doi:10.6041/j.issn.1000-1298.2020.09.014

螺旋轴流式油气混输泵导叶内非定常流动 DMD 分析

张人会[1,2]　王少华[1]　OSMAN JUMA S A[1]

(1. 兰州理工大学能源与动力工程学院, 兰州 730050; 2. 兰州理工大学甘肃省流体机械及系统重点实验室, 兰州 730050)

摘要: 为研究螺旋轴流式油气混输泵内的非稳态特性,对泵内非稳态气液两相流动进行数值模拟分析,得到不同流量、不同叶高的流场分布。对流量 100 m^3/h、含气量 30% 工况下的非定常速度场进行动态模态分解(DMD),得到能够反映速度场特征的前 4 阶主要模态场及其相应的频率信息。导叶内流场特征可分解为耗散模态、基本模态以及高阶动态模态特征,耗散模态随时间逐渐衰减,对流场的发展影响较小;基本模态是频率为零的稳态特征,能够反映叶片型线等流道几何特征引起的稳态流场特征;3 阶及 4 阶动态模态反映了叶轮与导叶间的动静干扰,在不断向导叶下游发展的过程中逐步耗散,动静干扰作用对导叶下游流动影响较小。对相态场进行分解得到其主要模态场特征及其频率信息,其基本模态特征表明,在导叶叶高较大的截面上,流速越高,则含气量越低;相态场的高阶动态模态特征与速度场动态模态特征基本一致。DMD 模态分析方法能够清楚地分析油气混输泵导叶内复杂流动的非定常特性。

关键词: 螺旋轴流式油气混输泵; 非定常流动; 两相流; 动态模态分解

中图分类号: TH312　　**文献标识码**: A　　**文章编号**: 1000-1298(2020)09-0118-09　　**OSID**:

Transient Gas-liquid Flow in Helical Axial Pump Diffuser and Its DMD Analysis

ZHANG Renhui[1,2]　WANG Shaohua[1]　OSMAN JUMA S A[1]

(1. *College of Energy and Power Engineering, Lanzhou University of Technology, Lanzhou* 730050, *China*
2. *Key Laboratory of Fluid Machinery and Systems of Gansu Province, Lanzhou University of Technology, Lanzhou* 730050, *China*)

Abstract: In order to analyze the unsteady characteristics of helical axial pump, numerical simulation of unsteady gas-liquid two phase flow in helical axial pump was carried out, and the flow field distributions of different blade heights at different flow rates were obtained. Dynamic modal decomposition (DMD) was used to decompose the transient velocity field under the condition of flow rate of 100 m^3/h and gas content of 30%. The first four major modes and their corresponding frequency information were obtained which can reflect the main flow characteristics. The characteristics of flow field in diffuser can be divided into dissipative modal, basic static modal and high order dynamic modal. The dissipative modal attenuated gradually with time and had little influence on the development of the flow field. The basic mode was the steady-state characteristic with a frequency of 0, which reflected the characteristics of steady state flow field caused by flow passage. The order three and order four dynamic modes reflected the rotor-stator interaction between impeller and diffuser. It gradually dissipated in the process of continuous downstream development of diffuser, and the effect of rotor-stator interaction on downstream flow of guide blade was small. The main modal field characteristics and frequency information were obtained by decomposing the phase field. The characteristics of the basic static modal field showed that on a section with a large guide blade height, the higher the velocity was, the lower the gas content was. The dynamic modal characteristics of the phase field were basically consistent with those of the velocity field. The DMD method can clearly analyze the complex transient flow characteristics in the guide vane of helical axial pump.

Key words: helical axial pump; transient flow; two-phase flow; dynamic modal decomposition

收稿日期: 2019-11-18　修回日期: 2020-02-29

基金项目: 国家自然科学基金项目(51979135)和国家重点研发计划项目(2016YFB0200901、2018YFB0606100)

作者简介: 张人会(1977—),男,教授,博士生导师,主要从事流体机械内部流动及其性能优化研究,E-mail: zhangrh@lut.cn

0　引言

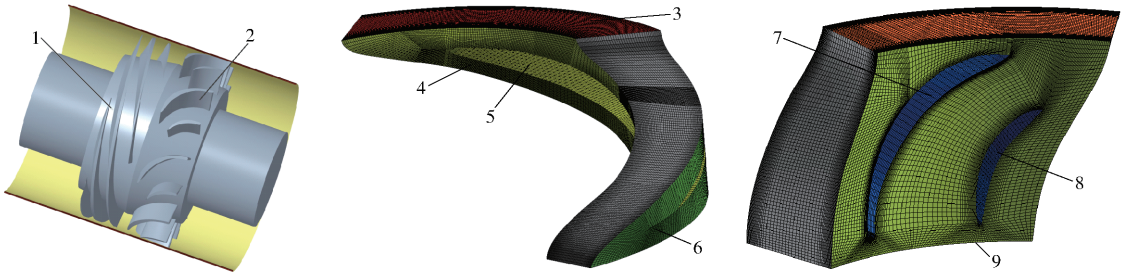
随着远洋油田的开发，气液多相混输技术因其显著的经济效益[1-3]而受到各国的重视。螺旋轴流式油气混输泵具有适应大流量工况、结构紧凑、对固体颗粒不敏感等优点而广泛应用于油田开发，其工况较为复杂，含气量可以在 0 ~ 100% 之间变化。由于在高含气量下泵内容易产生气堵现象，导致流道堵塞，故要求螺旋轴流式油气混输泵必须同时具备泵和压缩机的功能。螺旋轴流式油气混输泵设计理论尚不成熟，对其内部复杂的气液两相流动进行研究具有重要意义。近年来，随着计算机技术的发展，许多国内外学者采用实验和数值模拟方法研究螺旋轴流式油气混输泵的内部流场[4-11]。

