

# 多模式并联机构操作模式变换方法研究

单彦霞<sup>1,2</sup> 张建伟<sup>1,3</sup> 于靖军<sup>4</sup> 韩雪艳<sup>1,3</sup> 李仕华<sup>1,3</sup>

(1.燕山大学机械工程学院,秦皇岛 066004; 2.燕山大学里仁学院,秦皇岛 066004;

3.燕山大学河北省并联机器人与机电系统实验室,秦皇岛 066004; 4.北京航空航天大学机器人研究所,北京 100191)

**摘要:**多模式并联机构可通过改变操作模式来满足不同功能性、适应性要求。为更好地实现多模式机构不同模式之间的平稳变换,提出一种多模式并联机构的操作模式变换方法。首先,基于 Study 参数和代数几何对多模式并联机构进行可重构分析,获得机构的各种操作模式和变换位形;其次,对实际需要的操作模式和变换位形的合理驱动空间进行分析求解,将所有变换位形的驱动空间求交集,得到机构的驱动空间,并优选出最优的驱动组合;最后,采用 TCI(整体运动/力约束性能指标)确定近似约束奇异空间,在该空间内采用冗余驱动的方式,使机构平稳实现操作模式之间的变换。以 SNU 3-UPU 机构为例,分析了 3T 模式与 2T1R 模式之间的变换过程,并通过仿真验证了该方法的正确性。

**关键词:**多模式并联机构;操作模式;模式变换;TCI 性能指标

中图分类号:TH112 文献标识码:A 文章编号:1000-1298(2020)06-0396-08

OSID:



## Operation Mode Transformation Method of Multi-mode Parallel Mechanism

SHAN Yanxia<sup>1,2</sup> ZHANG Jianwei<sup>1,3</sup> YU Jingjun<sup>4</sup> HAN Xueyan<sup>1,3</sup> LI Shihua<sup>1,3</sup>

(1. School of Mechanical Engineering, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China

2. School of Liren, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China

3. Parallel Robot and Mechatronic System Laboratory of Hebei Province, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China

4. Robotics Institute, Beihang University, Beijing 100191, China)

**Abstract:** The multi-mode parallel mechanism could change the operation mode to meet the requirements of different functional and adaptive tasks. In order to realize the stationary transformation preferably between different modes, an operation mode transformation method of multi-mode parallel mechanism was proposed. Firstly, to obtain various operation modes and transformation configurations of the mechanism, the dual quaternion was used to describe the position of moving platform systematically, and the reconfigurable analysis of the multi-mode parallel mechanism was carried out based on the algebraic geometry, that was the polynomial constraint equations were established by using study parameters, and further prime decomposition was performed. Secondly, the reasonable actuation spaces of the operation modes and the transformation configurations of actual demand were analyzed and solved by preferring base pairs or moving pairs close to the base as the driving pairs. The actuation spaces of the mechanism were obtained by intersecting all the actuation spaces of the transformation configurations, and the optimal combination of actuators was selected according to the principles that the least actuators were used to realize the most operation modes and the mechanism had good performance. Finally, TCI (Total constraint index) was adopted to determine the approximate constraint singular space ( $\kappa < 0.3$ ), and redundancy actuation was adopted in this space to make the mechanism realize the transformation between operation modes smoothly. Taking SNU 3-UPU mechanism as an example, seven operation modes and four transformation configurations were obtained, the transformation process between 3T mode and 2T1R mode was analyzed, and the correctness of the method was verified by simulation.

**Key words:** multi-mode parallel mechanism; operation mode; mode transformation; TCI performance index

收稿日期:2020-03-14 修回日期:2020-04-22

基金项目:国家自然科学基金项目(51775475)和河北省应用基础研究计划重点基础研究项目(17961701D)

作者简介:单彦霞(1983—),女,博士生,燕山大学里仁学院讲师,主要从事并联机器人理论与应用研究,E-mail: shanyx@ysu.edu.cn

通信作者:李仕华(1966—),男,教授,主要从事并联机器人理论与应用和空间机构非线性动力学与精度研究,E-mail: shli@ysu.edu.cn

## 0 引言

多模式并联机构(也称多操作模式机构)作为一种可重构并联机构受到了许多学者的关注<sup>[1]</sup>。多模式机构又称为运动分岔机构<sup>[2-4]</sup>,其主要特性是在运动过程中通过约束奇异点改变运动特性,进而变换操作模式,进行变自由度的重构<sup>[5]</sup>。多模式机构可以利用较少的驱动器实现较多的操作模式,并且操作模式变换时不需要拆卸机构,具有变换时间少的优点<sup>[6]</sup>。

近年来,多模式机构的研究主要集中在构型综合和可重构分析。在构型综合方面,KONG等<sup>[7-8]</sup>根据变自由度支链提出了一种综合多模式机构的通用方法,并综合出了一系列多模式机构;方跃法团队<sup>[9-11]</sup>通过将含约束奇异特性的单环闭链与串联支链结合得到一类特殊的可重构混联支链,并综合出了一系列多模式机构。在可重构分析方面,文献<sup>[12-13]</sup>利用对偶四元数表示平台位姿,并结合运动学映射分析了SNU 3-UPU并联机构的操作模式;KONG等<sup>[14-15]</sup>则利用四元数来表示平台的姿态,对4自由度3-RER多模式机构和一种具有平面三自由度和3T1R自由度操作模式的变自由度机构进行了可重构分析。上述研究的机构可重构分析都是利用代数几何对机构的约束方程进行分析,只是约束方程建立的方法有所不同。

多模式机构在构型综合以及可重构分析方面已经得到了广泛的研究,但是关于多模式机构的驱动器布置方式以及操作模式间变换的研究并不多见。驱动副数量影响着可以实现的操作模式数量,驱动副的选取也会对机构奇异的特性产生影响,机构中的奇异点往往是自由度切换点,必须考虑如何正确过渡<sup>[16]</sup>。KONG等<sup>[7]</sup>提到,驱动关节的最佳选择和从一种操作模式切换到另一种操作模式的方法仍然是开放问题。CHABLAT等<sup>[17]</sup>给出了3-PRPiR机构不同操作模式之间转换的方法,并通过可锁运动副实现多操作模式。刘伟等<sup>[18]</sup>综合了一种新的多模式机构,并通过在支链上增加辅助驱动副,实现并联机构运动模式之间的变换。

