doi:10.6041/j.issn.1000-1298.2021.06.042

双螺母滚珠丝杠副导程误差与摩擦力矩关系研究

祖　莉[1]　林炜国[1]　张鲁超[1,2]　欧　屹[1]　王　凯[1,2]

(1. 南京理工大学机械工程学院, 南京 210094;
2. 数控机床功能部件共性技术工业和信息化部重点实验室, 张家港 215600)

摘要: 为了准确计算双螺母滚珠丝杠副的摩擦力矩,基于载荷和变形协调理论,分析了导程误差对载荷分布不均匀程度的影响,结合预紧力和滚珠形变提出双螺母滚珠丝杠副导程误差与摩擦力矩的关系模型。利用行程误差试验台测量不同精度等级丝杠的导程误差,并将各丝杠分别匹配同一套螺母、垫片、滚珠,组成丝杠副,测量滚珠丝杠副的摩擦力矩。结果表明,在考虑滚珠丝杠导程误差和滚珠载荷分布不均的情况下,导程误差与摩擦力矩呈线性关系,不同精度等级丝杠对应的摩擦力矩计算结果与试验值的相对误差为 0 ~ 8.79%,均小于文献[6]模型的计算结果,从而验证了本文模型的有效性。

关键词: 双螺母滚珠丝杠副; 导程误差; 载荷分布; 预紧力; 摩擦力矩

中图分类号: TH117.1　　**文献标识码**: A　　**文章编号**: 1000-1298(2021)06-0397-10　　**OSID**:

Relationship between Lead Error and Friction Torque of Double-nut Ball Screw

ZU Li[1]　LIN Weiguo[1]　ZHANG Luchao[1,2]　OU Yi[1]　WANG Kai[1,2]

(1. *School of Mechanical Engineering*, *Nanjing University of Science and Technology*, *Nanjing* 210094, *China*
2. *Key Laboratory of General Technology of Functional Parts of Numerical Control Machine*, *Ministry of Industry and Information Technology*, *Zhangjiagang* 215600, *China*)

Abstract: In order to calculate the friction torque of double-nut ball screw more accurately, based on the load distribution models, the influence of lead error on load distribution was analyzed. The calculation results showed that lead error directly led to uneven load distribution of ball screw and if ignoring the screw, nut elastic deformation and other errors, the axial deformation of each ball was linearly distributed. Only to calculate the axial deformation of the first ball and the lead error between balls, the total deformation of balls, preload and friction torque of ball screw can be calculated. And when the thickness of gasket was constant, the axial offset of nuts raceway curvature center and the axial offset of curvature center of screw raceway contacting the first ball to the two nuts midplane can be determined by numerical fitting of lead error and friction. Based on these, the relationship model between friction torque and lead error of double-nut ball screw was proposed. To verify the model, the lead error of screws with different accuracy levels was measured, and each screw was assembled with the same nut, gasket and balls to form a ball screw pair, and the friction torque was measured. The test results showed that the relative error between friction torque value calculated by previous model and test value was 11.75% ~ 54.69%, while the relative error between friction torque value calculated by the model and test value was 0 ~ 8.79%. The relative error was obviously small, which indicated that the model can more accurately predict the influence of lead error on ball screw friction torque. The problem that ball screw led error and ball load distribution was not considered when calculating the friction torque of ball screw was solved, and the validity of the model was verified.

Key words: double-nut ball screw; lead error; load distribution; preload; friction torque

收稿日期: 2020-06-25　修回日期: 2020-08-24

基金项目: 国家重大科技专项(2019ZX04012001-004)

作者简介: 祖莉(1977—),女,教授,博士,主要从事数控机床滚动功能部件性能研究,E-mail: zuli@njust.edu.cn

0 引言

双螺母滚珠丝杠副通过改变垫片厚度控制滚珠丝杠副预紧力,具有传动效率高、定位精度好、反向间隙小等优点[1-2],被广泛应用于数控机床和农业机械传动与执行系统。但滚珠丝杠存在导程误差,这直接影响滚珠丝杠副的定位精度和使用性能。摩擦力矩是滚珠丝杠副的重要性能指标之一[3],直接决定滚珠丝杠副的使用情况。因此,不可忽视导程误差对滚珠丝杠副摩擦力矩的影响。

滚珠丝杠副摩擦力矩的计算多从预紧力计算入手。胡建忠等[4]通过坐标变换计算了双螺母滚珠丝杠副的轴向预紧力;崔高尚等[5]分析了双螺母滚珠丝杠副预紧力与垫片预紧量的关系;ZHOU 等[6]基于经验公式提出新的摩擦力矩计算模型;王恒等[7]分析了反向器对摩擦力矩的影响。上述研究将滚珠视为受力相同,且未考虑导程误差的影响,而实际情况并非如此。

为准确描述各滚珠受力情况需对滚珠丝杠副进行载荷分析。MEI 等[8]分析了丝杠、螺母变形以及几何误差对载荷分布的影响;刘畅等[9]分析了加载前后滚珠接触角的变化;CHEN 等[10]通过载荷计算发现,相位角不同的滚珠,其载荷分布情况也不同;ZHEN 等[11]基于载荷分布计算了滚珠丝杠副的疲劳寿命;基于文献[11]理论,LIN 等[12]、ZHAO 等[13]研究了考虑倾覆扭矩和滚道形状误差的滚珠载荷分布;BERTOLASO 等[14]通过试验测量了滚珠接触角与接触载荷,但将各滚珠视为均匀受力,导致测量存在偏差;DU 等[15]通过测量接触刚度间接反映滚珠变形量。上述对载荷分布的研究着重于滚珠变形和受力,忽略了尺寸误差尤其是丝杠导程误差对载荷分布和接触角的影响,同时,对载荷分布结果缺乏试验验证。

本文基于载荷和变形协调理论,分析导程误差对载荷分布的影响,通过分析提出双螺母滚珠丝杠副导程误差与摩擦力矩的关系模型,对不同精度等级丝杠的导程误差进行测量,并将各丝杠分别与同一套螺母、垫片、滚珠装配组成丝杠副,测量其摩擦力矩,并进行试验验证。

1 导程误差对载荷分布的影响

1.1 载荷分布模型

图 1 为垫片式双螺母滚珠丝杠副,垫片使左右螺母轴向移动进而挤压滚珠发生形变,产生预紧力,调整垫片厚度可改变预紧力。导程误差为滚珠丝杠单个导程的实际长度与理论长度的差值,图 2 为滚珠丝杠导程误差曲线,反映包含多个导程的一段行程内的导程误差之和,由于各导程误差有一定的波动性,通过直线拟合得到平均导程误差 E_T,E_T的斜率即为滚珠丝杠导程误差 ΔP_h。为克服工作过程中由温度升高或负载引起的轴向伸长[16],导程误差一般小于 0。