动态模态分解（Dynamic modal decomposition，DMD）方法是近年发展起来的研究复杂流场流动机理的重要方法[12-16]。文献[17-18]在 Koopman 算子的基础上提出了处理非定常流场的动态模态分解方法，运用模态分解方法可以对复杂高维流场进行低阶近似，进而提取出不同频率的流场模态特征。文献[19]通过对离心压气机蜗壳内非定常流场的动态模态分解，发现了蜗壳内流场的扰动成因。文献[20]运用 DMD 研究了叶栅不同攻角下的流场结构，实现了对流场的低维近似。文献[21]对风力机翼型在大攻角下一个周期的流场进行了重构，再现了流动时域流场。文献[22]对比了 DMD 和本征正交分解（Proper orthogonal decomposition，POD）对流场的分解效果，发现 DMD 可应用的流动范围更加广泛。DMD 方法认为流场是由不同频率的流动结构组成，利用 DMD 可以分解出不同频率的流场信息。本文提出采用 DMD 方法对螺旋轴流式油气混输泵导叶中的非定常流场进行分解，以系统研究复杂流动动态模态的流场结构及其对应的物理机制。

1　数值计算

1.1　数值计算模型

以 YQH-90 型螺旋轴流式油气混输泵为研究对象，其计算域由进口段、出口段、一个叶轮及导叶组成，叶轮叶片数 $Z_y=5$，导叶叶片数 $Z_d=8+8$（长、短叶片），叶轮轴向长度 $L_y=54$ mm，导叶轴向长度 $L_d=54$ mm，叶轮外径 D_y 及导叶外径 D_d 为 230 mm，转速为 2 950 r/min，其三维模型及主要计算区域网格如图 1 所示，对所有计算区域采用结构化网格进行离散，网格总数量为 568 万。考虑到气液混输过程中流动的复杂性，两相流中气相含量随时变化，假设流动为不可压的细泡状流，气液两相流模型采用精度较高的欧拉双流体模型[4,23]，在计算过程中可以合理考虑相间作用力的影响。采用的 $k-\omega$ SST 湍流模型对旋转流体机械具有很好的适用性[24]，又能满足稳定性和精度要求，该模型考虑了湍流主剪切应力输运的影响，对近壁区域网格进行加密，近壁区第 1 层网格 y^+（网格中心到壁面的距离）约为 3，节点位于粘性底层内，满足 $k-\omega$ SST 湍流模型对近壁区网格尺寸的要求[25]。对含气量为 30%，流量为 80、90、100、110、120 m^3/h 下的非定常流场以及外特性进行分析，采用质量流量进口和压力出口边界条件，采用多坐标系方法处理叶轮的旋转区域，为保证计算精度，以叶轮旋转 2°为一个时间步长 Δt，非定常计算的时间步长 $\Delta t=1.13\times10^{-4}$ s。



(a) 几何结构示意图　　(b) 计算域网格

图 1　计算区域几何结构及网格

Fig. 1　Geometric structure and grid

1. 叶轮　2. 导叶　3. 进口　4. 轮毂　5. 叶轮叶片　6. 轮缘　7. 导叶长叶片　8. 导叶短叶片　9. 出口

在数量分别为 568.0 万（网格Ⅰ）、284.0 万（网格Ⅱ）、140.8 万（网格Ⅲ）的 3 套网格完成校验与验证过程，其网格尺度细化比 $r_k=1.26$。扬程数值解的监测结果显示振荡收敛，故迭代误差估计值 $\delta_I^*=0$，不确定度 $U_I=0.2$。经修正后 3 套网格上的解为 $\hat{S}_1=22.606$，$\hat{S}_2=23.406$，$\hat{S}_3=26.870$，收敛率 $R=0.231$，由校验理论[26]可知 $0<R<1$，随网格加密解单调收敛，不需要进一步加密网格，由 Richardson 外推法得到截断误差的估计值 $\delta_T^*=1.36$，不确定度 $U_T=2.483$，合成后的误差 $\delta_{SN}^*=1.36$，合成不确定度

U_{SN} = 2.491，相对模拟误差为 17.035%。

图 2 为数值计算的扬程及效率与实验数据的对比图，从图中可以看出计算扬程略低于实验扬程，效率只有在流量低于 100 m³/h 时略低于实验效率，在其它流量点效率误差较小，额定工况点扬程误差 6.3%，效率误差 1.5%。总体上数值计算结果与实验结果近似一致，数值计算结果与实验符合良好。

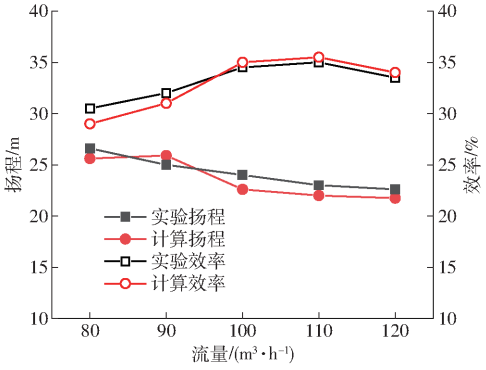


图 2 数值模拟与实验的混输泵外特性曲线对比

Fig. 2 Comparison of performance curves of pump by numerical simulation and experiment

1.2 数值计算结果分析

图 3a ~ 3c（图中 Q 表示流量）分别为 30% 含气量下不同流量叶轮及导叶不同叶高处（span）的气相体积分数分布，由图中可以看出，气液两相流在叶轮内离心力作用下，叶轮内从轮毂到轮缘液相体积分数逐渐增大，span 为 0.7 和 0.9 截面上明显可以看到叶片出口处高含气量尾迹流。在整个导叶内从轮毂到轮缘气液相态分布基本趋于均匀。由图 3a ~ 3c 不同流量工况下的相态分布对比可知，随着流量的增大叶轮内相对流速逐渐增大，叶轮内气液分离现象加强，span 为 0.1 和 0.3 截面上气相体积分数增大明显。不同流量下导叶内气相体积分数基本趋于恒定。

图 4 为叶轮及导叶内不同径向高度圆周面内的速度分布，从图中可以看出，液体进入叶轮流道后经叶片做功，液体速度迅速增加并向下游移动，随着旋转叶轮内的高速流体沿轴向进入导叶，导叶将动能转化为压力能，液体的速度下降。在 span 为 0.7 和

