymbol{E} = \tilde{\boldsymbol{G}}\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}} \quad (17)$$

式中 $\tilde{\boldsymbol{G}}$ ——从 \boldsymbol{G} 分离出的28项几何误差源 $\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}$ 所对应误差映射矩阵

在仅考虑 $\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}$ 的第 k 个误差源 $\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_k$ 对 \boldsymbol{E} 中的第 i 个分量 $E_{i,k}$ 作用时,式(17)可表示为

$$E_{i,k} = \tilde{\boldsymbol{G}}_{i,k} \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_k \quad (i=1,2,\dots,6; k=1,2,\dots,28) \quad (18)$$

其中 $\boldsymbol{E}_{i,k} = [E_{i,k}, \overline{E_{i,k}}]$ $\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_k = [\underline{\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_k}, \overline{\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_k}]^T$

式中 $\underline{E_{i,k}}$ —— $[E_{i,k}]$ 区间下限

$\overline{E_{i,k}}$ —— $[E_{i,k}]$ 区间上限

$\underline{\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_k}$ —— $[\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_k]$ 区间下限

$\overline{\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_k}$ —— $[\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_k]$ 区间上限

$\tilde{\boldsymbol{G}}_{i,k}$ ——矩阵 $\tilde{\boldsymbol{G}}$ 第 i 行、第 k 列元素

根据区间扩张原理可定义 $\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_k$ 扩张到 $\boldsymbol{E}_{i,k}$ 的区间扩张因子为

$$\Gamma_{i,k} = \zeta \left(\frac{\overline{E_{i,k}} - E_{i,k}}{\overline{\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_k} - \underline{\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_k}} \right) \quad (19)$$

其中

$$\zeta = \begin{cases} 1 & (\tilde{\boldsymbol{G}}_{i,k} \geq 0) \\ -1 & (\tilde{\boldsymbol{G}}_{i,k} < 0) \end{cases}$$

式中 ζ 用于确定区间扩张因子 $\Gamma_{i,k}$ 的符号,且 $\Gamma_{i,k}$ 直接反映 $\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_k$ 对 $\boldsymbol{E}_{i,k}$ 的影响程度。

为进一步分析误差源 $\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_k$ 对末端位姿误差 $\boldsymbol{E}_{i,k}$ 的影响,定义位置灵敏度系数和姿态灵敏度系数为

$$\begin{cases} \mu_{r,k} = \sqrt{\sum_{i=1}^3 \Gamma_{i,k}^2} \\ \mu_{\theta,k} = \sqrt{\sum_{i=4}^6 \Gamma_{i,k}^2} \end{cases} \quad (20)$$

又由于机构的位姿误差随机构位形变化而变化,则可定义其在任务空间内的均值为灵敏度指标

$$\begin{cases} K_{r,k} = \frac{\int \mu_{r,k} dv}{V} \\ K_{\theta,k} = \frac{\int \mu_{\theta,k} dv}{V} \end{cases} \quad (21)$$

式中 V ——任务空间体积

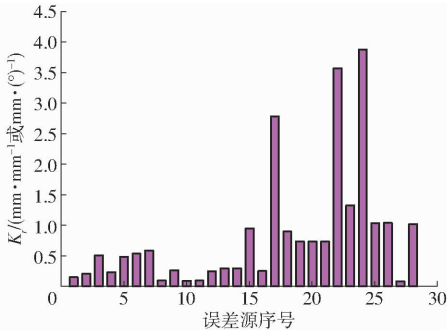
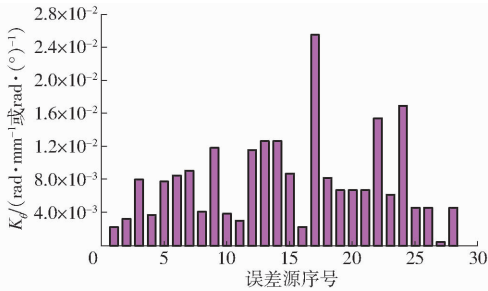
$K_{r,k}$ ——第 k 个误差源对位置误差 Δr 的灵敏度指标

$K_{\theta,k}$ ——第 k 个误差源对姿态误差 $\Delta \theta$ 的灵敏度指标

设定机构尺寸参数和任务空间如下:动平台半径 $a = 90$ mm,静平台半径 $b = 160$ mm,最短腿长 $q_{\min} = 135$ mm,最大腿长 $q_{\max} = 315$ mm, $z \in [110 \text{ mm}, 305 \text{ mm}]$, $\theta \in [-30^\circ, 40^\circ]$, $\psi \in [-30^\circ, 30^\circ]$ 。

