

doi:10.6041/j.issn.1000-1298.2021.03.045

具有符号式正解的降耦冲压机构动力学建模与分析

沈惠平¹ 黄凯伟¹ 邓嘉鸣¹ 尤晶晶² 杨廷力¹

(1. 常州大学现代机构学研究中心, 常州 213016; 2. 南京林业大学机械电子工程学院, 南京 210037)

摘要: 提出并设计一种具有符号式正向运动学、含3个子运动链(SKC)的单输入两滑块输出平面冲压机构。运用拓扑结构降耦方法,优化设计一种零耦合度单输入两滑块输出平面冲压机构,对其进行拓扑结构分析,得到机构耦合度为零($\kappa=0$),从而得到正向位置、速度及加速度的符号解;采用基于Newton-Euler原理的序单开链法,建立了该机构的逆向动力学模型,并求解出机构构件的动态支反力和驱动力矩;对比分析了该方法和Lagrange法在动力学建模精度方面的误差,结果表明,基于Newton-Euler原理的序单开链法具有较高的建模精度。本研究为基于Newton-Euler原理的序单开链法在含多个SKC机构上的推广应用,以及该平面冲压机构的机械结构强度设计与动力学性能优化提供了理论依据。

关键词: 冲压机构; 耦合度; 序单开链法; 动力学建模

中图分类号: TH112 文献标识码: A 文章编号: 1000-1298(2021)03-0401-09

OSID:



Dynamic Modeling and Analysis of Decoupling Punching Mechanism with Symbolic Positive Position

SHEN Huiping¹ HUANG Kaiwei¹ DENG Jiaming¹ YOU Jingjing² YANG Tingli¹

(1. Research Center for Advanced Mechanism Theory, Changzhou University, Changzhou 213016, China)

(2. College of Mechanical and Electronical Engineering, Nanjing Forestry University, Nanjing 210037, China)

Abstract: The punching mechanism was an efficient automatic forming equipment. There were many researches on the structural parameter's optimization design, motion analysis and characteristics of the punching mechanism. However, there was relatively little dynamic analysis of the new punching mechanism. In order to expand the application of the punching mechanism, an optimized planar punching mechanism with one-DOF and two-slider output eight-bar was proposed. The mechanism had symbolic kinematics and contained three sub-kinematic chains (SKC), of which the inverse dynamic analysis was performed. Firstly, using the principle of structure coupling-reducing, a two-slider plane punching mechanism with zero coupling degree and single degree of freedom was optimized and designed. The topological structure was decomposed and the coupling degree of mechanism was declined to be zero ($\kappa=0$). Therefore, it was easier to obtain the symbolic forward position, velocity and acceleration. Then, the basic principle of the ordered single-open-chains (SOC) method based on the Newton-Euler principle, which was proposed by the author's team, was introduced, the force analysis of each component was carried out. And the inverse dynamic modeling of the mechanism was established to obtain the dynamic supporting force and driving torque of the mechanism. Finally, the inverse dynamics modeling of punching mechanism was established by using the Lagrange equation, and the errors between the N-E's SOC method and the Lagrange method were compared, which indicated that the former had high modeling accuracy. The research result provided a theoretical basis for the popularization and application of the SOC-method based on Newton-Euler in mechanisms that contained some SKCs and the strength analysis and dynamic performance optimization of the punching mechanism.

Key words: punching mechanism; coupling degree; method of ordered single-open-chain; dynamic modeling

收稿日期: 2020-05-19 修回日期: 2020-06-15

基金项目: 国家自然科学基金项目(51975062, 51375062)

作者简介: 沈惠平(1965—),男,教授,博士生导师,主要从事机构学及并联机构研究, E-mail: shp65@126.com

0 引言

目前,国内外学者在并联机构的型综合、运动学及其性能等方面的研究较多^[1-4],而有关动力学的研究相对较少。常用的动力学分析方法有动力学普遍方程^[5-6]、Newton-Euler法^[7-8]、Lagrange方程^[9-10]、Hamilton正则方程^[11]、Kane方法^[12-13]等。

陈修龙等^[5]利用动力学普遍方程推导了4-UPS+1-UPU并联机构的动力学模型;KALANI等^[6]基于虚功原理,提出一种能够减少计算时间、提高精度的改进型动力学普遍方程,并对6-UPS Gough-Stewart机构进行了正逆动力学分析;SHIAU等^[7]采用Newton-Euler法对3-RPS混联机构进行动力学建模;李研彪等^[8]在考虑关节摩擦效应的情况下,采用Newton-Euler法建立了5-PSS+1-UPU并联机构的动力学模型,并进行数值仿真验证;LEBRET等^[9]利用Lagrange方程对Stewart机构进行动力学分析和控制;THANH等^[10]通过Lagrange方法解决了冗余并联机构的动力学建模问题;尤晶晶等^[11]利用Hamilton正则方程,对并联式六维加速度传感器进行了动力学研究;于影等^[12]基于Kane方程,建立了6-RUS型并联机构的逆动力学模型,并以此实时调整对接喇叭口的位姿状态;鹿玲等^[13]采用计算效率较高的Kane方法建立了5UPS/PRPU并联机床的动力学模型,以解决冗余驱动并联机构的驱动力协调问题。此外,工业上许多场合需要结构简单、少驱动源的并联机构。沈惠平等^[14-15]提出少输入-多输出并联机构的概念及其系统的设计方法,并发明了大量少输入-多输出并联机构及操作手(含单自由度多输出的并联机构)^[16-18],还研制了系列基于单输入多输出(1T2R、2T2R、3T1R)的并联机构的并联振动筛样机^[19-20]。

冲压机构是一种高效的自动化成型设备。目前,对冲压机构的结构参数优化设计、运动分析和特性研究较多^[21-23],而对新型冲压机构的动力学分析相对较少^[24-25]。文献[26]提出一种单输入双滑块输出的平面冲压机构,并进行了尺度综合,该机构属于平面型单自由度两输出的并联机构^[16]。

Newton-Euler法需对构件逐个进行受力分析,其分析过程较为繁琐,但可方便计算各构件的支反力,以便进行强度设计。文献[27]提出基于Newton-Euler原理的序单开链法(简称:N-E序单开链法),该方法将机构拓扑分解及其耦合度 κ 贯穿于运动学、动力学的一体化建模与求解中,其思路清晰,求解过程简洁。