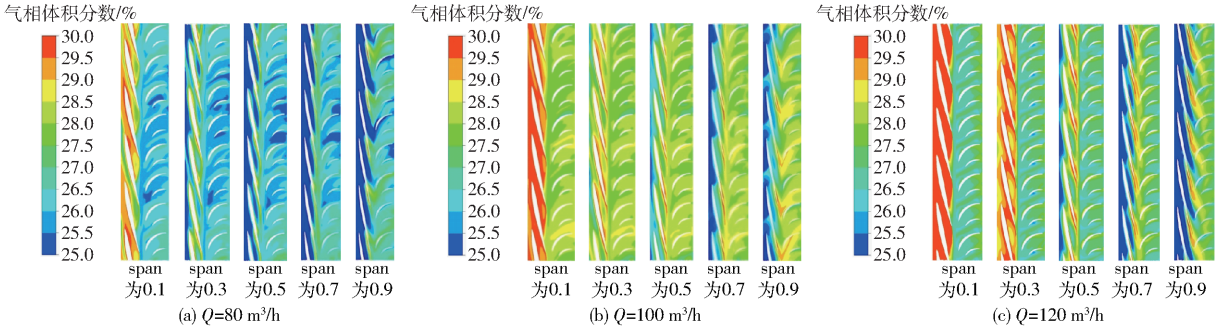


图 3 不同流量下叶轮及导叶内气相体积分数分布

Fig. 3 Gas phase distributions in impeller and diffuser at different flow rates

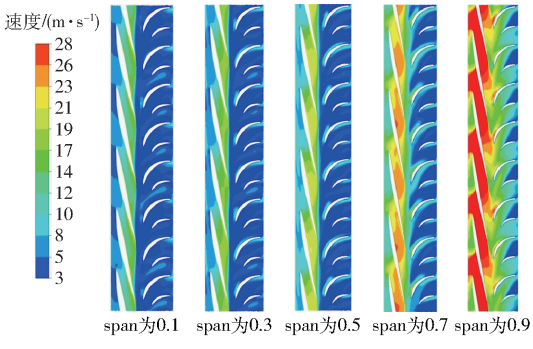


图 4 速度场非定常特性

Fig. 4 Unsteady property of velocity field

0.9 处可以看出明显的尾迹流及动静干扰现象。随着径向高度的增大，叶轮内圆周速度逐渐增大，从而导致其气液两相流速的增大。

2 流场的动态模态分解方法

利用 DMD 方法对样本数据进行分析，将各样本流场数据看作一个矢量集，即

$$\boldsymbol{V}_1^n = (\boldsymbol{v}_1, \boldsymbol{v}_2, \cdots, \boldsymbol{v}_i, \cdots, \boldsymbol{v}_n) \tag{1}$$

其中 $\boldsymbol{v}_i$ 表示第 i 个流场数据，上述定义中下标 1 表示流场序列中第 1 个元素，上标 n 表示流场序列中最后一个元素，这个序列的时间间隔为常量 Δt，可以假定 $\boldsymbol{v}_{i+1}$ 与 $\boldsymbol{v}_i$ 之间存在一个线性映射关系 $\boldsymbol{A}$，即

$$\boldsymbol{v}_{i+1} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{v}_i \tag{2}$$

式中 $\boldsymbol{A}$——系统矩阵

则原始数据矩阵写为

$$\boldsymbol{V}_1^n = (\boldsymbol{v}_1, \boldsymbol{A}\boldsymbol{v}_1, \boldsymbol{A}^2\boldsymbol{v}_1, \cdots, \boldsymbol{A}^{n-1}\boldsymbol{v}_1) \tag{3}$$

$$\boldsymbol{V}_2^n = (\boldsymbol{v}_2, \boldsymbol{v}_3, \cdots, \boldsymbol{v}_n) = (\boldsymbol{A}\boldsymbol{v}_1, \boldsymbol{A}\boldsymbol{v}_2, \cdots, \boldsymbol{A}\boldsymbol{v}_{n-1}) = \boldsymbol{A}\boldsymbol{V}_1^{n-1} \tag{4}$$

认为得到的矩阵 $\boldsymbol{A}$ 包含了原始流动的特征结构及时空演化信息，但 $\boldsymbol{A}$ 是一个反映流场内在动力学机制，且具体形式未知的高维矩阵，所以用 $\boldsymbol{A}$ 的伴随矩阵 $\boldsymbol{S}$ 来作为矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的低维近似矩阵，得到

$$\boldsymbol{A}\boldsymbol{V}_1^{n-1} = \boldsymbol{V}_2^n = \boldsymbol{V}_1^{n-1}\boldsymbol{S} \tag{5}$$

矩阵 $\boldsymbol{S}$ 可以通过对流场数据 $\boldsymbol{V}_1^{n-1}$ 的正交分解得到。

但是该方法易得到病态矩阵[17]，本文不选择使用这种方法，因此对矩阵 $\boldsymbol{V}_1^{n-1}$ 进行奇异值分解，有

$$\boldsymbol{V}_1^{n-1} = \boldsymbol{U}\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{W}^{\mathrm{T}} \tag{6}$$

式中　$\boldsymbol{U}$、$\boldsymbol{W}$——酉矩阵　　$\boldsymbol{\Sigma}$——对角阵

可以得到低维近似矩阵的表达式为

$$\boldsymbol{S} = \boldsymbol{U}^{H}\boldsymbol{A}\boldsymbol{U} = \boldsymbol{U}^{H}\boldsymbol{V}_2^{n}\boldsymbol{W}\boldsymbol{\Sigma}^{-1} \tag{7}$$

式中　$\boldsymbol{U}^{H}$——$\boldsymbol{U}$ 的共轭转置矩阵

动态模态演化过程的基模态为

$$\boldsymbol{\varphi}_i = \boldsymbol{U}\boldsymbol{y}_i \tag{8}$$

式中　$\boldsymbol{y}_i$——低维近似矩阵特征向量

将特征值表达成对数的形式，实部反映了某一模态随时间的增长或者衰减，虚部包含了某一模态的频率信息，即

$$\lg(\lambda_i)/\Delta t = \mathrm{Re}(\omega_i) + \mathrm{Im}(\omega_i) \tag{9}$$

$$f_i = \mathrm{Im}(\omega_i)/(2\pi) \tag{10}$$

式中　f_i——某一模态对应的频率

λ_i——矩阵 $\boldsymbol{S}$ 的特征值

定义模态振幅为 $\boldsymbol{\alpha}$，即

$$\boldsymbol{\alpha} = \boldsymbol{Y}^{-1}\boldsymbol{U}^{H}\boldsymbol{v}_1 \tag{11}$$

