

含恰约束支链的驱动变胞机构构型综合与分析

胡旭宇 刘宏昭

(西安理工大学机械与精密仪器工程学院, 西安 710048)

摘要: 不同于现有利用约束奇异和支链奇异实现的变胞并联机构,通过开启与锁死驱动副的方式,基于3-RRR球面机构(S_m),利用螺旋理论提出了一类含主动混联恰约束支链的多模式驱动变胞并联机构。针对所综合的3-SPS/ S_m PU驱动变胞并联机构,根据螺旋理论分析机构各构态的自由度,利用机构的结构特征和几何约束关系建立其运动学模型。此种通过开启与锁死驱动副实现并联机构变胞的方法也适用于其他变胞并联机构的构型综合,其变胞方式简便易行,全构态逆运动学求解简单,且该类变胞并联机构可有效避免变胞过程中的约束奇异和支链奇异。

关键词: 驱动变胞并联机构; 主动混联恰约束; 3-RRR球面机构; 螺旋理论

中图分类号: TH112 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1298(2020)01-0383-08

OSID:



Type Synthesis and Analysis of Class of Actuated Metamorphic Mechanisms with Suitable Constrained Branch

HU Xuyu LIU Hongzhao

(Faculty of Mechanical and Precision Instrument Engineering, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China)

Abstract: Different from the existing methods by using constraint singularity or the chain singularity to synthesis metamorphic parallel mechanisms, based on the 3-RRR spherical parallel mechanism (S_m), according to the method of screw theory, a class of multi-mode actuated metamorphic parallel mechanisms with active hybrid suitable constrained branched chain by way of opening and locking actuated kinematic pair was presented. Using the screw theory, the degree freedom of the whole configurations of 3-SPS/ S_m PU multi-mode actuated metamorphic parallel mechanism of the proposed actuated metamorphic parallel mechanism with active hybrid suitable constrained branched chain was analyzed, the mechanism kinematics was studied according to the structure characteristics and geometric constraints of 3-SPS/ S_m PU actuated metamorphic parallel mechanism. The method of type synthesis multi-mode actuated metamorphic parallel mechanism with active hybrid suitable constrained branched chain can be also applied to type synthesis other actuated metamorphic parallel mechanisms, the metamorphic method was simple and effective, the inverse kinematics of the whole configurations was easy to solve, and constraint singularity and the chain singularity could be avoided effectively in the metamorphic process.

Key words: actuated metamorphic parallel mechanism; active hybrid suitable constrained; 3-RRR spherical mechanism; screw theory

0 引言

变胞并联机构由于具有随任务变化而变自由度、变拓扑结构的特点和高承载能力、高精度等优点,已成为机构学与机器人领域的研究热点之一。

近年来,针对变胞并联机构已有了一些研究成果。KONG等^[1]通过可锁运动副,提出一种新型三维平移和三维转动两模式变胞并联机构。TIAN等^[2]通过开启与锁死杆件,基于变胞连杆,综合一类3R、1T2R、2T1R和3T四模式变胞并联机构。文献[3-

收稿日期: 2019-06-23 修回日期: 2019-07-27

基金项目: 国家自然科学基金项目(51275404)和陕西省13115科技重大专项(2009ZDKG-33)

作者简介: 胡旭宇(1989—),男,博士生,主要从事机器人及机构学研究,E-mail: HXYsteel3@163.com

通信作者: 刘宏昭(1954—),男,教授,主要从事机械动力学和机构学研究,E-mail: liu_hongzhao@163.com

4] 通过将3个轴线交于一点的转动副替换球铰,提出了一种关节锁死的变胞球铰 S_v 。文献[5-7]提出了可锁移动副、可锁转动副等变胞运动副,并源于欠驱动3-CPS并联机构,综合了一系列变胞并联机构。刘江南等^[8]分析变胞运动副的约束特征和结构方式,提出一种基于变胞运动副的变胞机构综合方法,并根据所提出的方法综合了一类连杆运输机构。李树军等^[9]根据变胞运动副的类型和邻接关系,综合了带有变胞运动副约束形式的变胞机构。王冰等^[10]基于具有解耦特性的变胞球面五杆机构,通过串联4自由度支链构造出变胞支链,应用3条相同的变胞支链综合了一类变胞并联机构。GAN等^[11]提出了一种变胞虎克铰 U_v ,并分析了3-U、CU、变胞并联机构的几何约束。YE等^[12]基于一种三构态的平面五杆变胞机构,通过构建混联支链,综合出含约束奇异特性的变胞并联机构。ZHANG等^[13]基于Bennett闭链构建混联支链,提出一种新型变胞并联机构。于红英等^[14]通过锁住不同运动副的方式实现变胞支链的构态变换,提出一种基于基本支链构型的变胞并联机构综合方法。刘伟等^[15-16]提出了一类两模式可转换变胞并联机构。并联机构中,若存在与动平台自由度数目和类型都相同的支链,则该支链称为恰约束支链^[17]。文献[18-20]提出了一系列含恰约束支链的并联机构,文献[21]提出了一种含恰约束的球面变胞仿生机构,当受到外界大冲击力时,机构被动实现变胞,并对其工作空间、刚度和承载力进行了优化。综上所述,学者们通过研究机构的支链奇异和约束奇异实现变胞。一些机构需在远离机架的运动副上安装伺服电机或关节锁死装置,这将影响机构的动态性能,并使机械结构变得复杂。现有文献关于驱动变胞并联机构的研究较少,特别是缺乏系统包含混联恰约束支链的多模式驱动变胞并联机构的相关研究。

本文基于一种三构态驱动变胞并联球铰,应用螺旋理论综合一类含恰约束混联支链的多模式驱动变胞并联机构。针对所综合的3-SPS/ S_m PU驱动变胞并联机构,根据螺旋理论分析各构态下机构的自由度,利用矢量法和几何约束关系建立机构全构态运动学模型。

