

含约束支链的冗余驱动并联机构动力学性能优化

刘晓飞¹ 唐艳华¹ 刘鑫¹ 李祺² 赵永生¹

(1.燕山大学并联机器人与机电系统实验室,秦皇岛 066004;

2.天津航天机电设备研究所天津市宇航智能装备技术企业重点实验室,天津 300301)

摘要:全驱动并联机构可以通过增加约束支链或关节实现机构驱动冗余。为了研究约束支链与关节对冗余驱动并联机构动力学性能的优化问题,分析对比了冗余驱动并联机构6PUS+UPU与非冗余驱动并联机构6PUS机构的动力学特性,研究了约束支链对冗余驱动并联机构动力学性能的优化机理。基于虚功原理建立了6PUS机构和6PUS+UPU机构的动力学模型,提出具有明确物理意义的冗余驱动并联机构动力学性能指标,分析了约束分支对机构动力学性能的影响,并结合数值算例对两种机构动力学性能进行了对比分析。结果显示,支链约束提高了机构动力学性能,而支链质量会降低机构动力学性能。

关键词:并联机构;驱动冗余;约束支链;动力学性能

中图分类号:TP242.2 文献标识码:A 文章编号:1000-1298(2021)05-0378-08 OSID:



Dynamics Performance Optimization for Redundantly Actuated Parallel Manipulator with Constraint Branch

LIU Xiaofei¹ TANG Yanhua¹ LIU Xin¹ LI Qi² ZHAO Yongsheng¹

(1. Parallel Robot and Mechatronic System Laboratory, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China

2. Tianjin Key Laboratory of Aerospace Intelligent Equipment Technology, Tianjin Institute of Aerospace Mechanical and Electrical Equipment, Tianjin 300301, China)

Abstract: The full-actuated parallel manipulator can realize the actuation redundancy of manipulator by increasing one or more constraint branch chain or joint. In order to analyze the optimization of the constrained branch chain and joint to the dynamics performance of the redundantly actuated parallel manipulator, a deep analysis and comparison of dynamics characteristics between redundantly actuated parallel manipulator 6PUS + UPU and non-redundantly actuated parallel manipulator 6PUS were conducted, and the optimization mechanism of constrained branch chain on the dynamics performance of redundantly actuated parallel manipulator was discussed. Based on the principle of virtual work, the dynamics models of non-redundant manipulator 6PUS and redundant manipulator 6PUS + UPU were established respectively. Then according to different influence factors on the dynamics, dynamics performance indexes of redundantly actuated parallel manipulator with clear physical meanings were proposed. The influences of constrain branch chain with and without mass on the different dynamics performance indexes of the manipulator were analyzed subsequently. Prototypes of the two manipulators with specified inertial and geometric parameters were given and numerical comparisons of dynamics performance was carried out finally. The results showed that the branch constraint improved the dynamic performance of the mechanism, while the quality of the branch would reduce the performance.

Key words: parallel manipulator; actuation redundancy; constraint branch; dynamics performance

0 引言

相对于串联机构,并联机构具有更高的刚度、承

载力和精度^[1],在工业领域得到越来越多的应用。由于存在奇异位形导致有效工作空间较小等原因,使传统并联机构的应用受到限制^[2]。冗余驱动并

收稿日期:2020-07-14 修回日期:2020-09-01

基金项目:国家自然科学基金项目(51675458)和天津市宇航智能装备技术企业重点实验室开放项目(TJYHZN2019KT005)

作者简介:刘晓飞(1986—),男,讲师,主要从事并联机构动力学与控制研究,E-mail:liuxf@ysu.edu.cn

通信作者:赵永生(1962—),男,教授,博士生导师,主要从事机器人和多维力传感器技术研究,E-mail:yszhaoy@ysu.edu.cn

联机构具有可消除奇异位形^[3-5]、增大有效工作空间、增加机构的整体刚度与承载力^[6]、改善动力学特性^[7-8]、消除间隙^[9]、优化驱动力分配^[10]等优点，因而受到越来越多的关注。

实现并联机构冗余驱动主要有两种方式：①在原有机构上增加冗余驱动支链，或者将原有被动关节替换为主动关节。②在非冗余全驱动并联机构上增加约束支链或关节，以降低原有机构自由度。目前，对增加冗余驱动支链或主动关节的冗余驱动并联机构的相关研究较多^[11-20]，而对增加约束支链或关节的研究较少^[21-24]。不同的冗余驱动实现方式对并联机构性能的影响不同，对机构进行评价分析、优选出性能良好的构型是冗余驱动并联机构研究的核心问题之一。

并联机构的动力学性能是其重要特性，在结构设计、尺寸优化方面具有重要作用。对传统的并联机构而言，评价其动力学性能的指标主要是条件数与操作度椭圆。对冗余驱动并联机构而言，由于速度雅可比矩阵和广义惯性矩阵不再为方阵，使条件数与操作度椭圆的评价指标无法直接使用。目前，关于冗余驱动并联机构动力学性能的研究还相对较少，且都是针对具体的结构构型。ZHAO 等^[8,25]基于矩阵的无穷范数计算冗余驱动机构产生的单位加速度、速度所需最大驱动力，并作为动力学性能指标对机构进行了性能评价。BEDOUSTANI 等^[26]基于操作动力学对一种弹性绳索驱动的冗余并联机构进行了动力学分析。JIANG 等^[27]通过计算位置误差映射矩阵的条件数，对平面冗余驱动并联机器人的动态性能进行了分析。LIANG 等^[28]以机构产生的单位加速度、速度所需最大驱动力为动力学性能指标，对冗余驱动并联机构进行了优化设计。FONTES 等^[29]以最大输入力矩作为评价指标，对不同冗余驱动情况下的并联机构动力学性能进行了对比，获得主动过约束机构动力学性能优化的条件。

本文通过对比冗余驱动并联机构 6PUS + UPU 与非冗余驱动并联机构 6PUS 机构的动力学特性，研究约束支链对冗余驱动并联机构动力学性能的优化机理。基于虚功原理建立 6PUS 机构和 6PUS + UPU 机构的统一动力学模型，提出具有明确物理意义的冗余驱动并联机构动力学性能指标，分析约束分支对机构动力学性能指标的影响，并结合数值算例进行对比分析。

1 机构简介

冗余驱动并联机构 6PUS + UPU 机构^[30]及其相

对应的非冗余驱动并联机构 6PUS 机构的结构简图如图 1 所示。其中图 1a 为并联机构 6PUS，该机构由 6 个 PUS 驱动分支、机架以及动平台组成，驱动分支的滑块由伺服电机通过滚珠丝杠进行驱动，并沿垂直导轨做上下移动。该 6PUS 机构通过 Stewart 机构变形获得，为具有 6 自由度的全驱动并联机构，6 个 PUS 驱动分支对动平台施加 6 个线性无关的驱动。图 1b 为并联机构 6PUS + UPU，通过在 6PUS 机构上增加 UPU 约束分支实现。通过对该机构自由度的分析可得，中间 UPU 约束分支对动平台施加 1 个绕分支轴线方向的转动约束。