式中　$\boldsymbol{Y}$——特征向量矩阵

求出模态振幅 $\boldsymbol{\alpha}$，其中 $\boldsymbol{\alpha}_i$ 为第 i 个模态的振幅，代表了该模态对初始流场 $\boldsymbol{v}_1$ 的影响大小，得到的 DMD 模态 $\boldsymbol{\varphi}_i$ 按照该振幅进行排序。

非稳态流场可以由各阶模态的线性组合进行重构，即

$$\boldsymbol{v}_i = \sum_{k=1}^{n-1} \boldsymbol{\varphi}_k (\lambda_k)^{i-1} \boldsymbol{\alpha}_k \tag{12}$$

3　结果与分析

3.1　速度场 DMD 分析

由于旋转机械内流场为周期性流场，以叶轮旋转一周为一个周期，期望得到该周期内的流场动态演变规律，截取的流场数据为 span 等于 0.5 的流场数据，选取该截面在叶轮旋转一周内 180 个流场的速度场数据进行 DMD 分析。

图 5（图中 A、B 表示耗散模态，1 ~ 4 表示稳定模态）为动态模态方法得到的特征值实部与虚部在单位圆上的分布，从图中可以明显观察到除少数点外所有点基本处于单位圆附近，由 DMD 理论可知若其特征值位于单位圆上，则表示该特征对应的流场结构在时间域上稳定，若特征值在单位圆内，则表示对应的流场结构随时间逐渐耗散，若特征值位于单位圆外，则表示该部分特征随时间逐渐增长[27]。所以 DMD 得到的模态基本处于稳定状态，前 7 阶振幅较大的模态中就有 5 阶模态衰减很快，各阶频率模态的振幅如图 6 所示。为分析其单位圆上稳定模态特征，选取稳定的前 4 阶模态如图 5、6 中标记的红色点。

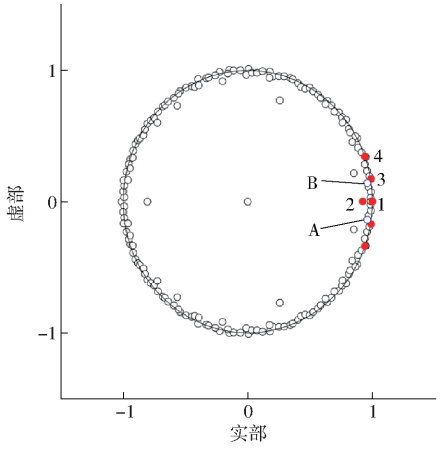


图 5　速度场特征值分布

Fig. 5　Distribution of velocity field eigenvalues

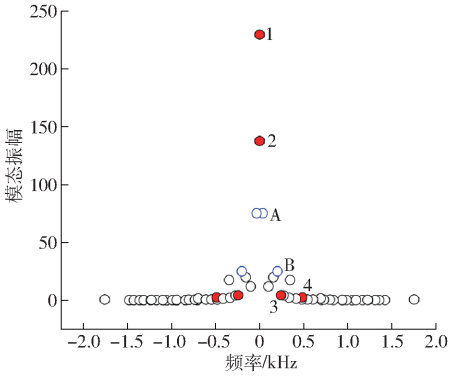


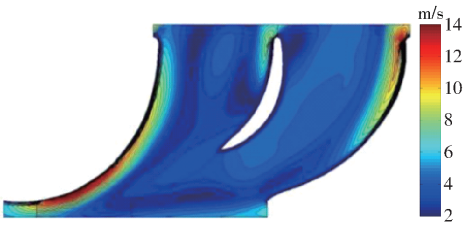
图 6　速度场模态振幅与频率的关系

Fig. 6　Relationship between modal amplitude and frequency of velocity field

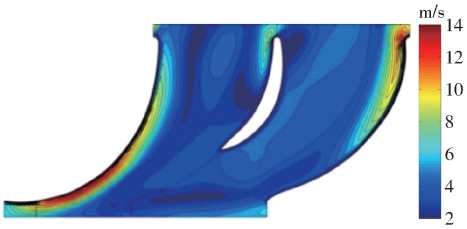
图 6 为模态振幅与频率的关系，由于特征值是共轭复数的形式，所以各模态在图 6 中关于横坐标零值左右对称，如图中红色点所示选取振幅较高且稳定的前 4 阶模态作为流场的主要模态来分析流场的流动结构，图 5、6 中点标注的 A、B 模态，振幅较高但随时间衰减迅速，是耗散模态。从图中可以看出 1、2 阶模态振幅较高，表明对流场的贡献较大。

图 7 为旋转周期内最后一个时刻的导叶流场 CFD 与 DMD 模态重构对比图，导叶内流场由前 4 阶模态叠加重构，对比分析可知前 4 阶模态基本可以完整表示出整个流场的流动结构，平均相对误差 1.51%，前 4 阶主要模态可以较精确地反映流场的主要流动结构特征。

前 4 阶模态中，1 阶模态是流场的基本模态，其频率为零，是静模态，代表了非稳态流场的基本稳态结构，原始流场可以认为是在稳态结构基础上叠加不同频率的振荡模态而形成的，2 阶模态是漂移流模态，其频率也为零，漂移流模态表示了流场均值随



(a) 原始速度场



(b) 1~4阶模态叠加重构的速度场

图 7 主要模态叠加重构速度场与 CFD 速度场对比

Fig. 7 Comparison of reconstructed velocity field with CFD result

时间的演化过程[28]，1 阶和 2 阶模态均为基本模态。图 8 为速度流场的基本模态场，从图中可以看出叶片工作面从进口到出口 80% 的位置以及小叶片压力面出口位置的流场出现了很明显的高速区，该而且随时间变化该模态场特征基本呈稳定状态，流场特征是由导叶叶片型线与流动间的冲角引起的。基本静模态能够反映由流道几何特征引起的稳态流场特征，因此对于泵流道的水力优化具有积极的参考价值。一个旋转周期内，导叶内基本模态场有微弱的变化，基本模态中的这种变化是由漂移模态引起的。

