doi:10.6041/j.issn.1000-1298.2020.01.029

土壤水力参数对点源入渗湿润体形状的影响

苏李君[1,2]　蔺树栋[1]　王全九[1,3]　王　康[1]

(1.西安理工大学省部共建西北旱区生态水利国家重点实验室,西安 710048;
2.西安理工大学理学院,西安 710054;
3.中国科学院水利部水土保持研究所黄土高原土壤侵蚀与旱地农业国家重点实验室,陕西杨凌 712100)

摘要:为探究点源积水入渗的运移机理,以达西定律和质量守恒原理为基础,利用 HYDRUS 软件对点源积水入渗过程进行数值模拟分析与验证,分析点源积水入渗条件下土壤水平湿润锋与垂直湿润锋的比值(湿润锋比)和土壤水力参数(进气吸力、形状系数以及饱和导水率)之间的关系,并基于土壤饱和扩散率建立水平湿润锋运移模型。结果表明:细质土壤(进气吸力大于 11 cm)的湿润体形状近似为以积水中心为椭圆心、以垂直湿润锋和水平湿润锋为长半轴和短半轴的椭圆体,而粗质土壤(进气吸力小于 8.7 cm)湿润体的椭圆心位于积水中心下方,从而导致短半轴大于水平湿润锋、长半轴小于垂直湿润锋;细质土壤的湿润锋比随时间变化较小,可近似为常数,土壤湿润锋比与形状系数和饱和导水率之间无显著的函数关系,但与进气吸力呈线性递增关系,决定系数 R^2 为 0.999;湿润锋运移过程可以采用入渗时间的幂函数进行拟合,且幂函数系数和指数可以分别用土壤饱和扩散率的一次多项式和二次多项式进行估计,经验证得到的模型在误差允许范围内具有较好的效果。本研究可为分析点源积水水盐运移等问题提供机理性依据,也为我国北方干旱半干旱地区合理规划设计滴灌系统、提高农业灌溉用水效率提供科学依据。

关键词:湿润锋;二维积水入渗;HYDRUS-3D;拟合;数学模型

中图分类号:S152.7　　**文献标识码**:A　　**文章编号**:1000-1298(2020)01-0264-11　　**OSID**:

Influence of Soil Hydraulic Parameters on Soil Wetting Pattern Shape of Point Source Infiltration

SU Lijun[1,2]　LIN Shudong[1]　WANG Quanjiu[1,3]　WANG Kang[1]

(1. *State Key Laboratory of Eco-hydraulics in Northwest Arid Regions*, *Xi'an University of Technology*, *Xi'an* 710048, *China*
2. *School of Science*, *Xi'an University of Technology*, *Xi'an* 710054, *China*
3. *State Key Laboratory of Soil Erosion and Dryland Farming on the Loess Plateau*, *Institute of Soil and Water Conservation*, *Chinese Academy of Sciences and Ministry of Water Resources*, *Yangling*, *Shaanxi* 712100, *China*)

Abstract: In order to research the migration mechanism of the surface ponding infiltration, the HYDRUS software was used to simulate and verify the process of surface ponding infiltration based on Darcy law and mass conservation principle. The relationship between the ratio of horizontal wetting front to vertical wetting front and soil hydraulic parameters (air-entry suction, shape coefficient and saturated water conductivity) was analyzed, and a horizontal wetting front migration model was established by using soil saturated diffusion rate. The results showed that the shape of wetting pattern of fine soil was approximately an ellipsoid with the center at ponding center, and the vertical and horizontal wetting fronts were the long and short semi-axes, respectively. However, the center of the coarse soil wetting pattern was located below the ponding center, thus the short semi-axis was larger than the horizontal wetting front, and the long semi-axis was smaller than the vertical wetting front. Wetting front ratios of fine soil was changed little with time and can be assumed as a constant. There was no significant functional relationship

收稿日期:2019-10-15　修回日期:2019-11-17

基金项目:国家自然科学基金面上项目(51679190、51979220)、国家自然科学基金重点项目(41830754)和国家重点研发计划项目(2016YFC0501401-02)

作者简介:苏李君(1986—),男,副教授,主要从事农业水土工程和微分方程数值解研究,E-mail:sljun11@163.com

通信作者:王全九(1964—),男,教授,博士生导师,主要从事土壤物理与养分运移研究,E-mail:wquanjiu@163.com

between wetting front ratio and shape coefficient or saturated water conductivity, but it was linearly increased with the increase of air-entry suction with $R^2 = 0.999$. The power function of infiltration time can be used to describe the wetting front migration and the coefficient and index in power function can be estimated by the first and second polynomials of soil saturated diffusivity. It was verified that wetting front model had a good effect within the allowable error range. The research result can provide a more rational tool for the analyzing of surface ponding water migration. Meanwhile, it also provided a scientific theory for design of drip irrigation system in arid and semi-arid regions in northern China and improving the agricultural irrigation water use efficiency.

