doi:10.6041/j.issn.1000-1298.2020.S1.070

基于遗传算法的双足机器人足踝蹬地参数优化

吉巧丽[1]　钱志辉[1]　任　雷[1,2]　任露泉[1]

(1.吉林大学工程仿生教育部重点实验室,长春 130022;2.曼彻斯特大学机械航空航天和土木工程学院,曼彻斯特 M13 9PL)

摘要:为提高双足机器人步态的经济性,研究了足踝蹬地扭矩和蹬地时机对行走速度和能耗的影响。基于 Matlab/Simulink 建立了双足机器人仿真模型并搭建了控制程序,以行走速度为目标函数,利用遗传算法对不同步长下足踝蹬地扭矩和蹬地时机进行优化,以两腿间夹角确定步长。利用无量纲速度和无量纲能耗作为评价双足机器人运动性能指标,仿真结果表明,随着步长由 40°增加到 60°,机器人行走速度和能耗均随之增加。当步长为 60°,蹬地扭矩为 41 N·m,蹬地时机为整个步态周期的 43.82% 时,双足机器人行走速度最大为 0.48,对应能耗为 2.97。以速度能耗比作为评价机器人步态经济性指标,仿真结果表明,双足机器人在步长 50°,蹬地扭矩为 35 N·m,蹬地时机为步态周期的 45.18% 时,机器人步态的经济性更高,对应速度和能耗分别为 0.43 和 2.26。机器人足底地反力出现 3 个波峰,当步长为 50°和 60°时,随着足踝蹬地阶段的出现,足底地反力出现第 3 个波峰,峰值分别为 245.45 N 和 281.23 N。本研究可为双足机器人在特定步长下选取合适的蹬地参数提供重要参考依据。

关键词:双足机器人;足踝蹬地;行走速度;能耗;遗传算法;优化

中图分类号:TP242.6　　**文献标识码**:A　　**文章编号**:1000-1298(2020)S1-0584-08

Parameters Optimization of Ankle Push-off of Planar Bipedal Robot Based on Genetic Algorithm

JI Qiaoli[1]　QIAN Zhihui[1]　REN Lei[1,2]　REN Luquan[1]

(1. *Key Laboratory of Bionic Engineering*, *Ministry of Education*, *Jilin University*, *Changchun* 130022, *China*
2. *School of Mechanical*, *Aerospace and Civil Engineering*, *University of Manchester*, *Manchester*, *M*13 9*PL*, *UK*)

Abstract: Ankle push-off is defined as the generation stage of burst of positive power by muscle-tendon units about the ankle joint during the step-to-step transition in human walking. It primarily contributes to both leg swing and to center of mass (COM) acceleration during human walking. However, the influence of ankle push-off on the walking speed and mechanical cost of transport of biped robots has been paid less attention. In order to improve the motion economy of the biped robot, the influence of the amount and timing of ankle push-off on the walking speed was studied. The simulation model of planar biped robot was established in Matlab/Simulink and the corresponding control program was built. In trajectory planning module, the quintic polynomial function was used to generate the motion trajectory of hip and knee joints during stance and swing phases. The PD controller was used for both hip and knee joints of the simulated robot. The application process of ankle torque can be divided into four stages: early stance stage, push-off stage, early swing stage and late swing stage. The push-off height was corresponding to the push-off timing. When the height of the ankle joint of the leading leg was less than the push-off height and the hip joint angle was within the range of $-0.6\theta \sim -0.4\theta$, the ankle joint of the trailing leg entered the push-off stage and the amount of ankle torque was the push-off torque. When the ankle angle was greater than 20°, the push-off phase ended and the trailing leg would start to swing. In order to prevent the foot of swing leg from scuffing with the ground in the early swing stage, the ankle joint was controlled within a certain angle range using the state machine of ankle joint torque. The ankle joint was in passive mode in the late swing stage and the early stance stage. With walking speed as the objective function, genetic algorithm was used to optimize the amount and timing of ankle push-off under different step lengths. Taking the dimensionless speed and dimensionless mechanical cost of transport as indicators

收稿日期:2020-07-30　修回日期:2020-09-15

基金项目:国家自然科学基金项目(91848204、91948302、51675222)和国家重点研发计划项目(2018YFC2001300)

作者简介:吉巧丽(1991—),女,博士生,主要从事仿生机器人理论与技术研究,E-mail:1069994175@qq.com

通信作者:任雷(1972—),男,教授,博士生导师,主要从事仿生机器人理论与技术研究,E-mail:lei.ren@manchester.ac.uk

to evaluate the performance of biped robots, the results showed that as the step length was increased from 40° to 60°, the walking speed and mechanical cost of transport of the robot was increased accordingly. When the step length was 60°, the torque of ankle push-off was 41 N·m, and the push-off timing was 43.82% of the one gait cycle, the maximum walking speed of the simulated robot was 0.48, and the corresponding mechanical cost of transport was 2.97. Taking the ratio of speed to mechanical cost of transport as an index to evaluate the economy of robot gait, the results showed that the simulation robot obtained the economy gait when the step length was 50°, the torque of push-off was 35 N·m, and the push-off timing was 45.18% of the gait period. The corresponding speed and mechanical cost of transport were 0.43 and 2.26, respectively. In addition, the ground reaction forces of the robot had three wave peaks. When the step length was 50° and 60°, with the appearance of the ankle push-off stage (43% ~ 60%), the ground reaction force appeared the third wave peak and the peak values were 245.45 N and 281.23 N, respectively. The results provided a reference for the biped robot to select appropriate ankle push-off parameters under a specific step length.