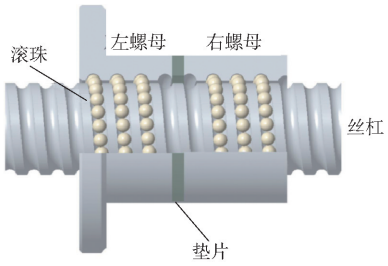

图 1 垫片式双螺母滚珠丝杠副示意图

Fig. 1 Double-nut ball screw

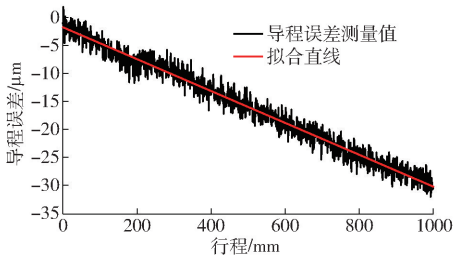

图 2 滚珠丝杠导程误差曲线

Fig. 2 Ball screw lead error curve

图 3 为双螺母滚珠丝杠副受力分析图,只承受预紧力时,左右螺母受力大小相等方向相反,均为 F_P,进行载荷分析时,可将左右螺母看作 2 个单螺母滚珠丝杠副进行受力分析,本文以右螺母为研究对象。以滚珠丝杠副常见的受力方式(丝杠轴受拉,螺母固定在基座上受压)为例,如图 4 所示,设加在滚珠丝杠轴上的轴向力为 F_a,将第 $i-1$ 个滚珠和第 i 个滚珠与丝杠、螺母接触点之间的丝杠、螺母部分分别称为丝杠和螺母的第 i 个单元,F_{si}和 F_{ni}分别为丝杠、螺母第 i 个单元受到的轴向力。ΔL_{si}和 ΔL_{ni}分别为丝杠和螺母第 i 个单元的轴向长度,不考虑导程误差时有

$$\Delta L_{si} = \Delta L_{ni} = P_h / Z \tag{1}$$

式中 P_h——丝杠导程

Z——单圈滚道有效承载滚珠数

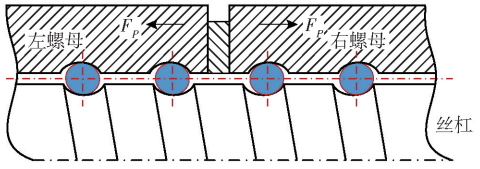

图 3 双螺母滚珠丝杠受力分析

Fig. 3 Force analysis of double-nut ball screw

由赫兹接触理论及标准 ISO 3408-4[17]得滚珠丝杠副轴向力平衡方程为

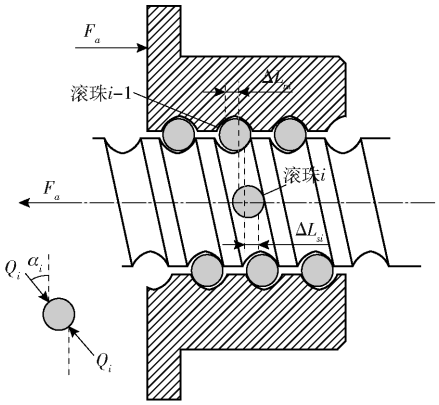

图 4　单个螺母内滚珠与滚道接触状态

Fig. 4　Contact state of ball and raceway in a single nut

$$\begin{cases} Q_i = \left(\dfrac{\delta_{ni}}{c_k c_E^2}\right)^{3/2} \\ F_a = \sum\limits_{i=1}^{N} F_{ai} = \sum\limits_{i=1}^{N} (Q_i \sin\alpha_i \cos\lambda) \end{cases} \tag{2}$$

其中

$$c_k = Y_s \sqrt[3]{\sum \rho_s} + Y_n \sqrt[3]{\sum \rho_n} \tag{3}$$

$$\begin{cases} \sum \rho_s = \dfrac{2}{r_b} - \dfrac{1}{2f_{rs} r_b} + \dfrac{\cos\alpha}{r_m - r_b\cos\alpha} \\ \sum \rho_n = \dfrac{2}{r_b} - \dfrac{1}{2f_{rn} r_b} - \dfrac{\cos\alpha}{r_m + r_b\cos\alpha} \\ Y_s = 1.282\left[-0.154\,(\sin\tau_s)^{\frac{1}{4}} + 1.348\,(\sin\tau_s)^{\frac{1}{2}} - 0.194\sin\tau_s\right] \\ Y_n = 1.282\left[-0.154\,(\sin\tau_n)^{\frac{1}{4}} + 1.348\,(\sin\tau_n)^{\frac{1}{2}} - 0.194\sin\tau_n\right] \\ \cos\tau_s = \left(\dfrac{1}{2f_{rs} r_b} - \dfrac{\cos\alpha}{r_m - r_b\cos\alpha}\right)\left(\sum \rho_s\right)^{-1} \\ \cos\tau_n = \left(\dfrac{1}{2f_{rn} r_b} + \dfrac{\cos\alpha}{r_m + r_b\cos\alpha}\right)\left(\sum \rho_n\right)^{-1} \end{cases} \tag{4}$$

式中　F_{ai}——各滚珠所受轴向力

c_E——材料常数，对于滚珠的材料轴承钢，取 0.464 3

Q_i——第 i 个滚珠与滚道接触点的法向力

δ_{ni}——第 i 个滚珠与滚道的法向接触变形量

α——螺母螺旋升角

c_k——刚度系数

α_i——滚珠与滚道接触角

λ——丝杠螺旋升角

N——有效承载滚珠数

Y_s、Y_n——丝杠、螺母赫兹接触理论第一类和第二类椭圆积分的辅助值

ρ_s、ρ_n——滚珠-丝杠滚道、滚珠-螺母滚道接触点处的曲率半径倒数

r_b——滚珠半径

f_{rs}、f_{rn}——丝杠、螺母滚道适应比

r_m——滚珠丝杠公称半径

由图 4 可得丝杠和螺母第 i 个单元受到的轴向力为[18]

$$F_{si} = F_{ni} = F_a - \sum_{j=1}^{i-1} F_{aj} \tag{5}$$

丝杠、螺母单元轴向变形量 Δs_i、Δn_i 为[8]

$$\begin{cases} \Delta s_i = (\Delta L F_{si})/(E_s A_s) \\ \Delta n_i = (\Delta L F_{ni})/(E_n A_n) \end{cases} \tag{6}$$

式中　E_s、E_n——丝杠、螺母弹性模量

A_s、A_n——丝杠、螺母横截面积

ΔL——相邻两滚珠之间的丝杠或螺母部分沿轴向的长度

滚珠、螺母受到压力，丝杠受到拉力且三者均发生弹性变形，根据滚珠和丝杠螺母接触关系，把第 i、$i-1$ 个滚珠，螺母和丝杠轴沿螺旋角方向接触状态放大，如图 5 所示，可得到滚珠丝杠副第 i 单元丝杠、螺母、滚珠三者在轴向载荷下变形协调关系

$$\Delta L - \Delta n_i + a - \delta_{a_i} = \Delta L + \Delta s_i + a + \frac{\Delta P_h \cos\lambda}{Z} - \delta_{a_{i-1}} \tag{7}$$

化简得

$$\delta_{a_i} = \delta_{a_{i-1}} - (\Delta s_i + \Delta n_i) - \frac{\Delta P_h \cos\lambda}{Z} \tag{8}$$