文献[28-29]运用该方法,分别对三自由度的

平面并联气液动连杆机构、平面三自由度并联机构进行了动力学分析;由于这2种机构的耦合度 κ 均为1,故只能得到其位置数值解,速度、加速度分析也较复杂,从而使动力学计算较为繁琐,这两种平面机构均仅含1个子运动链(Sub-kinematic chain, SKC);尚未对该方法与其他传统的动力学分析方法(Newton-Euler法、Lagrange法等)进行动力学建模精度的比较分析,因此,难以判断N-E序单开链法的求解精度。

本文对文献[26]提出的机构进行拓扑降耦优化,设计一种零耦合度、具有符号式正向运动学的、含3个SKC的单输入双输出冲压并联机构,对其进行拓扑分析后,进行运动分析(按拓扑结构分解的正序)。因耦合度 $\kappa=0$,故无需设定虚拟变量,计算简便。采用N-E序单开链法(按拓扑结构分解的逆序)对该机构进行动力学建模,求解机构构件的动态支反力和驱动力矩,并对比分析该方法和Lagrange法在动力学建模精度上的误差。

1 机构设计和拓扑分析

1.1 研究背景

文献[26]提出的单输入双滑块输出的平面八杆冲压机构,如图1所示。

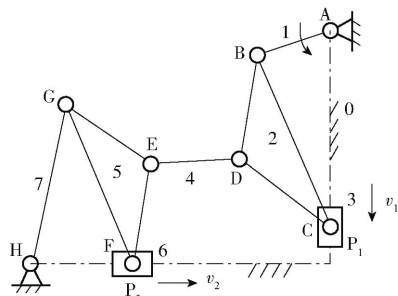


图1 单输入两滑块输出平面冲压机构($\kappa=1$)
Fig. 1 Plane punching mechanism with single-input and two-slider output ($\kappa=1$)

它由一个平面II级杆组(2-3)和一个平面III级杆组(4-5-6-7)组成,其中,滑块3(P_1)为主冲压头,滑块6(P_2)为辅助推料器,其余8个关节均为转动副(A~H)。

显然,该机构包含3个回路的独立位移方程数 $\xi_{Li}=3$ 。由整周自由度公式^[30]可得

$$F = \sum_{i=1}^m f_i - \sum_{i=1}^3 \xi_{Li} = 10 - (3 + 3 + 3) = 1$$

因此,该机构仅需要一个原动件(杆1),当冲压头3沿 v_1 方向向下冲压时,辅助推料器6沿 v_2 方向完成自左向右的待冲压物料的自动推送,从而完成自动冲压,而不需要人工送料,保证了人身安全。

根据单开链的约束度计算公式^[30],各回路的约

束度 $\Delta_i (i=1,2,3)$ 分别为:

(1) 第 1 回路由 A-B-C-P₁ 构成

$$\Delta_1 = \sum_{i=1}^{m_1} f_i - I_1 - \xi_{L1} = 4 - 1 - 3 = 0$$

根据最小子运动链 (SKC) 的划分原则, 由 A-B-C-P₁ 构成第 1 个 SKC, 其耦合度^[30]为

$$\kappa_1 = \frac{1}{2} |\Delta_1| = 0$$

(2) 第 2 回路由 D-E-F-P₂ 构成

$$\Delta_2 = \sum_{i=1}^{m_2} f_i - I_2 - \xi_{L2} = 4 - 0 - 3 = 1$$

(3) 第 3 回路由 G-H 构成

$$\Delta_3 = \sum_{i=1}^{m_3} f_i - I_3 - \xi_{L3} = 2 - 0 - 3 = -1$$

因此, 由第 2、3 回路构成第 2 个 SKC, 其耦合度为

$$\kappa_2 = \frac{1}{2} (|\Delta_2| + |\Delta_3|) = \frac{1}{2} (1 + 1) = 1$$

该机构包含两个 SKC, 即 SKC₁⁰(0)、SKC₂¹(1, -1), 其耦合度分别为: $\kappa_1 = 0, \kappa_2 = 1$ 。因此, 机构耦合度 $\kappa = \max\{\kappa_1, \kappa_2\} = 1$, 这意味着求解位置正解时需设定一个虚拟变量, 因此, 位置正解及速度、加速度分析比较复杂, 只能得到封闭解或数值解, 而不具有符号解 (符号解、封闭解, 有时也被统称为解析解)。

1.2 机构降耦设计及其拓扑分析

降低机构的耦合度可直接降低机构运动学、动力学分析求解的难度, 为此, 文献[31]提出并联机构结构降耦原理及其设计方法, 本文运用其中的“基于运动副复合方法”, 将机构第 2 回路中的运动副 D、E 合并, 得到的改进优化机构如图 2 所示, 即可将机构的耦合度从 1 降到 0; 降耦后, 机构各回路的约束度计算具体为:

A-B-C-P₁ 为第 1 回路, 即 SOC₁, 可得

$$\Delta_1 = \sum_{i=1}^{m_1} f_i - I_1 - \xi_{L1} = 4 - 1 - 3 = 0$$

D-G-H 为第 2 回路, 即 SOC₂, 可得

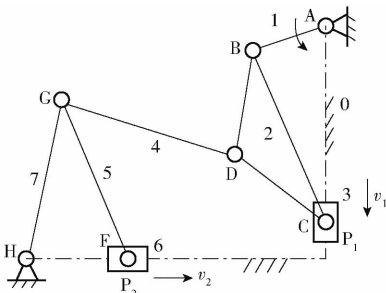


图 2 拓扑降耦后的单输入两滑块输出冲压机构 ($\kappa = 0$)

Fig. 2 Single-input two-slider output punching mechanism after topological decoupling ($\kappa = 0$)

$$\Delta_2 = \sum_{i=1}^{m_2} f_i - I_2 - \xi_{L2} = 3 - 0 - 3 = 0$$

G-F-P₂ 为第 3 回路, 即 SOC₃, 可得

$$\Delta_3 = \sum_{i=1}^{m_3} f_i - I_3 - \xi_{L3} = 3 - 0 - 3 = 0$$

可知, 拓扑降耦后机构包含 3 个 SKC, 分别为 SKC_i ($i=1,2,3$), 其耦合度均为零。因此, 机构耦合度为零, 从而使得新机构具有符号式正向运动学, 方便了动力学分析求解。