现有的多模式机构模式间变换方法还存在对通过约束奇异实现多模式变换的适用性问题。本文结合整体运动/力约束性能指标<sup>[19]</sup>提出一种实现多模式机构操作模式间变换的方法。该方法采用TCI(Total constraint index)确定机构的近似约束奇异空间,只在该空间内启动辅助驱动,以实现不同操作模式间的平稳变换,为多模式机构的应用奠定理论基础。

## 1 机构可重构分析

机构处于约束奇异时的位形称为变换位形。操作模式为描述动平台运动类型的连续位姿集合<sup>[7]</sup>,也可看作是被约束奇异曲面分割的工作空间的子空间<sup>[5]</sup>。可重构分析可以得到多模式机构的各种操作模式及操作模式间的变换位形。

使用对偶四元数能更系统地描述动平台的位姿<sup>[20]</sup>,对偶四元数可以表示为

$$Q = x_0 + x_1 \mathbf{i} + x_2 \mathbf{j} + x_3 \mathbf{k} + \varepsilon (y_0 + y_1 \mathbf{i} + y_2 \mathbf{j} + y_3 \mathbf{k}) \quad (1)$$

式中  $\varepsilon$ ——对偶因子,满足  $\varepsilon \neq 0$  且  $\varepsilon^2 = 0$   
其系数满足

$$x_0 y_0 + x_1 y_1 + x_2 y_2 + x_3 y_3 = 0 \quad (2)$$

$$x_0^2 + x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 - 1 = 0 \quad (3)$$

利用式(3),任意倍数的  $\lambda Q (\lambda \neq 0)$  均可转换为  $Q$ ,因此满足式(3)的  $Q$  可一一映射为7维射影空间  $\mathbb{P}R^7$  中的点  $(x_0, x_1, x_2, x_3, y_0, y_1, y_2, y_3)$ ,式(2)可以看作  $\mathbb{P}R^7$  中的6维二次曲面  $S$ ,又称为Study二次曲面<sup>[21]</sup>,该6维曲面上的点与刚体在3维空间中的位姿一一对应,齐次变换矩阵  $M$  表示为

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{p} & \mathbf{R} & & \end{bmatrix} \quad (4)$$

式中  $\mathbf{R}$ ——旋转矩阵  $\mathbf{p}$ ——位移

如图1所示,通过上述映射,并联机构的工作空间就可以描述为Study二次曲面上的曲线,曲线  $p_1$ 、 $p_2$  分别表示操作模式  $M_1$ 、 $M_2$  的工作空间,并交于变换位形点  $T$ ,通过位置反解得到的函数  $f$  可映射到两种模式的关节空间  $q_1$ 、 $q_2$ 。

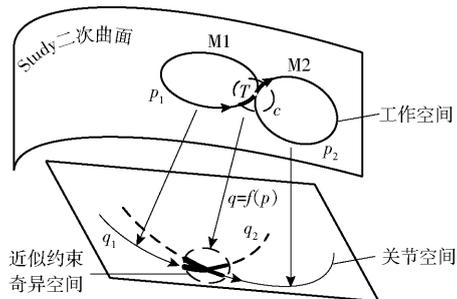


图1 多模式机构工作空间与关节空间的映射

Fig. 1 Mapping of workspace and joint space of multi-mode mechanism

### 1.1 操作模式分析

数学上操作模式是机构约束方程的所有相同的不可约正维解的集合,可通过建立多项式约束方程,进行准素分解得到<sup>[22]</sup>。如图2所示,包含  $n$  个支链的  $n$  自由度非冗余并联机构,若假设动平台的位姿在  $\mathbb{P}R^7$  的坐标为  $(x_0, x_1, x_2, x_3, y_0, y_1, y_2, y_3)$ ,则可以

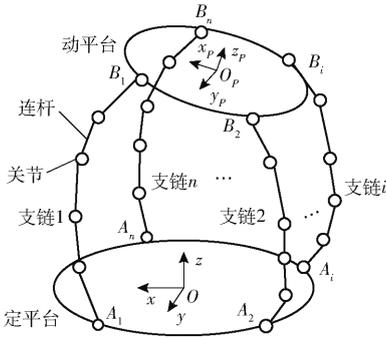


图2 多模式并联机构结构示意图

Fig.2 Structural diagram of multi-mode parallel mechanism

建立3类约束方程求解动平台的位姿:

第1类为Study二次曲面方程  $g_1$  和归一化方程  $g_2$ , 即式(2)和式(3)。

第2类为关节参数约束方程  $g_i$ , 描述动平台位姿与驱动关节参数之间的关系

$$g_i(\mathbf{t}, \mathbf{x}) = 0 \quad (i = 3, 4, \dots, n + 2) \quad (5)$$

其中  $\mathbf{t} = (t_1, t_2, \dots, t_n)$

$$\mathbf{x} = (x_0, x_1, x_2, x_3, y_0, y_1, y_2, y_3)$$

式中  $\mathbf{t}$ ——机构驱动关节输入参数

$\mathbf{x}$ ——动平台位姿

第3类为几何结构约束方程  $g_j$ , 用于描述支链关节对动平台运动的约束限制

$$g_j(\mathbf{x}) = 0 \quad (j = n + 3, n + 4, \dots, 2n + 2) \quad (6)$$

利用代数几何理论<sup>[23]</sup>将式(2)、(3)、(5)、(6)组成多项式理想  $\mathcal{I} = \langle g_1, g_2, \dots, g_{2n+2} \rangle$ , 先对不含常数项的方程组成的多项式理想  $\mathcal{I} = \langle g_1, g_{n+3}, g_{n+4}, \dots, g_{2n+2} \rangle$  进行分析, 通过数学软件 Maple 中多项式理想库 PolynomialIdeals 的 PrimeDecomposition 函数对其进行准素分解

$$\mathcal{I} = \bigcap_{i=1}^k \mathcal{I}_i \quad (7)$$

确定理想  $\mathcal{I}$  的代数簇为

$$\mathcal{V}(\mathcal{I}) = \bigcup_{i=1}^k \mathcal{V}(\mathcal{I}_i) \quad (8)$$

其中  $\mathcal{I}_i = \mathcal{I}_i \cup \langle g_2, g_3, \dots, g_{n+2} \rangle$