Key words: wetting front; two-dimensional accumulated water seepage; HYDRUS - 3D; fitting; mathematical model

0　引言

我国人均水资源量偏低，随着人口的增加和经济的发展，愈来愈多的地区出现水资源供需紧张的状况，北方地区的水资源已经不能支撑其经济持续健康的发展，困境日趋明显，降水更是稀少不均。面对现有水供应日趋增加的态势，特别是农业灌水对精心设计和管理的灌溉系统的需求，合理设计灌溉系统、提高灌溉用水效率显得尤为重要[1]。

滴灌技术以其显著的节水、节肥和增产等优点在我国已得到大面积的推广和应用，是目前最先进的节水灌溉技术之一。滴灌湿润体和主要根系分布区域的一致性是提高灌溉水利用效率的基础[2-3]。分析灌溉过程中不同时期的入渗趋势、累积入渗率以及湿润锋的迁移距离，可促进灌溉系统的合理设计[1]。滴灌地表积水区（或称饱和区）对土壤湿润区的影响很早就被研究者所关注[4-7]，它对土壤湿润区有显著的推动作用。在滴灌技术设计中，土壤湿润区是确定土壤水平湿润锋运移距离与垂直湿润锋运移距离比值（简称“湿润锋比”）、灌水定额、以及滴头间距等参数的基础[8]，不少学者一直在探究滴灌条件下土壤水分运动的运移机理。一般认为，当供水强度小于土壤入渗能力时，地表不形成积水；但当供水强度超过土壤入渗能力后，地表形成积水，并同时产生径流[9]。此外，FU 等[1]还根据实验数据提出了累积入渗量和湿润锋运移距离的模型，研究结果可为灌溉系统的设计提供理论支持，提高灌溉用水效率。胡和平等[10]在地表滴灌条件下，运用 SWMS-2D 模型对滴头流量、土壤初始含水率和饱和导水率等多种湿润体运移情况进行模拟分析，同时建立了土壤湿润体运移的经验方程。以上研究表明，滴灌水分入渗规律在灌溉系统中起到非常重要的作用，但是目前关于滴灌积水入渗模型仍需要进行深入研究，尤其是能够描述点源积水入渗机理的模型对研究滴灌土壤湿润区变化规律更为重要。因此，研究点源积水二维入渗条件下湿润锋运移规律对充分发挥滴灌的技术优势具有重要意义。

在前人研究的基础上，本文以达西定律和质量守恒原理为基础，假设湿润体形状和湿润锋比不随时间变化，仅湿润体大小随时间的增加而发生变化，在此基础上建立一个基于土壤水力参数的二维湿润锋运移模型。采用 HYDRUS-3D 软件模拟二维积水入渗的水分运动过程。通过软件模拟与数据分析，在研究湿润锋运移随时间变化规律的基础上，建立点源积水入渗情况下湿润锋比以及水平湿润锋与土壤水力参数间的模型，并对模型进行验证。

1　模型构建和研究方法

1.1　数学模型

1.1.1　土壤水分运动模型

在膜下滴灌条件下，土壤水分运动属于三维土壤水分入渗问题，但可简化为二维问题来考虑[11]。根据达西定律、质量守恒定律，在忽略温度、空气阻力以及土壤水滞后效应等因素对土壤水分入渗影响的同时，并假设土壤为各向同性，入渗模型可简化为以积水中心为对称点的二维入渗，此时土壤水分运动可用二维 Richards 方程表示为

$$\frac{\partial\theta}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial x}\left(D(\theta)\frac{\partial\theta}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(D(\theta)\frac{\partial\theta}{\partial z}\right)+\frac{\partial K(\theta)}{\partial z}\quad(1)$$

式中　θ——体积含水率，cm^3/cm^3

t——时间，min

x、z——空间坐标值，cm

$D(\theta)$——非饱和扩散率，cm^2/d

$K(\theta)$——非饱和导水率，cm/min

1.1.2　土壤水力模型

HYDRUS-3D 是一款用于模拟二维、三维土壤水分运动、溶质运移、根系吸水及热量传输的有限元计算软件。本文选取 HYDRUS-3D 中二维土壤水分运动模拟模块，该模块在进行数值模拟时，需要土壤水分特征曲线的参数，主要包括土壤滞留含水率、土壤饱和含水率、土壤形状参数、土壤进气吸力、饱和导水率以及土壤孔隙连通性系数。土壤水力特征