2 运动学分析

2.1 位置正解

如图 3 所示, 以点 H 为原点、水平机架方向作为 x 轴, 建立直角坐标系。

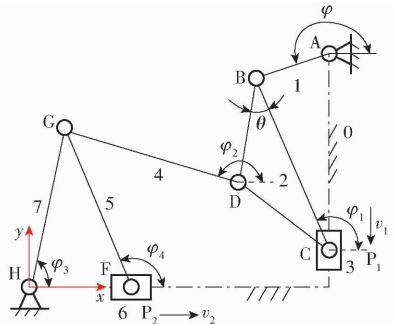


图 3 零耦合度平面冲压机构运动学建模

Fig. 3 Kinematics modeling of plane punching mechanism with zero coupling

设杆 1 为曲柄, 其输入角为 φ , 驱动力矩为 M ; 各个二副杆的长度为 $l_i (i=1,4,5,7)$; 三副构件 2 为等腰三角形, 腰长 (BD, DC) 为 l_8 , 底边长 (BC) 为 l_2 ; m_i 为第 i 个构件质量, I_i 为第 i 个构件绕其质心 S_i 的转动惯量; 设杆 BC, DG, GH, GF 与 x 轴正方向的夹角分别为 $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4$ 。

基于拓扑特征的机构运动学建模与求解方法^[33-34], 具有求解原理简单、解题思路清晰、计算量少等优势; 本文将该方法用于将该机构的位置正解求解, 即将该机构转换为其 3 个 SKC 各自位置的正解求解。

(1) SKC₁ (A-B-C-P₁) 的求解

设 $A = (m, n)$, 则有

$$B = (m + l_1 \cos \varphi, n + l_1 \sin \varphi)$$

$$C = (m, n + l_1 \sin \varphi - l_2 \sin \varphi_1)$$

$$D = (m + l_8 \cos(\theta + \varphi_1), Y_C + l_8 \sin(\theta + \varphi_1))$$

$$l_1 \cos \varphi = l_2 \cos \varphi_1 \quad (1)$$

(2) SKC₂ (D-G-H) 的求解

分别求得 φ_2, φ_3 及点 G 的位置为

$$\varphi_2 = \arcsin \frac{Y_G - Y_D}{l_4} \quad (2)$$

$$\varphi_3 = \arccos \frac{l_7^2 + l_{DH}^2 - l_4^2}{2l_7 l_{DH}} + \arctan \frac{Y_D}{X_D} \quad (3)$$

$$\mathbf{G} = (l_7 \cos \varphi_3, l_7 \sin \varphi_3)$$

(3) SKC₃(G-F-P₂)的求解

求得点 F 坐标为

$$\mathbf{F} = (l_7 \cos \varphi_3 - l_5 \cos \varphi_4, 0)$$

设计机构时,取杆长 $l_5 = l_7$,则有

$$\varphi_4 = \pi - \varphi_3 \quad (4)$$

设各杆件质心位于其几何中心,则易得其质心

$S_i (i=1, 2, \dots, 7)$ 的位置为

$$\mathbf{S}_1 = \left(\frac{1}{2}(X_A + X_B), \frac{1}{2}(Y_A + Y_B) \right)$$

$$\mathbf{S}_2 = \left(\frac{1}{3}(X_B + X_C + X_G), \frac{1}{3}(Y_B + Y_C + Y_G) \right)$$

$$\mathbf{S}_3 = \mathbf{C} = (m, n + l_1 \sin \varphi - l_2 \sin \varphi_1)$$

$$\mathbf{S}_4 = \left(\frac{1}{2}(X_D + X_G), \frac{1}{2}(Y_D + Y_G) \right)$$

$$\mathbf{S}_5 = \left(\frac{1}{2}(X_C + X_F), \frac{1}{2}(Y_C + Y_F) \right)$$

$$\mathbf{S}_6 = \mathbf{F} = (l_7 \cos \varphi_3 - l_5 \cos \varphi_4, 0)$$

$$\mathbf{S}_7 = \left(\frac{1}{2}(X_G + X_H), \frac{1}{2}(Y_G + Y_H) \right)$$

至此,SKC_i ($i=1, 2, 3$) 中各个运动副的位置均可表示为输入角 φ 的解析函数,便于后面速度、加速度的解析计算。

2.2 速度、加速度分析

因杆 1、7 仅绕定轴转动,滑块 3、6 仅做移动,其(角)速度、(角)加速度为

$$\omega_1 = \dot{\varphi} \quad \omega_7 = \dot{\varphi}_3 \quad v_3 = \dot{Y}_C \quad v_6 = \dot{X}_F$$

$$\alpha_1 = \dot{\omega}_1 \quad \alpha_7 = \dot{\omega}_7 \quad a_3 = \dot{v}_3 \quad a_6 = \dot{v}_6$$

其他构件的运动可分解为质心沿 x 、 y 向的分运动,以及绕垂直于质心轴的转动,即

$$\omega_2 = \dot{\varphi}_1 \quad \alpha_2 = \dot{\omega}_2 \quad v_{s2x} = \dot{X}_{s2} \quad a_{s2x} = \dot{v}_{s2x}$$

$$v_{s2y} = \dot{Y}_{s2} \quad a_{s2y} = \dot{v}_{s2y} \quad \omega_4 = \dot{\varphi}_2 \quad \alpha_4 = \dot{\omega}_4$$

$$v_{s4x} = \dot{X}_{s4} \quad a_{s4x} = \dot{v}_{s4x} \quad v_{s4y} = \dot{Y}_{s4} \quad a_{s4y} = \dot{v}_{s4y}$$

$$\omega_5 = -\dot{\varphi}_3 \quad \alpha_5 = -\dot{\omega}_5 \quad v_{s5x} = \dot{X}_{s5} \quad a_{s5x} = \dot{v}_{s5x}$$

$$v_{s5y} = \dot{Y}_{s5} \quad a_{s5y} = \dot{v}_{s5y}$$

由于降耦机构具有符号式位置正解,因此,容易求得机构的符号式(加)速度;运用 Matlab 编程得到滑块 3 速度、加速度的理论计算值,与 ADAMS 仿真值进行对比,如图 4 所示,表明该机构的运动学模型及求解过程正确。