Key words: biped robots; ankle push-off; walking speed; mechanical cost of transport; genetic algorithm; optimization

0　引言

自 20 世纪 90 年代以来，双足机器人成为了国内外学者关注的研究热点，研究动力一方面来源于各种社会和商业需求，例如，利用机器人代替人类执行危险任务，以及应用于医疗服务中进行助残和康复等[1-2]；另一方面，通过研究双足机器人的运动规律，可以更好地理解人类行走的内在机理[3-5]。密歇根大学 GRIZZLE 等[6]将双足机器人分为 3 大类：第 1 类是基于零力矩法(Zero moment point，ZMP)的准静态行走[7]，以日本本田公司研制的双足机器人 ASIMO 为代表，该机器人可实现稳定行走、上下楼梯和奔跑等复杂运动[8]，但其行走步态与人类相差较大且能耗约为人类的 10 倍多[9]；为了提高机器人的能量效率，1990 年 MCGEER[10] 基于被动动力学研制了被动步行机，即第 2 类双足机器人，该机器人可在没有任何驱动和控制的情况下，仅依靠重力在斜坡上行走，且运动步态与人类相似；由于第 2 类被动机器人仅能在斜坡上行走且速度无法改变，限制了其进一步的应用，因此，研究人员尝试开发在平地面上行走的半被动双足机器人，即第 3 类机器人，介于完全主驱动和完全被动的机器人之间。例如，文献[11]研制的半被动双足机器人 Max，可实现二维平面行走。此外，该研究团队还研制了半被动步行机 Denise，该机器人的髋关节为气动驱动，踝关节为被动，可实现三维动态行走，但速度不可控[12]。文献[13]研制的基于弹簧质点模型的欠驱动双足机器人 ATRIAS，具有 2 个被动线接触式足，其峰值速度可达 2.5 m/s，能耗约 1.3。人类能以低能耗、高鲁棒性实现各种复杂运动步态，和人类相比，当前双足机器人的运动经济性仍有待提高。为了提高双足机器人的运动能效，研究人类行走的内在机理和运动规律将提供新的启发和灵感。

人类正常行走时，在触地末期，步与步转换时踝关节主要做正功，踝关节的功率曲线中功率为正的阶段称为足踝蹬地，该过程为身体质心提供的能量超过 80%[14-15]。足踝蹬地不仅有助于提高摆动腿的运动速度并且对身体质心起到加速作用[15-16]。此外，人类行走时的能量损失主要来自摆动腿与地面的碰撞[17-19]，而合适的足踝蹬地时机则可以有效降低能耗[20-21]。当足踝蹬地发生在摆动腿与地面碰撞之前时，足踝蹬地产生的集中力有效地推动质心向上运动，降低了摆动腿与地面碰撞的速度，进而降低了能量损失，因此，合适的蹬地时机对提高能量效率至关重要。

研究人员尝试利用足踝蹬地提高双足机器人的行走速度和能量效率。文献[9]设计的膝关节和髋关节均为被动驱动，踝关节利用电机带动弹簧驱动的半被动双足机器人，该机器人腿长约 0.81 m，质量 12.7 kg，其在行走速度为 0.4 m/s(弗洛伊德系数 $Fr = 0.02$，用于不同速度和腿长下动力学相似性的对比[22-23]，速度无量纲化，即标准化的弗洛伊德系数)时，对应的能耗约为 0.2，是当时与人类能耗最接近的双足机器人，但该机器人仅能在一种速度下行走[24]。文献[25]研制了具有主动髋关节和踝关节的双足机器人 Ranger，该机器人身高约 1 m，质量 9.9 kg，结果表明，其在行走速度为 0.58 m/s($Fr = 0.03$)时，总的能耗约 0.19，与人类行走时总的能耗(约 0.3)接近。此外，文献[26]设计的大型仿人双足机器人 DURUS，质量 79.5 kg，具有 15 个主动自由度和 2 个被动自由度，踝部配置弹簧以减少碰撞导致的能量损失，结果表明，该机器人在速度为 0.3 m/s 时，行走 450 步的平均能耗约为 1.33，与同尺度的仿人机器人 ASIMO 相比，能耗得到了明显提高。然而，人类正常行走时无量纲速度约为 0.20，半被动步行机的能耗虽然和人类接近，但其行走速

度与人类相差较大。

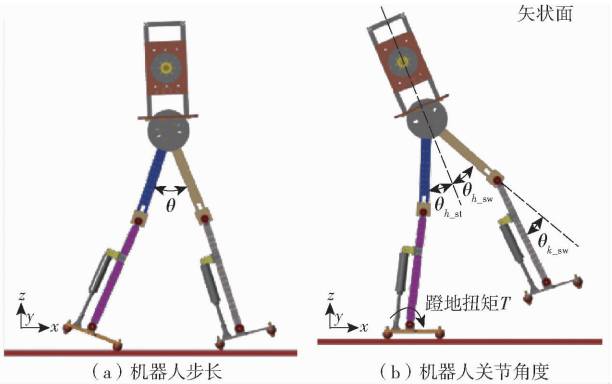
此外,研究人员探索了足踝蹬地对双足机器人行走速度的影响[4,27-29]。文献[30]基于 RunBot[31]设计了具有 9 个自由度的平面双足机器人,髋关节和膝关节为主动驱动,踝关节为被动,通过对比机器人和人类行走的运动学数据,证明足踝蹬地有助于加速摆动腿的运动,而该机器人的踝关节为被动,无法实现类似人足踝的主动蹬地作用,因此该机器人的速度并未得到提升。文献[4]研究了主动足踝蹬地对双足机器人 Meta 行走速度和能量效率的影响,结果表明,足踝蹬地有助于提高机器人的行走速度,其行走速度变化范围是 0.24 ~ 0.68 m/s(Fr 为0.1 ~ 0.28),但由于该机器人的足踝蹬地发生在摆动腿与地面碰撞之后,因此,能量效率并没有明显提高。