将式(16)的28个几何误差源从1~28进行排序,经计算得到几何误差源对末端位置误差 Δr 的灵敏度指标和姿态误差 $\Delta \theta$ 的灵敏度指标,其结果分别如图3、4所示。

从图3、4可知,末端位置对 $\Delta \beta_{i1}$ 、 $\Delta \alpha_{31}$ 和 $\Delta \alpha_{32}$ 较为敏感,其中, $\Delta \beta_{i1}$ 为虎克铰近架绕 y 轴的转角误差, $\Delta \alpha_{31}$ 为RPS转动副的绕 x 轴的转角偏差、 $\Delta \alpha_{32}$ 为RPS支链转动副与丝杠的垂直度误差。即这3项误差源对动平台位置精度产生较大的影响,因此在精度综合时应该将其进行缩紧处理。末端位置误差对 Δx_{3a} 和 Δx_{34} 不敏感,其中, Δx_{3a} 为动平台上半径 a_3 沿 x 方向的尺寸误差, Δx_{34} 为球铰第一和第二转轴的装

图3 几何误差源相对于位置误差 Δr 的灵敏度分析Fig. 3 Sensitivity analysis of geometric errors with respect to Δr 图4 几何误差源相对于姿态误差 $\Delta\theta$ 的灵敏度分析Fig. 4 Sensitivity analysis of geometric errors with respect to $\Delta\theta$

配误差。这些误差源对末端位置精度产生的影响较小,则在精度综合时应对其进行放松处理。

类似地,姿态误差对几何误差源 $\Delta\beta_{i1}$ 、 $\Delta\alpha_{31}$ 和 $\Delta\alpha_{32}$ 较为敏感,则在精度综合时应该对其进行缩紧处理;末端姿态误差对 Δx_{34} 不敏感,说明该误差源对姿态影响很小,则在精度综合时应该将其进行放松处理,以降低制造成本。

3 精度综合

3.1 均匀设计法

由于在工作空间内进行所有位姿点的精度综合计算量较大,故本节采用均匀设计法来为精度综合提供合理的位姿点。采用极差法对并联机构的3个位姿参数进行水平划分和均匀设计表选择,其步骤如下:

(1) 设定几何误差源中位置误差为 0.05 mm,姿态误差为 0.025° ,取表2中的 ψ 、 θ 和 z 任一位置参数在其范围内变化,分别计算末端位置误差的极差值 $\Delta^r R$ 和姿态误差的极差 $\Delta^\theta R$,然后取两者极差值中的最大值为水平划分因子 λ ,其计算结果如表2所示。

(2) 以 ψ 的水平划分因子为基准,并考虑均匀设计的试验次数,取其水平数 L_ψ 为 13,则计算得到 z 的水平数 L_z 为 26, θ 的水平数 L_θ 为 21(其中 $L_z =$

表2 位姿误差的极差值和水平划分因子

Tab. 2 Range value and horizontal division factor of pose error

参数	$\Delta^r R/\text{mm}$	$\Delta^\theta R/(\circ)$	λ
z	0.204	0.069	0.204
ψ	0.070	0.096	0.096
θ	0.160	0.036	0.160

(λ_z/λ_ψ) L_ψ 、 $L_\theta = (\lambda_\theta/\lambda_\psi)L_\psi$, λ_ψ 为 ψ 的水平划分因子, λ_z 为 z 的水平划分因子)。据此将 θ 在 $[-30^\circ, 40^\circ]$, ψ 在 $[-30^\circ, 30^\circ]$ 以及 z 在 $[110\text{ mm}, 305\text{ mm}]$ 内分别等间隔且均匀地分成 21、13、26 份。

(3) 考虑到位姿参数水平数的不同,选择的均匀设计表为 $U_{546}^*(13^1 \times 21^1 \times 26^1)$,其位姿点数为 546 个,至此完成 3 个位姿参数均匀设计表,其结果如表 3 所示。

表3 位姿参数均匀设计

Tab. 3 Uniform design of pose parameters

水平数	$\psi/(\circ)$	$\theta/(\circ)$	z/mm
1	10	15.5	297.2
2	25	22.5	203.6
3	5	-23	297.2
⋮	⋮	⋮	⋮
546	10	19	203.6