模型采用 Brooks－Corey 模型，即

$$K(h) = K_s \left(\frac{h_d}{h}\right)^m \tag{2}$$

$$S = \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} = \left(\frac{h_d}{h}\right)^n \tag{3}$$

其中 $m = 3n + 2$

式中 K_s——饱和导水率，cm/min

n——形状系数 m——参数

S——有效饱和度

θ_r——滞留含水率，cm^3/cm^3

θ_s——饱和含水率，cm^3/cm^3

h——土壤吸力，cm

h_d——进气吸力，cm

选取表 1 中的土壤模拟积水半径为 1 cm 的二维积水入渗过程，根据模拟得到的数据分析并构建相关数学模型，土壤水力参数选取 HYDRUS－3D 软件中自带参数[12]，见表 1，表中 θ_0 为土壤初始含水率。

表 1 土壤水力参数

Tab. 1 Soil hydraulic parameters

土壤类型	n	h_d/cm	K_s/(cm·min^{-1})	θ_s/($cm^3 \cdot cm^{-3}$)	θ_r/($cm^3 \cdot cm^{-3}$)	θ_0/($cm^3 \cdot cm^{-3}$)
粘土	0.139	37.313	0.001 0	0.385	0.090	0.11
壤土	0.220	11.148	0.022 0	0.434	0.027	0.04
粉砂土	0.229	20.743	0.011 3	0.501	0.015	0.02
粉壤土	0.228	20.747	0.011 3	0.486	0.015	0.02
粘壤土	0.210	25.907	0.003 8	0.390	0.075	0.08
砂壤土	0.322	14.663	0.043 2	0.412	0.041	0.05
砂质粘土	0.168	29.155	0.002 0	0.321	0.109	0.12
粉质粘土	0.232	34.247	0.001 5	0.423	0.056	0.06
砂质粘壤土	0.250	28.090	0.007 2	0.330	0.068	0.07
粉质粘壤土	0.153	32.573	0.002 5	0.432	0.040	0.06
砂土	0.592	7.246	0.350 0	0.417	0.020	0.03
壤砂土	0.474	8.696	0.102 0	0.401	0.035	0.04

为了验证本文构建模型的准确性，另采用不同的土壤水力参数对所建模型进行验证，选取土壤参数方法是在表 1 中相应土壤水力参数的基础上通过合理调整 n 和 h_d 获得，见表 2。

表 2 验证采用的土壤水力参数

Tab. 2 Soil hydraulic parameters verified

土壤类型	n	h_d/cm	K_s/(cm·min^{-1})	θ_s/($cm^3 \cdot cm^{-3}$)	θ_r/($cm^3 \cdot cm^{-3}$)	θ_0/($cm^3 \cdot cm^{-3}$)
粘土*	0.20	37.037	0.001 0	0.385	0.090	0.11
壤土*	0.31	10.526	0.022 0	0.434	0.027	0.04
粉砂土*	0.26	20.833	0.011 3	0.501	0.015	0.02
粉壤土*	0.28	20.408	0.011 3	0.486	0.015	0.02
粘壤土*	0.30	25.000	0.003 8	0.390	0.075	0.08
砂壤土*	0.35	16.129	0.043 2	0.412	0.041	0.05
砂质粘土*	0.22	30.303	0.002 0	0.321	0.109	0.12
粉质粘土*	0.24	33.333	0.001 5	0.423	0.056	0.06
砂质粘壤土*	0.31	27.778	0.007 2	0.330	0.068	0.07
粉质粘壤土*	0.18	31.250	0.002 5	0.432	0.040	0.06