1 3-RRR球面并联机构

如图1所示,3-RRR球面机构由定平台1、动平台2以及3条正交分布的支链组成,每条支链由3个转动副和两个圆弧形杆构成(支链1由 R_1 、 L_{12} 、 R_2 、 L_{23} 、 R_3 构成,支链2由 R_4 、 L_{45} 、 R_5 、 L_{56} 、 R_6 构成,

支链3由 R_7 、 L_{78} 、 R_8 、 L_{89} 、 R_9 构成)。以动平台2的中心为原点,以 R_1 的转动轴线为 X 轴, R_4 的转动轴线为 Y 轴,建立定坐标系 $OXYZ$ 。以 R_1 的转动轴线为 x' 轴, R_4 的转动轴线为 y' 轴,在动平台2中心点建立动坐标系 $o'x'y'z'$ (初始状态时,动坐标系 $o'x'y'z'$ 与定坐标系 $OXYZ$ 重合)。

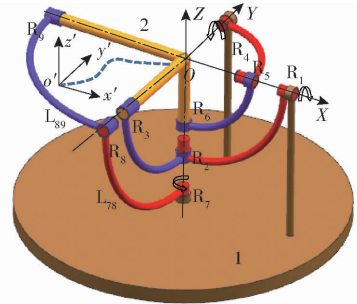


图1 3-RRR球面机构

Fig. 1 3-RRR spherical mechanism

通过对3-RRR球面机构的自由度分析可知,其具有3种转动构态^[22]:构态1,只驱动 R_1 ,绕 X 轴转动;只驱动 R_4 ,绕 Y 轴转动;只驱动 R_7 ,绕 Z 轴转动。构态2,同时驱动 R_1 和 R_4 ,绕 X 轴和 Y 轴转动;同时驱动 R_1 和 R_7 ,绕 X 轴和 Z 轴转动;同时驱动 R_4 和 R_7 ,绕 Y 轴和 Z 轴转动。构态3,同时驱动 R_1 、 R_4 和 R_7 ,实现三维转动。由于3-RRR机构具有一维、二维和三维3种转动构态,其三维转动构态与球铰等效,故3-RRR球面机构也可称作驱动变胞并联球铰 S_m 。

根据转动副 R_3 、 R_6 、 R_9 轴线与中间转动副 R_2 、 R_5 和 R_8 轴线分别垂直,可得

$$[a_3 \quad a_6 \quad a_9]^T [a_2 \quad a_5 \quad a_8] = 0 \quad (1)$$

式中, a_i ($i=2,3,5,6,8,9$) 为转动副 R_i 中心点的位置坐标矢量。

根据式(1)可得动平台2杆的运动学方程为

$$\begin{cases} \theta_1 = \arctan \frac{\sin\beta' \sin\gamma' + \sin\alpha' \cos\beta' \cos\gamma'}{\cos\alpha' \cos\gamma'} \\ \theta_2 = \beta' \\ \theta_3 = \arctan \frac{\cos\alpha' \sin\gamma'}{\sin\alpha' \sin\beta' \sin\gamma' + \cos\beta' \cos\gamma'} \end{cases} \quad (2)$$

式中, α' 、 β' 和 γ' 分别为动平台2绕动坐标系 $o'x'y'z'$ 的转动角。 θ_1 、 θ_2 和 θ_3 分别为驱动副 R_1 、 R_4 和 R_7 的转动角。其中机构动平台旋转矩阵 \mathbf{R} 采用 $Y-X-Z$ 型欧拉角。同样可求得当驱动副 R_1 、 R_4 和 R_7 的转动角 θ_1 、 θ_2 和 θ_3 任两个等于零时,为构态1的运动学逆解,当 θ_1 、 θ_2 和 θ_3 中任一个等于零时,为构态2的运动学逆解。

2 驱动变胞混联支链综合

因变胞球铰构态3具有3个转动自由度,可将

其与 3 自由度串联支链混联, 得到具有不同约束性质的变胞混联支链。为实现混联支链的变胞, 随着变胞球铰构态的变化, 应根据作业任务的不同在具有 1 个约束力矢和约束力耦、2 个约束力矢以及无约束 3 种不同的工作模式间切换, 以便应用于变胞并联机构的设计。如令变胞球铰只开启驱动副 R_1 时, 变胞混联支链受到 1 个约束力矢和 1 个约束力耦作用, 即具有 2R2T 自由度, 定义为 FC 支链; 变胞球铰只开启驱动副 R_7 时, 变胞混联支链受到 2 个约束力矢作用, 即具有 3R1T 自由度, 称为 F 支链; 变胞球铰驱动副 R_1 、 R_4 和 R_7 全部开启时, 变胞混联支链不受约束, 即具有 3R3T 自由度, 称为 N 支链。

2.1 FC 支链构型综合

变胞球铰只开启 R_1 时, 变胞混联支链具有 2R2T 自由度, 受到 1 个约束力矢和 1 个约束力耦作用, 其约束螺旋设为

$$\mathcal{S}_{FC}^r = \begin{cases} \mathcal{S}_F^r = (1 \ 0 \ 0; 0 \ 0 \ 0) \\ \mathcal{S}_C^r = (0 \ 0 \ 0; 0 \ 0 \ 1) \end{cases} \quad (3)$$

根据各运动螺旋与其约束螺旋互易^[23], 可求得基本的运动螺旋为

$$\mathcal{S}_{FC} = \begin{cases} \mathcal{S}_1 = (1 \ 0 \ 0; 0 \ 0 \ 0) \\ \mathcal{S}_2 = (0 \ 1 \ 0; 0 \ 0 \ 0) \\ \mathcal{S}_3 = (0 \ 0 \ 0; 0 \ 1 \ 0) \\ \mathcal{S}_4 = (0 \ 0 \ 0; 0 \ 0 \ 1) \end{cases} \quad (4)$$