式中　δ_{a_i}、$\delta_{a_{i-1}}$——第 i、$i-1$ 个滚珠和滚道的轴向接触变形量

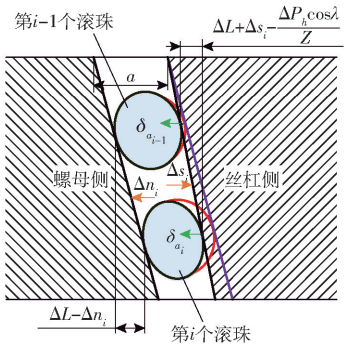

图 5　滚珠与滚道接触关系简化模型

Fig. 5　Simplified model of contact relationship between ball and raceway

整理可得

$$F_a = \left(\delta_{a_{i-1}} - \delta_{a_i} + \frac{\Delta P_h \cos\lambda}{Z}\right) \cdot \left[\left(\frac{1}{E_s A_s} + \frac{1}{E_n A_n}\right)\frac{P_h}{Z}\right]^{-1} + \sum_{j=1}^{i-1}\left[\left(\frac{\delta_{nj}}{c_k c_E^2}\right)^{3/2} \sin\alpha_j \cos\lambda\right] \tag{9}$$

化简得

$$F_a = K\left(\delta_{a_{i-1}} - \delta_{a_i} + \frac{\Delta P_h \cos\lambda}{Z}\right) + \sum_{j=1}^{i-1}\{[\delta_{nj}/(c_k c_E^2)]^{3/2}\sin\alpha_j\cos\lambda\} \quad (10)$$

其中 $$K = \{[(E_s A_s)^{-1} + (E_n A_n)^{-1}]P_h/Z\}^{-1} \quad (11)$$

图 6 为第 i 个滚珠受力变形图，O_s、O_n、O_b分别为滚珠受力变形前丝杠滚道、螺母滚道、滚珠曲率中心，O'_n、O'_b分别为滚珠受力变形后螺母滚道、滚珠的曲率中心，A_s、A'_s与 B_n、B'_n分别为滚珠变形前后与丝杠、螺母滚道的接触点，r_s、r_n分别为丝杠、螺母滚道曲率半径，计算式为

$$\begin{cases} r_s = 2f_{rs}r_b \\ r_n = 2f_{rn}r_b \end{cases} \quad (12)$$

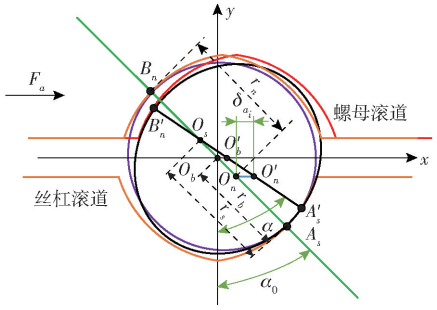

图 6 第 i 个滚珠接触变形简图

Fig. 6 Sketch of the ith ball contact deformation

滚珠的法向变形量与接触角为

$$\begin{cases} \delta_{ni} = \sqrt{(r_0\sin\alpha_0 + \delta_{a_i})^2 + (r_0\cos\alpha_0)^2} - r_0 \\ \sin\alpha_i = \arcsin((r_0\sin\alpha_0 + \delta_{a_i})/r_0 + \delta_{ni}) \\ r_0 = r_s + r_n - 2r_b \end{cases} \quad (13)$$

式中 α_0——初始接触角

1.2 载荷分布结果

对 3210 型内循环垫片式双螺母滚珠丝杠副进行载荷分析，预紧载荷 4 000 N，由于左右螺母受力状态相同，对右螺母进行仿真分析，参数如表 1 所示。

表 1 滚珠丝杠参数

Tab. 1 Ball screw parameters

参数	数值
公称半径 r_m/mm	16
滚珠半径 r_b/mm	2.976 5
导程 P_h/mm	10
丝杠滚道适应比 f_{rs}	0.52
螺母滚道适应比 f_{rn}	0.52
初始接触角 α_0/(°)	45
螺旋升角 λ/(°)	5.68
滚珠数 N	60
单圈滚珠数 Z	17

根据国标 GB/T 17587.3—2017 要求，滚珠丝杠的精度由 P1 ~ P5 逐渐降低，P5 级时有效行程 550 ~ 630 mm 的丝杠对应导程误差为 ±32 μm，相当于 55 ~ 63 圈滚道的导程误差为 ±32 μm，平均每圈滚道导程误差 ΔP_h约为 ±0.5 μm，相应地，P4 ~ P1 级精度对应的导程误差 ΔP_h 分别为 ±0.4 μm、±0.3 μm、±0.2 μm、±0.1 μm，因此，导程误差 ΔP_h须在 −0.5 ~ 0.5 μm 范围内进行精度等级划分。

图 7、8 为各滚珠接触角、接触载荷仿真结果，导程误差直接导致接触角以及载荷分布的不均匀，误差越大分布越不均匀；滚珠丝杠导程误差 $\Delta P_h < 0$ 时，丝杠滚道与螺母滚道之间的间隙减小，滚珠被挤压，随着滚珠编号的增加，丝杠和螺母滚道之间的偏移越大，滚珠和滚道挤压变形也越大，导致载荷分布呈现上升趋势；$\Delta P_h > 0$ 时，丝杠滚道与螺母滚道之间的间隙增加，滚珠变形量减小，随着滚珠编号的增加，丝杠和螺母滚道之间的间隙越大，滚珠和滚道挤压变形越小，载荷分布呈现下降趋势。

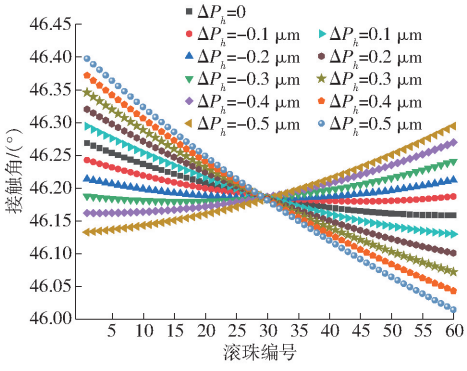

图 7 各滚珠接触角分布情况

Fig. 7 Contact angle distribution of each ball

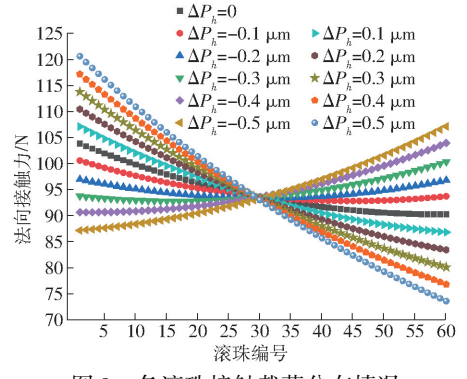

图 8 各滚珠接触载荷分布情况

Fig. 8 Contact load distribution of each ball

表 2 为滚珠轴向接触变形量总和与丝杠、螺母弹性变形量总和的仿真结果对比，$\sum\delta_{a_i}$为滚珠轴向接触变形量总和，$\sum(\Delta s_i + \Delta n_i)$为丝杠与螺母弹性变形量总和。