3.2 精度综合模型

由式(17)可得出末端位置误差末端和姿态误差模型为

$$\begin{cases} \Delta r = \tilde{G}_r \tilde{\varepsilon} \\ \Delta \theta = \tilde{G}_\theta \tilde{\varepsilon} \end{cases} \quad (22)$$

式中 \tilde{G}_r ——矩阵 \tilde{G} 的前 3 行

\tilde{G}_θ ——矩阵 \tilde{G} 的后 3 行

由式(22)可得到

$$\begin{cases} \Delta r^2 = \Delta r^T \Delta r = \sum_{k=1}^{28} \sum_{l=1}^{28} \left(\sum_{i=1}^3 \tilde{G}_{ri,k} \tilde{G}_{ri,l} \right) \tilde{\varepsilon}_k \tilde{\varepsilon}_l \\ \Delta \theta^2 = \Delta \theta^T \Delta \theta = \sum_{k=1}^{28} \sum_{l=1}^{28} \left(\sum_{i=1}^3 \tilde{G}_{\theta i,k} \tilde{G}_{\theta i,l} \right) \tilde{\varepsilon}_k \tilde{\varepsilon}_l \end{cases} \quad (23)$$

式中 $\tilde{\varepsilon}_k$ —— $\tilde{\varepsilon}$ 中的第 k 个误差源

$\tilde{G}_{ri,k}$ ——矩阵 \tilde{G}_r 的第 i 行第 k 列元素

$\tilde{G}_{\theta i,k}$ ——矩阵 \tilde{G}_θ 的第 i 行第 k 列元素

当设定几何误差源服从独立且均匀的正态分布,则有 $E(\tilde{\varepsilon}_k) = 0$, $E(\Delta r) = 0$ 和 $E(\Delta \theta) = 0$,则 Δr 和 $\Delta \theta$ 的方差可分别表示为

$$\begin{cases} D(\Delta r) = E(\Delta r^2) = \sum_{k=1}^{28} \sum_{i=1}^3 \tilde{G}_{ri,k}^2 E(\tilde{\varepsilon}_k^2) \\ D(\Delta\theta) = E(\Delta\theta^2) = \sum_{k=1}^{28} \sum_{i=1}^3 \tilde{G}_{\theta i,k}^2 E(\tilde{\varepsilon}_k^2) \end{cases} \quad (24)$$

根据式(24)可得到 Δr 和 $\Delta\theta$ 的标准差为

$$\begin{cases} \sigma(\Delta r) = \sqrt{\sum_{k=1}^{28} \sum_{i=1}^3 \tilde{G}_{ri,k}^2 \sigma^2(\tilde{\varepsilon}_k)} \\ \sigma(\Delta\theta) = \sqrt{\sum_{k=1}^{28} \sum_{i=1}^3 \tilde{G}_{\theta i,k}^2 \sigma^2(\tilde{\varepsilon}_k)} \end{cases} \quad (25)$$

依据制造阶段的 3σ 准则,误差源可表示为 $\tilde{\varepsilon}_k = \pm 3\sigma(\tilde{\varepsilon}_k)$,末端位置误差和姿态误差可表示为 $\Delta r = \pm 3\sigma(\Delta r)$, $\Delta\theta = \pm 3\sigma(\Delta\theta)$,代入式(25)可得

$$\begin{cases} \Delta r = \sqrt{\sum_{k=1}^{28} \delta_{r,k}^2} \\ \Delta\theta = \sqrt{\sum_{k=1}^{28} \delta_{\theta,k}^2} \end{cases} \quad (26)$$

其中 $\delta_{r,k} = \sqrt{\sum_{i=1}^3 \tilde{G}_{ri,k}^2} \tilde{\varepsilon}_k$ $\delta_{\theta,k} = \sqrt{\sum_{i=1}^3 \tilde{G}_{\theta i,k}^2} \tilde{\varepsilon}_k$

式中 $\delta_{r,k}$ ——第 k 个误差源独立作用下的局部位置误差

$\delta_{\theta,k}$ ——第 k 个误差源独立作用下的局部姿态误差

根据各个几何误差源对末端的位姿误差影响程度不同,本节引入位置误差灵敏度指标和姿态误差灵敏度指标为分配权重,则有

$$\begin{cases} \hat{\delta}_{r,k} = K_{r,k} \sqrt{\sum_{i=1}^3 \tilde{G}_{ri,k}^2} \tilde{\varepsilon}_k \\ \hat{\delta}_{\theta,k} = K_{\theta,k} \sqrt{\sum_{i=1}^3 \tilde{G}_{\theta i,k}^2} \tilde{\varepsilon}_k \end{cases} \quad (27)$$