3 基于 N-E 的序单开链法动力学分析

3.1 基本原理

基于 N-E 的序单开链法求解动力学问题的

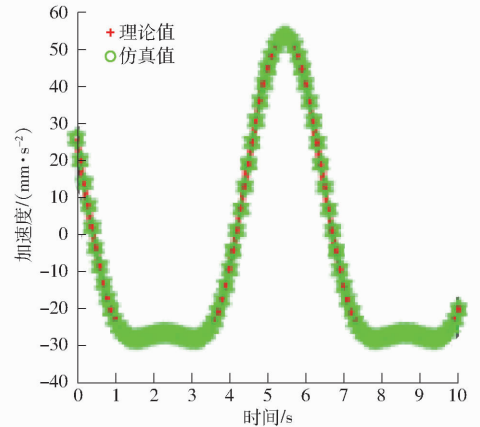
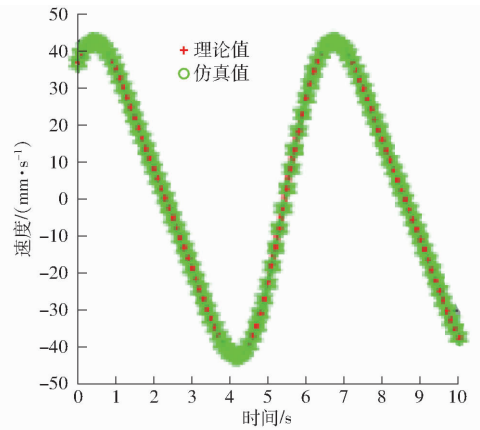


图 4 主冲头(滑块 3)速度、加速度曲线

Fig. 4 Velocity and acceleration curves of main punch (slider 3)

基本原理^[27]是:任一并联机构可看成是由若干个子运动链 SKC_i 构成,而每一个 SKC_i 又可拓扑分解为若干个单开链 SOC(Δ_j^-)、SOC(Δ_j^0)、SOC(Δ_j^+);然后,对每一 SOC(Δ_j^-) 的 Δ_j^- 个未知支反力赋予虚拟值,共有 κ 个虚拟变量,但是这 κ 个虚拟变量需同时满足每一 SOC(Δ_j^+) 的 κ 个支反力相容性条件,从而可求出 κ 个虚拟变量的真实值。之后,就能方便求得各个运动副的支反力变量;进一步对驱动杆列出力和力矩的平衡方程,最终得到驱动力或力矩。

本文研究的降耦优化机构,因其耦合度 $\kappa = 0$,所以,无需设立虚拟变量,即可直接求解 3 个 SKC 内的支反力,求解容易、方便。

3.2 动力学分析

由 2.2 节,可依次计算出 3 个 SKC 中各构件的惯性力 f_i 和惯性力矩 M_{fi} 为

$$\begin{cases} f_{ix} = m_i a_{s ix} \\ f_{iy} = m_i a_{s iy} \\ M_{fi} = I_i \alpha_i \end{cases}$$

式中 $a_{s ix}$ 、 $a_{s iy}$ ——第 i 个构件质心 S_i 的 x 、 y 向加速度
 I_i ——第 i 个构件绕其质心的转动惯量
 α_i ——第 i 个构件角加速度

(1) SKC₃(G-F-P₂)的受力分析

杆 GF、滑块 6 的受力分析如图 5 所示。

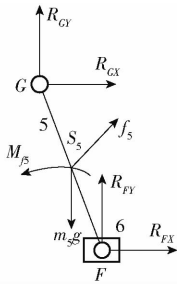


图5 SKC₃(杆 GF、滑块 6)的受力分析

Fig. 5 Force analysis of SKC₃(rod GF, slider 6)

杆 GF 的力与力矩平衡方程为

$$\begin{cases} R_{FX} + R_{GX} + f_{5x} = 0 \\ R_{FY} + R_{GY} + f_{5y} - m_5g = 0 \\ M_{j5} - R_{FX}(Y_F - Y_{S5}) + R_{FY}(X_F - X_{S5}) - \\ R_{GX}(Y_G - Y_{S5}) + R_{GY}(X_G - X_{S5}) = 0 \end{cases} \quad (5)$$

对滑块 6 进行分析,有

$$R_{FX} = -m_6a_6 \quad (6)$$

由式(5)、(6),可解出运动副 G、F 上的支反力 R_{GX}、R_{GY} 及 R_{FX}、R_{FY}。

(2) SKC₂(D-G-H)的受力分析

杆 GH、GD 的受力分析如图 6 所示。因运动副 G 是复合铰链,设 R_{1GX}、R_{1GY} 及 R_{2GX}、R_{2GY} 分别为杆 GH、GD 上运动副 G 处的支反力。

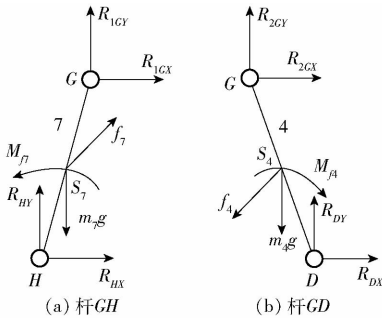


图6 SKC₂(杆 GH、GD)的受力分析

Fig. 6 Force analysis of SKC₂(GH and GD rod)

杆 GH、GD 的力与力矩平衡方程为

$$\begin{cases} R_{HX} + R_{1GX} + f_{7x} = 0 \\ R_{HY} + R_{1GY} + f_{7y} - m_7g = 0 \\ R_{DX} + R_{2GX} + f_{4x} = 0 \\ R_{DY} + R_{2DY} + f_{4y} - m_4g = 0 \\ -R_{HX}(Y_H - Y_{S7}) + R_{HY}(X_H - X_{S7}) - R_{1GX}(Y_G - Y_{S7}) + \\ R_{1GY}(X_G - X_{S7}) + M_{j7} = 0 \\ -R_{DX}(Y_D - Y_{S4}) + R_{DY}(X_D - X_{S4}) - R_{2GX}(Y_G - Y_{S4}) + \\ R_{2GY}(X_G - X_{S4}) + M_{j4} = 0 \end{cases} \quad (7)$$

运动副 G 的静力平衡方程为

$$\begin{cases} R_{GX} + R_{1GX} + R_{2GX} = 0 \\ R_{GY} + R_{1GY} + R_{2GY} = 0 \end{cases} \quad (8)$$

由式(7)、(8),求解一个八元一次方程组,可得 SKC₂内两杆上的未知支反力 R_{DX}、R_{DY}。

(3) SKC₁(A-B-C-P₁)的受力分析

构件 2、滑块 P₁ 及曲柄 AB 的受力分析,如图 7 所示。

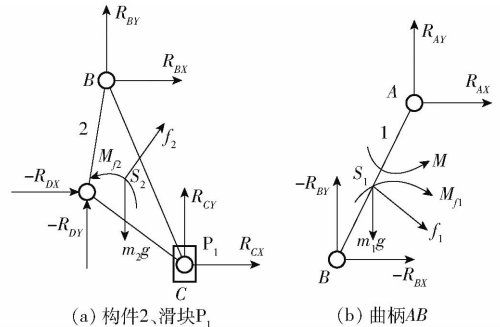


图7 SKC₁(构件 2、滑块 P₁及曲柄 AB)的受力分析

Fig. 7 Force analysis of SKC₁(member 2, slider P₁ and crank AB)