由基本运动螺旋可表示其所对应的全部运动螺旋集为

$$\{ \mathcal{S}_{FC} \} = a \mathcal{S}_1 + b \mathcal{S}_2 + c \mathcal{S}_3 + d \mathcal{S}_4 = (a \ b \ 0; 0 \ c \ d) \quad (5)$$

式中, a 、 b 、 c 和 d 为不同时为零的任意常数。

2.2 F 支链构型综合

变胞球铰机构只开启 R_7 时, 受到 2 个约束力矢作用, 其约束螺旋设为

$$\mathcal{S}_F^r = \begin{cases} \mathcal{S}_{F1}^r = (1 \ 0 \ 0; 0 \ 0 \ 0) \\ \mathcal{S}_{F2}^r = (0 \ 1 \ 0; 0 \ 0 \ 0) \end{cases} \quad (6)$$

根据各运动螺旋与其约束螺旋互易可求得基本的运动螺旋为

$$\mathcal{S}_F = \begin{cases} \mathcal{S}_1 = (1 \ 0 \ 0; 0 \ 0 \ 0) \\ \mathcal{S}_2 = (0 \ 1 \ 0; 0 \ 0 \ 0) \\ \mathcal{S}'_3 = (0 \ 0 \ 1; 0 \ 0 \ 0) \\ \mathcal{S}_4 = (0 \ 0 \ 0; 0 \ 0 \ 1) \end{cases} \quad (7)$$

由式(7)可得, 其所对应的全部运动螺旋集为

$$\{ \mathcal{S}_F \} = a \mathcal{S}_1 + b \mathcal{S}_2 + c' \mathcal{S}'_3 + d \mathcal{S}_4 = (a \ b \ c'; 0 \ 0 \ d) \quad (8)$$

由于 FC 支链与 F 支链需同时满足才能达到所需运动模式, 故混联支链的运动螺旋集为

$$\{ \mathcal{S} \} = \{ \mathcal{S}_{FC} \} \cap \{ \mathcal{S}_F \} = (a \ b \ 0; 0 \ 0 \ d) \quad (9)$$

由于变胞球铰 3 个驱动副全部开启时, 具有 3 个转动自由度, 而混联支链为无约束 N 支链, 故需在驱动变胞球铰动平台上连接 3 自由度串联支链 (不含对运动模式不起作用的惰性运动副)。根据式(9)可得

$$\mathcal{S} = \begin{cases} \mathcal{S}_1 = (a_1 \ b_1 \ 0; 0 \ 0 \ d_1) \\ \mathcal{S}_2 = (a_2 \ b_2 \ 0; 0 \ 0 \ d_2) \\ \mathcal{S}_3 = (a_3 \ b_3 \ 0; 0 \ 0 \ d_3) \end{cases} \quad (10)$$

为使式(10)中 3 个运动螺旋线性无关, 则需

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & d_2 \\ a_3 & b_3 & d_3 \end{vmatrix} \neq 0 \quad (11)$$

根据式(10)和式(11), 可得驱动变胞混联支链的具体形式如表 1 所示。

表 1 驱动变胞混联支链

Tab. 1 Actuated metamorphic hybrid kinematic chains

支链	条件
$S_m R_a R_b R_c$	R 的转动轴线均平行于 XOY 平面, 且 3 个转动副轴线不交于一点
$S_m R_a R_b P_z$	R 的转动轴线均平行于 XOY 平面, 且移动副轴线平行于 Z 轴
$S_m R_x R_y P_z$ $S_m R_x P_z R_y$ $S_m P_z R_x R_y$	R 的转动轴线分别平行于 X 轴和 Y 轴, 且移动副轴线平行于 Z 轴
$S_m U_{ab} P_z$	U 中的转动轴线均平行于 XOY 平面, 且移动副轴线平行于 Z 轴
$S_m U_{xy} P_z$ $S_m P_z U_{xy}$	U 中的转动轴线分别平行于 X 轴和 Y 轴, 且移动副轴线平行于 Z 轴

3 含恰约束支链的驱动变胞并联机构构型综合

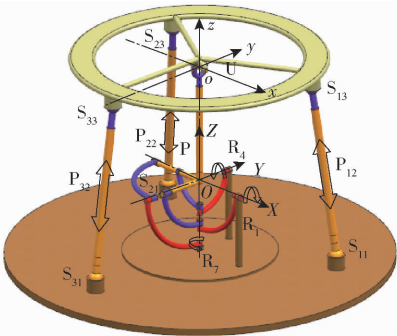
由于变胞并联球铰的动平台连接了 3 自由度串联支链, 根据并联机构驱动副选取准则, 含恰约束支链的驱动变胞并联机构需要添加 3 个驱动副, 才能满足锁住全部驱动副后, 机构自由度为零, 如添加 3 条含驱动副的六自由度支链即可满足。根据文献[15], 部分六自由度支链如表 2 所示。

即任取表 1 中 1 条支链作为主动混联恰约束支链, 与表 2 中任意 3 条支链并联构成含主动恰约束混联支链的驱动变胞并联机构。图 2 为综合出一种含主动恰约束混联支链的 3-SPS/ S_m PU 驱动变胞并联机构。

表2 6自由度支链

Tab.2 Branched chains of fixed six degrees of freedom

序号	支链	序号	支链
1	PPRRRR	11	CSS
2	PPRRRR	12	CUS
3	PRRRRR	13	UCU
4	RRRRRR	14	CPS
5	PPPRU	15	CRS
6	PPCU	16	PSS
7	PPPS	17	RSS
8	PPCRR	18	PUS
9	PCCR	19	USS
10	CCC	20	RUS