由表 2 可知，丝杠与螺母弹性变形量总和远小于滚珠轴向变形量总和，占比 0.149 0% ~ 0.167 7%，

因此，分析滚珠载荷分布时可忽略丝杠、螺母的弹性变形量影响进行简化计算，仿真结果如图 9 所示。

表 2　滚珠轴向接触变形量与丝杠、螺母弹性变形量仿真结果对比

Tab. 2　Axial contact deformation of balls and elastic deformation of screw and nut

导程误差 ΔP_h/μm	$\sum \delta_{a_i}$/μm	$\sum(\Delta s_i+\Delta n_i)$/μm	$[\sum(\Delta s_i+\Delta n_i)/\sum \delta_{a_i}]$/%
−0.5	432.317 1	0.725 0	0.167 7
−0.4	433.014 0	0.714 6	0.165 0
−0.3	432.531 0	0.707 1	0.163 5
−0.2	432.010 5	0.699 5	0.161 9
−0.1	432.716 7	0.688 7	0.159 1
0	432.201 6	0.680 9	0.157 5
0.1	431.689 1	0.673 0	0.155 9
0.2	431.219 0	0.665 0	0.154 2
0.3	430.711 4	0.656 9	0.152 5
0.4	430.206 2	0.648 6	0.150 7
0.5	429.703 5	0.640 3	0.149 0

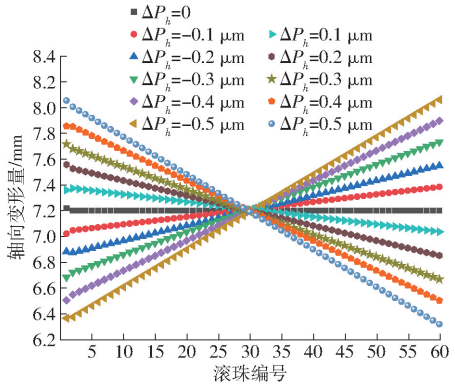

图 9　忽略丝杠、螺母弹性变形量的仿真结果

Fig. 9　Simulation results ignoring elastic deformation of screw and nut

由图 9 可知，不考虑丝杠、螺母弹性变形以及其他误差时，各滚珠的轴向变形量呈线性分布，且导程误差 $\Delta P_h=0$ 时，各滚珠轴向变形量相同。因此，忽略丝杠、螺母弹性变形量计算各滚珠载荷分布情况时，设第 1 个滚珠变形量为 δ_{a_1}，则各滚珠轴向变形量为

$$\delta_{a_i}=k(i-1)+\delta_{a_1} \tag{14}$$

只需计算第 1 个滚珠的轴向变形量以及各滚珠之间的几何关系即可计算各滚珠的轴向变形量，将极大地简化计算模型，提升计算速度。

2　导程误差与摩擦力矩关系模型

不考虑其他误差影响，滚珠丝杠导程误差 $\Delta P_h=0$ 时，各滚珠之间的轴向距离 $P_a=P_h/Z$，根据载荷分布结果，各滚珠受力相等，当垫片厚度使各滚珠与丝杠滚道刚好接触时，此时各滚珠接触变形量为 0，预紧力 $F_{P0}=0$，当垫片厚度增加，左右螺母会左右偏移，设偏移量为 σ_a，预紧力为 F_P，各滚珠受力状态相同，如图 10 所示。

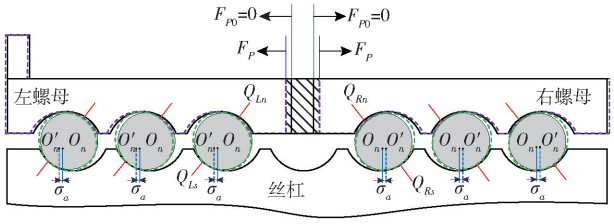

图 10　$\Delta P_h=0$ 时双螺母滚珠丝杠副滚珠受力状态

Fig. 10　Ball force state of double-nut ball screw when $\Delta P_h=0$

对单个滚珠的变形量进行分析，如图 11 所示，σ_a 为螺母滚道曲率中心偏移量，则各滚珠的变形量 σ_n、接触角 α_P、接触力 Q_P 为

$$\begin{cases}\sigma_n=\sqrt{(r_0\sin\alpha_0+\sigma_a)^2+(r_0\cos\alpha_0)^2}-r_0\\ \alpha_P=\arcsin\dfrac{r_0\sin\alpha_0+\sigma_a}{\sqrt{(r_0\sin\alpha_0+\sigma_a)^2+(r_0\cos\alpha_0)^2}}\\ Q_P=(c_k c_E^2)^{2/3}\sigma_n^{3/2}\end{cases} \tag{15}$$

则滚珠丝杠副预紧力为

$$F_P=NQ_P\sin\alpha_P\cos\lambda \tag{16}$$

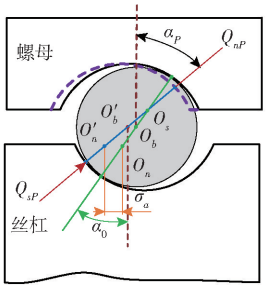

图 11　第 i 个滚珠变形分析

Fig. 11　Analysis of the ith ball deformation

如图 12 所示，当 m 圈滚道的平均导程误差为 $E_T(E_T<0)$，单一滚道的导程误差为 $\Delta P_h=E_T/m$，则各滚珠之间的导程误差为 $\Delta P_a=|E_T/(mZ)|$ 以及轴向距离为 $P_a-\Delta P_a$；设 L_0 为无误差时左右螺母第 1 颗滚珠的丝杠曲率中心与两螺母中间平面的距离，$\Delta P_h<0$ 时，设第 1 个滚珠丝杠曲率中心的轴向偏移量为 a，则第 i 个滚珠的丝杠滚道曲率中心的沿丝杠轴线的轴向偏移量为

$$\Delta L_i=(i-1)\Delta P_a+a \tag{17}$$

对第 i 个滚珠的变形量进行分析，如图 13 所示，$\Delta P_h<0$ 时，滚珠轴向变形量 δ_{a_i} 为

$$\delta_{a_i}=\sigma_a+\Delta L_i\cos\lambda=\sigma_a+[(i-1)\Delta P_a+a]\cos\lambda \tag{18}$$

法向变形量 δ_{ni} 及接触角 α_i 为

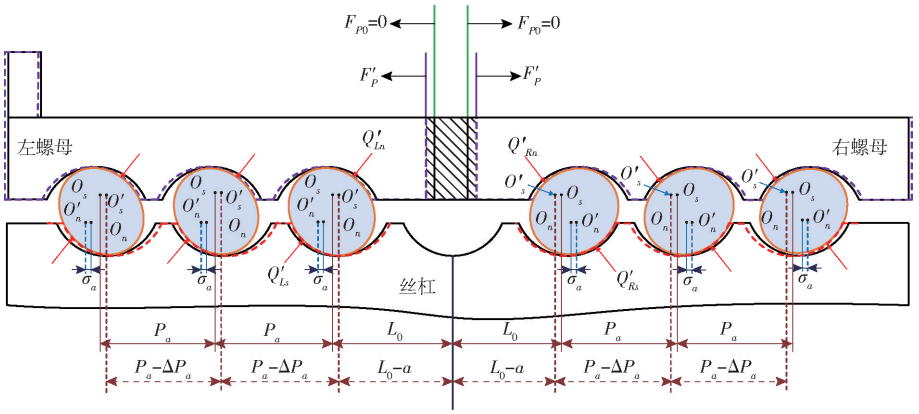

图 12 $\Delta P_h<0$ 时双螺母滚珠丝杠副滚珠受力状态

Fig. 12 Double-nut ball screw pair ball force state when $\Delta P_h<0$

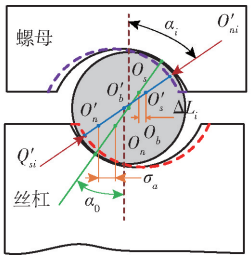

图 13 第 i 个滚珠变形分析($\Delta P_h<0$)