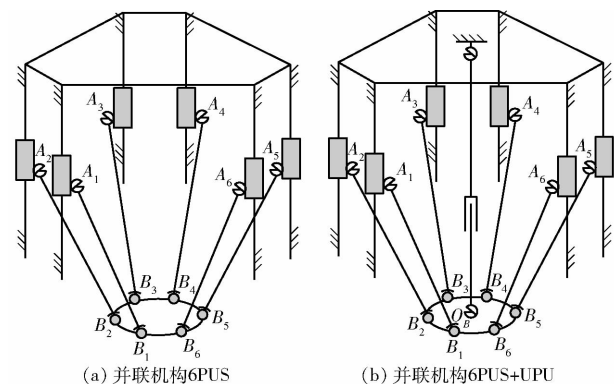


图 1 并联机构结构简图

Fig. 1 Structure diagrams of parallel manipulator

机构 6PUS 在空间中的位置向量为 $\mathbf{p} = (x, y, z)^T$ ，而姿态矩阵表示为 $\mathbf{R} = \mathbf{R}(x, \alpha) \mathbf{R}(y, \beta) \mathbf{R}(z, \gamma)$ ，因此可用由 6 个位姿参数 $(x, y, z, \alpha, \beta, \gamma)$ 组成的广义坐标 $\mathbf{q} = (x, y, z, \alpha, \beta, \gamma)^T$ ，表述机构在空间中的任意运动。对于自由度为 5 的 6PUS + UPU 机构，6 个运动参数中只有 5 个参数为独立变量，取 $\mathbf{q}_s = (x, y, z, \alpha, \beta)^T$ ，记为独立广义坐标。

非独立位姿参数 γ 与独立位姿参数间的速度映射关系可以表示为

$$\dot{\gamma} = X' \dot{x} + Y' \dot{y} + Z' \dot{z} + A' \dot{\alpha} + B' \dot{\beta} \quad (1)$$

于是可以构建广义坐标与独立广义坐标间的速度映射关系，即

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{G} \dot{\mathbf{q}}_s \quad (2)$$

其中

$$\mathbf{G} = [\mathbf{E}_5 \quad \mathbf{G}']^T \in \mathbf{R}^{6 \times 5}$$

$$\mathbf{G}' = [X' \quad Y' \quad Z' \quad A' \quad B']^T$$

式中 $\mathbf{E}_5$ ——单位矩阵， $\mathbf{E}_5 \in \mathbf{R}^{5 \times 5}$

构建广义坐标与独立广义坐标间的加速度映射关系，即

$$\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{G} \ddot{\mathbf{q}}_s + \dot{\mathbf{G}} \dot{\mathbf{q}}_s \quad (3)$$

其中 $\dot{\mathbf{G}}$ 为矩阵 $\mathbf{G}$ 对时间的导数。

2 动力学建模

机构在运动过程中主要受重力、惯性力、驱动力

以及外负载的影响,建立机构的虚功平衡方程,可以获得机构的动力学模型。本节在运动学分析的基础上,基于虚功原理分别构建 6PUS 机构和 6PUS + UPU 机构的动力学模型。为了简化运算,忽略各关节摩擦力的影响。

2.1 非冗余驱动并联机构 6PUS 动力学建模

非冗余驱动并联机构 6PUS 受力分支如图 2 所示,其中 $\tau_i \in \mathbf{R}^{6 \times 1}$ 为驱动分支滑块所受驱动力, $\mathbf{g} \in \mathbf{R}^{6 \times 1}$ 为重力加速度, $\mathbf{a}_i \in \mathbf{R}^{6 \times 1}$ 为各构件广义加速度(包含移动加速度与转动加速度), $m_{hi}\mathbf{g}$ 与 $m_{li}\mathbf{g}$ 、 $-m_{hi}\mathbf{a}_{hi}$ 与 $-m_{li}\mathbf{a}_{li}$ 分别为驱动分支滑块和连杆所受重力与广义惯性力, $m_d\mathbf{g}$ 与 $-m_d\mathbf{a}_d$ 分别为动平台所受重力与广义惯性力, $\mathbf{F} \in \mathbf{R}^{6 \times 1}$ 为动平台所受负载。

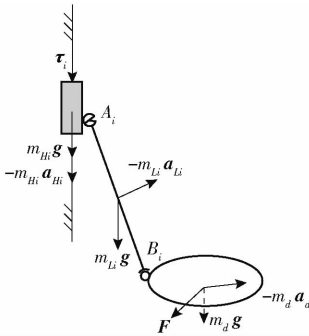


图 2 机构 6PUS 受力分析

Fig. 2 Force analysis of manipulator 6PUS

在笛卡尔坐标系下,假定机构动平台的广义运动速度(包括线速度与角速度)为 $\mathbf{v}_d \in \mathbf{R}^{6 \times 1}$, 连杆 A_iB_i 的广义运动速度为 $\mathbf{v}_{li} \in \mathbf{R}^{6 \times 1}$, 滑块广义运动速度为 $\mathbf{v}_{hi} \in \mathbf{R}^{6 \times 1}$, 这些构件在广义坐标系 $\mathbf{q}$ 下的速度雅可比矩阵分别为 $\mathbf{J}_d \in \mathbf{R}^{6 \times 6}$ 、 $\mathbf{J}_{li} \in \mathbf{R}^{6 \times 6}$ 和 $\mathbf{J}_{hi} \in \mathbf{R}^{6 \times 6}$, 可得

$$\begin{cases} \mathbf{v}_d = \mathbf{J}_d \dot{\mathbf{q}} \\ \mathbf{v}_{li} = \mathbf{J}_{li} \dot{\mathbf{q}} \\ \mathbf{v}_{hi} = \mathbf{J}_{hi} \dot{\mathbf{q}} \end{cases} \quad (4)$$

假定机构在广义坐标系下产生无限小的广义位移(包括线位移和角位移)为 $\delta\mathbf{q} \in \mathbf{R}^{6 \times 1}$, 对应的动平台广义位移为 $\delta\mathbf{q}_d \in \mathbf{R}^{6 \times 1}$, 连杆 A_iB_i 的广义位移为 $\delta\mathbf{q}_{li} \in \mathbf{R}^{6 \times 1}$, 滑块的广义位移为 $\delta\mathbf{q}_{hi} \in \mathbf{R}^{6 \times 1}$, 可得

$$\begin{cases} \delta\mathbf{q}_d = \mathbf{J}_d \delta\mathbf{q} \\ \delta\mathbf{q}_{li} = \mathbf{J}_{li} \delta\mathbf{q} \\ \delta\mathbf{q}_{hi} = \mathbf{J}_{hi} \delta\mathbf{q} \end{cases} \quad (5)$$

对于 6PUS 并联机构而言,各驱动关节均为单自由度关节,因此其驱动关节的驱动力可以简化为标量。记各驱动分支 P 副的单位方向向量为 $\mathbf{n}_i \in \mathbf{R}^{6 \times 1}$, 滑块所受驱动力的幅值为 $\tau_i \in \mathbf{R}$, 可得

$$\boldsymbol{\tau}_i = \mathbf{n}_i \tau_i \quad (6)$$

基于虚功原理,机构承受的所有外力的作用,经过虚位移所作的虚功,总和等于零。建立 6PUS + UPU 并联机构的虚功平衡方程,即

$$\sum_{i=1}^6 [\delta\mathbf{q}_{li}^T (-m_{li}\mathbf{a}_{li} + m_{li}\mathbf{g}) + \delta\mathbf{q}_{hi}^T (-m_{hi}\mathbf{a}_{hi} + m_{hi}\mathbf{g})] + \delta\mathbf{q}_d^T (-m_d\mathbf{a}_d + m_d\mathbf{g} + \mathbf{F}) + \sum_{i=1}^6 \delta\mathbf{q}_{hi}^T \boldsymbol{\tau}_i = 0 \quad (7)$$