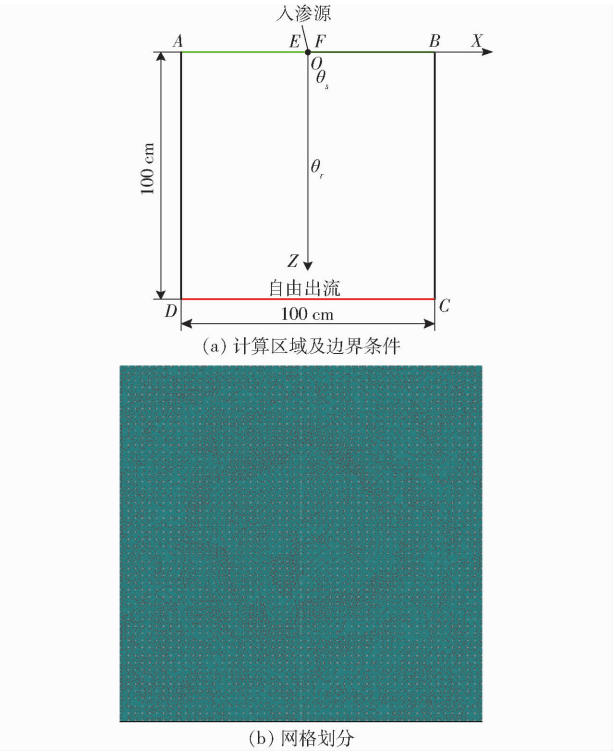
注：* 表示调整参数后的土壤类型。

1.1.3 模型设定与时空离散

HYDRUS－3D 工作空间的几何模型设为 $X-Z$ 平面，所建模型区域为 100 cm × 100 cm 的正方形平面，入渗源为半径为 1 cm 的积水区域，位于上边界中心点位置处。如图 1a 建立直角坐标系。

建立几何模型后将 Brooks－Corey 模型作为土壤水力特征模型，不考虑水力滞后效应。模拟初始时间为 0 min，结束时间为 2 000 min。设置最大迭代次数(Maximum number of iterations)为 10 000 次，设置初始时间步长(Initial time)0.5 min，最小时间步长(Minimum time)0.1 min，最大时间步长(Maximum time)1 min，含水率允许最大误差限(Water content tolerance)0.001 cm^3/cm^3，压力水头允许最大误差限(Pressure head tolerance)1 cm。采用 HYDRUS－3D 中 FE－Mesh 模块对所建的二维模型进行网格划分，网格划分的类型为三角形，有限元栅格划分参数

中设置其有限元三角形外接圆最大直径为 1 cm，其他参数采用 HYDRUS 数据库中自带数据。为了提高模拟结果的精度，对积水周围的部分区域网格进行加密处理，有限元计算网格如图 1b 所示。



(a) 计算区域及边界条件

(b) 网格划分

图 1　计算区域及网格划分

Fig. 1　Simulation areas and meshing

计算区域入渗面 EF 是半径为 1 cm 的积水面，在不入渗时视地表为大气边界，入渗开始后很快达到饱和，视为定水头边界；入渗面 EF 左右两侧边界，以及边界 AD 和 BC 假定为零通量边界，故其水分通量为零；下边界 CD 为不受地下水位影响的自由出流边界。在入渗开始时，即在 $t=0$ 时刻，土壤含水率为土壤初始含水率 θ_0。综上所述，其初始条件和边界条件可总结为：

(1)初始条件

初始条件为

$$\theta(x,z,0)=\theta_0$$
$$(-50\ \text{cm}\leqslant x\leqslant 50\ \text{cm},0\ \text{cm}\leqslant z\leqslant 100\ \text{cm}) \quad (4)$$

(2)边界条件

入渗面 EF 边界

$$\theta(x,z,t)=\theta_s \quad (x_0\leqslant x\leqslant x_l,t>0) \quad (5)$$

CD 自由排水边界

$$\frac{\partial\theta}{\partial z}=0 \quad (z=100\ \text{cm}) \quad (6)$$

AE、FB、AD、BC 零通量边界

$$-K(h)\frac{\partial h}{\partial z}=0 \quad (7)$$

式中　x_0——积水区域左边界，cm

x_l——积水区域右边界，cm

1.1.4　土壤湿润体形状模型

湿润体的大小与形状对作物生长起关键性作用，土壤水分入渗湿润体的研究是滴灌以及涌泉根灌技术要素和水分运动规律研究的基础[13]。研究表明积水入渗的湿润体形状可近似看成一个椭球或椭圆面[14-16]。针对二维土壤积水入渗问题，本文假设土壤湿润体是以垂直湿润锋和水平湿润锋为长半轴和短半轴的半椭圆面

$$\frac{x^2}{x_f^2}+\frac{z^2}{z_f^2}=1 \quad (-x_f\leqslant x\leqslant x_f,0\leqslant z\leqslant z_f) \quad (8)$$