Fig. 13 Analysis of the ith ball deformation ($\Delta P_h<0$)

$$\begin{cases}\delta_{ni}=\sqrt{(r_0\cos\alpha_0)^2+(r_0\sin\alpha_0+\sigma_a+\Delta L_i\cos\lambda)^2}-r_0\\ \alpha_i=\arcsin((r_0\sin\alpha_0+\sigma_a+\Delta L_i\cos\lambda)/(r_0+\delta_{ni}))\end{cases}\tag{19}$$

同理可得,$\Delta P_h>0$ 时

$$\begin{cases}\delta_{a_i}=\sigma_a-\Delta L_i\cos\lambda=\sigma_a-[(i-1)\Delta P_a+a]\cos\lambda\\ \delta_{ni}=\sqrt{(r_0\cos\alpha_0)^2+(r_0\sin\alpha_0+\sigma_a-\Delta L_i\cos\lambda)^2}-r_0\\ \alpha_i=\arcsin((r_0\sin\alpha_0+\sigma_a-\Delta L_i\cos\lambda)/(r_0+\delta_{ni}))\end{cases}\tag{20}$$

则滚珠丝杠副预紧力为

$$F'_P=\sum_{i=1}^{Z}F'_{Pi}=\sum_{i=1}^{Z}\left[\left(\frac{\delta_{ni}}{c_k c_E^2}\right)^{3/2}\sin\alpha_i\cos\lambda\right]\tag{21}$$

文献[6]提出的摩擦力矩计算模型为

$$\begin{cases}M_f=\dfrac{\mu F_P}{\sin\alpha_0}(r_m+r_b\cos\alpha_0)\\ F_P=NQ\sin\alpha_0\cos\lambda\end{cases}\tag{22}$$

式中 μ——摩擦因数

式(22)将滚珠丝杠副各滚珠受力和接触角视为定值,并未考虑由误差或者变形引起的接触角的变化,使得摩擦力矩计算值与实际存在误差;基于该模型,进行单个滚珠的受力分析,第 i 个滚珠预紧力与螺母、丝杠的摩擦力矩的关系为

$$M_i=\frac{\mu F'_{Pi}}{\sin\alpha_i}(r_m+r_b\cos\alpha_i)\tag{23}$$

由于双螺母内的滚珠载荷分布情况相同,则丝杠副的摩擦力矩为两个螺母摩擦力矩之和,即

$$M=2\sum_{i=1}^{N}M_i=2\sum_{i=1}^{N}\left[\frac{\mu F'_{Pi}}{\sin\alpha_i}(r_m+r_b\cos\alpha_i)\right]=2\mu\sum_{i=1}^{N}\left[\left(\frac{\delta_{ni}}{c_k c_E^2}\right)^{3/2}\cos\lambda(r_m+r_b\cos\alpha_i)\right]\tag{24}$$

综上所述,滚珠丝杠副导程误差与摩擦力矩的关系模型为

$$\begin{cases}M=2\mu\sum_{i=1}^{N}\left[\left(\dfrac{\delta_{ni}}{c_k c_E^2}\right)^{3/2}\cos\lambda(r_m+r_b\cos\alpha_i)\right]\\ \delta_{ni}=\begin{cases}\sqrt{(r_0\cos\alpha_0)^2+(r_0\sin\alpha_0+\sigma_a+\Delta L_i\cos\lambda)^2}-r_0\\ \qquad(\Delta P_h\leqslant 0)\\ \sqrt{(r_0\cos\alpha_0)^2+(r_0\sin\alpha_0+\sigma_a-\Delta L_i\cos\lambda)^2}-r_0\\ \qquad(\Delta P_h>0)\end{cases}\\ \Delta L_i=(i-1)\mid\Delta P_h/Z\mid+a\\ \alpha_i=\arccos(r_0\cos\alpha_0/(r_0+\delta_{ni}))\end{cases}\tag{25}$$

通过计算以及查找厂家手册可知,垫片刚度为 75 000 ~ 85 000 N/μm,滚珠丝杠副的轴向预紧力为 3 000 ~ 6 000 N,则由轴向预紧而导致的垫片弹性变形量为 0.035 ~ 0.08 μm,远小于滚珠变形量,在此忽略不计,因此,相同型号且垫片厚度相同的双螺母滚珠丝杠副其螺母滚道曲率中心偏移量 σ_a 相等,同时,螺母与垫片直接接触,则左右螺母的滚道曲率中心偏移量 σ_a 不会随着滚珠丝杠的导程误差发生变化。

3 试验与结果分析

3.1 试验台

为了验证本文的模型,通过滚珠丝杠副行程误差、摩擦力矩试验台测量导程误差以及摩擦力矩。图 14 为滚珠丝杠副行程误差试验台,该试验台由伺服电机、气浮工作台、激光位移传感器和圆光栅组

成。伺服电机驱动丝杠旋转，工作台由气浮支撑，可沿轴向无阻力平稳移动，工作台安装有可与丝杠滚道啮合的球形测量头。丝杠旋转带动工作台轴向移动，激光位移传感器通过采集工作台的轴向位置测量丝杠的实际轴向位置，而圆光栅通过采集丝杠的角度位置变化计算出丝杠的理论轴向位置，实际轴向位置与理论轴向位置的差值即为丝杠导程误差。

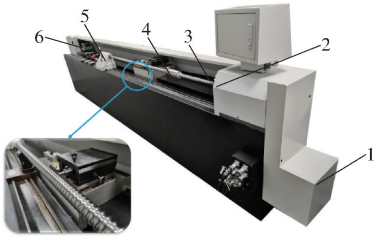

图 14　滚珠丝杠副行程误差试验台

Fig. 14　Ball screw travel error test bench

1. 电机　2. 头架　3. 圆光栅　4. 待测丝杆　5. 尾架　6. 激光位移传感器

图 15 为滚珠丝杠副摩擦力矩试验台，该试验台由伺服电机、工作台、一对滚动直线导轨和力传感器组成。伺服电机驱动丝杠旋转，工作台装有可与丝杠滚道啮合的支撑座，使丝杠在无附加力的条件下带动工作台沿直线导轨轴向移动。滚珠丝杠副螺母法兰装有螺栓，伸出法兰端面的螺栓与力传感器接触，通过软件计算得到滚珠丝杠副的摩擦力矩。