代数簇  $\mathcal{V}(\mathcal{I})$  可以理解理想  $\mathcal{I}$  中方程的公共零点, 即该机构整个工作空间, 而  $\mathcal{V}(\mathcal{I}_i)$  正是约束奇异曲面分割工作空间后的子空间, 即操作模式。每个理想  $\mathcal{I}_i$  对应一种操作模式  $M_i$ , 将操作模式  $M_i$  对应理想的代数簇  $\mathcal{V}(\mathcal{I}_i)$  代入式(4)可得到这种操作模式的齐次变换矩阵  $\mathbf{M}$ , 通过分析矩阵  $\mathbf{M}$  可得机构在操作模式  $M_i$  时的运动类型。

### 1.2 变换位形分析

机构的变换位形可通过对各操作模式求交集获得, 操作模式  $M_i$  和操作模式  $M_j$  的变换位形  $i \wedge j$  的代数簇为

$$i \wedge j = \mathcal{V}(\mathcal{I}_i) \cup \mathcal{V}(\mathcal{I}_j) \quad (9)$$

如果交集不为空则该交集为操作模式  $M_i$  和操作模式  $M_j$  的变换位形, 此时机构处于约束奇异状态。

## 2 多模式机构驱动空间求解

并联机构驱动布置方式会影响机构的奇异性、刚度和运动/力传递特性等, 通常会优先选择基座副或靠近基座的运动副、移动副作为驱动副<sup>[24-25]</sup>。将驱动副进行排列组合, 构成基础驱动空间  $S_0$ 。在操作模式  $M_i$  下, 基础驱动空间  $S_0$  中所有合理的驱动组合  $\text{Act } a$ , 称为操作模式  $M_i$  的驱动空间  $S_i$ 。

变换位形的驱动空间是指既可以摆脱奇异位形又可控地进行两种操作模式间变换的合理驱动组合。为实现  $M_i$  和  $M_j$  两种操作模式, 驱动的选择须同时满足2种操作模式的驱动要求, 且能够消除变换位形  $i \wedge j$  的约束奇异。因此, 变换位形的驱动空间  $S_{ij}$  为

$$S_{ij} = \{ \text{Act } a \cap \text{Act } b \mid \text{Act } a \in S_i, \text{Act } b \in S_j \} \quad (10)$$

即可得到变换位形下的辅助驱动组合  $\text{Act } c$ 。

支链内的约束奇异产生局部自由度时, 需要添加额外的驱动来消除该局部自由度, 使机构可以从一种操作模式变换到另一种操作模式。

将满足机构所有操作模式及变换位形要求的驱动组合构成机构的驱动空间, 并从中选出最优的驱动组合。驱动组合的优选原则为: ①尽量选择机座副、移动副作为驱动副。②应优先选择最少驱动副数量的驱动组合。③选择的驱动副在机构中的位置应尽量对称。

## 3 操作模式变换

### 3.1 近似约束奇异空间

多模式机构在奇异位形及其附近会失去控制。文献[19]提出了整体运动/力约束特性指标 TCI, 用于评价并联机构距离约束奇异位形, 范围为  $[0, 1]$ , 0 表示机构处于约束奇异位形。其计算方法如下:

计算输入端运动/力约束特性指标 ICI (Input constraint index)

$$\kappa_1 = \min_{i,j} \left( \frac{|\$_{Cij} \cdot \$_{Rij}|}{|\$_{Cij} \cdot \$_{Rij}|_{\max}} \right) \quad (11)$$

式中  $\$_{Cij}$ ——第  $i$  支链中第  $j$  个约束螺旋

$\$_{Rij}$ ——第  $i$  支链中第  $j$  个受限运动螺旋

计算输出端运动/力约束特性指标 OCI (Output constraint index)

$$\kappa_0 = \min_i \left( \frac{|\$_{Ci} \cdot \Delta \$_{Oi}|}{|\$_{Ci} \cdot \Delta \$_{Oi}|_{\max}} \right) \quad (12)$$

式中  $\$_{Ci}$ ——动平台受到的第  $i$  个约束螺旋

$\Delta \mathcal{S}_{0i}$ ——第  $i$  个虚拟输出螺旋  
整体运动/力约束特性指标 TCI 为

$$\kappa = \sqrt{\kappa_1 \kappa_0} \quad (13)$$

机构在约束奇异位形附近时约束性能较差,本文以  $\kappa = 0.3$  为阈值,即图 1 中的虚线  $c$ ,将约束奇异位形附近  $\kappa < 0.3$  的工作空间称为近似约束奇异空间。

### 3.2 操作模式变换的过程

图 1 中关节空间中的实线表示主动输入参数,虚线表示被动关节参数。在近似约束奇异空间内,可采用冗余驱动的方法实现操作模式间的平稳变换。操作模式间的变换可分为 3 个阶段:

(1) 操作模式  $M_i$  进入近似约束奇异空间时,如图 1 中关节空间中的粗实线所示,启动辅助驱动组合 Act  $c$ ,操作模式  $M_i$  不变,机构按  $M_i$  的反解驱动。

(2) 到达变换位形时,机构从操作模式  $M_i$  变换为操作模式  $M_j$ ,机构按操作模式  $M_j$  的反解驱动。

(3) 操作模式  $M_j$  离开近似约束奇异空间时,关闭辅助驱动组合 Act  $c$ 。

机构从操作模式  $M_i$  变换到操作模式  $M_j$  的流程如图 3 所示。

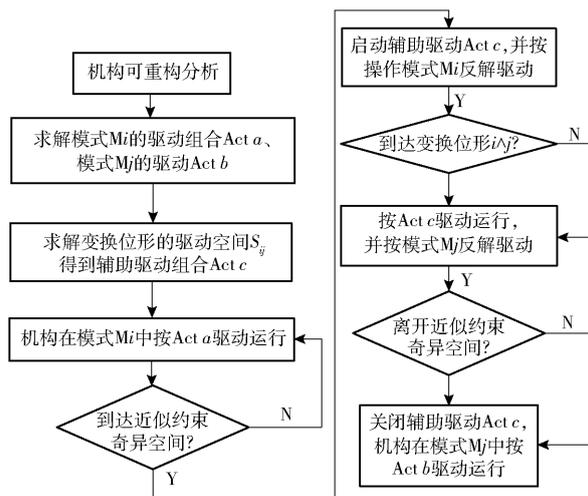


图 3 操作模式变换流程图

Fig. 3 Flow chart of operation mode transformation

## 4 实例分析

以 SNU 3-UPU 机构的两种操作模式变换为例,分析其变换过程。

### 4.1 可重构分析

SNU 3-UPU 机构由动平台、定平台以及 3 条完全相同的 UPU 支链构成,如图 4 所示。每个 U 副由 2 个相互垂直相交的转动副构成,其中与平台相连的转动副称为 U 副第一转动副  $U_1$ ,与 P 副相连的转动副称为 U 副第二转动副  $U_2$ 。平台上的 U 副均匀