构件 2 的力与力矩平衡方程为

$$\begin{cases} R_{BX} + R_{CX} - R_{DX} + f_{2x} = 0 \\ R_{BY} + R_{CY} - R_{DY} + f_{2y} - m_2g = 0 \\ -R_{BX}(Y_B - Y_{S2}) + R_{BY}(X_B - X_{S2}) - \\ R_{CX}(Y_C - Y_{S2}) + R_{CY}(X_C - X_{S2}) + \\ R_{DX}(Y_D - Y_{S2}) - R_{DY}(X_D - X_{S2}) + M_{j2} = 0 \end{cases} \quad (9)$$

滑块 3 的力平衡方程为

$$R_{CY} + m_3g = m_3a_3 \quad (10)$$

曲柄 AB 的力与力矩平衡方程为

$$\begin{cases} -R_{BX} + R_{AX} + f_{1x} = 0 \\ -R_{BY} + R_{AY} + f_{1y} - m_1g = 0 \\ R_{BX}(Y_B - Y_{S1}) - R_{BY}(X_B - X_{S1}) - R_{AX}(Y_A - Y_{S1}) + \\ R_{AY}(X_A - X_{S1}) + M_{j1} + M = 0 \end{cases} \quad (11)$$

由式(11),即可求出曲柄 AB 的驱动力矩 M。

3.3 计算实例

降耦拓扑优化后,冲压机机构的尺寸参数如表 1 所示。已知驱动副角速度 ω₁ 为 1 rad/s。

由式(5)~(11),通过 Matlab 编程计算,可得各运动副的支反力变化曲线,如图 8~10 所示;驱动力矩 M 曲线,如图 11 中的红线所示。

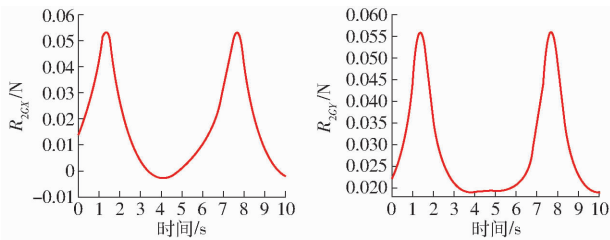
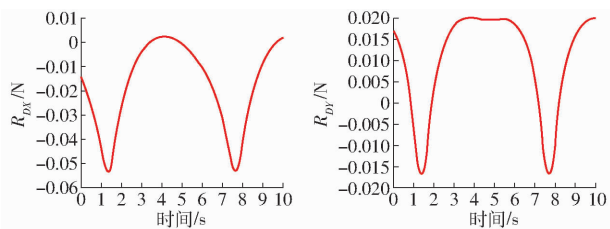
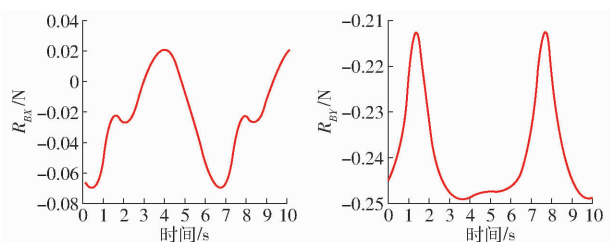
将虚拟样机导入到 ADAMS 中,并施加每个构件的重力;同时,选取仿真步长 0.01 s,仿真时间为 10 s,求得虚拟样机的驱动力矩 M 仿真曲线,如图 11 中的绿线所示。

由图11可知,理论计算值与仿真值的曲线相吻

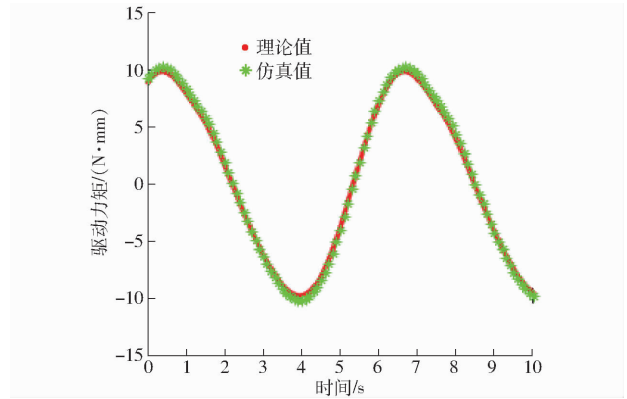
表1 八杆平面冲压机构的尺寸参数

Tab.1 Dimensional parameters of eight-bar plane punching mechanism

参数	数值
水平机架长度 m/mm	235
垂直机架长度 n/mm	205
滑块3质量 m_3/kg	0.006 29
滑块6质量 m_6/kg	0.006 08
杆1长度 l_1/mm	40
杆4长度 l_4/mm	170
杆5长度 l_5/mm	108.96
杆7长度 l_7/mm	108.96
三副构件8长度 l_8/mm	80
三副构件2长度 l_2/mm	117
杆1质量 m_1/kg	0.001 18
杆4质量 m_4/kg	0.004
杆5质量 m_5/kg	0.002 77
杆7质量 m_7/kg	0.002 77
三副构件2质量 m_2/kg	0.017 03
杆1转动惯量 $I_1/(\text{kg}\cdot\text{mm}^2)$	0.631
杆4转动惯量 $I_4/(\text{kg}\cdot\text{mm}^2)$	9.63
杆5转动惯量 $I_5/(\text{kg}\cdot\text{mm}^2)$	2.75
杆7转动惯量 $I_7/(\text{kg}\cdot\text{mm}^2)$	11
三副构件2转动惯量 $I_2/(\text{kg}\cdot\text{mm}^2)$	12.534

图8 支反力 R_{2GX} 、 R_{2GY} 曲线Fig.8 Supporting reaction curves of R_{2GX} and R_{2GY} 图9 支反力 R_{DX} 、 R_{DY} 曲线Fig.9 Supporting reaction curves of R_{DX} and R_{DY} 图10 支反力 R_{BX} 、 R_{BY} 曲线Fig.10 Supporting reaction curves of R_{BX} and R_{BY}