图2 3-SPS/S_mPU 驱动变胞并联机构Fig.2 3-SPS/S_mPU actuated metamorphic parallel mechanism

4 3-SPS/S_mPU 机构自由度分析

4.1 驱动变胞并联机构的结构特点

如图2所示,3-SPS/S_mPU 驱动变胞并联机构由驱动变胞球铰 S_m与 PU 混联而成的 S_mPU 主动恰约束混联支链、3条含驱动副的 SPS 支链、定平台和动平台组成(图中箭头表示驱动副)。以动平台中心(即 U 副中心)为原点,以原点到 S₃₃的中心点为 -y 轴,垂直动平台方向为 z 轴,在动平台上建立动坐标系 *oxyz*。定坐标系仍采用驱动变胞球铰中建的定坐标系 *OXYZ*(图1)。动平台和定平台中3个 S 副均呈正三角分布,其中球铰 S₁₁位于 *XOZ* 平面内。

定义3-SPS/S_mPU 变胞并联机构在驱动变胞球铰3个驱动副全部锁死时的运动模式为构态0,其余运动模式随驱动变胞球铰的构态分为3种构态。由于驱动变胞球铰构态1和构态2下的3种运动模式情况相似,故3-SPS/S_mPU 变胞并联机构每种构态只分析其中1种。

4.2 构态1机构自由度分析

当3个移动驱动副开启时,由于3条六自由度 SPS 支链不对机构的运动起约束作用,故只需分析3-SPS/S_mPU 机构中恰约束支链 S_mPU 的自由度即

为3-SPS/S_mPU 变胞机构的自由度。在构态1中,设驱动副 R₄和 R₇锁定,只驱动 R₁,S_mPU 主动混联恰约束支链在定坐标系下的运动螺旋为

$$\mathcal{S}_1 = \begin{cases} \mathcal{S}_{m1} = (1 \ 0 \ 0; 0 \ 0 \ 0) \\ \mathcal{S}_p = (0 \ 0 \ 0; 0 \ 0 \ 1) \\ \mathcal{S}_{U1} = (1 \ 0 \ 0; 0 \ c \ -b) \\ \mathcal{S}_{U2} = (0 \ 1 \ 0; -c \ 0 \ a) \end{cases} \quad (12)$$

式中,(*a, b, c*)表示 U 副中心点在固定坐标系下的坐标。根据运动螺旋与其约束螺旋互易求得支链的约束螺旋

$$\mathcal{S}_1^r = \begin{cases} (1 \ 0 \ 0; 0 \ c \ 0) \\ (0 \ 0 \ 0; 0 \ 0 \ 1) \end{cases} \quad (13)$$

根据式(12)、(13)以及文献[21]中的自由度计算公式,可得3-SPS/S_mPU 变胞并联机构在此运动模式下的自由度为

$$M = d(n - g - 1) + \sum_{i=1}^g f_i + v - \xi = 6(15 - 18 - 1) + 31 + 0 - 3 = 4$$

其中 $d = 6 - \lambda$ $v = k - t$

式中 *M*——机构自由度数

d——机构阶数

λ ——公共约束数

n——包括机架的构件数目

g——运动副数目

f_i——第 *i* 个运动副的自由度

v——多环并联机构在去除公共约束因素后的冗余约束的数目

t——多环并联机构所有支链的反螺旋去除公共约束后的反螺旋数目

k——多环并联机构所有支链的反螺旋去除公共约束后的反螺旋系的最大无关组

ξ ——机构中存在的局部自由度

由此可知,只驱动 R₁时,此混联恰约束支链具有绕 *X, Y* 轴转动和平行于 *YOZ* 平面二维移动自由度。即当3个移动驱动全部开启时,变胞并联机构在此构态下具有4个自由度。

4.3 构态2机构自由度分析

此构态下,锁定一个驱动,设 R₇锁定,当只驱动 R₁和 R₄时,主动混联恰约束支链运动螺旋除式(12)之外,还需加绕 *Y* 轴的转动自由度

$$\mathcal{S}_{m2} = (0 \ 1 \ 0; 0 \ 0 \ 0) \quad (14)$$

根据运动螺旋式(12)和式(14),求得混联恰约束支链的约束螺旋为

$$\mathcal{S}_2^r = (0 \ 0 \ 0; 0 \ 0 \ 1) \quad (15)$$

根据式(15)和自由度计算式,可得此构态下的自由度为

$$M = 6(16 - 19 - 1) + 32 + 0 - 3 = 5$$

由此可知,当驱动 R_1 和 R_4 时,此变胞并联机构具有绕 X 、 Y 轴转动和三维移动自由度。

4.4 构态 3 机构自由度分析

同时驱动 R_1 、 R_4 和 R_7 , 主动混联恰约束支链运动螺旋除式(12)和式(14)之外,还需加绕 Z 轴的转动自由度

$$\$_{m_3} = (0 \ 0 \ 1; 0 \ 0 \ 0) \quad (16)$$

由于没有螺旋与此构态下运动螺旋式(12)、式(14)和式(16)同时互易,故此构态下恰约束支链的自由度为 6,即此构态下 3-SPS/ S_m PU 机构自由度为 6。

同样可以得到,构态 1 中只驱动 R_4 (或 R_7) 运动模式下的自由度和构态 2 中同时驱动 R_4 和 R_7 (或 R_1 和 R_7) 时 3-SPS/ S_m PU 的自由度。通过对 3 种构态下自由度的计算可知,不同驱动所对应的 3-SPS/ S_m PU 驱动变胞并联机构运动模式如表 3 所示。