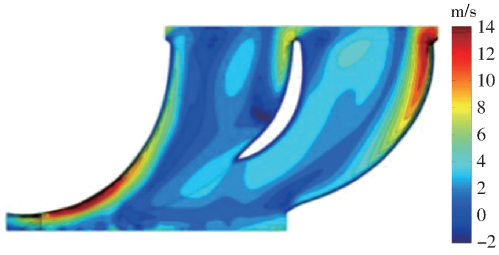
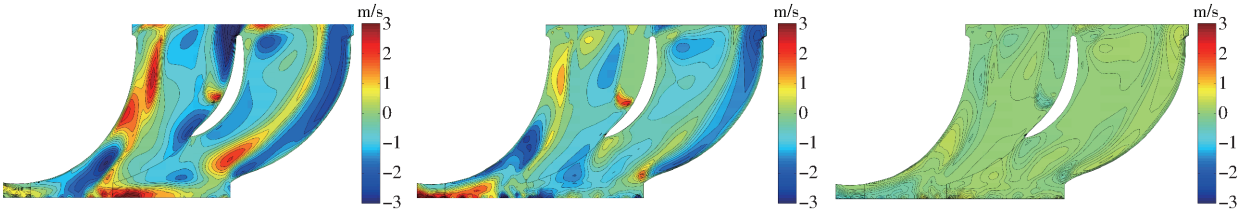


图 8 速度场基本模态演变过程

Fig. 8 Evolution of basic modal of velocity field

图 9 是耗散模态 A 的演变过程，可以看到随时间推移导叶内模态能量迅速衰减，其只对初期的流场有一定的影响，随时间的推移该模态很快被衰减耗散，在整个非定常流场发展过程中并不起主导作用。



(a) t_1 (b) t_1+0.00565 s (c) t_1+0.01130 s

图 9 速度场 5 阶模态演变过程

Fig. 9 Velocity field evolution of the order five modal

3 阶模态频率为 242 Hz，与叶轮叶频(245 Hz)一致，4 阶模态频率为 488 Hz，是叶频的倍频，表征了叶轮旋转时形成的对流场动静干扰作用。图 10 为速度场 3 阶模态在不同时刻(t_1 = 0 s，t_2 = 0.000 791 s，t_3 = 0.001 582 s，t_4 = 0.002 373 s)的动态演变过程，从图中可以看出由于叶轮出口流动的不稳定性，在导叶进口背面不断产生向下游发展的漩涡，漩涡成对出现。在时间周期 T 内共产生 5 对反向旋转并向下发展的漩涡，其频率与叶轮叶频完全一致，漩涡在向下游扩展的过程中不断破碎分解小涡，并逐步耗散。由于叶轮出口的尾迹流引起了叶轮导叶的相互干扰作用，3 阶模态反映了动静叶栅干扰的模态特征。

图 11 为速度场 4 阶模态的动态演变过程(t_1 = 0 s，t_2 = 0.000 791 s，t_3 = 0.001 582 s，t_4 = 0.002 373 s)，其频率为 2 倍叶频，其对流场的影响也主要在导叶进口位置，与 3 阶模态一样不断有成对的涡向下游发展，并且也不断地破碎分解。但是由图 11 可以看出，4 阶模态的能量比 3 阶小得多，在导叶进口部位表现较明显，涡在向导叶下游发展的过程中逐步耗散，对导叶下游流场的影响甚小。4 阶模态场特征反映了动静叶栅干扰的高阶特征。前几阶主要模态已经能呈现流场的主要流动结构，高阶模态对流场的高阶微小特征起到补充描述作用，DMD 方法具有可以通过较少的模态表现较复杂流动结构的特性。

3.2 相态场 DMD 分析

对流量 120 m^3/h、span 为 0.9 截面内一个周期的相态场进行 DMD 分析，图 12 为动态模态方法得到的特征值实部与虚部在单位圆上的分布，从图中可以观察到除少数点外所有点基本处于单位圆附近，处于稳定极限环状态，图 13 是模态振幅与频率的关系，表示了各阶模态的能量大小，综合图 12 与图 13 选择出稳定的 1 阶、2 阶及 3 阶模态进行分析，如图中标注出的红色点模态。