综上,只有蹬地扭矩和蹬地时机有效配合,双足机器人的行走速度和能量效率才有可能同时提高。但是,已有研究并没有充分考虑蹬地扭矩和蹬地时机的配合对双足机器人行走速度和能量效率的影响。本文以行走速度为目标函数,旨在用遗传算法寻求不同步长下最优的蹬地组合。以速度能耗比为评价指标,研究在哪种步长下的蹬地组合使得双足机器人的经济性最优。

1 仿真模型

1.1 仿真机器人

本文建立的双足机器人仿真模型,如图 1(图中 θ_{h_sw} 为摆动腿髋关节角,θ_{h_st} 为触地腿髋关节角,θ_{k_sw} 为摆动腿踝关节角)所示,具有躯干、大腿、小腿和足底板,共有 6 个自由度。仿真机器人具体参数如表 1 所示。由于机器人为平面型双足机器人,因此,在 Matlab/Simulink Simscape 仿真环境和躯干之间加入约束使其仅能在矢状面运动,在绕 y 轴旋转,以及 x 轴和 z 轴平移上添加约束[30]。该机器人的髋关节和膝关节均采用扭矩驱动,踝关节则为被动和主动相结合的驱动模式,行走的步长由两腿间夹角 θ 决定,且由夹角的角度来度量。



(a)机器人步长 (b)机器人关节角度

图 1 机器人仿真模型

Fig. 1 Robot simulation model

表 1 模型参数

Tab. 1 Model parameters

参数	数值	参数	数值
躯干质量/kg	10.473	躯干长/m	0.476
大腿质量/kg	1.541	大腿长/m	0.426
小腿质量/kg	1.154	小腿长/m	0.502
足质量/kg	0.691	足长/m	0.273
总质量/kg	17.26	腿长/m	0.996
接触刚度/(N·m^{-1})	1.5×10^4	动摩擦因数	0.6
接触阻尼/(N·s·m^{-1})	1 000	静摩擦因数	0.8
接触球半径/m	0.01	重力加速度/(m·s^{-2})	9.81

1.2 控制器

双足机器人的控制流程如图 2 所示。利用五次多项式函数对机器人髋关节和膝关节的运动轨迹进行规划,其中,膝关节在触地期时,角度位于 -5°且保持不变。机器人髋关节和膝关节均利用 PD 控制器跟踪规划的轨迹。假定规划的关节角为 θ_d,关节位置传感器获得各关节的实际位置为 θ_r,则关节扭矩为

$$\tau = K_P(\theta_d - \theta_r) + K_D(\dot{\theta}_d - \dot{\theta}_r) \tag{1}$$

式中 K_P——PD 控制器的比例系数

K_D——PD 控制器的微分系数

$\dot{\theta}_d$——关节期望速度,(°)/s

$\dot{\theta}_r$——关节实际速度,(°)/s

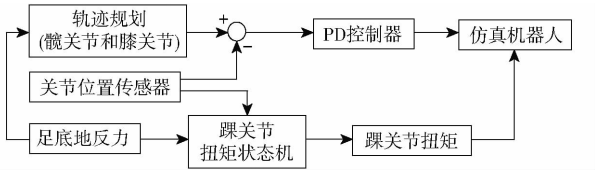


图 2 控制器框图

Fig. 2 Controller block diagram

双足机器人对应的动力学数学模型是一类脉冲混合动力学系统,包含连续运动的非线性微分方程和碰撞过程的代数方程[6]。研究者已经利用状态机实现了这种混合系统[31]。仿真机器人的髋关节和膝关节均有 2 个状态,弯曲状态和伸直状态,利用文献[31]中的状态机进行髋关节和膝关节状态间的转换。当对侧足底地反力大于零时,髋关节由弯曲状态转变为伸展状态,膝关节则先由伸展状态转变到弯曲状态再转变到伸展状态;当同侧足底地反力大于零时,髋关节由弯曲状态转变为伸展状态。此外,当机器人髋关节高度小于 0.7 m 或两腿的足底地反力均小于零时,表明机器人无法获得稳定的行走步态,仿真停止。

踝关节扭矩施加过程可分为 4 个阶段:触地前

期、蹬地阶段、摆动前期和摆动后期。本文利用蹬地高度代替蹬地时机[25]，当摆动腿的踝关节高度小于蹬地高度且髋关节角在（-0.6θ，-0.4θ）范围内时，触地腿的踝关节进入蹬地阶段，此时踝关节的扭矩为蹬地扭矩 T。当踝关节角大于 20°时，蹬地阶段结束，触地腿即将进入摆动期。在摆动前期，为防止足底板与地面发生刮擦，利用踝关节扭矩状态机中的摆动阶段将踝关节控制在一定角度范围内，如图 3 所示。摆动后期和触地前期时，踝关节均处于被动模式，此时踝关节扭矩为零。