式中　x_f——水平湿润锋长度，cm

z_f——垂直湿润锋长度，cm

1.1.5　湿润锋运移模型

土壤湿润锋分布一方面可以反映灌溉水量是否满足灌溉要求，另一方面可以反映灌溉质量，其运动规律是灌溉管理的理论基础。不同灌溉技术因湿润土壤的方式不同，湿润锋运移规律存在明显差异，而同一灌溉技术条件下，又因土壤理化性质、灌溉参数以及土壤水力参数的不同，湿润锋运移也不一致[3]。研究表明积水入渗的湿润锋运移过程可采用入渗时间的幂函数表示[14,17-18]，即

$$x_f=a_1t^{b_1} \quad (9)$$

$$z_f=a_2t^{b_2} \quad (10)$$

式中　a_1、a_2、b_1、b_2——拟合参数

土壤水分扩散率反映了土壤孔隙度、孔隙大小分布以及导水性能，并影响土壤中水分运动状况，它是研究水盐运动规律与调控以及表征土壤水动力学的重要参数之一[19]。因此本文考虑构建饱和扩散率与幂函数参数之间的关系。土壤非饱和扩散率的表达式[20]为

$$D(\theta)=-K(\theta)\frac{\mathrm{d}h}{\mathrm{d}\theta}=-K_s\left(\frac{\theta-\theta_r}{\theta_s-\theta_r}\right)^{\frac{m}{n}}\frac{\mathrm{d}h}{\mathrm{d}\theta}=\frac{K_sh_d}{n(\theta_s-\theta_r)}\left(\frac{\theta-\theta_r}{\theta_s-\theta_r}\right)^{\frac{m-n-1}{n}} \quad (11)$$

令 $\theta=\theta_s$，得到土壤饱和扩散率的表达式为

$$D_s=\frac{K_sh_d}{n(\theta_s-\theta_r)} \quad (12)$$

1.2　数据处理及误差分析

本研究中湿润锋数据来自 HYDRUS-3D 模拟的土壤入渗剖面，测量湿润锋数据时遵循以下原则：①由于从软件读取数据时存在一定的误差，从软件中直接读取的湿润锋并不一定是此时土壤实际入渗时达到的实际湿润锋，不能够精确测量某一时刻具体的实际湿润锋，因此获取数据时尽可能满足相对

误差$\frac{|x_f - x_f'|}{x_f'} \leqslant 0.09$，$x_f$ 表示能够直接在软件中读取的近似湿润锋值，x_f' 表示某时刻实际湿润锋值。②考虑到积水半径为 1 cm，将直接在软件中读取的近似湿润锋值和实际湿润锋值均减 1 cm 作为最终试验数据。

数据运用 Excel 进行处理，并用 AutoCAD 和 OriginPro 进行绘图以及 Matlab 进行模型验证，同时采用决定系数 R^2、均方根误差（RMSE）和相对误差（RE）评价指标进行误差分析，检验相关性。

2 结果与分析

2.1 土壤湿润体形状变化特征

以积水中心为坐标原点，用 HYDRUS－3D 模拟土壤水分在水平方向和垂直方向上的二维入渗，不同时刻湿润锋轮廓如图 2 所示。从图中可以看出，在整个入渗过程中水平扩散距离和垂直入渗深度均随着入渗时间的增加而增加，但湿润体运移速率在后期明显逐渐减小。入渗开始后土壤表层很快达到饱和，视为定水头，随着入渗时间的增加，同一土壤的湿润锋运移垂直入渗深度略快于水平扩散距离。这是由于随着时间的增长，土水势梯度减小，在基质势和重力势的共同作用下，导致土壤水向下运动能力增强，使湿润体的形状近似可以看作一个椭圆面[21]，细质土壤（$h_d > 11$ cm）的湿润体形状变化过程可以假设为以积水中心处为圆心的椭圆形，但粗质土壤（壤砂土和砂土，$h_d < 8.7$ cm）的湿润体形状变化过程不是以积水中心为圆心的椭圆形，随着入