表 3 3-SPS/ S_m PU 变胞并联机构的运动模式

Tab.3 Motion mode of 3-SPS/ S_m PU actuated metamorphic parallel mechanism

构态	S_m 驱动	S_m 自由度	运动模式	约束
构态 0	0	0	$R_x R_y P_z$	2F1C
构态 1	R_1	R_x	$R_x R_y P_y P_z$	1F1C
	R_4	R_y	$R_x R_y P_x P_z$	1F1C
构态 2	R_7	R_z	$R_x R_y R_z P_z$	2F
	R_1 和 R_4	$R_x R_y$	$R_x R_y P_x P_y P_z$	1C
构态 3	R_1 和 R_7	$R_x R_z$	$R_x R_y R_z P_y P_z$	1F
	R_4 和 R_7	$R_y R_z$	$R_x R_y R_z P_x P_z$	1F
构态 3	R_1 、 R_4 和 R_7	$R_x R_y R_z$	$R_x R_y R_z P_x P_y P_z$	N

表中,F 表示约束力,C 表示约束力偶,字母前的数字代表约束个数,N 表示无约束。表 3 中各构态下 3-SPS/ S_m PU 的 3 个移动驱动副均开启。

由表 3 可知 3-SPS/ S_m PU 驱动变胞并联机构具有 8 种运动模式。

5 3-SPS/ S_m PU 机构运动学分析

变胞并联机构全构态运动学是变胞并联机构研究的重点,同时也是机构性能分析和动力学分析的基础。已知 3-SPS/ S_m PU 变胞并联机构动平台的位姿(设动平台绕动坐标系 x 、 y 、 z 轴转动角为 α 、 β 和 γ ,动平台质心的位置为 (x, y, z)),求驱动副 R_1 、 R_4 和 R_7 转动角(θ_1 、 θ_2 和 θ_3)和驱动杆 L_1 、 L_2 和 L_3 的长度(L_1 、 L_2 、 L_3)。

5.1 运动学分析

如图 2 所示,定平台上的 3 个 S 副中心点在定坐标系下的位置矩阵为

$$[A_1 \ A_2 \ A_3] = \begin{bmatrix} 0.5\sqrt{3}r_7 & -0.5\sqrt{3}r_7 & 0 \\ 0.5r_7 & 0.5r_7 & -r_7 \\ -e & -e & -e \end{bmatrix} \quad (17)$$

式中 r_7 ——定平台上 3 个 S 副构成的正三角形外接圆半径

e ——定坐标系中心到定平台的垂直距离

动平台上的 3 个 S 副在动坐标系的位置矢量矩阵为

$$[{}^oB_1 \ {}^oB_2 \ {}^oB_3] = \begin{bmatrix} 0.5\sqrt{3}r_8 & -0.5\sqrt{3}r_8 & 0 \\ 0.5r_8 & 0.5r_8 & -r_8 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (18)$$

式中 r_8 ——动平台上 3 个 S 副构成的正三角形外接圆半径

机构动平台旋转矩阵 R 采用 $X-Y-Z$ 型欧拉角,即

$$B(\alpha_x, \beta_y, \gamma_z) = [B_{x\alpha}][B_{y\beta}][B_{z\gamma}] \quad (19)$$

根据旋转矩阵的定义,动平台上 3 个 S 副在定坐标系下的位置矢量矩阵为

$$[B_1 \ B_2 \ B_3] = R[{}^oB_1 \ {}^oB_2 \ {}^oB_3] + \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad (20)$$

根据 A_i 与 B_i ($i = 1, 2, 3$) 对应坐标之差为驱动杆长 L_i , 可得

$$|[B_1 \ B_2 \ B_3] - [A_1 \ A_2 \ A_3]| = |[L_1 \ L_2 \ L_3]| \quad (21)$$

设恰约束支链中移动杆长为 h , 根据 3-SPS/ S_m PU 机构的几何关系以及驱动变胞球铰的运动学,可得动平台 2 杆在定坐标系的方向向量

$$l_{0o} = R(\alpha'_y, \beta'_x, \gamma'_z) \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ h \end{bmatrix}^T \quad (22)$$

动平台 2 杆的方向向量也可表示为

$$l_{0o} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad (23)$$

化简式(22)和式(23)可得

$$\begin{cases} \alpha' = \arccos \frac{\sqrt{x^2 + z^2}}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \\ \beta' = \arctan \frac{x}{z} \\ \gamma' = \gamma \\ h = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \end{cases} \quad (24)$$

根据式(2)和式(24)可得

$$\begin{cases} \theta_1 = \arctan \frac{\sqrt{x^2 + y^2} \sin \gamma + \frac{yz}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \cos \gamma}{\sqrt{x^2 + z^2} \cos \gamma} \\ \theta_2 = \arctan \frac{x}{z} \\ \theta_3 = \arctan \frac{\sqrt{x^2 + z^2} \sin \gamma}{\frac{y\sqrt{x^2 + y^2}}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \sin \gamma + z \cos \gamma} \end{cases} \quad (25)$$

式(21)、(25)即为3-SPS/S_mPU 并联机构的位姿逆解方程。

分别对式(21)和式(25)对时间求导,可得机构3-SPS/S_mPU 在构态3下的雅可比矩阵为

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{J} \dot{\mathbf{Q}} \quad (26)$$

其中 $\dot{\mathbf{q}} = [\dot{L}_1 \quad \dot{L}_2 \quad \dot{L}_3 \quad \dot{\theta}_1 \quad \dot{\theta}_2 \quad \dot{\theta}_3]^T$

$$\dot{\mathbf{Q}} = [\dot{\alpha} \quad \dot{\beta} \quad \dot{\gamma}]^T$$

式中 \mathbf{J} ——机构雅可比矩阵

$\dot{\mathbf{q}}$ ——机构驱动副速度

$\dot{\mathbf{Q}}$ ——动平台输出速度

对式(26)两边求关于时间的导数即可得机构驱动副的加速度

$$\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{J} \ddot{\mathbf{Q}} + \dot{\mathbf{J}} \dot{\mathbf{Q}} \quad (27)$$