合,表明基于 N-E 序单开链法的动力学建模正确,

图11 驱动力矩 M 的理论值与仿真值Fig.11 Theoretical value of driving torque M and its simulation curve

N-E 序单开链法有效。

在驱动副随机输入频率信号的情况下,驱动力矩 M 理论值与仿真值误差很小。因此,基于 N-E 的序单开链法具有较好的有效性。

4 基于 N-E 序单开链法的动力学建模精度

4.1 基于 Lagrange 方程的动力学分析

4.1.1 构件动能和势能分析

二副杆 1、7 动能分别为

$$\begin{cases} T_1 = \frac{1}{2}I_1\omega_1^2 \\ T_7 = \frac{1}{2}I_7\omega_7^2 \end{cases} \quad (12)$$

滑块 3、6 动能分别为

$$\begin{cases} T_3 = \frac{1}{2}m_3v_3^2 \\ T_6 = \frac{1}{2}m_6v_6^2 \end{cases} \quad (13)$$

作平面运动的构件 2、4、5 动能分别为

$$T_2 = \frac{1}{2}I_2\omega_2^2 + \frac{1}{2}m_2v_{2x}^2 + \frac{1}{2}m_2v_{2y}^2 \quad (14)$$

$$T_4 = \frac{1}{2}I_4\omega_4^2 + \frac{1}{2}m_4v_{4x}^2 + \frac{1}{2}m_4v_{4y}^2 \quad (15)$$

$$T_5 = \frac{1}{2}I_5\omega_5^2 + \frac{1}{2}m_5v_{5x}^2 + \frac{1}{2}m_5v_{5y}^2 \quad (16)$$

由式(12)~(16)可得,系统总动能为

$$T = \sum_{i=1}^7 T_i \quad (17)$$

进一步,约定 x 轴所在平面为零势能面,易得各构件的势能为

$$U_i = m_i g Y_{si} \quad (i=1, 2, \dots, 7) \quad (18)$$

因此,系统总势能为

$$U = \sum_{i=1}^7 U_i \quad (19)$$

4.1.2 Lagrange 动力学模型及其计算

该机构的 Lagrange 函数为

$$L = T - U$$

在不考虑摩擦等其他外力作用的情况下, 根据虚功原理, 驱动力矩 M 所做的虚功之和 $\delta w = M\delta\varphi = Q_j\delta\varphi$, 主动力对应的广义力即为驱动力矩 M 。因此, 该机构的拉格朗日方程可表示为

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \varphi} = M \quad (20)$$

将式(17)、(19)及表1中参数代入式(20), 同样, 运用 Matlab 与 ADAMS, 分别得到驱动力矩 M 的理论计算值与仿真值如图12所示。

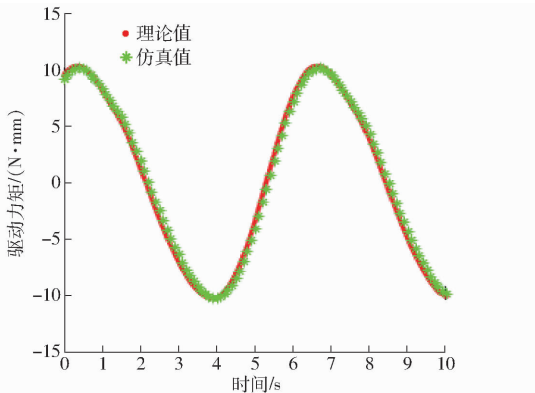


图12 基于 Lagrange 法建模的驱动力矩 M 曲线

Fig. 12 Curve of driving torque M based on Lagrange method

4.2 与 Lagrange 建模方法分析误差的比较

由图11、12得到基于 N-E 的序单开链法、Lagrange 法两种不同建模方法的驱动力矩 M 曲线理论值, 将其理论值分别与 ADAMS 的仿真值进行比较, 将两种不同建模方法得到的驱动力矩 M 曲线的误差, 分别拟合合成曲线 I (基于 N-E 单开链法理论值与 ADAMS 仿真值误差) 和 II (Lagrange 法理论值与 ADAMS 仿真值误差), 如图13所示。

由图13可知, 曲线 I 的最大正误差、最大负误差绝对值均明显小于曲线 II 的相应误差, 例: 曲线 I、II 的最大正误差分别为 0.460 8、0.692 8 N·mm, 前者比后者小 33.4%; 曲线 I、II 的最大负误差分别为

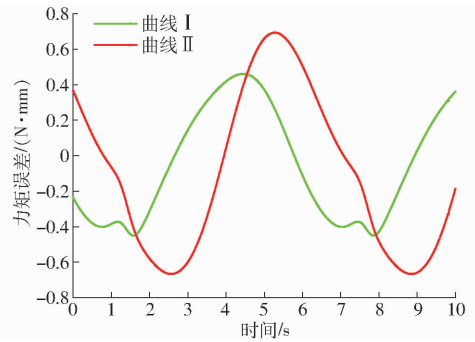


图13 基于 N-E 单开链法、Lagrange 法的驱动力矩误差
Fig. 13 Driving torque error based on N-E single-open-chain method and Lagrange method

-0.450 2、-0.666 6 N·mm, 前者比后者小 32.4%; 即曲线 I 的绝对误差范围比曲线 II 的绝对误差范围小 32.9%, 表明在将 ADAMS 的仿真值作为标准值的情况下, 曲线 I 的误差小于曲线 II 的误差, 即基于 N-E 的序单开链法具有更高的计算精度。

结果表明: 对本文的优化冲压机构而言, 采用基于 N-E 的序单开链动力学建模方法, 具有较高的精度。

5 结论

(1) 通过拓扑降耦优化提出并设计一种零耦合度单输入双滑块输出的冲压机构, 该机构在主冲头滑块向下冲压时, 推料滑块能自动完成送料。给出了该机构的符号式正向运动学, 方便了动力学计算与分析。

(2) 分别采用基于 N-E 的序单开链法和 Lagrange 法建立该机构的逆向动力学模型, 计算得到了驱动力矩的理论值, 并通过 ADAMS 动力学仿真验证了动力学模型及求解方法的正确性、有效性与普适性。

(3) 将基于 N-E 的序单开链法用于具有工业应用背景的、含多个(3个)子运动链的平面多杆机构, 且与 Lagrange 法动力学建模引起的误差进行了对比, 表明其建模精度较高。