将式(5)、(6)代入式(7),可得

$$\sum_{i=1}^6 [\mathbf{J}_{li}^T (-m_{li}\mathbf{a}_{li} + m_{li}\mathbf{g}) + \mathbf{J}_{hi}^T (-m_{hi}\mathbf{a}_{hi} + m_{hi}\mathbf{g})] + \mathbf{J}_d^T (-m_d\mathbf{a}_d + m_d\mathbf{g} + \mathbf{F}) + \sum_{i=1}^6 \mathbf{J}_{hi}^T \mathbf{n}_i \tau_i = 0 \quad (8)$$

通过参数分离,可以将机构各运动构件在广义坐标 $\mathbf{q}$ 下的广义惯性力分解为

$$-m_i\mathbf{a}_i = -\mathbf{M}_i \ddot{\mathbf{q}} - \mathbf{C}_i \dot{\mathbf{q}} \quad (9)$$

整理式(8)可得

$$\sum_{i=1}^6 \mathbf{J}_{hi}^T \mathbf{n}_i \tau_i = \mathbf{M}_N \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}_N \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{Q}_N - \mathbf{J}_d^T \mathbf{F} \quad (10)$$

$$\text{其中 } \mathbf{M}_N = \sum_{i=1}^6 (\mathbf{J}_{li}^T \mathbf{M}_{li} + \mathbf{J}_{hi}^T \mathbf{M}_{hi}) + \mathbf{J}_d^T \mathbf{M}_d$$

$$\mathbf{C}_N = \sum_{i=1}^6 (\mathbf{J}_{li}^T \mathbf{C}_{li} + \mathbf{J}_{hi}^T \mathbf{C}_{hi}) + \mathbf{J}_d^T \mathbf{C}_d$$

$$\mathbf{Q}_N = - \sum_{i=1}^6 (\mathbf{J}_{li}^T m_{li}\mathbf{g} + \mathbf{J}_{hi}^T m_{hi}\mathbf{g}) + \mathbf{J}_d^T m_d\mathbf{g}$$

记 $\mathbf{J}_H^T = [\mathbf{J}_{h1} \quad \mathbf{J}_{h2} \quad \cdots \quad \mathbf{J}_{h6}] \in \mathbf{R}^{6 \times 6}$, $\mathbf{J}_{hi} = \mathbf{J}_{hi}^T \mathbf{n}_i \in \mathbf{R}^{6 \times 1}$, 由式(9)可得

$$\mathbf{J}_H^T \boldsymbol{\tau}_N = \mathbf{M}_N \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}_N \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{Q}_N - \mathbf{J}_d^T \mathbf{F} \quad (11)$$

其中 $\boldsymbol{\tau}_N = [\tau_1 \quad \tau_2 \quad \cdots \quad \tau_6]^T \in \mathbf{R}^{6 \times 1}$

由于矩阵 $\mathbf{J}_H^T \in \mathbf{R}^{6 \times 6}$ 为方阵,当并联机构在非奇异位姿时,式(8)存在唯一解,为

$$\boldsymbol{\tau}_N = \mathbf{J}_H^{-T} (\mathbf{M}_N \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}_N \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{Q}_N + \mathbf{F}) \quad (12)$$

将并联机构的驱动力按加速度因素、速度因素、重力因素以及负载外力因素分类整理,可得

$$\boldsymbol{\tau}_N = \boldsymbol{\tau}_{Na} + \boldsymbol{\tau}_{Nv} + \boldsymbol{\tau}_{Ng} + \boldsymbol{\tau}_{Ne} \quad (13)$$

其中 $\boldsymbol{\tau}_{Na} = \mathbf{J}_H^{-T} \mathbf{M}_N \ddot{\mathbf{q}}$ $\boldsymbol{\tau}_{Nv} = \mathbf{J}_H^{-T} \mathbf{C}_N \dot{\mathbf{q}}$

$$\boldsymbol{\tau}_{Ng} = \mathbf{J}_H^{-T} \mathbf{Q}_N \quad \boldsymbol{\tau}_{Ne} = \mathbf{J}_H^{-T} \mathbf{F}$$

它们分别表示机构动力学受不同因素影响作用的结果。

2.2 冗余驱动并联机构 6PUS + UPU 动力学建模

对于 6PUS + UPU 机构而言,由于增加了中间约束分支,机构动力学的表现形式及结构与 6PUS 机构不同。冗余驱动并联机构 6PUS + UPU 受力分支如图 3 所示,其中 $m_{zu}\mathbf{g}$ 与 $m_{zd}\mathbf{g}$ 、 $-m_{zu}\mathbf{a}_{zu}$ 与 $-m_{zd}\mathbf{a}_{zd}$ 分别为约束分支上下连杆所受重力与广义惯性力,其余变量参数与图 2 中变量相同。

在笛卡尔坐标系下,假定中间约束分支上下连

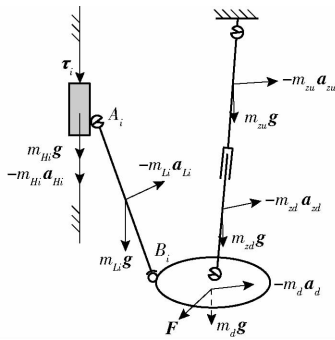


图3 机构6PUS + UPU受力分析

Fig. 3 Force analysis of manipulator 6PUS + UPU

杆的广义运动速度分别为 $\mathbf{v}_{zu} \in \mathbf{R}^{6 \times 1}$ 和 $\mathbf{v}_{zd} \in \mathbf{R}^{6 \times 1}$, 其在广义坐标系 $\mathbf{q}$ 下的速度雅可比矩阵分别为 $\mathbf{J}_{zu} \in \mathbf{R}^{6 \times 6}$ 和 $\mathbf{J}_{zd} \in \mathbf{R}^{6 \times 6}$, 可得

$$\begin{cases} \mathbf{v}_{zu} = \mathbf{J}_{zu} \dot{\mathbf{q}} \\ \mathbf{v}_{zd} = \mathbf{J}_{zd} \dot{\mathbf{q}} \end{cases} \quad (14)$$

假定与机构在广义坐标系下无限小广义位移相对应的中间约束分支上下连杆的广义位移分别为 $\delta \mathbf{q}_{zu} \in \mathbf{R}^{6 \times 1}$ 和 $\delta \mathbf{q}_{zd} \in \mathbf{R}^{6 \times 1}$, 可得

$$\begin{cases} \delta \mathbf{q}_{zu} = \mathbf{J}_{zu} \delta \mathbf{q} \\ \delta \mathbf{q}_{zd} = \mathbf{J}_{zd} \delta \mathbf{q} \end{cases} \quad (15)$$

基于虚功原理可以建立 6PUS + UPU 并联机构的虚功平衡方程, 可整理得

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^6 [\mathbf{J}_{Li}^T (-m_{Li} \mathbf{a}_{Li} + m_{Li} \mathbf{g}) + \mathbf{J}_{Hi}^T (-m_{Hi} \mathbf{a}_{Hi} + m_{Hi} \mathbf{g})] + \\ & \mathbf{J}_{zu}^T (-m_{zu} \mathbf{a}_{zu} + m_{zu} \mathbf{g}) + \mathbf{J}_{zd}^T (-m_{zd} \mathbf{a}_{zd} + m_{zd} \mathbf{g}) + \\ & \mathbf{J}_d^T (-m_d \mathbf{a}_d + m_d \mathbf{g} + \mathbf{F}) + \sum_{i=1}^6 \mathbf{J}_{Hi}^T \mathbf{n}_i \tau_i = 0 \end{aligned} \quad (16)$$