将式(27)代入式(26),化简可得

$$\begin{cases} \tilde{\varepsilon}_{k,\Delta r,j} = \frac{\Delta r}{K_{r,k} \sqrt{\sum_{k=1}^{28} \left(\frac{1}{K_{r,k}^2}\right)} \sqrt{\sum_{i=1}^3 \tilde{G}_{ri,k}^2}} \\ \tilde{\varepsilon}_{k,\Delta\theta,j} = \frac{\Delta\theta}{K_{\theta,k} \sqrt{\sum_{k=1}^{28} \left(\frac{1}{K_{\theta,k}^2}\right)} \sqrt{\sum_{i=1}^3 \tilde{G}_{\theta i,k}^2}} \end{cases} \quad (k=1,2,\dots,28; j=1,2,\dots,546) \quad (28)$$

式中 $\tilde{\varepsilon}_{k,\Delta r,j}$ ——给定末端位置误差下的第 j 个位姿点的第 k 个误差源分配值

$\tilde{\varepsilon}_{k,\Delta\theta,j}$ ——给定末端姿态误差下的第 j 个位姿点的第 k 个误差源分配值

当给定末端精度条件,求解式(28),并取其中最小值为第 j 个位姿下的第 k 个误差源的分配值,即

$$\tilde{\varepsilon}_{k,j} = \min(|\tilde{\varepsilon}_{k,\Delta r,j}|, |\tilde{\varepsilon}_{k,\Delta\theta,j}|) \quad (29)$$

为得到最终精度综合结果,取所有位姿点下,误差源分配值的最小值为第 k 个误差源的精度综合最优解,即

$$\tilde{\varepsilon}_k = \min(\tilde{\varepsilon}_{k,1}, \tilde{\varepsilon}_{k,2}, \dots, \tilde{\varepsilon}_{k,546}) \quad (30)$$

将式(30)的误差源写成区间形式,则式(29)变为

$$[\tilde{\varepsilon}_k] = [-\tilde{\varepsilon}_k, \tilde{\varepsilon}_k] \quad (k=1,2,\dots,28) \quad (31)$$

设定末端精度条件为 $\Delta r = 0.15 \text{ mm}$, $\Delta\theta = 0.1^\circ$,并根据均匀设计表的位姿点和精度综合模型得到几何误差源的区间,其结果如表 4 所示。精度综合得到的误差源区间非零零件的制造公差,而是加工和装配共同作用达到的要求,故表 5 的误差源区间仅作为样机零部件公差设计和装配的参考。

表 4 几何误差源区间

Tab. 4 Intervals of geometric error sources

误差源	区间	误差源	区间	误差源	区间
$\Delta x_{ib}/\text{mm}$	$[-0.071, 0.071]$	$\Delta y_{3a}/\text{mm}$	$[-0.149, 0.149]$	$\Delta x_{i3}/\text{mm}$	$[-0.007, 0.007]$
$\Delta y_{ib}/\text{mm}$	$[-0.043, 0.043]$	$\Delta z_{3a}/\text{mm}$	$[-0.032, 0.032]$	$\Delta\alpha_{31}/(^{\circ})$	$[-0.005, 0.005]$
$\Delta z_{ib}/\text{mm}$	$[-0.011, 0.011]$	$\Delta q_3/\text{mm}$	$[0, 0.022]$	$\Delta\gamma_{31}/(^{\circ})$	$[-0.017, 0.017]$
$\Delta y_{ia}/\text{mm}$	$[-0.024, 0.024]$	$\Delta z_{34}/\text{mm}$	$[-0.022, 0.022]$	$\Delta\alpha_{32}/(^{\circ})$	$[-0.003, 0.003]$
$\Delta z_{ia}/\text{mm}$	$[-0.019, 0.019]$	$\Delta\gamma_{i2}/(^{\circ})$	$[-0.064, 0.064]$	$\Delta y_{3b}/\text{mm}$	$[-0.04, 0.04]$
$\Delta z_{i2}/\text{mm}$	$[-0.011, 0.011]$	$\Delta\alpha_{i1}/(^{\circ})$	$[-0.043, 0.043]$	$\Delta y_{33}/\text{mm}$	$[-0.04, 0.04]$
$\Delta q_i/\text{mm}$	$[0, 0.01]$	$\Delta\beta_{i1}/(^{\circ})$	$[-0.007, 0.007]$	$\Delta x_{34}/\text{mm}$	$[-0.215, 0.215]$
$\Delta x_{3b}/\text{mm}$	$[-0.12, 0.12]$	$\Delta\gamma_{i1}/(^{\circ})$	$[-0.069, 0.069]$	$\Delta y_{34}/\text{mm}$	$[-0.04, 0.04]$
$\Delta z_{3b}/\text{mm}$	$[-0.024, 0.024]$	$\Delta x_{ia}/(^{\circ})$	$[-0.007, 0.007]$		
$\Delta x_{3a}/\text{mm}$	$[-0.168, 0.168]$	$\Delta x_{i2}/\text{mm}$	$[-0.007, 0.007]$		