前 3 阶模态中 1 阶模态为流场的基模态，频率为零，流场结构基本不随时间变化，在各阶模态中所

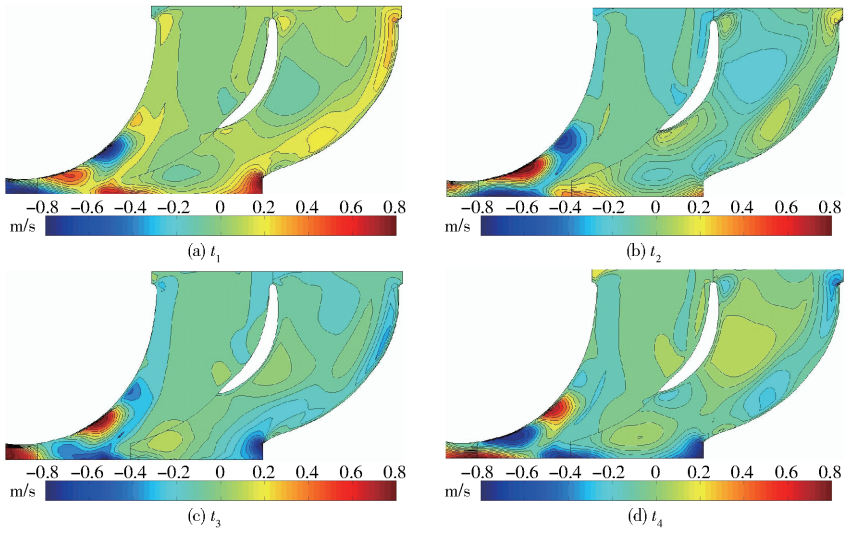


图 10　速度场 3 阶模态演变过程

Fig. 10　Velocity field evolution of the order three modal

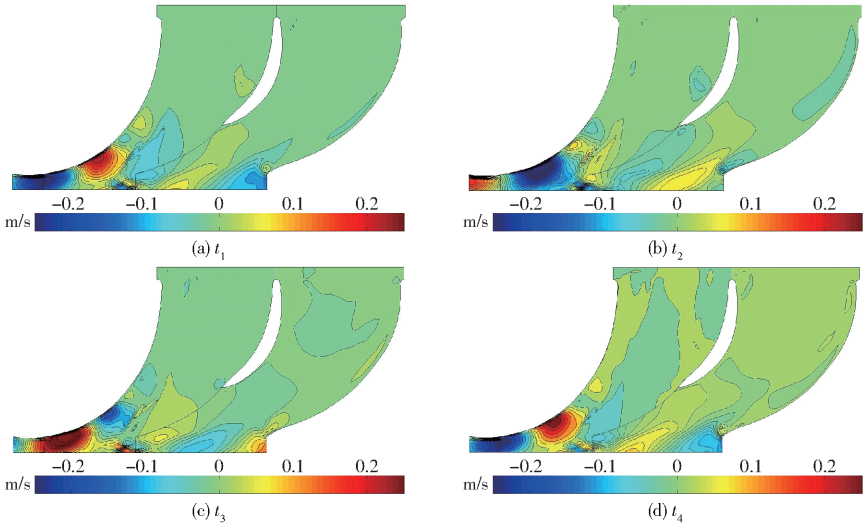


图 11　速度场 4 阶模态演变过程

Fig. 11　Velocity field evolution of the order four modal

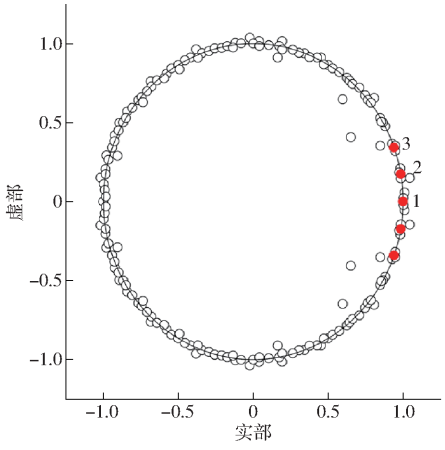


图 12　相态场特征值分布

Fig. 12　Distribution of GVF eigenvalues

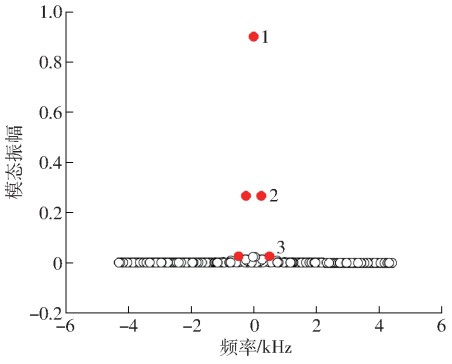


图 13　相态场模态振幅与频率的关系

Fig. 13　Relationship between modal amplitude and frequency of GVF

占的能量最高。图 14 为相态场的基模态场结构，可以看出在导叶中段稳定存在一个高含气量区域，该区域是叶轮叶片尾部的高含气量区域脱离叶片进入导叶形成的，在导叶长叶片背面进口，小叶片工作面出口以及长叶片工作面存在含气量较低的区域，对比导叶内速度分布可知在 span 为 0.9 截面上流速较高的区域与低含气量分布区域存在相关性，相反

低速区域的含气量相对较高,较高的流速导致流动分离严重,在半径较大的截面处含气量下降。因此相态场的基本模态与速度场基本模态一样,是由其流道几何特征引起的稳定相态场分布特征。

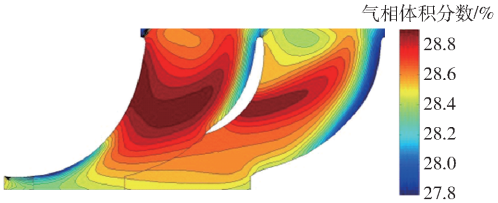


图 14 相态场基本模态

Fig. 14 Basic modal of GVF

图 15 为相态场 2 阶模态的动态演变过程(t_1 = 0 s,t_2 = 0.000 904 s,t_3 = 0.001 808 s,t_4 = 0.002 712 s),其频率为叶频,一个周期内共有 5 对高低不同的含气量流场区域进入导叶,经导叶小叶片作用分为两部分向下发展并耗散,图 16 为相态场 3 阶模态的动态演变过程(t_1 = 0 s,t_2 = 0.000 904 s,t_3 = 0.001 808 s,t_4 = 0.002 712 s),频率为 2 倍叶频,也是周期性模态,每个周期内有 10 个高含气量区域进入导叶,逐步向下游耗散。图 15、16 反映了动静叶栅干扰对下游相态场的影响,其各阶模态的能量也是随着阶次的增加迅速下降,相态场动态模态特征与速度场动