整理得到

$$\mathbf{J}_H^T \boldsymbol{\tau}_C = (\mathbf{M}_N + \mathbf{M}_Z) \ddot{\mathbf{q}} + (\mathbf{C}_N + \mathbf{C}_Z) \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{Q}_N + \mathbf{Q}_Z - \mathbf{J}_d^T \mathbf{F} \quad (17)$$

其中

$$\mathbf{M}_Z = \mathbf{J}_{zu}^T \mathbf{M}_{zu} + \mathbf{J}_{zd}^T \mathbf{M}_{zd}$$

$$\mathbf{C}_Z = \mathbf{J}_{zu}^T \mathbf{C}_{zu} + \mathbf{J}_{zd}^T \mathbf{C}_{zd}$$

$$\mathbf{Q}_Z = \mathbf{J}_{zu}^T m_{zu} \mathbf{g} + \mathbf{J}_{zd}^T m_{zd} \mathbf{g}$$

$$\boldsymbol{\tau}_C = [\tau_1 \quad \tau_2 \quad \cdots \quad \tau_6]^T \in \mathbf{R}^{6 \times 1}$$

对于 6PUS + UPU 并联机构而言, 由于通过约束支链对机构动平台增加了约束, 使得广义坐标 $\mathbf{q}$ 中的参数线性相关, 矩阵 $\text{rank}(\mathbf{J}_H^T) \leq 5$ 。将式(2)、(3)代入式(17), 可得

$$\begin{aligned} & (\mathbf{J}_H \mathbf{G})^T \boldsymbol{\tau}_C = \mathbf{G}^T \{ (\mathbf{M}_N + \mathbf{M}_Z) \mathbf{G} \ddot{\mathbf{q}}_s + \\ & [(\mathbf{M}_N + \mathbf{M}_Z) \dot{\mathbf{G}} + (\mathbf{C}_N + \mathbf{C}_Z) \mathbf{G}] \dot{\mathbf{q}}_s + \\ & \mathbf{Q}_N + \mathbf{Q}_Z + \mathbf{F} \} \end{aligned} \quad (18)$$

式(18)即为冗余驱动并联机构 6PUS + UPU 在独立广义坐标 $\mathbf{q}_s$ 下的动力学平衡方程, 其中 $\mathbf{J}_H \mathbf{G} \in \mathbf{R}^{6 \times 5}$ 为机构在独立广义坐标 $\mathbf{q}_s$ 下的速度雅可比矩阵。当机构处于非奇异位姿时, $\text{rank}(\mathbf{J}_A \mathbf{G}) = 5$ 。由

于机构驱动力向量中 $\boldsymbol{\tau}_C$ 包含 6 个待求解量, 因此等式(18)不能获得驱动力的唯一解。较多求解冗余驱动机构驱动力的方法是使用伪逆, 即

$$\boldsymbol{\tau}_C = (\mathbf{J}_H \mathbf{G})^{+T} \mathbf{G}^T \{ (\mathbf{M}_N + \mathbf{M}_Z) \mathbf{G} \ddot{\mathbf{q}}_s + [(\mathbf{M}_N + \mathbf{M}_Z) \dot{\mathbf{G}} + (\mathbf{C}_N + \mathbf{C}_Z) \mathbf{G}] \dot{\mathbf{q}}_s + \mathbf{Q}_N + \mathbf{Q}_Z + \mathbf{F} \} \quad (19)$$

其中 $(\mathbf{J}_H \mathbf{G})^{+T}$ 为矩阵 $(\mathbf{J}_H \mathbf{G})^T$ 的广义伪逆, 式(19)所获得的驱动力解为最小二范数解。

基于式(19)可得到通过增加约束支链的冗余驱动并联机构驱动力受不同因素影响作用的结果, 即

$$\boldsymbol{\tau}_C = \boldsymbol{\tau}_{Ca} + \boldsymbol{\tau}_{Cv} + \boldsymbol{\tau}_{Cg} + \boldsymbol{\tau}_{Ce} \quad (20)$$

其中 $\boldsymbol{\tau}_{Ca} = (\mathbf{J}_H \mathbf{G})^{+T} \mathbf{G}^T (\mathbf{M}_N + \mathbf{M}_Z) \mathbf{G} \ddot{\mathbf{q}}_s$

$$\boldsymbol{\tau}_{Cv} = (\mathbf{J}_H \mathbf{G})^{+T} \mathbf{G}^T [(\mathbf{M}_N + \mathbf{M}_Z) \dot{\mathbf{G}} + (\mathbf{C}_N + \mathbf{C}_Z) \mathbf{G}] \dot{\mathbf{q}}_s$$

$$\boldsymbol{\tau}_{Cg} = (\mathbf{J}_H \mathbf{G})^{+T} \mathbf{G}^T (\mathbf{Q}_N + \mathbf{Q}_Z)$$

$$\boldsymbol{\tau}_{Ce} = (\mathbf{J}_H \mathbf{G})^{+T} \mathbf{G}^T \mathbf{F}$$

通过对式(13)、(20)中机构驱动力结果的对比可以看出, 增加的约束支链对并联机构驱动力分配结果的影响, 既包括支链运动约束所带来的影响, 也包括支链惯性量的影响。构建动力学性能评价指标, 可以更好地对比不同因素的影响。

3 动力学评价

对冗余驱动并联机构的动力学性能进行分析, 以及对比非冗余驱动并联机构的性能, 需要综合考虑不同机构的动力学模型特征。将机构动力学模型中不同影响因素进行运算分析, 提出可以方便直接应用的动力学性能评价指标。

3.1 加速度因素对动力学的影响

如果不考虑重力和负载外力, 非冗余驱动并联机构 6PUS 的动平台从静止开始, 沿广义坐标 $\mathbf{q}$ 任意坐标轴轴线方向以单位加速度开始加速运动时所需的驱动力为

$$\boldsymbol{\tau}_{Nai} = \mathbf{J}_N^{-T} \mathbf{M}_N \ddot{\mathbf{q}}_i \quad (i=1, 2, \dots, 6) \quad (21)$$

式中 $\ddot{\mathbf{q}}_i$ ——动平台沿运动坐标 $\mathbf{q}$ 不同方向的单位加速度向量, 且 $\ddot{\mathbf{q}}_i \in \mathbf{R}^{n \times 1}$

由于动平台在空间中任意单位加速度运动所需的驱动力均可由 $\boldsymbol{\tau}_{Nai}$ 通过线性组合获得, 于是机构所需最大驱动力向量的模可表示为

$$\boldsymbol{\tau}_{Namax} = \max(\|\boldsymbol{\tau}_{Nai}\|_2) = \max(\|\mathbf{J}_N^{-T} \mathbf{M}_N\|_2) \quad (i=1, 2, \dots, 6) \quad (22)$$

其中 $\|\cdot\|_2$ 表示向量在线性空间上的 2-范数, $[\cdot]_i$ 表示矩阵的第 i 个列向量。

同样的, 冗余驱动并联机构 6PUS + UPU 动平台产生任意单位加速度运动所需的最大驱动力向量的模可表示为

$$\tau_{C_{amax}} = \max(\|[(J_N G)^T G^T (M_N + M_Z) G]_i\|_2) \quad (i = 1, 2, \dots, 5) \quad (23)$$