根据精度综合结果,对并联机构主要运动副进行精度等级划分和配合公差设计。其中主要的配合零部件有:各支链丝杠轴与支撑座轴承的配合、UPR

虎克铰近架轴与轴承座轴承配合、UPR 虎克铰远架轴与近架孔轴承配合、UPR 转动副轴与关节座轴承配合、RPS 转动副轴与轴承座轴承配合、RPS 支链球

表5 关键零部件的精度等级及配合公差

Tab.5 Accuracy class and tolerance of key components

配合零部件	精度等级	公差/mm
UPR 虎克铰近架轴与轴承座轴承的配合	IT 6	$12 \left[\begin{array}{c} \text{H6} \\ 0 \\ \text{k5} \end{array} \begin{array}{c} +0.018 \\ +0.012 \\ +0.001 \end{array} \right]$
UPR 虎克铰远架轴与近架轴孔轴承配合	IT 7	$10 \left[\begin{array}{c} \text{H7} \\ 0 \\ \text{k6} \end{array} \begin{array}{c} +0.015 \\ +0.010 \\ +0.001 \end{array} \right]$
各支链丝杠轴与支撑座轴承配合	IT 6	$10 \left[\begin{array}{c} \text{H6} \\ 0 \\ \text{k5} \end{array} \begin{array}{c} +0.005 \\ +0.007 \\ +0.001 \end{array} \right]$
UPR 转动副轴与关节座轴承配合	IT 8	$10 \left[\begin{array}{c} \text{H8} \\ 0 \\ \text{js7} \end{array} \begin{array}{c} +0.022 \\ +0.007 \\ -0.007 \end{array} \right]$
RPS 转动副轴与轴承座轴承配合	IT 6	$12 \left[\begin{array}{c} \text{H6} \\ 0 \\ \text{k5} \end{array} \begin{array}{c} +0.018 \\ +0.012 \\ +0.001 \end{array} \right]$
RPS 支链球轴架与对应轴配合	IT 7	$10 \left[\begin{array}{c} \text{H7} \\ 0 \\ \text{k6} \end{array} \begin{array}{c} +0.015 \\ +0.010 \\ +0.001 \end{array} \right]$
RPS 球副轴与关节座轴承配合	IT 8	$10 \left[\begin{array}{c} \text{H8} \\ 0 \\ \text{js7} \end{array} \begin{array}{c} +0.022 \\ +0.007 \\ -0.007 \end{array} \right]$

轴架与对应轴承配合、RPS 球副轴与关节座轴承配合。在保证降低成本和加工精度等级的条件下,制定了各零部件的精度等级和配合公差,如表5所示。其余非重要零部件的配合根据工程经验按 IT 8 ~ IT 11 的精度等级制定。

4 精度预估

为验证精度综合方案的合理性,采用 Sobol 序列^[25-26]的拟蒙特卡洛法进行精度预估,其中 Sobol 序列的产生原理如下:为产生序列 $x_1, x_2, \dots, x_i (x_i \in [0, 1])$, 则需构造方向数 \hat{v}_i

$$\hat{v}_i = \frac{m_i}{2^i} \quad (32)$$

式中 m_i ——小于 2^i 的正奇数

其中 \hat{v}_i 由系数 a_i 为 0 或 1 的 d 次本原多项式产生,该本原多项式为

$$f(x) = x^d + \sum_{i=1}^{d-1} a_i x^{d-i} + 1 \quad (33)$$

当 $i > d$ 时,则有

$$\hat{v}_i = a_1 \hat{v}_{i-1} \oplus a_2 \hat{v}_{i-2} \oplus \dots \oplus \hat{v}_{i-d} \oplus \frac{\hat{v}_{i-d}}{2^d} \quad (34)$$