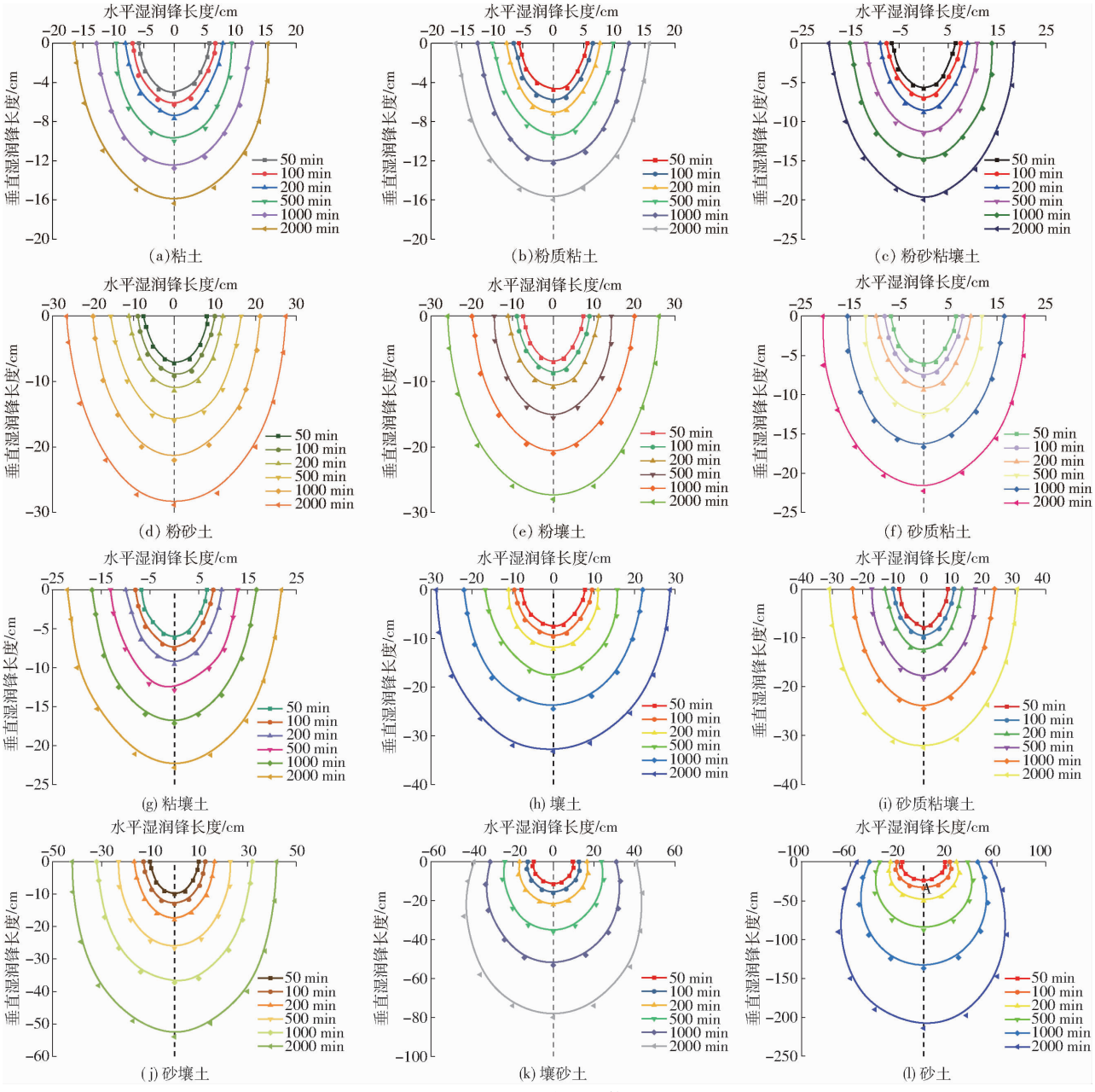


图 2 土壤入渗湿润体形状

Fig. 2 Soil infiltration wetting pattern shapes

渗时间的增加椭圆中心逐渐向积水中心下方偏移（如图 2k、2l 中壤砂土和砂土湿润体形状），因此本文研究所得模型适用于细质土壤。

2.2　水平湿润锋与垂直湿润锋的关系

通过数值模拟可知，土壤在不同入渗时间的湿润锋形状基本相似，但水平和垂直湿润锋长度随时间发生变化。选取砂土、壤砂土、粘土和砂质粘壤土为例，表 3 给出了这 4 种土壤湿润锋长度及湿润锋比随时间的变化过程。由表可看出，细质土壤（h_d > 11 cm）的湿润锋比随时间变化幅度较小，垂直湿润锋与水平湿润锋变化速率基本保持一致，但粗质土壤（砂土和壤砂土，h_d < 8.7 cm）的湿润锋比随时间变化幅度较大，随着入渗时间的增加垂直湿润锋变化速率比水平湿润锋变化速率较快，因此湿润锋比随时间的增加而减小，同时可以结合图 2 发现，粗质土壤湿润体椭圆中心逐渐向积水中心下方偏移，所以本研究主要考虑细质土壤，并假设细质土壤水平湿润锋和垂直湿润锋的比值不随入渗时间变化，令

$$w_t = \frac{x_f}{z_f} \tag{13}$$

式中　w_t——水平湿润锋和垂直湿润锋长度的比值，即湿润锋比

湿润锋比可以作为一个确定滴灌灌水参数的指标[22]，不同土壤的湿润锋比差异较大，分别分析湿润锋比与土壤水力参数（n、h_d、K_s）之间的关系，如图 3 所示。由图可知，相对于 n 和 K_s，w_t 与 h_d 具有较好的线性关系，通过拟合得到 w_t 与 h_d 的关系为