参 考 文 献

- [1] 高峰. 机构学研究现状与发展趋势的思考[J]. 机械工程学报, 2005, 41(8): 3-17.
GAO Feng. Reflection on the current status and development strategy of mechanism research[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2005, 41(8): 3-17. (in Chinese)
- [2] 杨廷力, 刘安心, 沈惠平, 等. 基于方位特征方程的 3T-1R 并联机构的拓扑结构综合[J]. 机械工程学报, 2017, 53(21): 54-64.
YANG Tingli, LIU Anxin, SHEN Huiping, et al. Topological structural synthesis of 3T-1R parallel mechanism based on POC equations[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2017, 53(21): 54-64. (in Chinese)
- [3] 王唱, 赵铁石, 赵延治, 等. 基于 QR 分解的少自由度并联机构运动学及刚度分析[J]. 机械工程学报, 2015, 51(23): 28-35.
WANG Chang, ZHAO Tieshi, ZHAO Yanzhi, et al. Kinematic and stiffness analysis of lower-mobility parallel mechanisms

- based on QR decomposition[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2015, 51(23): 28–35. (in Chinese)
- [4] 鲁开讲, 牛禄峰, 刘亚茹, 等. 3-RPS 并联机构奇异位形及工作空间研究[J]. *农业机械学报*, 2007, 38(5): 143–146.
LU Kaijiang, NIU Lufeng, LIU Yaru, et al. Research on singular configuration and workspace of 3-RPS parallel mechanism [J]. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*, 2007, 38(5): 143–146. (in Chinese)
- [5] 陈修龙, 冯伟明, 赵永生. 五自由度并联机器人机构动力学模型[J/OL]. *农业机械学报*, 2013, 44(1): 236–243.
CHEN Xiulong, FENG Weiming, ZHAO Yongsheng. Dynamics model of 5-DOF parallel robot mechanism[J/OL]. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*, 2013, 44(1): 236–243. http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?flag=1&file_no=20130144&journal_id=jcsam. DOI: 10.6041/j.issn.1000-1298.2013.01.044. (in Chinese)
- [6] KALANI H, REZAEI A, AKBARZDEH A. Improved general solution for the dynamic modeling of Gough–Stewart platform based on principle of virtual work[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2016, 83(4): 2393–2418.
- [7] SHIAU T N, TSAI Y J, TSAI M S. Nonlinear dynamic analysis of a parallel mechanism with consideration of joint effects[J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2008, 43(4): 491–505.
- [8] 李研彪, 郑航, 孙鹏, 等. 考虑关节摩擦的 5-PSS/UPU 并联机构动力学建模及耦合特性分析[J]. *机械工程学报*, 2019, 55(3): 43–52.
LI Yanbiao, ZHENG Hang, SUN Peng, et al. Dynamic modeling with joint friction and research on the inertia coupling property of a 5-PSS/UPU parallel manipulator[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2019, 55(3): 43–52. (in Chinese)
- [9] LEBRET G, LIU K, LEWIS F. Dynamic analysis and control of a Stewart platform manipulator[J]. *Journal of Field Robotics*, 2010, 10(5): 629–655.
- [10] THANH T D, KOTLARSKI J, HELMANN B, et al. Dynamics identification of kinematically redundant parallel robots using the direct search method[J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2012, 52: 277–295.
- [11] 尤晶晶, 李成刚, 吴洪涛. 并联式六维加速度传感器的哈密顿动力学研究[J]. *机械工程学报*, 2012, 48(15): 9–17.
YOU Jingjing, LI Chenggang, WU Hongtao. Research on Hamiltonian dynamics of parallel type six-axis accelerometer[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2012, 48(15): 9–17. (in Chinese)
- [12] 于影, 孟庆鑫, 王立权, 等. 用 6-RUS 型并联机构实现海上补给自动对接的关键技术[J]. *机器人*, 2011, 33(1): 28–34.
YU Ying, MENG Qingxin, WANG Liquan, et al. Key technologies of automatic docking for replenishment at sea with the 6-RUS parallel mechanism[J]. *Robot*, 2011, 33(1): 28–34. (in Chinese)
- [13] 鹿玲, 姚建涛, 顾伟栋, 等. 基于 Kane 方程的冗余驱动 5UPS/PRPU 并联机床动力学分析[J/OL]. *农业机械学报*, 2016, 47(6): 366–372.
LU Ling, YAO Jiantao, GU Weidong, et al. Dynamics analysis of 5UPS/PRPU parallel machine tool with redundant actuation based on Kane equation[J/OL]. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*, 2016, 47(6): 366–372. http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?flag=1&file_no=20160648&journal_id=jcsam. DOI: 10.6041/j.issn.1000-1298.2016.06.048. (in Chinese)
- [14] SHEN Huiping. The design methodology for less input-more output parallel mechanisms[J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2016, 104: 43–58.
- [15] 沈惠平, 邓嘉鸣, 孟庆梅, 等. 少输入-多输出并联机构的设计方法及其应用[J]. *机械工程学报*, 2018, 54(1): 223–232.
SHEN Huiping, DENG Jiaming, MENG Qingmei, et al. Design methods and applications for the fewer input-more output parallel mechanisms[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2018, 54(1): 223–232. (in Chinese)
- [16] 沈惠平, 邓嘉鸣, 杨森, 等. 平面机构的少输入-多输出特性及其应用研究[J]. *机械设计与制造工程*, 2017, 46(10): 29–33.
SHEN Huiping, DENG Jiaming, YANG Sen, et al. The applications and characteristics research of fewer input & more output for planar mechanisms[J]. *Machine Design and Manufacturing Engineering*, 2017, 46(10): 29–33. (in Chinese)
- [17] 沈惠平, 吕蒙, 朱小蓉, 等. 一种单自由度 3T1R 并联机构的拓扑设计及其运动学[J]. *中国机械工程*, 2019, 30(8): 961–968.
SHEN Huiping, LÜ Meng, ZHU Xiaorong, et al. Topological design and kinematic of 3T1R PM with single degree of freedom [J]. *China Mechanical Engineering*, 2019, 30(8): 961–968. (in Chinese)
- [18] 沈惠平, 杨梁杰, 邓嘉鸣, 等. 用于肩关节康复训练的单输入三转动输出并联机构及其运动学设计[J]. *中国机械工程*, 2015, 26(22): 2983–2988.
SHEN Huiping, YANG Liangjie, DENG Jiaming, et al. A one-input three-rotation output parallel mechanism and its kinematics design used for shoulder rehabilitation[J]. *China Mechanical Engineering*, 2015, 26(22): 2983–2988. (in Chinese)
- [19] 李菊, 赵德安, 沈惠平. 基于输入优选的三维并联振动筛输出特性分析[J]. *中国机械工程*, 2014, 25(14): 1852–1857.
LI Ju, ZHAO Dean, SHEN Huiping. Analysis on output characteristics of three-dimensional parallel kinematics vibrating screen based on input optimization[J]. *China Mechanical Engineering*, 2014, 25(14): 1852–1857. (in Chinese)
- [20] 邓嘉鸣, 沈惠平, 李菊. 三维并联振动筛设计与实验[J/OL]. *农业机械学报*, 2013, 44(11): 342–346.
DENG Jiaming, SHEN Huiping, LI Ju. Design and experiment for three-dimensional parallel kinematics vibration sieve[J/OL].