其中 $\ddot{\mathbf{q}} = [\ddot{L}_1 \quad \ddot{L}_2 \quad \ddot{L}_3 \quad \ddot{\theta}_1 \quad \ddot{\theta}_2 \quad \ddot{\theta}_3]^T$

$$\ddot{\mathbf{Q}} = [\ddot{\alpha} \quad \ddot{\beta} \quad \ddot{\gamma}]^T$$

式中 $\ddot{\mathbf{q}}$ ——机构驱动副加速度

$\ddot{\mathbf{Q}}$ ——动平台输出加速度

同理可求得3-SPS/S_mPU 变胞并联机构构态1和构态2下机构的运动学逆解,即可得到含主动混联恰约束支链的3-SPS/S_mPU 驱动变胞并联机构全构态运动学逆解。

5.2 运动学仿真

设机构结构参数为 $r_2 = r_3 = 75 \text{ mm}$, $L_{12} = L_{23} = 75\sqrt{2} \text{ mm}$, $r_5 = r_6 = 50 \text{ mm}$, $L_{45} = L_{56} = 50\sqrt{2} \text{ mm}$, $r_7 = r_8 = 100 \text{ mm}$, $L_{78} = L_{89} = 100\sqrt{2} \text{ mm}$, 给定机构动平台输出参数: $x = \frac{25\pi}{3} \sin \frac{\pi t}{180}$, $y = \frac{25\pi}{3} \sin \frac{\pi t}{180}$, $z = \frac{25\pi}{3} \sin \frac{\pi t}{180} + 168$, $\alpha = \frac{\pi}{6} \sin \frac{\pi t}{180}$, $\beta = \frac{\pi}{6} \sin \frac{\pi t}{180}$, $\gamma = \frac{\pi}{6} \sin \frac{\pi t}{180}$ 。根据5.1节建立的运动学模型,其构态3运动学 Matlab 计算结果如图3~8所示。

从图3~8可以看出,3-SPS/S_mPU 并联机构的

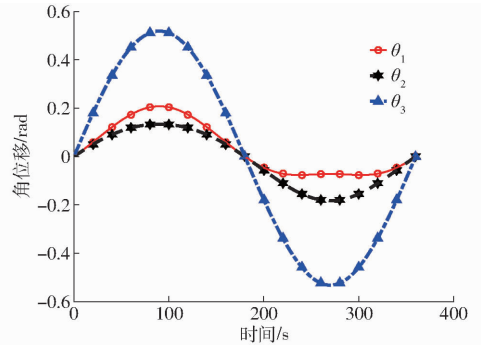


图3 3-SPS/S_mPU 变胞并联机构驱动角位移

Fig. 3 Angle displacement of 3-SPS/S_mPU metamorphic parallel mechanism

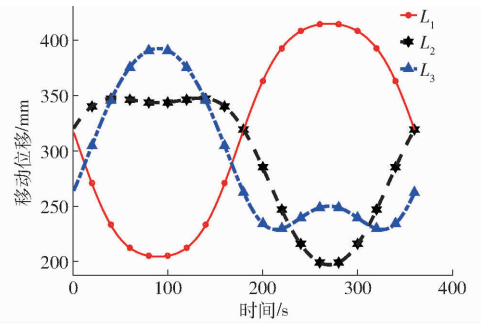


图4 3-SPS/S_mPU 变胞并联机构移动位移

Fig. 4 Displacement of 3-SPS/S_mPU metamorphic parallel mechanism

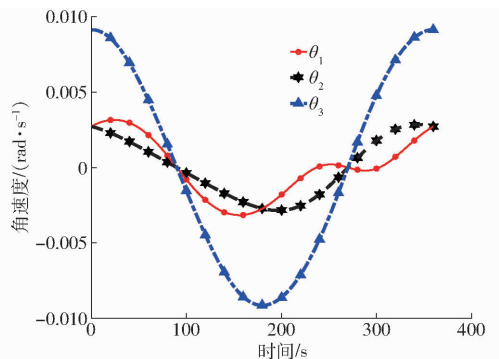


图5 3-SPS/S_mPU 变胞并联机构角速度

Fig. 5 Angle velocity of 3-SPS/S_mPU metamorphic parallel mechanism

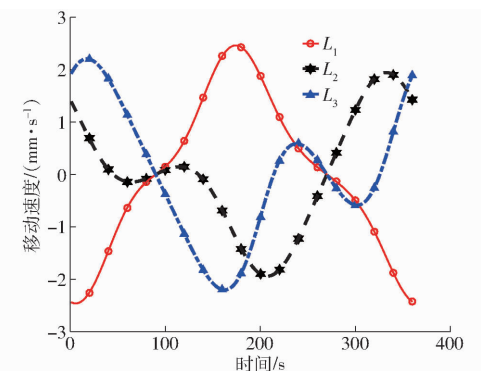
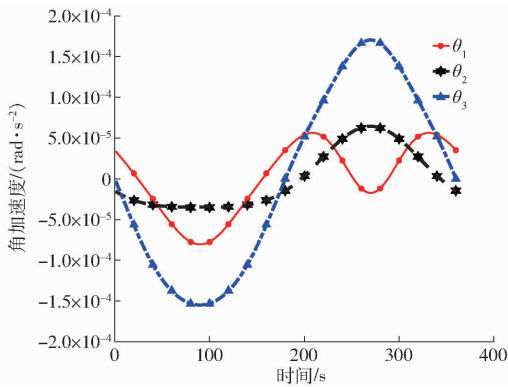
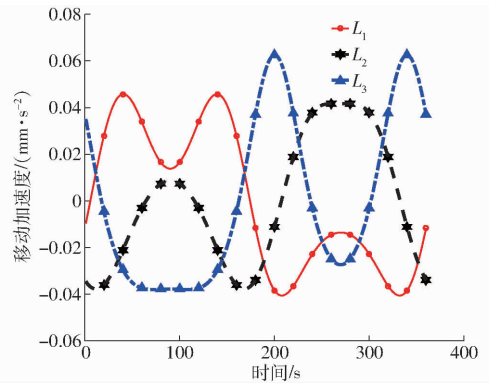