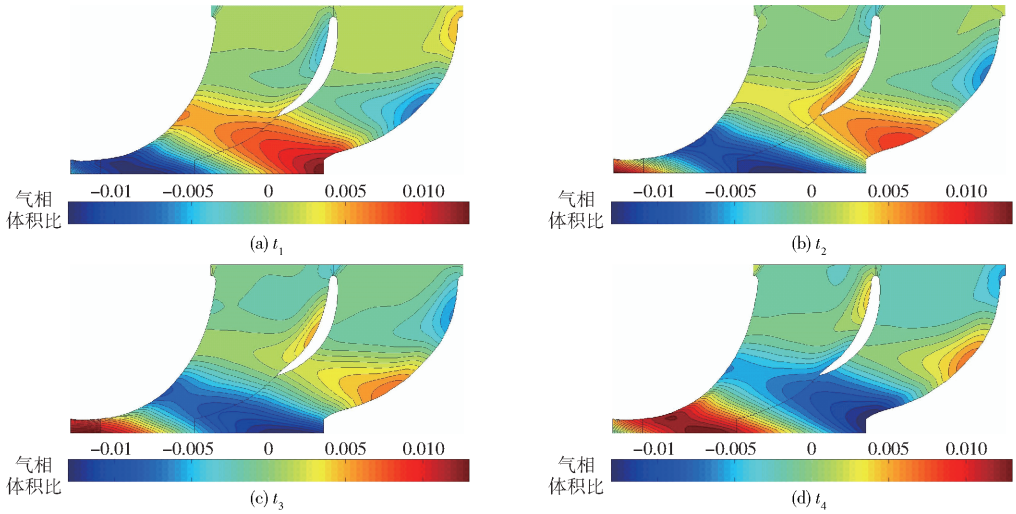


图 15 相态场 2 阶模态演变过程

Fig. 15 GVF evolution of the order two modal

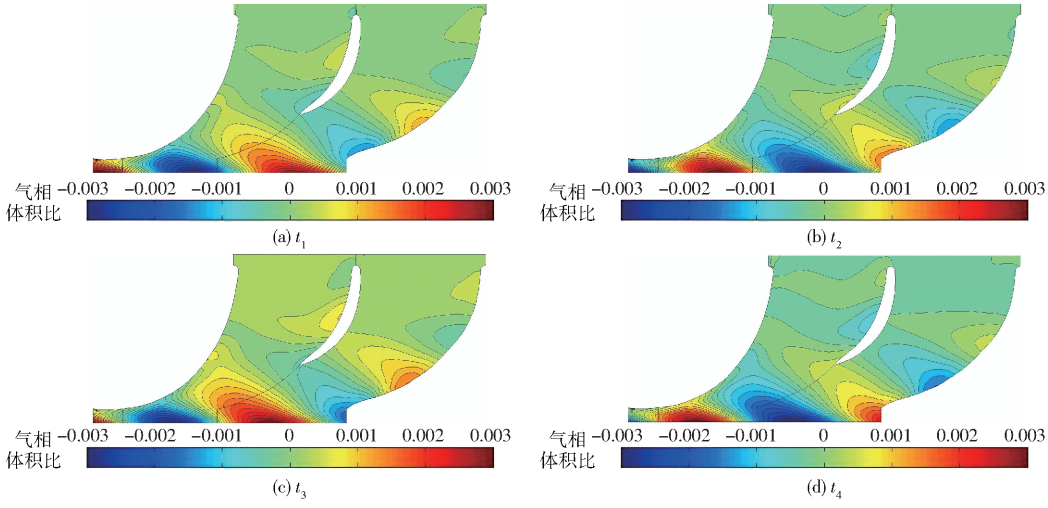


图 16 相态场 3 阶模态演变过程

Fig. 16 GVF evolution of the order three modal

态模态特征基本一致。

4 结论

(1)螺旋轴流式油气混输泵内瞬态气液两相流场可以分解为能量及频率不相同的流场特征,包括频率为零的基本模态特征、叶频及其倍频的动静干扰流场特征及逐步耗散的流场特征。

(2)速度场基本模态频率为零,其导叶内流场反映了导叶型线等流道几何特征引起的稳态流场特征。3、4 阶模态分别反映了动静干扰引起的叶频及倍频非稳态特征,在导叶进口形成正负交替,且与频率一致的漩涡影响导叶内流场,漩涡在向导叶下游

发展的过程中逐步耗散。

(3)相态场基本模态特征表明,在导叶叶高较大的截面上,流速越高,则含气量越低;相态的高阶场动态模态特征与速度场动态模态特征基本一致。频率为 2 倍叶频的速度场模态及相态场模态的特征与其叶频模态基本一致,但其能量比叶频模态显著减小。基于主要模态场的降阶重构模型可以较精确地进行流场预测。

参 考 文 献

[1] MACK S, STUART S. Multiphase pumping as an alternative to conventional separation pumping and compression[C]// 34th Annual PSIG Meeting, Portland, USA, 2002.

[2] ZHANG Jinya, CAI Shujie, LI Yongjiang, et al. Visualization study of gas-liquid two-phase flow patterns inside a three-stage rotodynamic multiphase pump[J]. Experimental Thermal and Fluid Science, 2016, 70:125 – 138.

[3] ZHANG Jinya, CAI Shujie, ZHU Hongwu, et al. Experimental investigation of the flow at the entrance of a rotodynamic multiphase pump by visualization[J]. Journal of Petroleum Science and Engineering, 2015, 126:254 – 261.

[4] ZHANG Jinya, LI Yongjiang, CAI Shujie, et al. Investigation of gas-liquid two-phase flow in a three-stage roto dynamic multiphase pump via numerical simulation and visualization experiment[J]. Advances in Mechanical Engineering, 2016, 8(4): 1 – 13.

[5] 张金亚, 蔡淑杰, 朱宏武, 等. 三级螺旋轴流式混输泵可压缩流场数值模拟[J/OL]. 农业机械学报,2014, 45(9):89 – 95.
ZHANG Jinya, CAI Shujie, ZHU Hongwu, et al. Numerical investigation of compressible flow in a three-stage helicoaxial multiphase pump[J/OL]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2014, 45(9):89 – 95. http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx? flag = 1&file_no = 20140915&journal_id = jcsam. DOI:10.6041/j.issn.1000-1298.2014.09.015. (in Chinese)

[6] YU Zhiyi, ZHU Baoshan, CAO Shuliang. Interphase force analysis for air-water bubbly flow in a multiphase rotody-namic pump [J]. Engineering Computations, 2015, 32(7):2166 – 2180.

[7] 余志毅, 刘影. 叶片式混输泵气液两相非定常流动特性分析[J/OL]. 农业机械学报,2013, 44(5):66 – 69.
YU Zhiyi, LIU Ying. Characteristic analysis of unsteady gas liquid two phase flow in a multiphase rotodynamic pump[J/OL]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2013, 44(5):66 – 69. http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx? flag = 1&file_no = 20130513&journal_id = jcsam. DOI:10.6041/j.issn.1000-1298.2013.05.013. (in Chinese)

[8] LIU Ming, TAN Lei, CAO Shuliang. Design method of controllable blades angle and orthogonal optimization of press rise for a multiphase pump[J]. Energies,2018,11(5):1048.

[9] ZHANG Wenwu, YU Zhiyi, ZAHID M N, et al. Study of the gas distribution in a multiphase rotodynamic pump based on interphase force analysis[J]. Energies,2018,11(5):1069.