$$w_t = 0.004h_d + 0.787 \quad (R^2 = 0.999) \tag{14}$$

结合式（13）、（14），可得垂直湿润锋与水平湿润锋之间的关系为

$$z_f = \frac{x_f}{w_t} = \frac{x_f}{0.004h_d + 0.787} \tag{15}$$

由式（15）可知，在二维积水入渗条件下已知土壤某一入渗时刻水平湿润锋长度和土壤进气吸力时，就可以通过湿润锋比计算得到此时刻垂直方向上的湿润锋运移距离。

2.3　水平湿润锋运移特征

由式（15）可知，若水平湿润锋长度已知，则可以由土壤进气吸力估计二维积水入渗的土壤湿润体范围。虽然水平湿润锋长度可以直接在室内或田间试验中观测得到，但如果水平湿润锋长度与入渗时间之间的关系未知，则本文方法就不能直接预测湿润体范围。因此有必要进一步分析土壤水平湿润锋长度与时间的变化关系。不同土壤湿润体水平湿润锋长度随时间变化如图 4 所示。可以看出，积水入渗条件下湿润锋长度与时间存在显著的幂函数关系，这与其他学者的一些研究结果相同[14,17-18]。对表 1 中细质土壤的水平湿润锋长度运用式（9）进行

表 3　湿润锋比随时间的变化

Tab. 3　Wetting frontratio varied with time

土壤类型	时间/min	水平湿润锋长度/cm	垂直湿润锋长度/cm	湿润锋比
砂土	50	22.460	29.530	0.761
	100	25.860	34.731	0.745
	200	30.195	52.523	0.575
	500	40.361	89.011	0.453
	1 000	49.001	134.500	0.364
	2 000	58.474	215.010	0.272
壤砂土	50	9.650	12.385	0.779
	100	13.205	17.588	0.751
	200	17.115	23.198	0.738
	500	25.102	36.544	0.687
	1 000	33.048	54.523	0.606
	2 000	42.550	80.556	0.528
粘土	50	4.666	4.967	0.939
	100	5.575	5.922	0.941
	200	6.822	7.255	0.940
	500	9.229	9.817	0.940
	1 000	11.874	12.610	0.942
	2 000	15.536	16.512	0.941
砂质粘壤土	50	7.012	7.762	0.903
	100	8.950	10.050	0.891
	200	11.608	13.110	0.885
	500	16.735	18.811	0.890
	1 000	22.360	25.182	0.888
	2 000	30.137	33.861	0.890