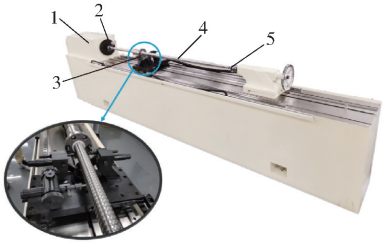

图 15　滚珠丝杠副摩擦力矩试验台

Fig. 15　Ball screw friction torque test bench

1. 电机　2. 头架　3. 力传感器　4. 待测丝杆　5. 尾架

3.2　试验流程

图 16 为试验流程图，在不安装螺母的情况下，测量一系列不同精度等级丝杠的导程误差，将各丝杠分别匹配同一套螺母、垫片、滚珠组成丝杠副，更换丝杠而不更换螺母、垫片、滚珠，根据 ISO(3408—5:2006)测量各丝杠与螺母组成丝杠副的摩擦力矩，丝杠、螺母、滚珠、垫片相关参数如表 3 所示。

常温下丝杠的导程误差一般都小于 0，在实际加载工况下，不同加工精度的丝杠在一定温升之后会存在热伸长导致导程误差大于 0；但由于行程误差和摩擦力矩试验台需在 20℃ 恒温条件下完成测量，无法针对热伸长后的丝杠进行测量，因此，考虑到试验的可操作性，本文只对导程误差小于0的多种情况进行验证分析。

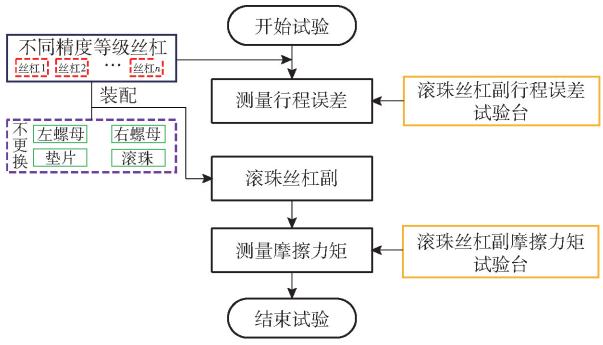

图 16　试验流程

Fig. 16　Test process

表 3　丝杠、螺母、滚珠、垫片参数

Tab. 3　Parameters of screw, nut, ball and gasket

参数	数值
滚珠半径 r_b/mm	2.974 5
滚珠丝杠公称直径 r_m/mm	16
螺母滚道曲率半径 r_n/mm	3.304
丝杠滚道曲率半径 r_s/mm	3.304
丝杠测量有效长度/mm	600
垫片厚度/mm	5
螺旋升角 λ/(°)	5.68
初始接触角 α_0/(°)	45
导程 P_h/mm	10
循环圈数 × 列数	5 × 1
单圈滚珠数 Z	17
滚珠数 N	60
摩擦因数 μ	0.003 0

3.3　试验结果与分析

存在导程误差时，螺旋升角为

$$\lambda' = \arctan((P_h + \Delta P_h)/(2\pi r_m)) \tag{26}$$

本次试验中，测得滚珠丝杠副导程误差 ΔP_h 为 −0.612 3 ~ −0.128 7 μm，则螺旋升角变化范围为 5.680 3° ~ 5.680 5°，变化微小，忽略螺旋升角的变化。

根据滚珠丝杠的导程误差及摩擦力矩可求出左右螺母的滚道曲率中心偏移量 σ_a，σ_a 不会随着导程误差的变化而变化；第 1 颗滚珠接触位置的丝杠曲率中心距离两螺母中间平面的轴向偏移量 a 为第 1 个滚珠接触的丝杠滚道曲率中心距离两螺母中间平面的滚道数 n 与导程误差的乘积，即 $a = n\Delta P_h$，设 $a_1 = \sigma_a + a\cos\lambda$，则此时滚珠法向变形量与接触角为

$$\begin{cases} \delta_{ni} = \sqrt{(r_0\cos\alpha_0)^2 + [r_0\sin\alpha_0 + (i-1)\Delta P_a + a_1]^2} - r_0 \\ \alpha_i = \arccos((r_0\cos\alpha_0)/(r_0 + \delta_{ni})) \end{cases} \tag{27}$$

当垫片厚度一定时，滚道数 n 不发生变化，则 a、a_1 与导程误差呈线性关系。根据试验结果计算

a_1,如图 17 所示,经直线拟合得:$a_1 = 2.569\Delta P_h + 3.187$,则试验丝杠组成的丝杠副第 1 颗滚珠的轴向偏移量 $a = 2.569\Delta P_h/\cos\lambda = 2.582\Delta P_h$,螺母滚道曲率中心偏移量 $\sigma_a = 3.187$ μm。

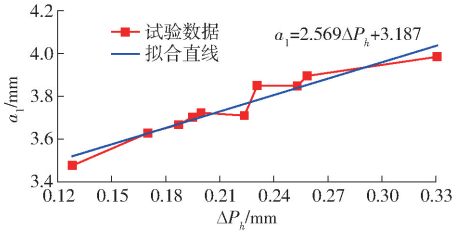

图 17 a_1 与导程误差关系曲线

Fig. 17 Relationship between a_1 and lead error

表 4 为摩擦力矩、预紧力的试验数据与理论计算数据对比,各丝杠的导程误差均小于 0,摩擦力矩的理论计算值与试验值的相对误差不大于 8.79%,理论模型与实际摩擦力矩的一致性较好。

表 4 摩擦力矩和预紧力试验数据与理论计算数据

Tab. 4 Test data and theoretical calculation data of friction torque and preload

丝杠序号	ΔP_h/μm	预紧力/N		摩擦力矩		
		理论	试验	理论值/(N·m)	试验值/(N·m)	相对误差/%
1	-0.171	1 709	1 710	0.256	0.256	0.00
2	-0.195	1 784	1 792	0.267	0.268	0.37
3	-0.200	1 798	1 812	0.269	0.271	0.74
4	-0.232	1 893	1 942	0.283	0.290	2.41
5	-0.254	1 962	1 969	0.293	0.294	0.34
6	-0.259	1 979	2 010	0.295	0.300	1.67
7	-0.335	2 221	2 325	0.331	0.346	4.33
8	-0.337	2 230	2 339	0.332	0.348	4.60
9	-0.380	2 372	2 476	0.353	0.368	4.08
10	-0.392	2 414	2 600	0.359	0.386	7.00
11	-0.398	2 434	2 613	0.362	0.388	6.70
12	-0.402	2 445	2 634	0.363	0.391	7.16
13	-0.406	2 460	2 641	0.366	0.392	6.63
14	-0.428	2 535	2 744	0.377	0.407	7.37
15	-0.442	2 586	2 841	0.384	0.421	8.79
16	-0.467	2 671	2 903	0.396	0.430	7.91
17	-0.475	2 701	2 952	0.401	0.437	8.24
18	-0.612	3 206	3 521	0.474	0.519	8.67