- OL]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2013, 44(11):342-346. http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?flag=1&file_no=20131157&journal_id=jcsam. DOI:10.6041/j.issn.1000-1298.2013.11.057. (in Chinese)
- [21] 刘善民, 吴子岳, 刘善增. 六连杆双曲柄滑块机构冲压机床的结构参数分析与优化[J]. 机械传动, 2018, 42(8): 121-124. LIU Shanmin, WU Ziyue, LIU Shanzeng. Structural parameter analysis and optimization of six-link double-crank slider mechanism of stamping machine[J]. Journal of Mechanical Transmission, 2018, 42(8): 121-124. (in Chinese)
- [22] 李焯健, 孙宇, 胡峰峰. 多杆高速机械压力机机构优化设计[J]. 中国机械工程, 2015, 26(1): 31-36. LI Yejian, SUN Yu, HU Fengfeng. Optimization design for multi-linkage of high-speed mechanical press[J]. China Mechanical Engineering, 2015, 26(1): 31-36. (in Chinese)
- [23] 李辉, 张策, 孟彩芳. 基于正运动学分析的混合驱动压力机优化设计[J]. 中国机械工程, 2004, 15(9): 19-22. LI Hui, ZHANG Ce, MENG Caifang. Optimum design of hybrid-driven mechanical press based on forward kinematics analysis[J]. China Mechanical Engineering, 2004, 15(9): 19-22. (in Chinese)
- [24] 李辉, 张策, 宋轶民, 等. 可控压力机的动力学建模和仿真[J]. 机械工程学报, 2005, 41(3): 180-184. LI Hui, ZHANG Ce, SONG Yimin, et al. Dynamic formulation and simulation of the programmable press[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2005, 41(3): 180-184. (in Chinese)
- [25] 张进. 多连杆机械式压力机动力学分析研究[D]. 合肥: 合肥工业大学, 2012. ZHANG Jin. Analysis of dynamic for multi-link mechanical press[D]. Hefei: Hefei University of Technology, 2012. (in Chinese)
- [26] ZHUMADIL B, MYRZABAI I, NURLAN B. Structural and kinematic synthesis of a planar parallel mechanism with two rectilinear moving end-effectors[C]//Proceedings of 2014 Workshop on Fundamental Issues and Future Research Directions for Parallel Mechanisms and Manipulators, 2014.
- [27] 杨廷力. 机械系统基本理论:结构学·运动学·动力学[M]. 北京: 机械工业出版社, 1996.
- [28] 冯志友, 何连才, 杨廷力, 等. 基于单开链单元的并联气液动连杆机构逆动力学分析[J]. 机械设计, 2010, 27(4): 58-61. FENG Zhiyou, HE Liancai, YANG Tingli, et al. Inver dynamic analysis of a parallel pneumatic and hydraulic linkage based on single-opened-chain[J]. Journal of Machine Design, 2010, 27(4): 58-61. (in Chinese)
- [29] 刘治志, 罗玉峰, 石志新, 等. 一种平面三自由度并联机构动力学分析的序单开链法[C]//全国非线性动力学和运动稳定性学术会议, 2007. LIU Zhizhi, LUO Yufeng, SHI Zhixin, et al. Dynamic analysis of a 3-DOF planar parallel mechanisms based on ordered-socs[C]//National Conference on Nonlinear Dynamic and Motion Stability, 2007. (in Chinese)
- [30] 杨廷力, 刘安心, 罗玉峰, 等. 机器人机构拓扑结构设计[M]. 北京: 科学出版社, 2012.
- [31] 沈惠平, 朱小蓉, 尹洪波, 等. 并联机构的结构降耦原理及其设计方法[J]. 机械工程学报, 2016, 52(23): 102-113. SHEN Huiping, ZHU Xiaorong, YIN Hongbo, et al. Principle and design method for structure coupling-reducing of parallel mechanisms[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2016, 52(23): 102-113. (in Chinese)
- [32] 朱小蓉, 胡旸, 沈惠平, 等. 3T1R 并联机构降耦设计与分析[J/OL]. 农业机械学报, 2018, 49(12): 393-401. ZHU Xiaorong, HU Yang, SHEN Huiping, et al. Design and analysis of structure coupling reduction on novel 3T1R parallel mechanism[J/OL]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2018, 49(12): 393-401. http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?flag=1&file_no=20181247&journal_id=jcsam. DOI:10.6041/j.issn.1000-1298.2018.12.047. (in Chinese)
- [33] 沈惠平, 曾博雄, 尤晶晶, 等. 具有解析式位置正解的三平移并联机构设计与分析[J/OL]. 农业机械学报, 2020, 51(2): 383-391, 426. SHEN Huiping, ZENG Boxiong, YOU Jingjing, et al. Topology design and analysis of three-translation parallel mechanism with analytical direct position solutions[J/OL]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2020, 51(2): 383-391, 426. http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?flag=1&file_no=2002042&journal_id=jcsam. DOI:10.6041/j.issn.1000-1298.2020.02.042. (in Chinese)
- [34] 沈惠平, 周金波, 尤晶晶, 等. 具有解析式位置正解的 2T1R 并联机构运动性能分析[J/OL]. 农业机械学报, 2020, 51(1): 398-409. SHEN Huiping, ZHOU Jinbo, YOU Jingjing, et al. 2T1R parallel mechanism with analytic positive position solutions and its kinematic performance based optimization[J/OL]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2020, 51(1): 398-409. http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?flag=1&file_no=20200144&journal_id=jcsam. DOI:10.6041/j.issn.1000-1298.2020.01.044. (in Chinese)