布置在等边三角形顶点,U 副中的第一转动副平行于平台,且指向平台圆心。定平台外心圆半径为  $r_1$ ,动平台外心圆半径为  $r_2$ ,支链的两个 U 副  $A_i$  与  $B_i$  之间的距离为  $d_i$ 。

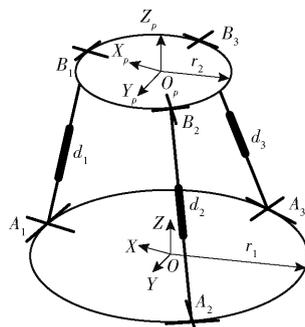


图 4 SNU 3-UPU 并联机构简图

Fig. 4 Diagram of SNU 3-UPU parallel mechanism

文献[13]对 SNU 3-UPU 并联机构进行可重构分析并得到了 9 种操作模式,其中 2 种复数理想对应的操作模式是 3T 模式的特例,其余 7 种操作模式如表 1 所示。

表 1 操作模式

Tab. 1 Operation configurations

模式	操作	操作模式描述
M1	3T 扭转	3 个平移自由度(绕 Z 轴扭转 180°)
M2	2T1R 翻转	动平台与定平台共面,具有 2 个移动自由度和 1 个转动自由度(平台翻转)
M3	2R1T 扭转	混合模式,具有 2 个转动自由度和 1 个移动自由度(绕 Z 轴扭转 180°)
M4	3T	3 个平移自由度
M5	2T1R	动平台与定平台共面,具有 2 个移动自由度和 1 个绕 Z 轴的转动自由度
M6	3R	3 个旋转自由度
M7	2R1T	混合模式,具有 2 个转动自由度和 1 个移动自由度

各操作模式对应的机构一般位形如图 5 所示。由图 5 可以看出,在 M1、M2、M3 操作模式下会出现 P 副超出其工作范围或运动副间产生干涉的问题。因此分析其他 4 种操作模式间的变换,得到 4 种变换位形,如表 2 所示。

以 3T 操作模式和 2T1R 操作模式之间的变换为例,说明确定合理驱动及实现模式变换的过程。

### 4.2 SNU 3-UPU 机构驱动空间分析

#### 4.2.1 操作模式的驱动空间

根据第 2 节的输入选取原则,选取各支链机架上的 U 副第一转动副  $U_1$ ,第二转动副  $U_2$  以及移动副 P 为驱动副,且各支链中仅选取一个驱动副,经排列组合可得到机构的基础驱动空间  $S_0$ ,共 10 种驱动组合方式,如表 3 所示。

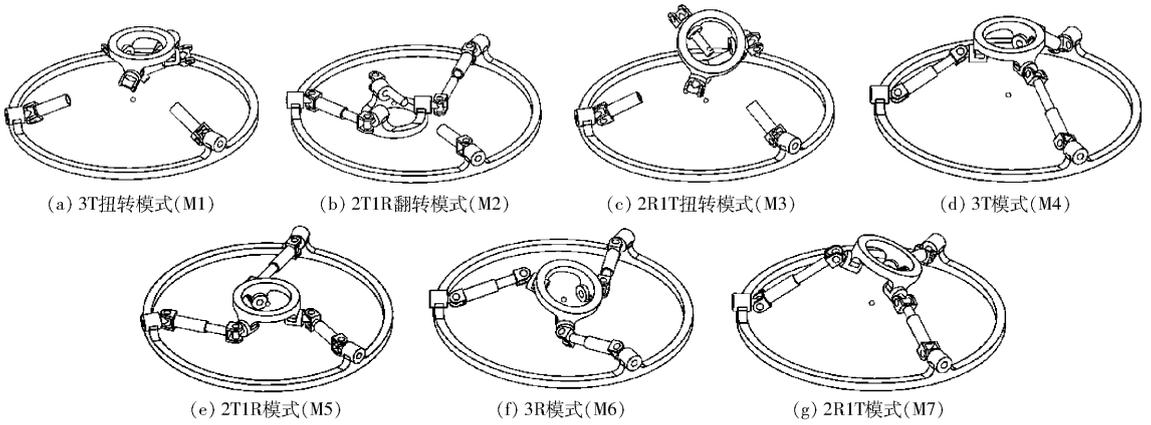


图5 SNU 3-UPU 机构的操作模式

Fig. 5 Operation modes of SNU 3-UPU mechanism

表2 变换位形

Tab. 2 Transformation configurations

变换位形	变换位形描述
4 ∧ 5	Z 位移为 0, X、Y、Z 转角为 0, X、Z 位移非 0
4 ∧ 7	X、Y 位移为 0, X、Y、Z 转角为 0, Z 位移非 0
5 ∧ 6	X、Y、Z 位移为 0, X、Y 轴转角为 0, Z 轴转角非 0
6 ∧ 7	X、Y、Z 位移为 0, Z 轴转角为 0, X、Y 轴转角非 0