忽略中间约束分支质量,将其视为约束关节,则式(21)转换为

$$\tau_{C_{amax}}^n = \max(\|[(J_N G)^T G^T M_N G]_i\|_2) \quad (i = 1, 2, \dots, 5) \quad (24)$$

由于对 $\tau_{N_{amax}}$ 、 $\tau_{C_{amax}}$ 和 $\tau_{C_{amax}}^n$ 的计算不需要考虑矩阵是否为方阵,因此可以将其作为机构动力学评价参数,用来对比分析在不考虑重力与负载外力时,一般非冗余驱动并联机构与冗余驱动并联机构静止状态下的加速度性能。

3.2 速度因素对动力学的影响

如果不考虑重力和负载外力,非冗余驱动并联机构 6PUS 的动平台在广义空间运动坐标 q 下沿任意坐标轴轴线方向匀速移动或匀速转动时所需的驱动力为

$$\tau_{N_{vi}} = J_N^{-T} C_N \dot{q}_i \quad (i = 1, 2, \dots, 6) \quad (25)$$

式中 $\dot{q}_i$ ——动平台沿广义坐标 q 不同方向的单位移动速度或转动角速度, $\dot{q}_i \in \mathbf{R}^{n \times 1}$

因此,当机构动平台在空间中发生任意方向上的单位匀速移动或转动时,机构驱动关节所需要施加的最大驱动力向量的模为

$$\tau_{N_{vmax}} = \max(\|\tau_{N_{vi}}\|_2) = \max(\|(J_N^{-T} C_N)_i\|_2) \quad (i = 1, 2, \dots, 6) \quad (26)$$

冗余驱动并联机构 6PUS + UPU 动平台产生任意单位匀速运动所需的最大驱动力向量的模可表示为

$$\tau_{C_{vmax}} = \max(\|[(J_N G)^T G^T ((M_N + M_Z) \dot{G} + (C_N + C_Z) G)]_i\|_2) \quad (i = 1, 2, \dots, 5) \quad (27)$$

忽略中间约束分支的质量,则式(27)的形式为

$$\tau_{C_{vmax}}^n = \max(\|[(J_N G)^T G^T (M_N \dot{G} + C_N G)]_i\|_2) \quad (i = 1, 2, \dots, 5) \quad (28)$$

将 $\tau_{N_{vmax}}$ 、 $\tau_{C_{vmax}}$ 和 $\tau_{C_{vmax}}^n$ 作为机构的动力学评价参数,用来对比分析在不考虑重力与负载外力时,一般非冗余驱动并联机构与冗余驱动并联机构以单位速度匀速运动性能。

3.3 重力因素对动力学的影响

只考虑重力因素对动力学的影响,非冗余驱动并联机构 6PUS 处于静止状态(非锁死)且不承受负载外力时所需驱动力可以由等式 $\tau_{Ng} = J_N^{-T} Q_N$ 获得,则所需要施加的驱动力向量的模为

$$\tau_{Ng} = \|\tau_{Ng}\|_2 = \|J_N^{-T} Q_N\|_2 \quad (29)$$

冗余驱动并联机构 6PUS + UPU 处于静止状态且不承受负载外力时所需驱动力向量的模可表示为

$$\tau_{Cg} = \|(J_N G)^T G^T (Q_N + Q_Z)\|_2 \quad (30)$$

忽略中间约束分支的质量,则等式(30)的形式为

$$\tau_{Cg}^n = \|(J_N G)^T G^T Q_N\|_2 \quad (31)$$

将 τ_{Ng} 、 τ_{Cg} 和 τ_{Cg}^n 作为机构的动力学评价参数,用来对比分析在静止状态时一般非冗余驱动并联机构与冗余驱动并联机构克服重力的性能。

3.4 负载外力因素对动力学的影响

如果不考虑重力影响,非冗余驱动并联机构 6PUS 处于静止状态时,动平台承受沿笛卡尔坐标轴任意方向的单位负载力或力矩所需的驱动力为

$$\tau_{Nei} = J_N^{-T} F_i \quad (i = 1, 2, \dots, 6) \quad (32)$$

式中 F_i ——机构动平台所承受的沿笛卡尔坐标系不同坐标轴方向的单位负载外力或外力矩,且 $F_i \in \mathbf{R}^{6 \times 1}$

因此,机构动平台承受空间任意方向单位负载外力或外力矩时,机构所需的最大驱动力向量的模为

$$\tau_{N_{emax}} = \max(\|[J_N^{-T}]_i\|_2) \quad (i = 1, 2, \dots, 6) \quad (33)$$

冗余驱动并联机构 6PUS + UPU 动平台承受空间任意方向单位负载外力或外力矩时,机构所需的最大驱动力向量的模为

$$\tau_{C_{emax}} = \max(\|[(J_N G)^T G^T]_i\|_2) \quad (i = 1, 2, \dots, 5) \quad (34)$$

将 $\tau_{N_{emax}}$ 和 $\tau_{C_{emax}}$ 作为机构的动力学评价参数,用来对比分析在不考虑重力时,处于静止状态的一般非冗余驱动并联机构与冗余驱动并联机构支撑负载外力的性能。

可以发现机构外力负载性能指标与中间约束分支惯性量无关,即在关节速度雅可比相同的情况下,增加约束分支和约束关节对机构的外力负载性能影响相同。

4 数值算例

约束分支 UPU 对机构动力学性能的影响,既包含其对动平台施加的运动约束所带来的影响,也包含中间分支质量的影响。两种机构相同部分采用相关的结构尺寸与惯性参数,机构相关的几何尺寸如表 1 所示,相关物理参数如表 2 所示。

为了便于对比分析,选用以动平台初始位置为中心、边长为 100 mm 的正方形水平面作为观察范围。由于所有动力学评价参数均是以所需要驱动力向量为基准,因此参数越小性能越好。为了便于对比分析,对非过约束并联机构 6PUS 各项性能的计

表 1 并联机构 6PUS + UPU 几何尺寸

Tab.1 Geometrical parameters of manipulator 6PUS + UPU

参数	数值
动平台铰点半径/m	0.27
滑块铰点半径/m	1.0
动平台相邻铰点夹角/(°)	60
滑块相邻铰点较大夹角/(°)	120
滑块相邻铰点较小夹角/(°)	30
驱动分支连杆长度/m	1.0
约束分支上连杆长度/m	0.868
约束分支下连杆长度/m	1.092
约束分支上铰点与滑块铰点初始平台距离/m	1.096
约束分支下铰点与动平台铰点平台中心距离/m	0.13

算也只选取与 6PUS + UPU 机构相对应的 5 个广义运动坐标。

4.1 约束分支对动力学性能的影响

两种机构由加速度因素、速度因素、重力因素以

及外力负载因素等影响的动力学性能指标分布与对比分别如图 4 ~ 7 所示。

表 2 并联机构 6PUS + UPU 相关物理参数

Tab.2 Inertial parameters of manipulator 6PUS + UPU

参数	数值
滑块质量/kg	6.39
驱动分支连杆质量/kg	5.86
动平台质量/kg	36.57
约束分支上连杆质量/kg	5.86
约束分支下连杆质量/kg	4.82
动平台绕自身主惯性轴转动惯量/(kg·m ²)	0.377,0.377,0.525
驱动分支连杆绕自身主惯性轴转动惯量/(kg·m ²)	1.963,1.963,0.001
约束分支上连杆绕自身主惯性轴转动惯量/(kg·m ²)	0.553,0.553,0.000
约束分支下连杆绕自身主惯性轴转动惯量/(kg·m ²)	0.256,0.256,0.001