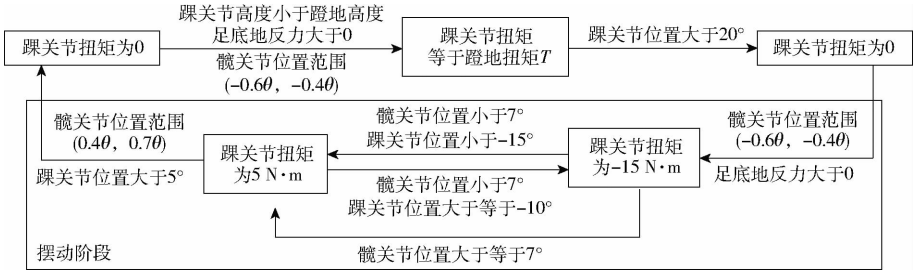


图 3　踝关节扭矩状态机

Fig. 3　State machine of ankle torque

1.3　遗传算法

遗传算法（Genetic algorithm，GA）是一种全局搜索算法，可以克服传统的非线性规划算法容易陷入局部最优解的缺陷[32]，因此，本研究利用遗传算法寻找最优的足踝蹬地参数使双足机器人行走速度最大。其中，足踝蹬地参数包括蹬地扭矩 T 和蹬地高度 H。初始条件对机器人是否能获得稳定步态至关重要。初始的推力使机器人的行走速度由零开始突然增加，为防止机器人在非稳定步态下获得的速度值误导遗传算法结果。因此，本文将行走距离作为目标函数，Matlab 中遗传算法是求解最小值，目标函数为

$$f_{\min} = -S_{\max}(T,H) \tag{2}$$

3 种步长下蹬地扭矩和蹬地高度的参数范围：当步长为 40°时，蹬地扭矩上限是 30 N·m，下限是 15 N·m，蹬地高度上限是 200 mm，下限是 100 mm；当步长为 50°时，蹬地扭矩上限是 50 N·m，下限是 15 N·m，蹬地高度上限是 300 mm，下限是 100 mm；当步长为 60°时，蹬地扭矩上限是 70 N·m，下限是 20 N·m，蹬地高度上限是 400 mm，下限是 100 mm。遗传算法计算流程如图 4 所示[32]，初始种群规模为 50，利用 creation uniform 函数生成初始种群，初始种群为 50 行 2 列的矩阵，最大遗传代数为 20。利用 Matlab 中默认的选择函数 selection stochastic uniform 随机均匀选择算子进行选择操作，交叉操作利用 crossover scattered 交叉算子，交叉概率 P_c 为 0.8，利用均匀变异算子 mutation uniform 进行变异操作，变异概率 P_m 为 0.01。

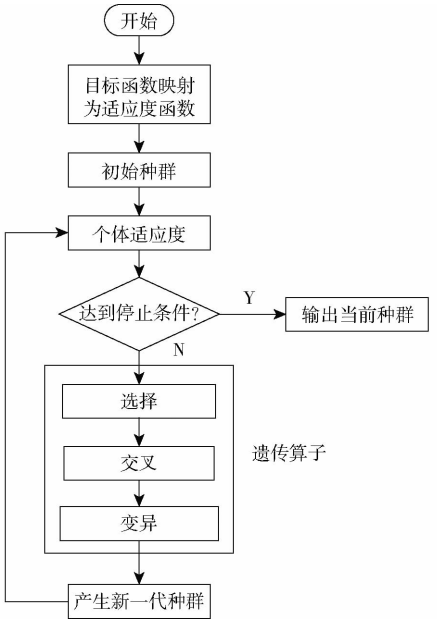


图 4　遗传算法流程图

Fig. 4　Flow chart of genetic algorithm

1.4　评价指标

利用无量纲速度 V、无量纲能耗 c_{mt} 来评价双足机器人的运动性能[4]，计算公式为

$$V = \frac{v}{\sqrt{gl}} \tag{3}$$

式中　v——仿真机器人的行走速度，m/s

g——重力加速度，m/s^2　l——腿长，m

$$c_{mt} = \frac{\sum_{i=0}^{n}\int_0^{T_t} |\tau\dot{\varphi}|\,\mathrm{d}t}{MgS} \tag{4}$$

式中　n——主动驱动关节数目

T_t——机器人运动总时间，s

τ——关节扭矩，N·m

$\dot{\varphi}$——关节角速度，rad/s

M——机器人质量，kg

S——机器人行走距离，m

利用速度能耗比 α 作为评价仿真机器人运动经济性的指标，速度能耗比表示单位能耗下仿真机器人可获得的行走速度，计算公式为

$$\alpha = \frac{V}{c_{mt}} \tag{5}$$

2 结果与分析

2.1 遗传算法结果

不同步长下,仿真机器人的行走速度最大的蹬地组合,如图 5 和表 2 所示,蹬地组合为包括蹬地扭矩和蹬地高度,蹬地时机为单个步态周期内踝关节扭矩由零开始增大的时刻,蹬地时长为单个步态周期内蹬地阶段的持续时间。当步长为40°,蹬地扭