表3 SNU 3-UPU 的 10 种驱动组合

Tab. 3 10 Actuation combination of SNU 3-UPU

序号	合理的驱动组合	输入参数
Act 1	$(\underline{U_1} \underline{U_2} \underline{P} - \underline{U_1} \underline{U_2} \underline{P} - \underline{U_1} \underline{U_2} \underline{P})$	$\vartheta_{11}, \vartheta_{21}, \vartheta_{31}$
Act 2	$(\underline{U_1} \underline{U_2} \underline{P} - \underline{U_1} \underline{U_2} \underline{P} - \underline{U_1} \underline{U_2} \underline{P})$	$\vartheta_{11}, \vartheta_{21}, \vartheta_{32}$
Act 3	$(\underline{U_1} \underline{U_2} \underline{P} - \underline{U_1} \underline{U_2} \underline{P} - \underline{U_1} \underline{U_2} \underline{P})$	$\vartheta_{11}, \vartheta_{21}, d_3$
Act 4	$(\underline{U_1} \underline{U_2} \underline{P} - \underline{U_1} \underline{U_2} \underline{P} - \underline{U_1} \underline{U_2} \underline{P})$	$\vartheta_{11}, \vartheta_{22}, \vartheta_{32}$
Act 5	$(\underline{U_1} \underline{U_2} \underline{P} - \underline{U_1} \underline{U_2} \underline{P} - \underline{U_1} \underline{U_2} \underline{P})$	$\vartheta_{11}, \vartheta_{22}, d_3$
Act 6	$(\underline{U_1} \underline{U_2} \underline{P} - \underline{U_1} \underline{U_2} \underline{P} - \underline{U_1} \underline{U_2} \underline{P})$	$\vartheta_{11}, d_2, d_3$
Act 7	$(\underline{U_1} \underline{U_2} \underline{P} - \underline{U_1} \underline{U_2} \underline{P} - \underline{U_1} \underline{U_2} \underline{P})$	$\vartheta_{12}, \vartheta_{22}, \vartheta_{32}$
Act 8	$(\underline{U_1} \underline{U_2} \underline{P} - \underline{U_1} \underline{U_2} \underline{P} - \underline{U_1} \underline{U_2} \underline{P})$	$\vartheta_{12}, \vartheta_{22}, d_3$
Act 9	$(\underline{U_1} \underline{U_2} \underline{P} - \underline{U_1} \underline{U_2} \underline{P} - \underline{U_1} \underline{U_2} \underline{P})$	$\vartheta_{12}, d_2, d_3$
Act 10	$(\underline{U_1} \underline{U_2} \underline{P} - \underline{U_1} \underline{U_2} \underline{P} - \underline{U_1} \underline{U_2} \underline{P})$	$d_1, d_2, d_3$

注:带下划线的运动副为选取的驱动副。

操作模式 M4 和 M5 的驱动空间为  $S_4, S_5$ 。模式 M4 有 3 个平移自由度,建立支链坐标系  $A_1 X_1 Y_1 Z_1$ ,如图 6 所示。 $X_1$  轴与第一转动副  $U_1$  轴线重合, $Y_1$  轴与

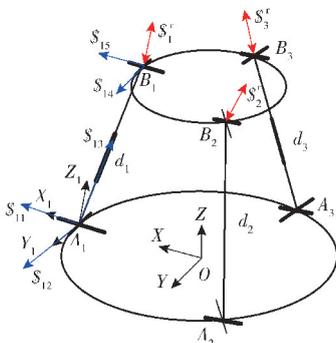


图6 3T 模式的螺旋系分析

Fig. 6 Screw system analysis of 3T mode

第二转动副  $U_2$  轴线重合, $Z_1$  轴按右手法则确定。

根据螺旋理论,支链约束螺旋  $\$i (i = 1, 2, 3)$  为平行于  $Z_i$  轴的约束力偶。驱动螺旋与非驱动副运动副旋量的互易积为 0,且与所有约束力线性无关。

选择不同的驱动副对应的驱动螺旋及几何描述如表 4 所示。

表4 3T 模式的驱动螺旋

Tab. 4 Actuation combinations of 3T operation mode

驱动副	驱动螺旋	几何描述
$U_1$	$(0, 1, 0; 0, 0, 0)$	过 $B_1$ 平行于 $Y_1$ 轴的约束力线矢 过 $B_1$ 垂直于 $\$2$ 和 $\$3$ 所在的平面
$U_2$	$(1, 0, 0; 0, 0, 0)$	沿 $P$ 副方向的约束力线矢
$P$	$(l, m, n; 0, 0, 0)$	

由表 4 可知,该操作模式下合理的驱动空间为  $S_4 = \{ \text{Act 1}, \text{Act 2}, \text{Act 3}, \text{Act 4}, \text{Act 5}, \text{Act 6}, \text{Act 7}, \text{Act 8}, \text{Act 9}, \text{Act 10} \}$ ,即表 3 中的 10 种驱动组合均满足该操作模式的驱动要求。

同理对模式 M5 进行分析,其支链螺旋系以及约束螺旋系如图 7 所示。对表 4 所列驱动螺旋进行线性相关性分析可知,该操作模式合理的驱动空间为  $S_5 = \{ \text{Act 7}, \text{Act 8}, \text{Act 9}, \text{Act 10} \}$ ,即表 3 中的 4 种驱动组合满足该操作模式的驱动要求。

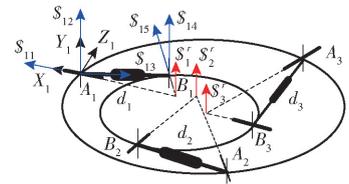


图7 2T1R 模式的螺旋系分析

Fig. 7 Screw system analysis of 2T1R mode

#### 4.2.2 变换位形的驱动空间

3T 模式和 2T1R 模式的变换位形如图 8 所示,动平台受到 3 个共面不相交的约束力偶  $\$i' (i = 1, 2, 3)$  的作用,约束了 X、Y 轴方向的转动自由度,机构剩余 3 个移动自由度和 1 个绕 Z 轴转动自由度。

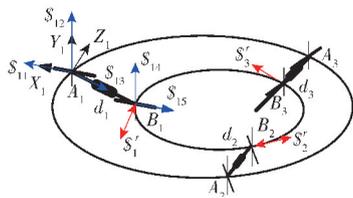


图8 变换位形的螺旋系分析

Fig.8 Screw system analysis of transformation configuration

根据式(12)可得该变换位形的驱动空间为

$$S_{45} = \{ \underline{U}_{12} \underline{P}U - \underline{U}_2 \underline{P}U - \underline{U}_2 \underline{P}U, \underline{U}_1 \underline{P}U - \underline{U}_2 \underline{P}U - \underline{U}_2 \underline{P}U, \underline{U}_{12} \underline{P}U - \underline{U} \underline{P}U - \underline{U}_2 \underline{P}U, \underline{U}_1 \underline{P}U - \underline{U} \underline{P}U - \underline{U}_2 \underline{P}U, \underline{U}_{12} \underline{P}U - \underline{U} \underline{P}U - \underline{U} \underline{P}U, \underline{U}_1 \underline{P}U - \underline{U} \underline{P}U - \underline{U} \underline{P}U \} \quad (14)$$