式中 \oplus ——十进制转换为二进制的异或运算

通过系数 a_i 和式(32)可求得

$$\hat{v}_i = 2a_1 m_{i-1} \oplus 2^2 a_2 m_{i-2} \oplus \dots \oplus 2^d a_d m_{i-d} \oplus m_{i-d} \quad (35)$$

由式(35)可得到 Sobol 序列的第 i 个数

$$x_i = b_1 v_1 \oplus b_2 v_2 \oplus \dots \oplus b_i v_i \quad (36)$$

式中 b_i —— i 的二进制表示

为加快序列产生速度,将式(36)修正为

$$x_{i+1} = x_i \oplus v_i \quad (37)$$

根据式(32)~(37)可得到该并联机构的 28 个几何误差源的 Sobol 序列。

采用 Sobol 序列的拟蒙特卡洛法进行位姿误差分析,其步骤如下:

(1)在 $[0, 1]$ 内产生 28 个 Sobol 序列样本 χ_j , 其中 $\chi_j = ((x_1)_j, (x_2)_j, \dots, (x_{28})_j)$, $j = 1, 2, \dots, M$, M 为位姿样本数。

(2)根据表4几何误差源的区间及其误差源的公差,将 28 个第 j 位姿点的 Sobol 序列样本转换为第 j 位姿点的几何误差源的样本 ζ_j , 其中 $\zeta_j = ((\varepsilon_1)_j, (\varepsilon_2)_j, \dots, (\varepsilon_{28})_j)$ 。

(3)在并联机构工作空间内随机且均匀产生位姿样本数 M 为 2 000 个,在每个位姿点处随机产生步骤(2)的几何误差源样本序列代入误差映射模型并经过计算得到末端的位姿误差。

依据上述步骤,得到末端位置误差和姿态误差分布,其结果分别如图5、6所示。

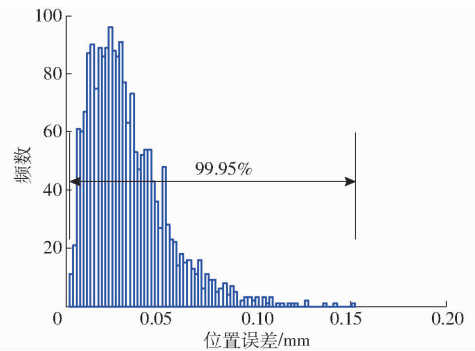


图5 位置误差分布

Fig.5 Distribution of position error

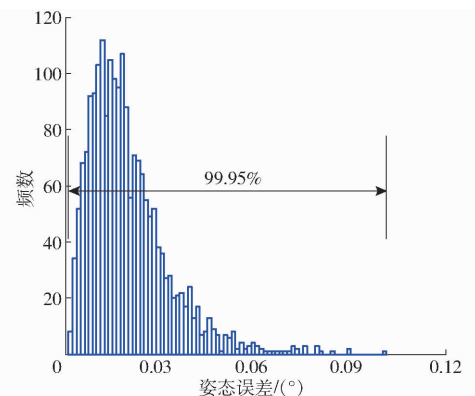


图6 姿态误差分布

Fig.6 Distribution of orientation error

从图5、6可知,基于 Sobol 序列的拟蒙特卡洛法得到的位置误差普遍集中在 0.15 mm 内且 $\Delta r < 0.15$ mm 的概率为 99.95%;姿态误差普遍集中在 0.1°内,且 $\Delta \theta < 0.1^\circ$ 的概率为 99.95%,仿真结果表明精度设计达到了预期的精度要求。

5 结论

(1) 采用一阶摄动法建立了 2UPR-RPS 型并联机构的误差映射模型, 得到影响末端位姿精度的几何误差源。

(2) 基于区间分析理论建立几何误差源的灵敏度指标, 据此得出几何误差源对末端位姿误差的影响程度, 其中末端位姿误差对误差源 $\Delta\beta_{i1}$ 、 $\Delta\alpha_{31}$ 和 $\Delta\alpha_{32}$ 较为敏感。

(3) 以几何误差源的灵敏度指标为分配权重建立 2UPR-RPS 型并联机构的精度综合模型, 并制定了关键零部件精度等级及配合公差。

(4) 采用 Sobol 序列的拟蒙特卡洛法进行了机构精度预估, 结果表明, 位置误差小于 0.15 mm 的概率为 99.95%, 姿态误差小于 0.1° 的概率为 99.95%, 满足预设的末端位姿精度要求, 从而验证了该精度设计方法的可行性和有效性。