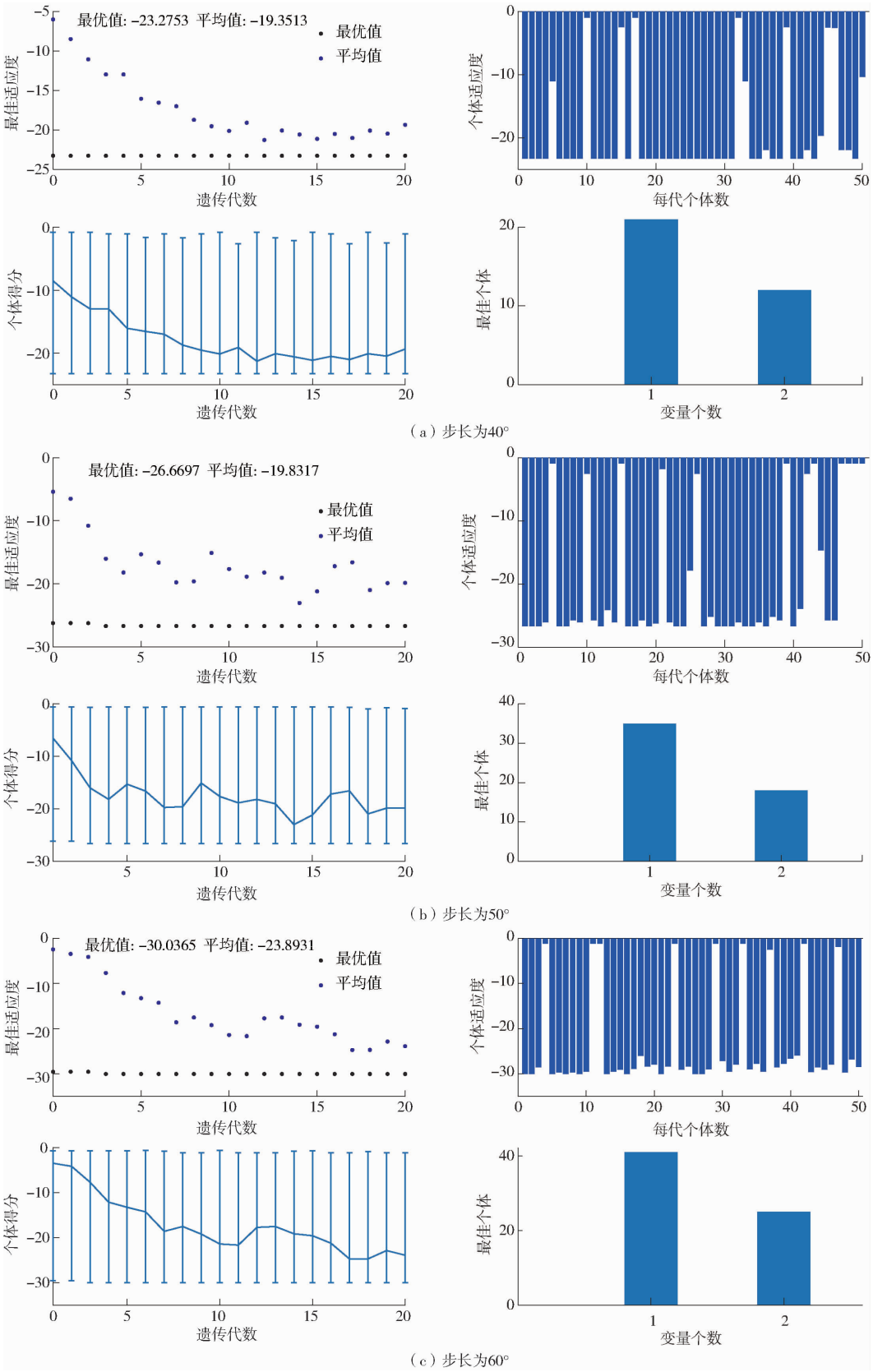


图 5 蹬地参数的最优组合

Fig. 5 Optimal combination of ankle push-off parameters

表 2　遗传算法优化结果

Tab. 2　Optimization results of genetic algorithm

参数	步长/(°)		
	40	50	60
蹬地最优组合/(N·m,mm)	(21,120)	(35,180)	(41, 250)
蹬地时机 T_1/%	33. 50	45. 18	43. 82
蹬地时长 T_2/%	23. 83	15. 01	14. 85
行走距离 S/m	23. 28	26. 67	30. 04
平均速度 v/(m·s^{-1})	1. 17	1. 33	1. 50
无量纲速度 V	0. 37	0. 43	0. 48
无量纲能耗 c_{mt}	2. 19	2. 26	2. 97
速度能耗比 α	0. 17	0. 19	0. 16

矩为 21 N·m,蹬地高度为 120 mm,蹬地时机为整个步态周期的 33. 50% 时,仿真机器人的行走距离为 23. 28 m,对应的速度为 0. 37,能耗为 2. 19。当步长为 50°,蹬地扭矩为 35 N·m,蹬地高度为 180 mm,蹬地时机为整个步态周期的 45. 18% 时,仿真机器人的行走距离为 26. 67 m,对应的速度为 0. 43,能耗为 2. 26。当步长为 60°,蹬地扭矩为 41 N·m,蹬地高度为 250 mm,蹬地时机为整个步态周期的 43. 82% 时,仿真机器人的行走距离为 30. 04 m,对应的速度为 0. 48,能耗为 2. 97。在步长由 40°增加到 60°时,仿真机器人的行走速度和能耗均随之增大。