式中  $\underline{U}_{12}$ ——U 副的两个转动副,均作为驱动副

根据第2节选择驱动组合时的优先原则,从  $S_{45}$  中选取  $\underline{U}_1 \underline{P}U - \underline{U} \underline{P}U - \underline{U} \underline{P}U$  作为机构的驱动组合。

### 4.3 3T 模式与 2T1R 模式间变换

#### 4.3.1 近似约束奇异空间

设定机构几何参数为  $r_1 = 100 \text{ mm}, r_2 = 50 \text{ mm}$ , 驱动方式为  $\underline{U}_1 \underline{P}U - \underline{U} \underline{P}U - \underline{U} \underline{P}U$ , 设定动平台运动轨迹为从 3T 模式开始,先绕 Z 轴向下做螺旋移动,到达 2T1R 模式后平台边自转边绕 Z 轴做圆周运动,轨迹函数表达式为

$$\begin{cases} x = 10\cos(0.05\pi t) \\ y = 10\sin(0.05\pi t) \\ z = \begin{cases} 60 - 12t & (0 \leq t \leq 5 \text{ s}) \\ 0 & (5 \text{ s} < t \leq 10 \text{ s}) \end{cases} \\ \varphi = \begin{cases} 0 & (0 \leq t \leq 5 \text{ s}) \\ 2t & (5 \text{ s} < t \leq 10 \text{ s}) \end{cases} \end{cases} \quad (15)$$

式中  $\varphi$ ——绕 Z 轴的转角, ( $^\circ$ )

对应位姿随时间的变化曲线如图 9 所示。

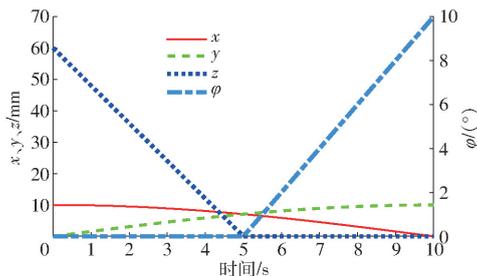


图9 SNU 3-UPU 机构动平台位姿变化曲线

Fig.9 Position and pose change curves of moving platform of SNU 3-UPU

分析 3T 模式与 2T1R 模式的近似约束奇异空间。

在 3T 模式下(图 6),3-UPU 机构存在 3 个约束力偶旋量  $\$_{Ci}$  和 3 个输入端单位受限运动旋量  $\$_{Ri}$ , 分别为

$$\begin{cases} \$_{Ci} = (0; \mathbf{s}_{i4} \times \mathbf{s}_{i5}) \\ \$_{Ri} = (\mathbf{s}_{i3}; \mathbf{b}_i \times \mathbf{s}_{i3}) \end{cases} \quad (i = 1, 2, 3) \quad (16)$$

式中  $\mathbf{s}_{ij}$ ——与螺旋  $\$_{ij}$  指向相同的矢量

$\mathbf{b}_i$ ——固定坐标系原点 O 到  $B_i$  的矢量

将式(16)代入式(13)可得机构在不同动平台高度时 XY 平面的 TCI 指标性能图谱,如图 10 所示。

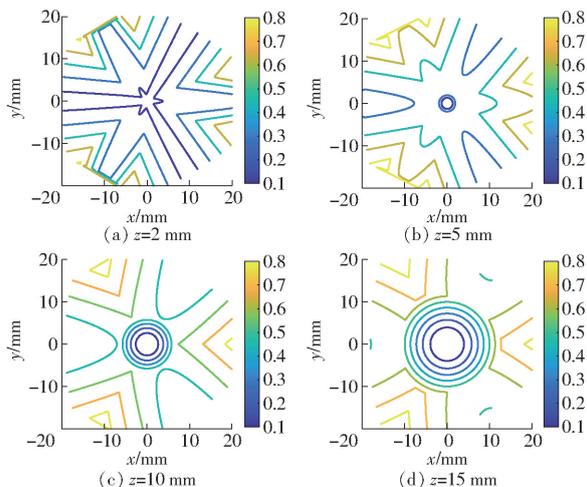


图10 SNU 3-UPU 机构在 3T 模式时的 TCI 指标性能图谱

Fig.10 TCI performance atlases of SNU 3-UPU mechanism in 3T mode

分析 2T1R 模式的近似约束奇异空间(图 7)。3-UPU 机构存在 3 个约束力线矢旋量  $\$_{Ci}$  和 3 个输入端单位受限运动旋量  $\$_{Ri}$ , 分别为

$$\begin{cases} \$_{Ci} = (\mathbf{s}_{i1} \times \mathbf{s}_{i4}; \mathbf{s}_{i1} \times \mathbf{s}_{i4} \times \mathbf{b}_i) \\ \$_{Ri} = (\mathbf{s}_{i3}; \mathbf{b}_i \times \mathbf{s}_{i3}) \end{cases} \quad (i = 1, 2, 3) \quad (17)$$

将式(17)代入式(13)可得机构在动平台绕 Z 轴不同转角时 XY 平面上的 TCI 指标性能图谱,如图 11 所示。

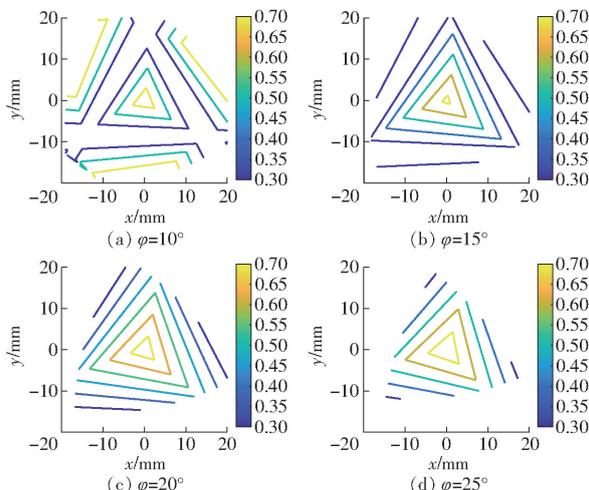


图11 SNU 3-UPU 机构在 2T1R 模式时的 TCI 指标性能图谱

Fig.11 TCI performance atlases of SNU 3-UPU mechanism in 2T1R mode

机构在 3T 和 2T1R 操作模式下沿轨迹运动时的 TCI 指标变化曲线,如图 12 所示。机构在 3.48 s 时到达近似约束奇异空间,由式(15)可得,此时动