[10] SERENA A, BAKKEN L E. Flow visualization of unsteady and transient phenomena in a mixed-flow multiphase pump[C]// Proceedings of the ASME Turbo Expo, 2016:13 – 17 .

[11] ZHANG Jinsong, TAN Lei. Energy performanceand pressure fluctuation of a multiphase pump with different gas volume fractions[J]. Energies,2018,11(5):1216.

[12] 寇家庆, 张伟伟. 动力学模态分解及其在流体力学中的应用[J]. 空气动力学学报,2018, 36(2):163 – 179.
KOU Jiaqing, ZHANG Weiwei. Dynamic mode decomposition and its applications in fluid dynamics[J]. Acta Aerodynamica Sinica,2018, 36(2):163 – 179. (in Chinese)

[13] 魏佳云, 李伟鹏, 许思为, 等. 基于 DMD 方法的缝翼低频噪声机理分析[J]. 航空学报,2018, 39(1):182 – 192.
WEI Jiayun, LI Weipeng, XU Siwei, et al. Analysi of mechanism of slat low frequency noise based on zonal DMD[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2018, 39 (1):182 – 192. (in Chinese)

[14] 童福林, 李新亮, 段焰辉. 超声速压缩拐角激波/边界层干扰动力学模态分解[J]. 航空学报,2017, 38(12):81 – 92.
TONG Fuling, LI Xinliang, DUAN Yanhui. Dynamic mode decomposition of shock wave and supersonic boundary layer interactions in a compression ramp[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2017, 38(12):81 – 92. (in Chinese)

[15] 王建明, 王涵, 桂琳. 压气机叶栅叶顶间隙流的动力学模态分解[J]. 推进技术,2018, 39(3): 520 – 527.
WANG Jianming, WANG Han, GUI Lin. Dynamic mode decomposition of tip clearance flow in a compressor cascade[J]. Journal of Propulsion Technology, 2018, 39(3): 520 – 527. (in Chinese)

[16] 胡智, 刘鹏寅, 竺晓程, 等. 翼型处于不同程度的动态失速时流场的 DMD 分析[J]. 热能动力工程,2017, 32(7):52 – 57,138.
HU Zhi, LIU Pengyin, ZHU Xiaocheng, et al. DMD analysis of airfoil's flow field under different degrees of dynamic stall [J]. Journal of Engineering for Thermal Energy Power, 2017, 32(7):52 – 57,138. (in Chinese)

[17] SCHMID P J. Dynamic mode decomposition of numerical and experimental data[J]. Journal of Fluid Mechanics,2010, 656 (10): 5 – 28.

[18] SCHMID P J. Application of the dynamic mode decomposition to experimental date[J]. Experiment in Fluids,2011, 50(4): 1123 – 1130.

[19] 胡晨星, 丁杰, 竺晓程, 等. 离心压气机蜗壳内非定常流场的动态模态分解[J]. 上海交通大学学报, 2018, 52(9):40 - 45.
HU Chenxing, DING Jie, ZHU Xiaocheng, et al. Dynamic mode decomposition of unsteady flow filed in a volute of centrifugal compressor[J]. Journal of Shanghai Jiaotong University, 2018, 52(9):40 - 45. (in Chinese)

[20] 洪树立, 黄国平, 陆惟煜, 等. 采用 DMD 方法研究叶栅不同攻角的拟序结构[J]. 航空动力学报,2018, 33(9):111 - 121.
HONG Shuli, HUANG Guoping, LU Weiyu, et al. Coherent structures of cascade under different attack angles with DMD method[J]. Journal of Aerospace Power, 2018, 33(9):111 - 121. (in Chinese)

[21] 刘鹏寅, 陈进格, 沈昕, 等. 风力机翼型在大攻角流场下的动力模态分解分析[J]. 上海交通大学学报, 2017,51(7): 805 - 811.
LIU Pengyin, CHEN Jinge, SHEN Xin, et al. Analysis of dynamic mode decomposition for wind turbine airfoil flow field at high angle of attack[J]. Journal of Shanghai Jiaotong University, 2017, 51(7):805 - 811. (in Chinese)

[22] 叶坤, 武洁, 叶正寅, 等. 动力学模态分解和本征正交分解对圆柱绕流稳定性的分析[J]. 西北工业大学学报, 2017, 35(4):599 - 607.
YE Kun, WU Jie, YE Zhengyin, et al. Anslysis circular cylinder flow using dynamic mode and proper orthogonal decomposition[J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2017, 35(4):599 - 607. (in Chinese)

[23] FALCIMAIGNE J, BRAC J, CHARRON Y, et al. Multiphase pumping: achievements and perspectives[J]. Oil & Gas Science and Technology,2002,57(1):99 - 107.

[24] YU Zhiyi, ZHU Baoshan, CAO Shuliang, et al. Effect of virtual mass force on the mixed transport process in a multiphase rotodynamic pump[J]. Advances in Mechanical Engineering, 2015, 6:958352.

[25] 王福军. 流体机械旋转湍流计算模型研究进展[J/OL]. 农业机械学报, 2016,47(2):1 - 14.
WANG Fujun. Research progress of computational model for rotating turbulent flow in fluid machinery[J/OL]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2016, 47(2): 1 - 14. http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx? flag = 1&file_no = 20160201&journal_id = jcsam. DOI: 10.6041/j.issn.1000-1298.2016.02.001. (in Chinese)

[26] 陈坚强, 张益荣. 基于 Richardson 插值法的 CFD 验证和确认方法的研究[J]. 空气动力学学报, 2012(2):176 - 183.
CHEN Jianqiang, ZHANG Yirong. Research on CFD verification and validation method based on Richardson interpolation[J]. Acta Aerodynamica Sinica,2012(2):176 - 183. (in Chinese)

[27] HEMATI M S, WILLIAMS M O, ROWLEY C W. Dynamic mode decomposition for large and streaming datasets[J]. Physics of Fluids, 2014, 26(11):5 - 28.

[28] NOACK B R, AFANASIEV K, MORZYÉSKI M, et al. A hierarchy of low-dimensional models for the transient and post transient cylinder wake[J]. Journal of Fluid Mechanics, 2003, 497:355 - 363.