研究表明,人类在行走时以最低能耗在特定步长下获得特定的速度[33],本研究利用速度能耗比 α 评价机器人行走的经济性。结果表明,当步长 50°时,速度能耗比最大,因此,在步长 50°,蹬地扭矩为 35 N·m,蹬地高度为 180 mm,蹬地时机为整个步态周期 45. 18% 时,仿真机器人步态的经济性更好,这种步态对应的速度为 0. 43,能耗为 2. 26。

蹬地最优组合由蹬地扭矩和蹬地高度组成。从左腿刚触地开始到下一次再触地所经过的时间为单个步态周期,包含触地期和摆动期。

2. 2　关节运动对比

当步长为 40°、50°和 60°时,双足机器人的髋关节、膝关节和踝关节在单个步态周期内的运动角度、关节扭矩和关节功率,如图 6 所示。3 种步长下,髋关节的扭矩趋势较为接近,但髋关节由 0°运动到对应步长的时间随步长的增大而减小,关节角速度随步长增大而增大,因此,髋关节的输出功率随着步长的增大而明显增大。当步长为 60°时,由于身体质心波动幅度较大,为了防止足底与地面发生碰撞,将膝关节规划的运动轨迹为 -5° ~ -60°。步长为 40°和 50°时,膝关节运动范围为 -5° ~ -45°,膝关节扭矩和输出功率基本一致。步长为 60°时,膝关节输出功率比步长为 40°时增大约 50% 。3 种步长下踝关节运动趋势基本一致,但步长为 40°时踝关节蹬地时机明显早于其他 2 种步长的情况,因此,踝关节最先发生跖屈运动。随步长增大,踝关节输出功率明显增大。综上发现,步长 60°时,机器人 3 个关节的输出功率均明显大于其他 2 种步长,能耗明显增加。

3 种步长下,仿真机器人单个运动周期内步态如图 7 所示。当步长为 40°时,触地期占整个步态周期的 55. 83%,机器人蹬地阶段为步态周期的 33. 50% ~ 57. 33%,行走速度为 0. 37。步长为 50°和 60°时,蹬地时机较为接近,大步长下行走速度得到明显提升,但能耗随之增加。步长为 60°时对应的速度能耗比较其他 2 种步长都小。速度能耗比最

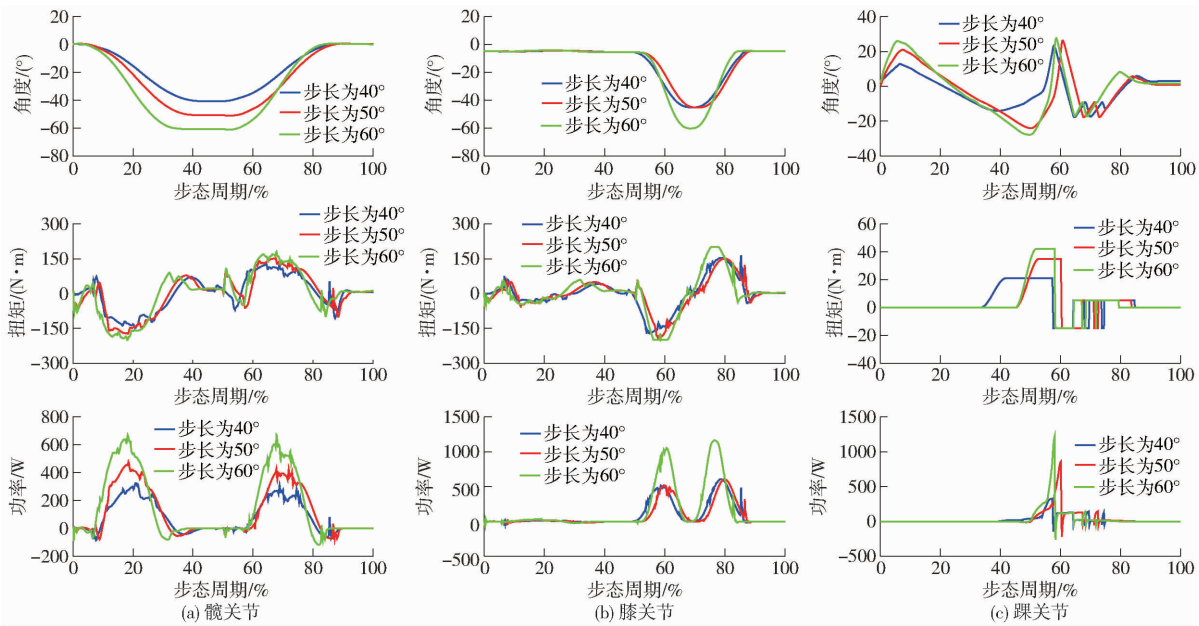


图 6　单个步态周期内髋关节、膝关节和踝关节的角度、扭矩和功率

Fig. 6　Angle, torque and power of hip, knee and ankle joints during one gait cycle

大时对应的步长为 50°,此时机器人速度为 0.43,对应能耗为 2.26。因此,机器人最经济步态对应参数是步长为 50°,蹬地扭矩为 35 N·m,蹬地时机为步态周期的 45.18%。