图6 3-SPS/S_mPU 变胞并联机构移动速度

Fig. 6 Velocity of 3-SPS/S_mPU metamorphic parallel mechanism

图 7 3-SPS/S_mPU 变胞并联机构角加速度Fig. 7 Angle acceleration of 3-SPS/S_mPU metamorphic parallel mechanism图 8 3-SPS/S_mPU 变胞并联机构移动加速度Fig. 8 Acceleration of 3-SPS/S_mPU metamorphic parallel mechanism

驱动速度(移动速度和角速度)和驱动加速度(移动加速度和角加速度)曲线较为平滑,运动平稳,机构运动性能较好。对 3-SPS/S_mPU 驱动变胞并联机构运动学的分析为机构的力学性能和实际工业应用奠定了理论基础。且由于运动学是研究机构运动参数输入与输出之间^[24-25]的映射关系,故同时也验证了含混联恰约束支链的驱动变胞并联机构的可行性。

6 结论

(1) 基于 3-RRR 球面机构,利用螺旋理论提

出了一类含主动混联恰约束支链的驱动变胞并联机构。

(2) 通过开启与锁死 3-RRR 球面机构驱动副的数目,3-SPS/S_mPU 驱动变胞并联机构可实现 8 种运动模式,分析机构各构态的自由度和运动学,验证了驱动变胞并联机构的可行性。

(3) 通过开启与锁死驱动副实现并联机构变胞的方法也可适用于其他变胞并联机构的构型综合,其变胞方式简便易行,全构态逆运动学求解简单,且该类变胞并联机构可有效避免变胞过程中的约束奇异和支链奇异。

参 考 文 献

- [1] KONG Xianwen, JIN Yan. Type synthesis of 3-DOF multi-mode translational/spherical parallel mechanisms with lockable joints [J]. Mechanism and Machine Theory, 2016, 96: 323-333.
- [2] TIAN Chunxu, FANG Yuefa, GUO Sheng, et al. Structure synthesis of reconfigurable parallel mechanism with closed-loop metamorphic linkages [J]. Proceeding of the Institution of Mechanical Engineering, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, 2017, 7:1-14.
- [3] ZHANG Ketao, DAI Jiansheng, FANG Yuefa. Geometric constraint and mobility variation of two 3SvPSv metamorphic parallel mechanism [J]. ASME Journal of Mechanical Design, 2013, 135: 011001.
- [4] MOOSAVIAN A, XI F. Design and analysis of reconfigurable parallel robots with enhanced stiffness [J]. Mechanism and Machine Theory, 2014, 77:92-110.
- [5] PALPACELLI M C, CARBONARI L, PALMIERI G, et al. A new class of reconfigurable parallel kinematic machines [J]. Mechanism and Machine Theory, 2014, 79:173-183.
- [6] PALPACELLI M C, CARBONARI L, PALMIERI G. A lockable spherical joint for robotic applications [C] // IEEE/ASME International Conference on Mechatronic and Embedded Systems and Applications. IEEE/ASME, 2014:1-6.
- [7] PALPACELLI M C, CARBONARI L, PALMIERI G, et al. Analysis and design of a reconfigurable 3-DOF parallel manipulator for multimodal tasks [J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2014, 20(4):1-11.
- [8] 刘江南, 张文博. 基于运动副变胞实现的变胞机构构型综合 [J]. 华南理工大学学报(自然科学版), 2017, 45(9): 19-33. LIU Jiangnan, ZHANG Wenbo. Type synthesis of metamorphic mechanisms with structural forms of metamorphic joints [J]. Journal of South China University of Technology (Natural Science Edition), 2017, 45(9): 19-33. (in Chinese)
- [9] 李树军, 王洪光, 李小彭, 等. 面向作业任务的约束变胞机构设计方法 [J]. 机械工程学报, 2018, 54(3): 26-35. LI Shujun, WANG Hongguang, LI Xiaopeng, et al. Task-orientated design method of practical constraint metamorphic mechanisms [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2018, 54(3): 26-35. (in Chinese)
- [10] 王冰, 方跃法. 基于球面五杆机构的变胞并联机构构型综合 [J]. 机械工程学报, 2018, 54(19):18-26. WANG Bing, FANG Yuefa. Type synthesis of metamorphic parallel mechanism with spherical five bar linkage [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2018, 54(19):18-26. (in Chinese)
- [11] GAN Dongming, DAI Jiansheng, SENEVIRATNE L. Unified kinematics and optimal design of a 3rRPS metamorphic parallel