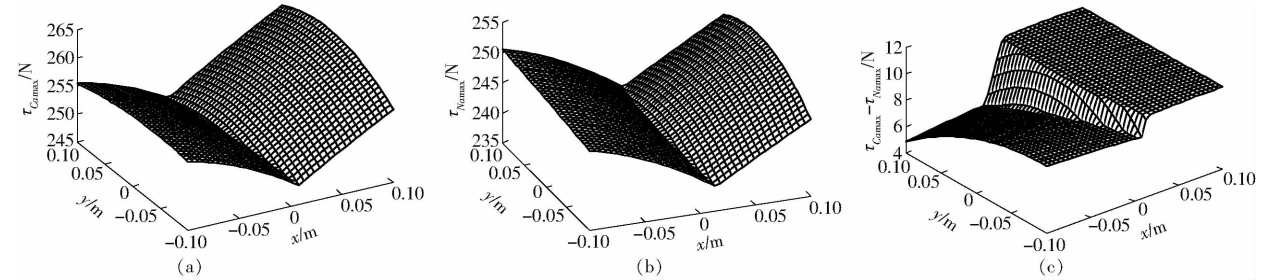


图 4 动力学加速度性能指标分布

Fig.4 Distributions of acceleration index

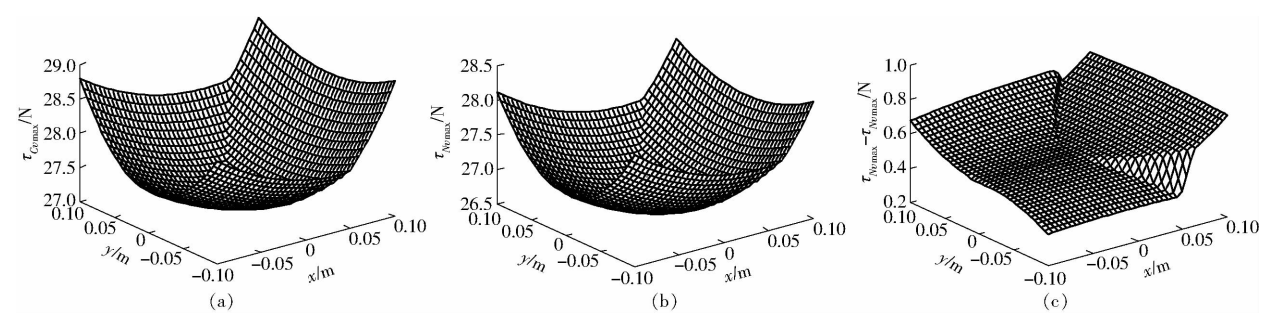


图 5 动力学速度性能指标分布

Fig.5 Distributions of velocity index

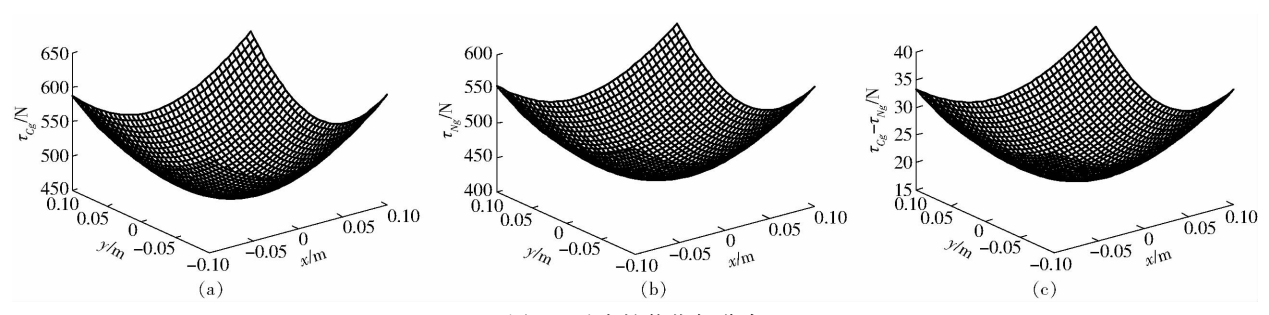


图 6 重力性能指标分布

Fig.6 Distributions of gravity index

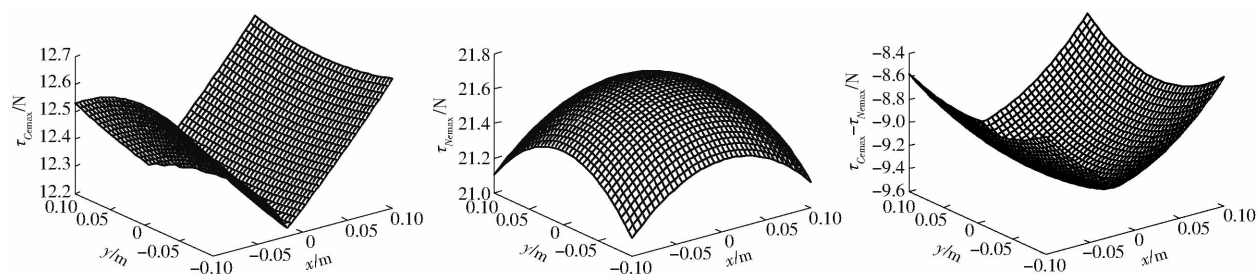


图 7 负载性能指标分布
Fig. 7 Distributions of load index

由图 4 ~ 7 可知,相对于机构 6PUS 而言,机构 6PUS + UPU 的动力学加速度性能、速度性能与重力性能指标均有小幅增大,但负载性能指标却有大幅减少,说明增加冗余约束分支后,机构的动力学加速度性能、速度性能与重力性能指标均有小幅降低,而负载性能有大幅提高。

4.2 约束关节对动力学性能的影响

将约束分支视为无质量分支,可以得到增加约束关节对机构动力学性能的影响。忽略约束分支质量后,两种机构由加速度因素、速度因素、重力因素等影响的动力学性能指标分布与对比如图 8 ~ 10 所示。由前述分析可知,在约束关节速度雅可比相同

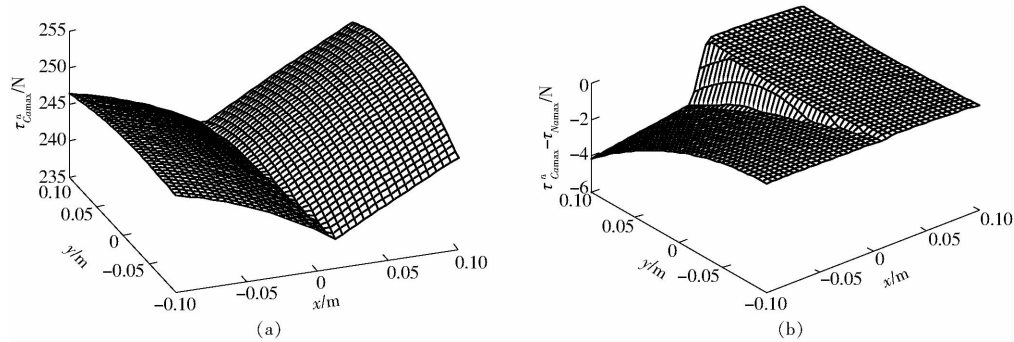


图 8 含无质量约束分支的动力学加速度性能指标分布
Fig. 8 Distributions of acceleration index with massless constraint branch