平台中心点在基坐标系中的位置为(8.54, 5.19, 6.08)mm;机构在 $t=5\text{ s}$ 时 TCI 指标值为0,机构处于奇异位形;机构在5.36 s时离开近似约束奇异空间,此时动平台中心点在基坐标系中的位置为(6.66, 7.45, 0)mm,绕Z轴的转角 $\varphi$ 为 $19.30^\circ$ 。

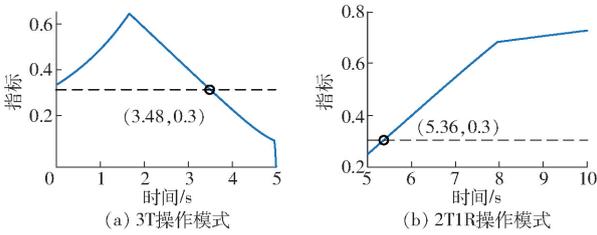


图12 SNU 3-UPU 机构在沿轨迹运动时的 TCI 指标变化曲线

Fig. 12 TCI change curves of SNU 3-UPU mechanism moving along trajectory

#### 4.3.2 模式间变换

从 $U_1$ PU-UPU-UPU 4个驱动中选择3个P副为驱动副, $U_1$ 为辅助驱动,输入参数为 $d_1$ 、 $d_2$ 、 $d_3$ 、 $\theta_1$ 。

3T模式机构的位置反解为

$$\begin{cases} d_1 = \sqrt{(x-50)^2 + y^2 + z^2} \\ d_2 = \sqrt{(x+25)^2 + (y-25\sqrt{3})^2 + z^2} \\ d_3 = \sqrt{(x+25)^2 + (y+25\sqrt{3})^2 + z^2} \end{cases} \quad (18)$$

2T1R模式机构的位置反解为

$$\begin{cases} d_1 = [(50\cos\varphi + x - 100)^2 + (50\sin\varphi + y)^2]^{1/2} \\ d_2 = [(-25\cos\varphi - 25\sin\varphi + x + 50)^2 + (-25\sin\varphi + 25\sqrt{3}\cos\varphi + y - 50\sqrt{3})^2]^{1/2} \\ d_3 = [(-25\cos\varphi + 25\sqrt{3}\sin\varphi + x + 50)^2 + (-25\sin\varphi - 25\sqrt{3}\cos\varphi + y + 50\sqrt{3})^2]^{1/2} \end{cases} \quad (19)$$

模式变换时驱动副输入曲线如图13所示, $\theta_1$ 为辅助驱动启动后的转角, $\theta_2$ 为辅助驱动关闭后的转角。在 $t$ 为 $0\sim 3.48\text{ s}$ 时,机构处于3T模式,输入式(18)中 $d_1$ 、 $d_2$ 、 $d_3$ 位移进行驱动;在 $t=3.48\text{ s}$ 时,进入近似约束奇异空间(图中黄色区域),启动辅助驱动,输入参数为 $\theta_1 = \text{atan2}(y, z)$ ;在 $t=5\text{ s}$ 时,到达变换位形,输入式(19)中 $d_1$ 、 $d_2$ 、 $d_3$ 位移进行驱动,辅助驱动的输入参数变为 $\theta_2 = 90^\circ$ ;保持辅助驱动输入参数为 $\theta_2 = 90^\circ$ 不变,直到 $t=5.36\text{ s}$ 离开近似约束奇异空间,关闭辅助驱动。

#### 4.4 仿真分析

建立SNU 3-UPU机构的仿真模型,如图14所示,动平台U副中心所在圆的半径为50mm,定平台U副中心所在圆的半径为100mm。导入ADAMS中,并按4.3节分析结果设置驱动副参数。

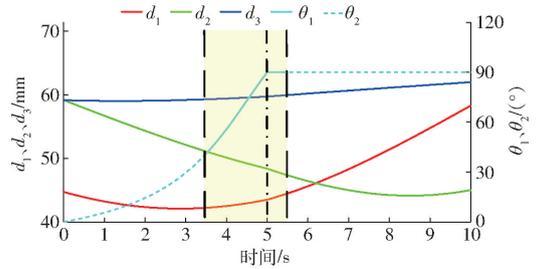


图13 3T模式与2T1R模式之间模式变换时的输入曲线  
Fig. 13 Input curves transforming between 3T mode and 2T1R mode

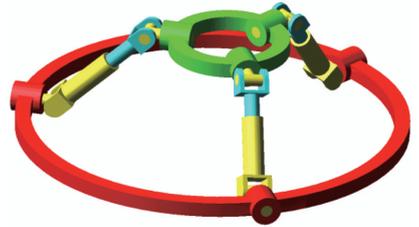


图14 SNU 3-UPU机构的仿真模型

Fig. 14 Simulation mode of SNU 3-UPU mechanism

动平台 $X$ 、 $Y$ 、 $Z$ 方向的位移和 $Z$ 轴转角随时间变化的曲线如图15所示。由图15可知,与预定的运动轨迹图9一致,证明按照该方法驱动可以实现SNU 3-UPU机构3T操作模式与2T1R操作模式之间的平稳变换。

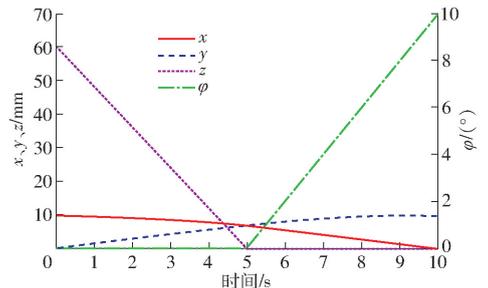


图15 SNU 3-UPU机构动平台位姿仿真变化曲线  
Fig. 15 Position and pose simulation change curves of moving platform of SNU 3-UPU

## 5 结论

(1)提出了一种多模式并联机构的操作模式间变换方法。该方法基于整体运动/力约束特性指标TCI定义近似约束奇异空间,在该空间内通过添加辅助驱动的方式,实现操作模式之间的平稳变换。