参 考 文 献

- [1] HOSSEINI M A, DANIALI H M. Cartesian workspace optimization of Tricept parallel mechanism with machining application [J]. *Robotica*, 2014, 33(9): 1-10.
- [2] BI Z M, JIN Y. Kinematic modeling of Exechon parallel kinematic machine [J]. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 2011, 27(1): 186-193.
- [3] 沈惠平, 朱忠顺, 孟庆梅, 等. 零耦合度空间 2T1R 并联机构运动学与刚度建模分析[J/OL]. *农业机械学报*, 2020, 51(10): 411-420.
SHEN Huiping, ZHU Zhongxin, MENG Qingmei, et al. Kinematics and stiffness modeling analysis of spatial 2T1R parallel mechanism with zero coupling degree[J/OL]. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*, 2020, 51(10): 411-420. http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?flag=1&file_no=20201047&journal_id=jcsam. DOI:10.6041/j.issn.1000-1298.2020.10.047. (in Chinese)
- [4] ZHANG J, ZHAO Y, JIN Y. Kinetostatic-model-based stiffness analysis of Exechon PKM [J]. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 2015, 37: 208-220.
- [5] SUN T, SONG Y. Comparison between a 4-DOF hybrid module and Tricept module focusing on inverse kinematics and stiffness [C]// *Robotics and Biomimetics (ROBIO)*, 2009 IEEE International Conference on. IEEE, 2010.
- [6] 杨超, 叶伟, 张克涛, 等. 2UPR-RPU 过约束并联机构刚度性能评价[J/OL]. *农业机械学报*, 2020, 51(2): 392-401.
YANG Chao, YE Wei, ZHANG Ketao, et al. Stiffness performance evaluation of 2UPR-RPU over-constrained parallel mechanism[J/OL]. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*, 2020, 51(2): 392-401. http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?flag=1&file_no=2002043&journal_id=jcsam. DOI:10.6041/j.issn.1000-1298.2020.02.043. (in Chinese)
- [7] HE L, LI Q, ZHU X, et al. Kinematic calibration of a 3-DOF parallel mechanism with a laser tracker[J]. *Journal of Dynamic Systems Measurement and Control*, 2018, 141(3): 031009.
- [8] HUANG T, BAI J P, MEI J P, et al. Tolerance design and kinematic calibration of a four-degrees-of-freedom pick-and-place parallel robot[J]. *Journal of Mechanisms and Robotics*, 2016, 8(6): 061018.
- [9] 杨启志, 孙梦涛, 蔡静, 等. 温室穴盘苗并联高速移栽机器人运动误差分析与试验[J/OL]. *农业机械学报*, 2018, 49(3): 18-27.
YANG Qizhi, SUN Mengtao, CAI Jing, et al. Kinematic error analysis and test of high-speed plug seeding transplanting machine for greenhouse based on parallel mechanism[J/OL]. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*, 2018, 49(3): 18-27. http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?flag=1&file_no=20180302&journal_id=jcsam. DOI:10.6041/j.issn.1000-1298.2018.03.002. (in Chinese)
- [10] ZHANG J T, LIAN B B, SONG Y M. Geometric error analysis of an over-constrained parallel tracking mechanism using the screw theory[J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2019, 32(6): 1541-1554.
- [11] 洪振宇, 梅江平, 赵学满, 等. 可重构混联机械手——TriVariant 的误差建模与灵敏度分析[J]. *机械工程学报*, 2006, 42(12): 65-69.
HONG Zhenyu, MEI Jiangping, ZHAO Xueman, et al. Error modeling and sensitivity analysis of reconfigurable hybrid robot module TriVariant[J]. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2006, 42(12): 65-69. (in Chinese)
- [12] LEE S, ZENG Q, EHMANN K F. Error modeling for sensitivity analysis and calibration of the tri-pyramid parallel robot[J]. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2017, 93(5): 1-14.
- [13] 于今, 余伟, 吴超宇, 等. 直线驱动型并联机器人误差模型与灵敏度分析[J/OL]. *农业机械学报* 2017, 48(7): 383-390.
YU Jin, YU Wei, WU Chaoyu, et al. Error modeling and sensitivity analysis of linear driven parallel robot [J/OL]. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*, 2017, 48(7): 383-390. http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?flag=1&file_no=20170749&journal_id=jcsam. DOI:10.6041/j.issn.1000-1298.2017.07.049. (in Chinese)