图 18、19 分别为摩擦力矩、预紧力与导程误差关系曲线。由图 18、19 可知,通过本文模型计算的预紧力、摩擦力矩更接近试验测量值,而文献[6]的计算值与试验测量值相差较大;结合表 5,文献[6]模型计算的摩擦力矩误差为 11.75% ~54.69%,而本文模型计算摩擦力矩的相对误差范围为 0 ~8.79%,表明计算摩擦力矩时,未考虑导程误差以及滚珠变形引起的接触角变化,且将各滚珠视为受力相同,会产生较大误差。

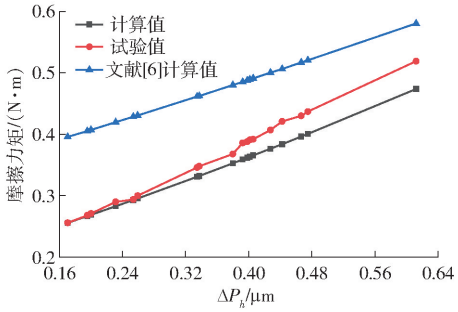

图 18 摩擦力矩与导程误差关系曲线

Fig. 18 Relationship between friction torque and lead error

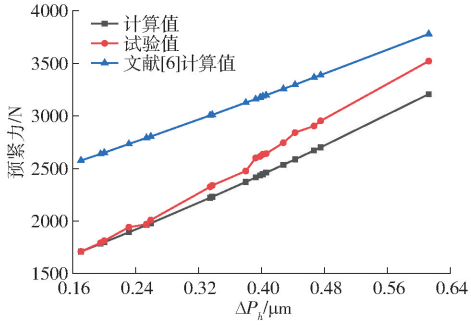

图 19 预紧力与导程误差关系曲线

Fig. 19 Relationship between preload and lead error

表 5 本文模型、文献[6]模型计算摩擦力矩相对误差对比

Tab. 5 Comparison of friction torque calculated by proposed model and reference [6]

摩擦力矩试验值/(N·m)	本文模型		文献[6]模型	
	计算值/(N·m)	相对误差/%	计算值/(N·m)	相对误差/%
0.256	0.256	0	0.396	54.69
0.268	0.267	0.37	0.405	51.12
0.271	0.269	0.74	0.407	50.18
0.290	0.283	2.41	0.420	44.83
0.294	0.293	0.34	0.429	45.92
0.300	0.295	1.67	0.431	43.67
0.346	0.331	4.33	0.461	33.24
0.348	0.332	4.60	0.462	32.76
0.368	0.353	4.08	0.480	30.43
0.386	0.359	7.00	0.485	25.65
0.388	0.362	6.70	0.488	25.77
0.391	0.363	7.16	0.489	25.06
0.392	0.366	6.63	0.491	25.26
0.407	0.377	7.37	0.500	22.85
0.421	0.384	8.79	0.506	20.19
0.430	0.396	7.91	0.517	20.23
0.437	0.401	8.24	0.520	18.99
0.519	0.474	8.67	0.580	11.75

综合对比表 4、5 以及图 18、19,双螺母滚珠丝杠副的预紧力以及摩擦力矩均会随着导程误差的增加而加大,且近似于线性相关。本文理论计算的摩

擦力矩值与测量值之间的相对误差随着导程误差的增加而增加，而文献[6]则呈相反趋势。这是由于滚珠的接触角随着导程误差的增加而减小，摩擦力矩随着接触角的减小而增大，但由于丝杠螺母存在弹性变形，使得本文模型计算的接触角与实际值存在偏差，丝杠导程误差越大，丝杠螺母弹性变形量越大，接触角计算值与实际值差值越大，导致本文模型的摩擦力矩计算值与试验值的相对误差出现增大的趋势；而文献[6]计算摩擦力矩时，将各滚珠的接触角视为常数 45°，导致摩擦力矩计算值与导程误差的斜率小于试验值与导程误差的斜率，使得文献[6]摩擦力矩计算值相对误差出现减小的趋势。但是依据国标 GB/T 17587.3—2017，滚珠丝杠副导程误差允许值在 -0.500 μm 以内，因此本文模型的相对误差最大值为 8.79%，优于文献[6]模型，验证了本文模型的有效性。

4　结论

(1)通过对只承受预紧载荷的双螺母滚珠丝杠副进行载荷分布分析发现，导程误差直接导致接触角、载荷分布的不均匀，误差越大，分布越不均匀；滚珠丝杠导程误差小于 0 时，丝杠滚道与螺母滚道之间的间隙减小，滚珠被挤压，滚珠编号递增，丝杠和螺母滚道之间的偏移越大，滚珠和滚道挤压变形也越大，导致载荷分布呈上升趋势；导程误差大于 0 时，载荷分布呈下降趋势。

(2)在不考虑丝杠、螺母弹性变形及其他误差时，各滚珠的轴向变形量呈线性分布，只需计算第 1 个滚珠的轴向变形量和各滚珠之间的导程误差即可得出各滚珠的轴向变形量，进而计算预紧力与摩擦力矩。

(3)双螺母滚珠丝杠副左右螺母的滚道曲率中心轴向偏移量 σ_a 与垫片厚度有关，第 1 个滚珠接触的丝杠滚道曲率中心至两螺母中间平面的轴向偏移量 a 与导程误差线性相关，σ_a 与 a 可通过导程误差与摩擦力矩拟合求出。

(4)试验表明，摩擦力矩与导程误差呈线性关系，摩擦力矩实际值大于理论计算值，这主要因为螺母内滚道导程误差使滚珠的变形量较计算值偏大，摩擦力矩理论值与实际值相对误差不大于 8.79%。

(5)对比本文模型和文献[6]模型发现，文献[6]模型摩擦力矩计算值的相对误差范围为 11.75% ~54.69%，而本文模型摩擦力矩计算值的相对误差范围为 0 ~8.79%，相对误差明显减小。这表明在计算摩擦力矩时，不考虑导程误差和滚珠变形引起的接触角变化，且将各滚珠视为受力相同，会产生较大误差，从而验证了本文模型的有效性。

参　考　文　献

[1] KAMALZADEH A, GORDON D J, ERKORKMAZ K. Robust compensation of elastic deformations in ball screw drives[J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2010, 50(6): 559 -574.

[2] 杨勇, 孙群, 朱其新,等. 基于综合指标的机床滚珠丝杠进给系统动态性能优化[J/OL]. 农业机械学报, 2019, 50(9): 404 -412.
YANG Yong, SUN Qun, ZHU Qixin, et al. Dynamic performance optimization of machine tool ball screw feed system based on comprehensive indicators[J/OL]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2019, 50(9): 404 -412. http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx? file_no = 20190947&flag = 1&journal_id = jcsam. DOI: 10.6041/j.issn.1000-1298.2019.09.047. (in Chinese)

[3] 欧屹. 滚动功能部件测试试验技术的发展现状分析[J]. 金属加工:冷加工, 2016(6): 29 -31.
OU Yi. Analysis on the development status of testing technology of rolling function components[J]. Metal Processing: Cold Working, 2016(6): 29 -31. (in Chinese)

[4] 胡建忠, 王民, 高相胜,等. 双螺母定位预紧滚珠丝杠副轴向接触刚度分析[J]. 机械工程学报, 2014, 50(7): 60 -69.
HU Jianzhong, WANG Min, GAO Xiangsheng, et al. Axial contact stiffness analysis of position preloaded ball screw mechanism[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2014, 50(7): 60 -69. (in Chinese)

[5] 崔高尚, 范元勋. 双螺母滚珠丝杠副预紧力的研究[J]. 制造业自动化, 2015, 37(14): 78 -80.
CUI Gaoshang, FAN Yuanxun. Study on the preload force of double-nut ball screw[J]. Manufacturing Automation, 2015, 37(14): 78 -80. (in Chinese)

[6] ZHOU C G, FENG H T, CHEN Z T, et al. Correlation between preload and no-load drag torque of ball screws[J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2016, 102: 35 -40.