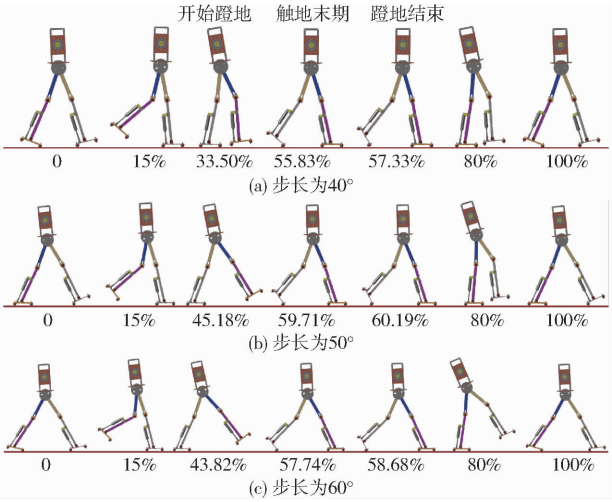


图 7 单个步态周期内双足机器人运动

Fig. 7 Motion of biped robot during one gait cycle

3 种步长下单个步态周期的足底地反力,如图 8 所示。当步长为 50°和 60°时,仿真机器人的地反力出现 3 个明显的波峰。在触地前期,即步态周期 0~10%时,足与地面发生碰撞导致地反力突然增大。随着足底与地面完全接触,约步态周期的10%~45%时,身体重心逐渐转移到触地腿上,足底地反力出现第 2 个波峰。随着足踝蹬地阶段(约步态周期的 43%~60%)的出现,足底地反力出现第 3 个波峰,峰值分别为 245.45 N 和 281.23 N。

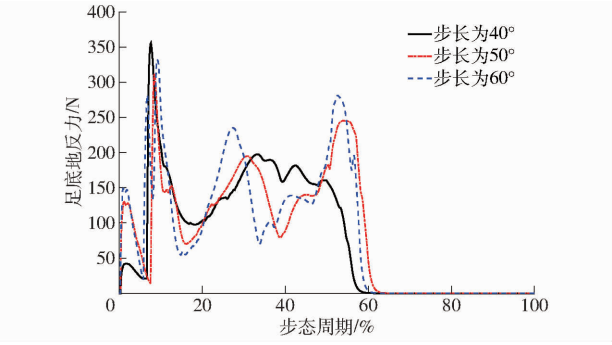


图 8 单个步态周期的足底地反力

Fig. 8 Ground reaction force during one gait cycle

3 结论

(1)建立了平面双足机器人仿真模型,在 Matlab/Simulink 中搭建控制程序,利用五次多项式函数对机器人髋关节和膝关节进行轨迹规划,利用踝关节扭矩状态机产生蹬地扭矩,以行走速度为目标函数,利用遗传算法寻找蹬地扭矩和蹬地高度(即蹬地时机)最优组合。

(2)以无量纲速度和无量纲能耗作为评价双足机器人运动性能指标,结果表明,当步长由 40°增大到 60°时,机器人行走速度和能耗均随之增大。当步长为 60°,蹬地扭矩为 41 N·m,蹬地高度为 250 mm,蹬地时机为整个步态周期的 43.82%时,机器人行走速度最大为 0.48,对应能耗为 2.97。

(3)以速度能耗比作为评价机器人步态经济性的指标,结果表明,机器人在步长为 50°,蹬地扭矩为 35 N·m,蹬地高度为 180 mm,蹬地时机为步态周期的 45.18%时,机器人步态的经济性更高,对应的速度和能耗分别为 0.43 和 2.26。

(4)机器人足底地反力出现 3 个波峰,当步长为 50°和 60°时,随着足踝蹬地阶段(43%~60%)的出现,足底地反力出现第 3 个波峰,峰值分别为 245.45 N 和 281.23 N。

(5)为了模仿人类足踝蹬地阶段功率爆发式输出的特性,仿真中平面双足机器人的踝关节扭矩利用有限状态机产生,而实际中由于在摆动腿与地面碰撞前为踝关节施加蹬地扭矩难度较大。因此,本文仅结合仿真模型获得了 3 种步长下双足机器人行走速度最大时的足踝蹬地扭矩和蹬地时机的最优组合。

参 考 文 献

[1] CHEVALLEREAU C, ABBA G, AOUSTIN Y, et al. RABBIT: a testbed for advanced control theory[J]. IEEE Control Systems, 2003, 23(5): 57-79.

[2] 黄岩, 王启宁, 谢广明. 具有可控柔性的双足行走机器人研究进展综述[J]. 兵工自动化, 2012, 31(12): 45-52, 65.
HUANG Yan, WANG Qining, XIE Guangming. Review of bipedal walking robots with adaptable compliance[J]. Ordnance Industry Automation, 2012, 31(12): 45-52, 65. (in Chinese)

[3] 田彦涛, 孙中波, 李宏扬, 等. 动态双足机器人的控制与优化研究进展[J]. 自动化学报, 2016, 42(8): 1142-1157.
TIAN Yantao, SUN Zhongbo, LI Hongyang, et al. A review of optimal and control strategies for dynamic walking bipedal robots[J]. Acta Automatica Sinica, 2016, 42(8): 1142-1157. (in Chinese)

[4] HOBBELEN D G E, WISSE M. Controlling the walking speed in limit cycle walking[J]. The International Journal of Robotics Research, 2008, 27(9): 989-1005.

[5] AN K, CHEN Q. Dynamic optimization of a biped model: energetic walking gaits with different mechanical and gait parameters[J]. Advances in Mechanical Engineering, 2015, 7(5): 1-13.