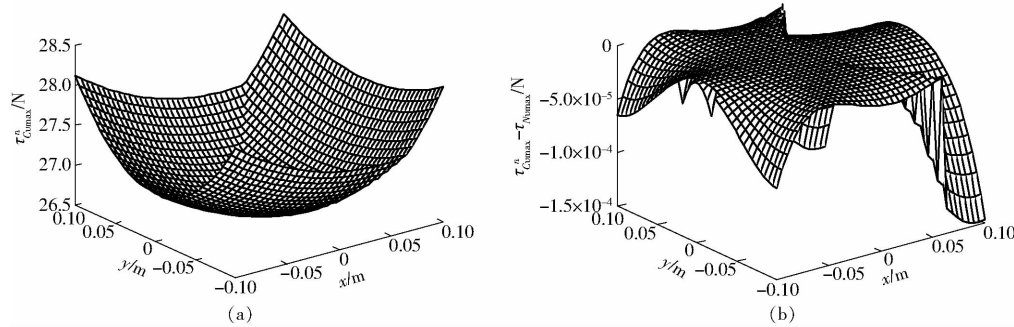


图 9 含无质量约束分支的动力学匀速度性能指标分布
Fig. 9 Distributions of velocity index with massless constraint branch

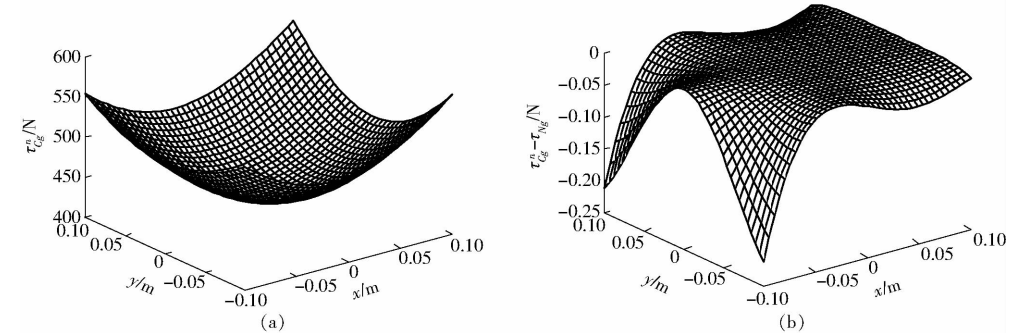


图 10 含无质量约束分支的重力性能指标分布
Fig. 10 Distributions of gravity index with massless constraint branch

的情况下,增加冗余约束分支和冗余约束关节对机构的外力负载性能影响相同,故本节不对外力负载性能进行对比。

由图8~10可知,相对于机构6PUS而言,机构6PUS+UPU的动力学加速度性能、速度性能和重力性能指标均有小幅减少。说明增加冗余约束关节后,机构力学加速度性能、速度性能与重力性能指标均有小幅提高。

4.3 约束分支与约束关节对比

对比图4c和图8b、图5c和图9b、图6c和图10b可以发现,通过增加约束关节能够增加机构加速度性能、速度性能与重力性能,而增加冗余约束分支却降低了机构相关性能。进而可以得出,冗余驱动分支的约束提高了机构性能,但分支质量降低

了机构相关性能,降低的量与分支质量相关。

5 结束语

通过对比6PUS+UPU与6PUS机构的动力学特性,研究分析了约束分支对冗余驱动并联机构动力学性能的影响。基于虚功原理建立了非冗余驱动并联机构6PUS和冗余驱动并联机构6PUS+UPU的统一动力学模型,提出具有明确物理意义的冗余驱动并联机构动力学性能指标,并对比分析了约束分支对机构动力学性能的影响。通过数值算例分析得出,若约束分支为无质量杆,则施加的约束能够适当提高并联机构各项动力学性能;若约束分支为有质量杆,则增加约束分支会降低机构动力学性能,降低的量与约束分支质量有关。

参 考 文 献

[1] STEFAN S, LIU X J, WANG J S. Inverse dynamics of the half parallel manipulator with revolute actuators[J]. Nonlinear Dynamics, 2007, 50(1-2): 1-12.

[2] WU Jun, WANG Jingsong, LI Tiemin, et al. Performance analysis and application of a redundantly actuated parallel manipulator for milling[J]. Journal of Intelligent & Robotic System, 2007, 50(2): 163-180.

[3] FIRMANI F, PODHORODESKI R P. Force-unconstrained poses for a redundantly-actuated planar parallel manipulator[J]. Mechanism and Machine Theory, 2004, 39(5): 459-476.

[4] DASGUPTA B, MRUTHYUNJAYA T S. Force redundancy in parallel manipulators: theoretical and practical issues[J]. Mechanism and Machine Theory, 1998, 33(6): 727-742.

[5] O'BRIEN J F, WEN J T. Redundant actuation for improving kinematic manipulability[C] // Proceedings of 1999 IEEE International Conference on Robotics and Automation, Detroit, MI, 1999: 1520-1525.

[6] LUO Zhongbao, YANG Zhidong, CONG Dacheng, et al. Design of 2DOF motion simulator with actuation redundancy[J]. Robot, 2012, 34(5): 574-580.

[7] ZHAO Yongjie, GAO Feng, LI Weimin, et al. Development of a 6-DOF parallel seismic simulator with novel redundant actuation[J]. Mechatronics, 2009, 19(3): 422-427.

[8] ZHAO Yongjie, GAO Feng. Dynamic performance comparison of the 8PSS redundant parallel manipulator and its non-redundant counterpart—the 6PSS parallel manipulator[J]. Mechanism and Machine Theory, 2009, 44(5): 991-1008.

[9] MULLER A. Internal preload control of redundantly actuated parallel manipulators-its application to backlash avoiding control[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2005, 21(4): 668-677.

[10] DUAN Yanbin, LIANG Shunpan, LI Cong, et al. Simulation for redundant actuation force control of 6-PUS/UPU parallel manipulator[J]. Computer Integrated Manufacturing Systems, 2011, 17(10): 2195-2201.

[11] KOCK S, SCHUMACHER W. A parallel $x-y$ manipulator with actuation redundancy for high-speed and active-stiffness applications[C] // Proceedings of 1998 IEEE International Conference on Robotics and Automation, 1998: 2295-2300.

[12] SHANG W, CONG S. Nonlinear adaptive task space control for a 2-DOF redundantly actuated parallel manipulator[J]. Nonlinear Dynamics, 2010, 59(1-2): 61-72.

[13] 王启明, 苏建, 高大威, 等. 冗余驱动并联机构动力学模型 TVC 优化 H_∞ 鲁棒控制[J/OL]. 农业机械学报, 2019, 50(5): 403-412.
WANG Qiming, SU Jian, GAO Dawei, et al. H_∞ control of TVC optimization based on redundant actuated parallel manipulator dynamics modeling[J/OL]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2019, 50(5): 403-412. http://j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?flag=1&file_no=20190546&journal_id=jcsam. DOI:10.6041/j.issn.1000-1298.2019.05.046. (in Chinese)

[14] MULLER A. Consequences of geometric imperfections for the control of redundantly actuated parallel manipulators[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2010, 26(1): 21-31.