[7] 王恒, 张俊杰, 王永泉,等. 考虑反向器影响的滚珠丝杠副摩擦力矩计算模型[J]. 机械工程学报, 2016, 52(7): 97 -103.
WANG Heng, ZHANG Junjie, WANG Yongquan, et al. A calculation model for friction torque of ball screws considering the influence of reversers[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2016, 52(7): 97 -103. (in Chinese)

[8] MEI X S, MASAOMI T, TAO T, et al. Study on the load distribution of ball screws with errors[J]. Mechanism and Machine Theory, 2003, 38(11): 1257 -1269.

[9] 刘畅, 赵春雨, 韩彦龙,等. 滚珠丝杠螺母副载荷分布的计算方法[J]. 东北大学学报(自然科学版), 2019, 40(12):

1739 – 1743.
LIU Chang, ZHAO Chunyu, HAN Yanglong, et al. Calculation method for load distribution of ball screw nut pairs[J]. Journal of Northeastern University(Natural Science), 2019, 40(12):1739 – 1743. (in Chinese)
[10] CHEN Y J, TANG W C. Dynamic contact stiffness analysis of a double-nut ball screw based on a quasi-static method[J]. Mech. Mach. Theory, 2014,73:76 – 90.
[11] ZHEN N, AN Q. Analysis of stress and fatigue life of ball screw with considering the dimension errors of balls[J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2018,137: 68 – 76.
[12] LIN B, OKWUDIRE C E, WOU J S. Low order static load distribution model for ball screw mechanisms including effects of lateral deformation and geometric errors[J]. Journal of Mechanical Design, 2018,140(2):022301.
[13] ZHAO J J, LIN M X, SONG X C, et al. Investigation of load distribution and deformations for ball screws with the effects of turning torque and geometric errors[J]. Mechanism and Machine Theory, 2019,141:95 – 116.
[14] BERTOLASO R, CHEIKH M, BARRANGER Y, et al. Experimental and numerical study of the load distribution in a ball-screw system[J]. Journal of Mechanical Science and Technology, 2014, 28(4):1411 – 1420.
[15] DU Z, ZHANG X L, TAO T, et al. Study of the dynamic characteristics of ball screw with a load disturbance[J]. Mathematical Problems in Engineering, 2016(2016): 8208241.
[16] Vocabulary and designation: ISO 3408 – 1: 2006 [S].
[17] Static axial rigidity: ISO 3408 – 4: 2006 [S].
[18] LIU C, ZHAO C, MENG X, et al. Static load distribution analysis of ball screws with nut position variation[J]. Mechanism and Machine Theory, 2020,151: 103893.

(上接第 313 页)

[30] 叶玉适. 水肥耦合管理对稻田生源要素碳氮磷迁移转化的影响[D]. 杭州: 浙江大学, 2014.
YE Yushi, Migration and transformation of C, N and P in rice paddy fields under different water and fertilizer management practices[D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2014. (in Chinese)
[31] 周毅,郭世伟,宋娜,等. 供氮形态和水分胁迫对苗期—分蘖期水稻光合与水分利用效率的影响[J]. 植物营养与肥料学报, 2006,12(3): 334 – 339.
ZHOU Yi, GUO Shiwei, SONG Na, et al. Effects of nitrogen forms and water stress on photosynthesis and water use efficiency of rice at seeding-tillering stage [J]. Journal of Plant Nutrition and Fertilizers,2006, 12(3): 334 – 339. (in Chinese)
[32] 陆大克,段骅,王维维,等. 不同干湿交替灌溉与氮肥形态耦合下水稻根系生长及功能差异[J]. 植物营养与肥料学报, 2019, 25(8): 1362 – 1372.
LU Dake, DUAN Hua, WANG Weiwei, et al. Comparison of rice root development and function among different degrees of dry-wet alternative irrigation coupled with nitrogen forms[J]. Journal of Plant Nutrition and Fertilizers, 2019, 25(8): 1362 – 1372. (in Chinese)
[33] WANG X, QIAO B, LI S, et al. Using natural Chinese zeolite to remove ammonium from rainfall runoff following urea fertilization of a paddy rice field[J]. Environmental Science and Pollution Research, 2016, 23(6): 5342 – 5351.
[34] IPPOLITO J A, TARKALSON D D, LEHRSCH G A. Zeolite soil application method affects inorganic nitrogen, moisture, and corn growth[J]. Soil Science, 2011, 176(3): 136 – 142.
[35] GHOLAMHOSEINI M, GHALAVAND A, KHODAEI-JOGHAN A, et al. Zeolite-amended cattle manure effects on sunflower yield, seed quality, water use efficiency and nutrient leaching[J]. Soil and Tillage Research, 2013, 126: 193 – 202.
[36] REJESUS R M, PALIS F G, RODRIGUEZ D G P, et al. Impact of the alternate wetting and drying (AWD) water-saving irrigation technique: evidence from rice producers in the Philippines[J]. Food Policy, 2011, 36(2): 280 – 288.
[37] CABANGON R J, TUONG T P, CASTILLO E G, et al. Effect of irrigation method and N-fertilizer management on rice yield, water productivity and nutrient-use efficiencies in typical lowland rice conditions in China[J]. Paddy and Water Environment, 2004, 2(4): 195 – 206.
[38] ROBERTS T L. Improving nutrient use efficiency[J]. Turkish Journal of Agriculture and Forestry, 2008, 32(3): 177 – 182.
[39] SEPASKHAH A R, BARZEGAR M. Yield, water and nitrogen-use response of rice to zeolite and nitrogen fertilization in a semi-arid environment[J]. Agricultural Water Management, 2010, 98(1): 38 – 44.
[40] 莫慧明,王光火,朱祖祥. 天然沸石作为离子交换肥料的研究——Ⅱ斜发沸石对磷矿石的溶解及对土壤有效磷的影响[J]. 浙江农业大学学报, 1990, 16(3): 229 – 232.
[41] WU Q, XIA G, CHEN T, et al. Effects of nitrogen and zeolite on rice grain yield, water and nitrogen use, and soil total nitrogen in coastal region of Northeast China[J]. Communications in Soil Science and Plant Analysis, 2016, 47(18): 2103 – 2114.
[42] WU Q, XIA G, CHEN T, et al. Impacts of nitrogen and zeolite managements on yield and physicochemical properties of rice grain[J]. International Journal of Agricultural and Biological Engineering, 2016, 9(5): 93 – 100.