(2)针对提出的方法,制定了不同操作模式间变换的流程,确定了驱动组合的优选原则,得到了合理的辅助驱动,并优选出机构的驱动空间。

(3)以SNU 3-UPU多模式并联机构为研究对象,进行了可重构分析,得到7种操作模式和4种变换位形,实现了3T操作模式和2T1R操作模式间的平稳变换。

## 参 考 文 献

- [1] DING Xilun, KONG Xianwen, DAI Jiansheng. *Advances in reconfigurable mechanisms and robots II* [M]. Switzerland: Springer International Publishing, 2016:6-9.
- [2] GAN Dongming, DAI Jiansheng. Geometry constraint and branch motion evolution of 3-PUP parallel mechanisms with bifurcated motion [J]. *Mechanism & Machine Theory*, 2013, 61(1):168-183.
- [3] LI Qinchuan, HERVE J M. Parallel mechanisms with bifurcation of schoenflies motion [J]. *IEEE Transactions on Robotics*, 2009, 25(1):158-164.
- [4] GOGU G. Maximally regular T2R1-type parallel manipulators with bifurcated spatial motion [J]. *Journal of Mechanisms and Robotics: Transactions of the ASME*, 2011, 3(1):011010-1-011010-8.
- [5] ZLATANOV D, BONEV I A, GOSSELIN C M. Constraint singularities as C-space singularities [M] // *Advances in robot kinematics*. Springer Netherlands, 2002:183-192.
- [6] CHABLAT D, KONG Xianwen, ZHANG Chengwei. Kinematics, workspace and singularity analysis of a multi-mode parallel robot [C] // *Proceedings of the ASME 2017 International Design Engineering Technical Conferences*, Cleveland, Ohio, USA, 2017:1-9.
- [7] KONG Xianwen, GOSSELIN C M, RICHARD P L. Type synthesis of parallel mechanisms with multiple operation modes [J]. *Journal of Mechanical Design*, 2007, 129(6):595-601.
- [8] KONG Xianwen. Reconfiguration analysis of multi-mode single-loop spatial mechanisms using dual quaternions [J]. *Journal of Mechanisms & Robotics*, 2017, 9(5):051002.
- [9] 叶伟, 方跃法, 郭盛, 等. 基于运动限定机构的可重构并联机构设计[J]. *机械工程学报*, 2015, 51(13):137-143.  
YE Wei, FANG Yuefa, GUO Sheng, et al. Design of reconfigurable parallel mechanisms with discontinuously movable mechanism [J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2015, 51(13):137-143. (in Chinese)
- [10] 王冰, 方跃法. 一种运动分岔并联机构的结构约束与运动模式分析[J]. *西安交通大学学报*, 2018, 52(6):62-68.  
WANG Bing, FANG Yuefa. Structural constraint and motion mode analysis on parallel mechanism with bifurcated motion [J]. *Journal of Xi'an Jiaotong University*, 2018, 52(6):62-68. (in Chinese)
- [11] 王冰, 方跃法. 一种可重构并联机构的几何约束和自由度分析[J]. *机械工程学报*, 2018, 54(7):28-37.  
WANG Bing, FANG Yuefa. Geometric constraint and mobility analysis of a reconfigurable parallel mechanism [J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2018, 54(7):28-37. (in Chinese)
- [12] WALTER D R, HUSTY M L, PFURNER M. A complete kinematic analysis of the SNU 3-UPU parallel robot [M] // BATES D J, BESANA G, ROCCO S D, et al. *Interactions of classical and numerical algebraic geometry*. South Bend: University of Notre Dame, 2008:331-346.
- [13] MCCARTHY J M. *21st century kinematics* [M]. London: Springer, 2013:85-123.
- [14] KONG Xianwen. Reconfiguration analysis of a 4-DOF 3-RER parallel manipulator with equilateral triangular base and moving platform [J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2016, 98:180-189.
- [15] KONG Xianwen. Reconfiguration analysis of a variable degrees of-freedom parallel manipulator with both 3-DOF planar and 4-DOF 3T1R operation modes [C] // *Proceedings of ASME 2016 International Design Engineering Technical Conferences*, August 21-24, 2016 Charlotte, USA.
- [16] 王乃玥. 单环过约束机构的设计及运动分岔特性研究[D]. 北京:北京交通大学, 2017:1-11.  
WANG Naiyue. Design and kinematotropic characteristics study of single-loop overconstrained mechanisms [D]. Beijing: Beijing Jiaotong University, 2017:1-11. (in Chinese)
- [17] CHABLAT D, KONG Xianwen, ZHANG Chengwei. Kinematics, workspace, and singularity analysis of a parallel robot with five operation modes [J]. *Journal of Mechanisms and Robotics*, 2018, 10(3):035001.
- [18] 刘伟, 刘宏昭. 具有 2T1R 与 2R1T 运动模式 3 自由度并联机构型综合[J/OL]. *农业机械学报*, 2018, 49(7):401-409.  
LIU Wei, LIU Hongzhao. Type synthesis of 3-DOF parallel mechanism with 2T1R and 2R1T motion mode[J/OL]. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*, 2018, 49(7):401-409. [http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view\\_abstract.aspx?flag=1&file\\_no=20180750&journal\\_id=jcsam](http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?flag=1&file_no=20180750&journal_id=jcsam). DOI:10.6041/j.issn.1000-1298.2018.07.050. (in Chinese)
- [19] LIU Xinjun, CHEN Xiang, NAHON M. Motion/force constrainability analysis of lower-mobility parallel manipulators [J]. *Journal of Mechanisms and Robotics*, 2014, 6(3):031006.
- [20] 张洪珠. 基于对偶四元数的航天器姿轨一体化动力学建模与控制[D]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学, 2010:19-21.  
ZHANG Hongzhu. Integrated dynamics modeling and control for spacecraft based on dual quaternion [D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2010:19-21. (in Chinese)
- [21] SELIG J M. *Geometric fundamentals of robotics* [M]. London: Springer, 2005:210-267.
- [22] CARBONARI L, CALLEGARI M, PALMIERI G, et al. A new class of reconfigurable parallel kinematic machines [J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2014, 79:173-183.
- [23] 王东明, 牟晨琪, 李晓亮, 等. 多项式代数[M]. 北京:高等教育出版社, 2011:137-167.
- [24] 赵铁石, 黄真. 欠秩空间并联机器人输入选取的理论及应用[J]. *机械工程学报*, 2000, 36(10):81-85.  
ZHAO Tieshi, HUANG Zhen. Theory and application of input selection for degenerate-rank space parallel robot [J]. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2000, 36(10):81-85. (in Chinese)
- [25] 黄真, 赵永生, 赵铁石. 高等空间机构学[M]. 北京:高等教育出版社, 2006:135-138.