[15] WEN H, CONG M, WANG G. Experimental verification of workspace and mouth-opening movement of a redundantly actuated humanoid chewing robot[J]. Industrial Robot-An International Journal, 2015, 42(5): 406-415.

[16] WANG G, CONG M, XU W, et al. A biomimetic chewing robot of redundantly actuated parallel mechanism[J]. Industrial Robot-An International Journal, 2015, 42(2): 103-109.

[17] 陈修龙, 郭景尧, 贾永皓. 3-RRPaR 并联机构刚体动力学建模与分析[J/OL]. 农业机械学报, 2020, 51(6): 404-411.
CHEN Xiulong, GUO Jingyao, JIA Yonghao. Rigid body dynamics modeling and analysis of 3-RRPaR parallel mechanism[J/OL]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2020, 51(6): 404-411. http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?flag=1&file_no=20200644&journal_id=jcsam. DOI:10.6041/j.issn.1000-1298.2020.06.044. (in Chinese)

[18] CHENG C, XU W, SHANG J. Distributed-torque-based independent joint tracking control of a redundantly actuated parallel robot with two higher kinematic pairs[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2016, 63(2): 1062-1070.

- YIN Yexi, QIN Hengfeng, ZHOU Houming. Tool path planning algorithm of five axis machining based on directional distance theory[J]. China Mechanical Engineering, 2017,28(22):2681-2688. (in Chinese)
- [18] LIU Xu, LI Yingguang, MA Sibo, et al. A tool path generation method for freeform surface machining by introducing the tensor property of machining strip width[J]. Computer-Aided Design, 2015,66:1-13.
- [19] 胡泽启,秦训鹏,吴锐,等. 五轴加工空间曲线示教编程技术[J]. 计算机集成制造系统, 2016,22(12):2836-2844.
HU Zeqi, QIN Xunpeng, WU Rui, et al. Teaching-programing technique for spatial curve of five-axis NC machining[J]. Computer Integrated Manufacturing Systems, 2016,22(12):2836-2844. (in Chinese)
- [20] 孙殿柱,范述鑫,李延瑞,等. 三角网格细分曲面数控加工刀轨快速生成算法[J]. 农业机械学报, 2009,40(3):218-221.
SUN Dianzhu, FAN Shuxin, LI Yanrui, et al. Algorithm of NC tool path generation for triangular meshing subdivision surface[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2009,40(3):218-221. (in Chinese)
- [21] 张鹏翔,周凯,李学崑. 基于冗余联动的六轴联动数控机床加工轨迹误差优化[J/OL]. 农业机械学报, 2019, 50(2):411-419.
ZHANG Pengxiang, ZHOU Kai, LI Xuekun. Optimization of machining trajectory error based on redundant linkage in six-axis linkage CNC machine tool[J/OL]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2019,50(2):411-419. http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?file_no=20190247&flag=1. DOI:10.6041/j.issn.1000-1298.2019.02.047. (in Chinese)
- [22] 王贵,刘志兵,王西彬,等. 曲面高阶切触分析及其在曲面加工刀位规划中的应用[J]. 计算机集成制造系统, 2015, 21(5):1237-1243.
WANG Gui, LIU Zhibing, WANG Xibin, et al. Contact analysis of higher order curved surface and relevant application in tool path planning of surface machining[J]. Computer Integrated Manufacturing Systems, 2015, 21(5):1237-1243. (in Chinese)
- [23] JEAN-MAX R, SONIA D, STÉPHANE S, et al. Study of the effective cutter radius for end milling of free-form surfaces using a torus milling cutter[J]. Computer-Aided Design, 2013,45(6):951-962.
- [24] 范立成,杜志江,孙立宁. 三轴摆动磨削雕刻曲面刀具轨迹生成算法[J]. 计算机集成制造系统, 2008,14(7):1417-1420.
FAN Licheng, DU Zhijiang, SUN Lining. Tool-path generation algorithm of sculptured surface by 3-axis swing grinding[J]. Computer Integrated Manufacturing Systems, 2008,14(7):1417-1420. (in Chinese)
- [25] 丁汉,毕庆贞,朱利民,等. 五轴数控加工的刀具路径规划与动力学仿真[J]. 科学通报, 2010,55(25):44-53.
DING Han, BI Qingzhen, ZHU Limin, et al. Tool path planning and dynamic simulation of five axis NC machining[J]. Chinese Science Bulletin, 2010,55(25):44-53. (in Chinese)

(上接第385页)

- [19] 许允斗,郭金伟,王志峰,等. 线矢力各向同性分析与其在机构构型综合中的应用[J/OL]. 农业机械学报, 2019, 50(1):406-411.
XU Yundou, GUO Jinwei, WANG Zhifeng, et al. Isotropic analysis of line vector forces and its application in type synthesis of mechanisms[J/OL]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2019,50(1):406-411. http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?flag=1&file_no=20190147&journal_id=jcsam. DOI:10.6041/j.issn.1000-1298.2019.01.047. (in Chinese)
- [20] BOUDREAU R, MAO X, PODHORODESKI R. Backlash elimination in parallel manipulators using actuation redundancy[J]. Robotica, 2011, 30(3):379-388.
- [21] SAGLIA J A, TSAGARAKIS N G, DAI J S, et al. A high-performance redundantly actuated parallel mechanism for ankle rehabilitation[J]. International Journal of Robot Research, 2009, 28(9):1216-1227.
- [22] AYAS M S, ALTAS I H. Fuzzy logic based adaptive admittance control of a redundantly actuated ankle rehabilitation robot[J]. Control Engineering Practice, 2017, 59:44-54.
- [23] ZHANG D, GAP Z. Forward kinematics, performance analysis, and multi-objective optimization of a bio-inspired parallel manipulator[J]. Robotics and Computer Integrated Manufacturing, 2012, 28(4):484-492.
- [24] ZHANG D, LEI J. Kinematic analysis of a novel 3-DOF actuation redundant parallel manipulator using artificial intelligence approach[J]. Robotics and Computer Integrated Manufacturing, 2011, 27(1):157-163.
- [25] ZHAO Yongjie, GAO Feng. Dynamic formulation and performance evaluation of the redundant parallel manipulator[J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2009, 25(4-5):770-781.
- [26] BEDOUSTANI Y B, TAGHIRAD H D, AREF M M. Dynamics analysis of a redundant parallel manipulator driven by elastic cables[C]//10th International Conference on Control, Automation, Robotics and Vision, Hanoi, Vietnam, 2008.
- [27] JIANG Yao, LI Tiemin, WANG Liping. The dynamic modeling, redundant-force optimization, and dynamic performance analyses of a parallel kinematic machine with actuation redundancy[J]. Robotica, 2015, 33(2):241-263.
- [28] LIANG Dong, SONG Yimin, SUN Tao, et al. Optimum design of a novel redundantly actuated parallel manipulator with multiple actuation modes for high kinematic and dynamic performance[J]. Nonlinear Dynamics, 2016, 83(1-2):631-658.
- [29] FONTES J V, SILVA M M. On the dynamic performance of parallel kinematic manipulators with actuation and kinematic redundancies[J]. Mechanism and Machine Theory, 2016, 103:148-166.
- [30] LIU Xiaofei, YAO Jiantao, XU Yundou, et al. Research of driving force coordination mechanism in parallel manipulator with actuation redundancy and its performance evaluation[J]. Nonlinear Dynamics, 2017, 90(2):983-998.