- [14] NI Y, ZHANG B, SUN Y, et al. Accuracy analysis and design of A3 parallel spindle head[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2016, 29(2): 239 – 249.
- [15] 宋轶民, 翟亚普, 孙涛, 等. 基于区间分析的一类三转动自由度并联机构的精度设计[J]. 北京工业大学学报, 2015, 41(11): 1620 – 1626, 1755.
SONG Yimin, ZHAI Yapu, SUN Tao, et al. Interval analysis based accuracy design of a 3-DOF rotational parallel mechanism [J]. Journal of Beijing University of Technology, 2015, 41(11): 1620 – 1626, 1755. (in Chinese)
- [16] 廖宇兰, 刘世豪, 孙佑攀, 等. 基于灵敏度分析的木薯收获机机架结构优化设计[J/OL]. 农业机械学报, 2013, 44(12): 56 – 61, 51.
LIAO Yulan, LIU Shihao, SUN Youpan, et al. Structural optimization for rack of cassava harvester based on sensitivity analysis[J/OL]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2013, 44(12): 56 – 61, 51. http://www.jcsam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?flag=1&file_no=20131210&journal_id=jcsam. DOI: 10.6041/j.issn.1000-1298.2013.12.010. (in Chinese)
- [17] 安守和, 汪满新, 李正亮. 两操作模式 2-R(SS)2-R(RR)2(RR)2 并联机构误差建模及精度设计[J]. 西安交通大学学报, 2020, 54(7): 146 – 157.
AN Shouhe, WANG Manxin, LI Zhengliang. Error analysis and accuracy design of a 2-R(SS)2-R(RR)2(RR)2 parallel mechanism with two operation modes[J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2020, 54(7): 146 – 157. (in Chinese)
- [18] BIAN X J, LI X L. A new error analysis and accuracy synthesis method for shoe last machine[J]. International Frequency Sensor Association, 2014, 170(5): 256 – 261.
- [19] DUMAS A, GAYTON N, DANTAN J Y, et al. A new system formulation for the tolerance analysis of overconstrained mechanisms[J]. Probabilistic Engineering Mechanics, 2015, 40(1): 66 – 74.
- [20] 张为民, 李国伟, 陈灿. 基于雅可比旋量理论的公差优化分配[J]. 农业机械学报, 2011, 42(4): 216 – 219, 228.
ZHANG Weimin, LI Guowei, CHEN Can. Optimal allocation of tolerance based on Jacobian-torsor theory[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2011, 42(4): 216 – 219, 228. (in Chinese)
- [21] 刘海涛, 潘巧, 尹福文, 等. TriMule 混联机器人的精度综合[J]. 天津大学学报(自然科学与工程技术版), 2019, 52(12): 1245 – 1254.
LIU Haitao, PAN Qiao, YIN Fuwen, et al. Accuracy synthesis of the TriMule hybrid robot [J]. Journal of Tianjin University (Natural Science and Engineering Technology), 2019, 52(12): 1245 – 1254. (in Chinese)
- [22] WANG C D, LI Y H, YU M, et al. Accuracy synthesis of 3-R2H2S parallel robot based on rigid-flexible coupling mode [J]. Intelligent Robotics and Applications, 2017, 10463: 429 – 440.
- [23] YAO T K, ZHOU X, ZHOU F, et al. Accuracy synthesis of a 3-RPS parallel robot based on manufacturing costs [C] // Proceeding of the 31st Chinese Control Conference, 2012: 5168 – 5172.
- [24] FANG H L, TANG T F, ZHANG J. Kinematic analysis and comparison of a 2R1T redundantly actuated parallel mechanism and its non-redundantly actuated forms[J]. Mechanism and Machine Theory, 2019, 142: 103587.
- [25] LI J G, DING J, GUO L J, et al. Accuracy analysis for a 6-DOF PKM with Sobol sequence based quasi Monte Carlo method [J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2015, 22(1): 8 – 17.
- [26] 龙立, 郑山锁, 周炎, 等. 基于拟蒙特卡罗方法的供水管网抗震可靠性分析并行化研究[J]. 浙江大学学报(工学版), 2020, 54(2): 241 – 247.
LONG Li, ZHENG Shansuo, ZHOU Yan, et al. Parallel study of seismic reliability analysis of water supply pipe network based on quasi-Monte Carlo method [J]. Journal of Zhejiang University (Engineering Science), 2020, 54(2): 241 – 247. (in Chinese)