[6] GRIZZLE J W, CHEVALLEREAU C, AMES A D, et al. 3D bipedal robotic walking: models, feedback control, and open

problems[J]. IFAC Proceedings Volumes, 2010, 43(14):505 – 532.
[7] AMBARISH G. Postural stability of biped robots and the foot-rotation indicator (FRI) point[J]. The International Journal of Robotics Research, 1999, 18(6): 523 – 533.
[8] SAKAGAMI Y, WATANABE R, AOYAMA C, et al. The intelligent ASIMO: system overview and integration[C]//IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots & Systems. IEEE, 2002.
[9] COLLINS S, RUINA A, TEDRAKE R, et al. Efficient bipedal robots based on passive-dynamic walkers[J]. Science, 2005, 307(5712): 1082 – 1085.
[10] MCGEER T. Passive dynamic walking[J]. The International Journal of Robotics Research, 1990, 9(2): 62 – 82.
[11] WISSE M, HOBBELEN D G E, SCHWAB A L. Adding an upper body to passive dynamic walking robots by means of a bisecting hip mechanism[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2007, 23(1):112 – 123.
[12] WISSE M, FELIKSDAL G, VAN F J, et al. Passive-based walking robot[J]. IEEE Robotics & Automation Magazine, 2007, 14(2):52 – 62.
[13] HUBICKI C, ABATE A, CLARY P, et al. Walking and running with passive compliance[J]. IEEE Robotics & Automation Magazine, 2018,25(3):23 – 39.
[14] ZELIK K E, TAKAHASHI K Z, SAWICKI G S. Six degree-of-freedom analysis of hip, knee, ankle and foot provides updated understanding of biomechanical work during human walking[J]. Journal of Experimental Biology, 2015,218(6):876 – 886.
[15] ZELIK K E, ADAMCZYK P G. A unified perspective on ankle push-off in human walking[J]. Journal of Experimental Biology, 2016, 219(23): 3676 – 3683.
[16] LIPFERT S W, GUNTHER M, RENJEWSKI D, et al. Impulsive ankle push-off powers leg swing in human walking[J]. Journal of Experimental Biology, 2014, 217(8): 1218 – 1228.
[17] DONELAN J M, KRAM R, KUO A D. Mechanical work for step-to-step transitions is a major determinant of the metabolic cost of human walking[J]. Journal of Experimental Biology, 2002, 205(23): 3717 – 3727.
[18] SOO C H, DONELAN J M. Coordination of push-off and collision determine the mechanical work of step-to-step transitions when isolated from human walking[J]. Gait & Posture, 2011,35(2):292 – 297.
[19] KUO A D, DONELAN J M, RUINA A. Energetic consequences of walking like an inverted pendulum: step-to-step transitions [J]. Exercise and Sport Sciences Reviews, 2005, 33(2):88 – 97.
[20] KUO A D. Choosing your steps carefully[J]. IEEE Robotics & Automation Magazine, 2007, 14(2): 18 – 29.
[21] ZELIK K E, KUO A D. Human walking isn't all hard work: evidence of soft tissue contributions to energy dissipation and return[J]. The Journal of Experimental Biology, 2010, 213(24): 4257 – 4264.
[22] ALEXANDER R M, JAYES A S. A dynamic similarity hypothesis for the gaits of quadrupedal mammals[J]. Journal of Zoology, 1983, 201(1):135 – 152.
[23] GENG T. Fast biped walking with a sensor-driven neuronal controller and real-time online learning[J]. International Journal of Robotics Research, 2006, 25(3):243 – 259.
[24] 付成龙, 黄元林, 王健美,等. 半被动双足机器人的准开环控制[J]. 机器人, 2009, 31(2): 110 – 117,123.
FU Chenglong, HUANG Yuanlin, WANG Jianmei, et al. Quasi open-loop control for semi-passive biped robots[J]. Robot, 2009, 31(2): 110 – 117,123. (in Chinese)
[25] BHOUNSULE P A, CORTELL J, GREWAL A, et al. Low-bandwidth reflex-based control for lower power walking: 65 km on a single battery charge[J]. International Journal of Robotics Research, 2014, 33(10):1305 – 1321.
[26] HEREID A, HUBICKI C M, COUSINEAU E A, et al. Dynamic humanoid locomotion: a scalable formulation for HZD gait optimization[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2018, 34(2): 370 – 387.
[27] KUO A D. Energetics of actively powered locomotion using the simplest walking model[J]. Journal of Biomechanical Engineering, 2002,124(1):113 – 120.
[28] BHOUNSULE P A. Control of a compass gait walker based on energy regulation using ankle push-off and foot placement[J]. Robotica, 2015, 33(6): 1314 – 1324.
[29] HOBBELEN D G E, WISSE M. Ankle actuation for limit cycle walkers[J]. International Journal of Robotics Research, 2008, 27(6):709 – 735.
[30] RENJEWSKI D, SEYFARTH A. Robots in human biomechanics—a study on ankle push-off in walking[J]. Bioinspiration & Biomimetics, 2012, 7(3): 036005.
[31] GENG T. Torso inclination enables faster walking in a planar biped robot with passive ankles[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2014, 30(3):753 – 758.
[32] EL H S, CHEBBI A, AFFI Z, et al. Genetic algorithm coupled with the krawczyk method for multi-objective design parameters optimization of the 3-UPU manipulator[J]. Robotica, 2020, 38(6):1138 – 1154.
[33] KUO A D A simple model of bipedal walking predicts the preferred speed-step length relationship [J]. Journal of Biomechanical Engineering, 2001, 123(3): 264 – 269.