- mechanism with a reconfigurable revolute joint[J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2016, 96: 239 – 254.
- [12] YE Wei, FANG Yuefa, GUO Sheng. Design and analysis of a reconfigurable parallel mechanism for multidirectional additive manufacturing[J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2017, 112: 307 – 326.
- [13] ZHANG Ketao, DAI Jiansheng. Screw-system-variation enabled reconfiguration of the Bennett plano-spherical hybrid linkage and its evolved parallel mechanism[J]. *ASME Journal of Mechanical Design*, 2015, 137: 062303.
- [14] 于红英, 曾重元, 郭震. 少自由度变胞并联机构综合设计方法[J]. *哈尔滨工业大学学报*, 2018, 50(1): 42 – 49.
YU Hongying, ZENG Zhongyuan, GUO Zhen. Type synthesis method of lower-mobility metamorphic parallel mechanism[J]. *Journal of Harbin Institute of Technology*, 2018, 50(1): 42 – 49. (in Chinese)
- [15] 刘伟, 刘宏昭. 具有 2T1R 与 2R1T 运动模式 3 自由度并联机构型综合[J/OL]. *农业机械学报*, 2018, 49(7): 401 – 409.
LIU Wei, LIU Hongzhao. Type synthesis of 3-DOF parallel mechanism with 2T1R and 2R1T motion mode [J/OL]. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*, 2018, 49(7): 401 – 409. http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?file_no=20180750&flag=1. DOI:10.6041/j.issn.1000-1298.2018.07.050. (in Chinese)
- [16] 刘伟, 刘宏昭. 具有 2R1T 和 3R 运动模式的并联机构综合[J]. *机械工程学报*, 2019, 55(3): 53 – 63.
LIU Wei, LIU Hongzhao. Type synthesis of 3-DOF parallel mechanism with both 2R1T and 3R motion mode[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2019, 55(3): 53 – 63. (in Chinese)
- [17] 黄田, 李蒙, 吴孟丽, 等. 可重构 PKM 模块的选型原则——理论与实践[J]. *机械工程学报*, 2005, 41(8): 36 – 41.
HUANG Tian, LI Meng, WU Mengli, et al. Principles of model selection for reconfigurable PKM modules: theory and practice [J]. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2005, 41(8): 36 – 41. (in Chinese)
- [18] 张海强, 房海蓉. 含恰约束支链的冗余驱动并联机构性能分析[J]. *北京交通大学学报*, 2018, 42(1): 133 – 138.
ZHANG Haiqiang, FANG Hairong. Performance analysis of a redundantly actuated parallel manipulator with suitable constraint branch[J]. *Journal of Beijing Jiaotong University*, 2018, 42(1): 133 – 138. (in Chinese)
- [19] 汪满新, 王攀峰, 宋轶民, 等. 4 自由度混联机器人静刚度分析[J]. *机械工程学报*, 2011, 47(15): 9 – 16.
WANG Manxin, WANG Panfeng, SONG Yimin, et al. Stiffness analysis of a 4-DOF hybrid robot[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2011, 47(15): 9 – 16. (in Chinese)
- [20] 李剑锋, 刘钧辉, 张雷雨, 等. 人机相容型肩关节康复外骨骼机构的运动学与灵活性分析[J]. *机械工程学报*, 2018, 54(3): 46 – 54.
LI Jianfeng, LIU Junhui, ZHANG Leiyu, et al. Kinematics and dexterity analysis of the human-machine compatible exoskeleton mechanism for shoulder joint rehabilitation[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2018, 54(3): 46 – 54. (in Chinese)
- [21] 金国光, 王艳, 宋轶民, 等. 基于给定工作空间的球面变胞仿生关节机构优化设计[J/OL]. *农业机械学报*, 2013, 44(12): 288 – 293.
JIN Guoguang, WANG Yan, SONG Yimin, et al. Optimum design of spherical metamorphic mechanism used for bionic joint based on prescribed workspace[J/OL]. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*, 2013, 44(12): 288 – 293. http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?file_no=20131248&flag=1. DOI:10.6041/j.issn.1000-1298.2013.12.048. (in Chinese)
- [22] 胡旭宇, 刘宏昭. 三构态驱动变胞并联球铰设计与分析[J/OL]. *农业机械学报*, 2019, 50(9): 421 – 426.
HU Xuyu, LIU Hongzhao. Design and analysis of actuated metamorphic parallel spherical joint of three configurations[J/OL]. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*, 2019, 50(9): 421 – 426. http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?file_no=20190949&flag=1. DOI:10.6041/j.issn.1000-1298.2019.09.049. (in Chinese)
- [23] 杨桂林, 吴存存, 陈庆盈, 等. 3T1R 并联机构运动学分析与优化设计[J/OL]. *农业机械学报*, 2017, 48(12): 386 – 394.
YANG Guilin, WU Cuncun, CHEN Chinyin, et al. Kinematics analysis and design optimization of novel 3T1R parallel manipulator[J/OL]. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*, 2017, 48(12): 386 – 394. http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?file_no=20171248&flag=1. DOI:10.6041/j.issn.1000-1298.2017.12.048. (in Chinese)
- [24] 朱小蓉, 胡旸, 沈惠平, 等. 3T1R 并联机构降耦设计与分析[J/OL]. *农业机械学报*, 2018, 49(12): 393 – 401.
ZHU Xiaorong, HU Yang, SHEN Huiping, et al. Design and analysis of structure coupling reduction on novel 3T1R parallel mechanism[J/OL]. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*, 2018, 49(12): 393 – 401. http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?file_no=20181247&flag=1. DOI:10.6041/j.issn.1000-1298.2018.12.047. (in Chinese)
- [25] 畅博彦, 李晓宁, 金国光, 等. 具有整周回转能力的 3T1R 并联机构运动学分析[J/OL]. *农业机械学报*, 2019, 50(7): 406 – 416.
CHANG Boyan, LI Xiaoning, JIN Guoguang, et al. Kinematics analysis of novel 3T1R parallel manipulator with full rotational capability[J/OL]. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*, 2019, 50(7): 406 – 416. http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?file_no=20190745&flag=1. DOI:10.6041/j.issn.1000-1298.2019.07.045. (in Chinese)