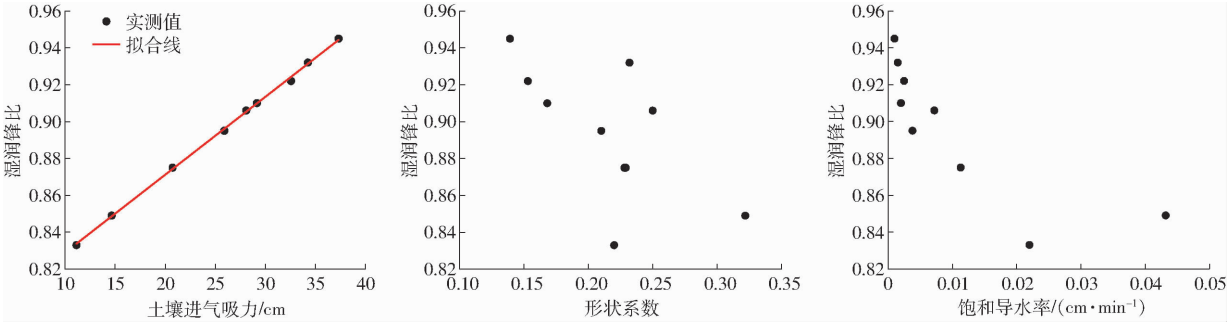


图 3　湿润锋比与土壤水力参数关系

Fig. 3　Relationship between wetting frontratios and soil hydraulic parameters

拟合,结果如表 4 所示,决定系数 R^2 均大于 0.990,拟合效果较好。

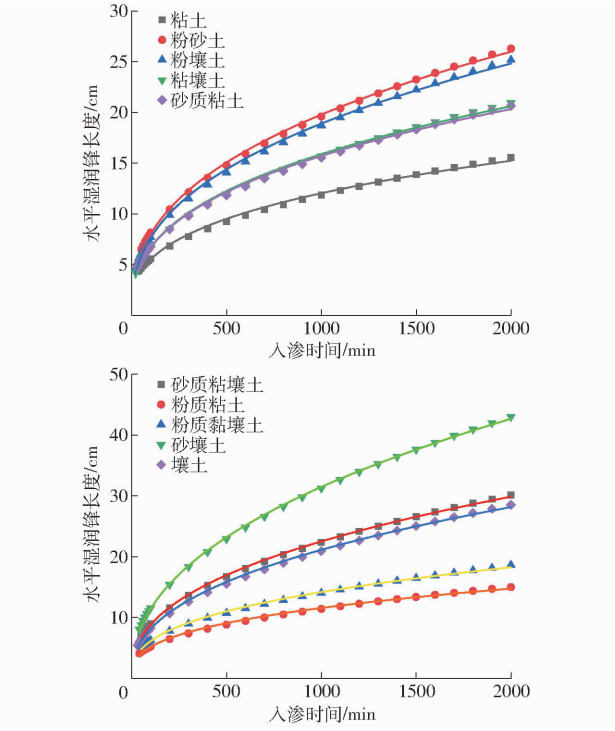


图 4 水平湿润锋长度随时间的变化曲线

Fig. 4 Variation curves of horizontal wetting front with time

表 4 水平湿润锋长度拟合结果

Tab. 4 Horizontal wetting front fitting results

土壤类型	拟合结果	R^2
粘土	$x_f = 1.260t^{0.330}$	0.996
壤土	$x_f = 1.442t^{0.388}$	0.996
粉砂土	$x_f = 1.416t^{0.381}$	0.999
粉壤土	$x_f = 1.389t^{0.377}$	0.998
粘壤土	$x_f = 1.329t^{0.358}$	0.997
砂壤土	$x_f = 1.679t^{0.424}$	0.999
砂质粘土	$x_f = 1.330t^{0.357}$	0.998
粉质粘土	$x_f = 1.205t^{0.327}$	0.996
砂质粘壤土	$x_f = 1.490t^{0.393}$	0.999
粉质粘壤土	$x_f = 1.316t^{0.344}$	0.997

对式(9)求导可得

$$\frac{\mathrm{d}x_f}{\mathrm{d}t} = a_1 b_1 t^{b_1 - 1} \tag{16}$$

计算得到水平湿润锋长度变化率随时间变化的关系曲线,如图 5 所示。

式(9)表明水平湿润锋长度随着入渗时间的增加而呈幂函数增大,由图 5 可以看出,在入渗初始阶段约 200 min 内水平湿润锋长度迅速增大,约 200 min 后,湿润锋长度缓慢增大。在入渗过程中水平湿润锋长度变化速率随入渗时间的增加而持续减小,在入渗初始的 500 min 内,下降迅速,约 1 000 min 后下降缓慢,基本趋于稳定。

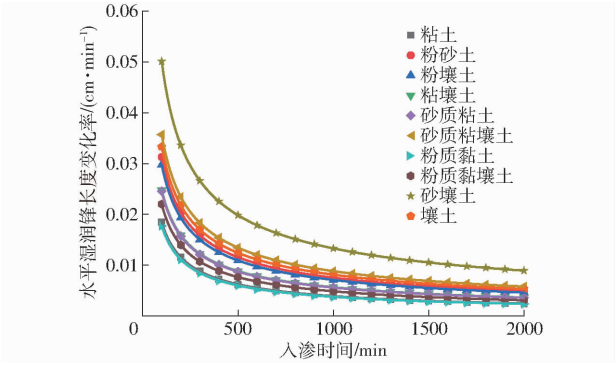


图 5 水平湿润锋长度变化率随时间的变化曲线

Fig. 5 Changing curves of variation rate of horizontal wetting front with time

2.4 湿润锋运移定量分析

土壤水力参数是求解土壤水分运动方程的重要参数,也是建立土壤水分运动数学模型的重要基础。在研究水平湿润锋运移随时间变化规律的基础上,运用 HYDRUS 软件模拟的数据进行拟合研究发现,不同土壤入渗时的幂函数参数 a_1 与土壤饱和扩散率 D_s 间呈线性关系,其中土壤饱和扩散率 D_s 可将表 1 中的参数代入式(12)计算得到,变化关系如图 6a 所示,决定系数 $R^2 = 0.984$,RMSE 为 0.017,RE 为 0.013%;同时,拟合发现参数 b_1 是土壤饱和扩散率 D_s 的二次函数,如图 6b 所示,决定系数 $R^2 = 0.981$,RMSE 为 0.004,RE 为 0.011%,数值模拟效果较好。

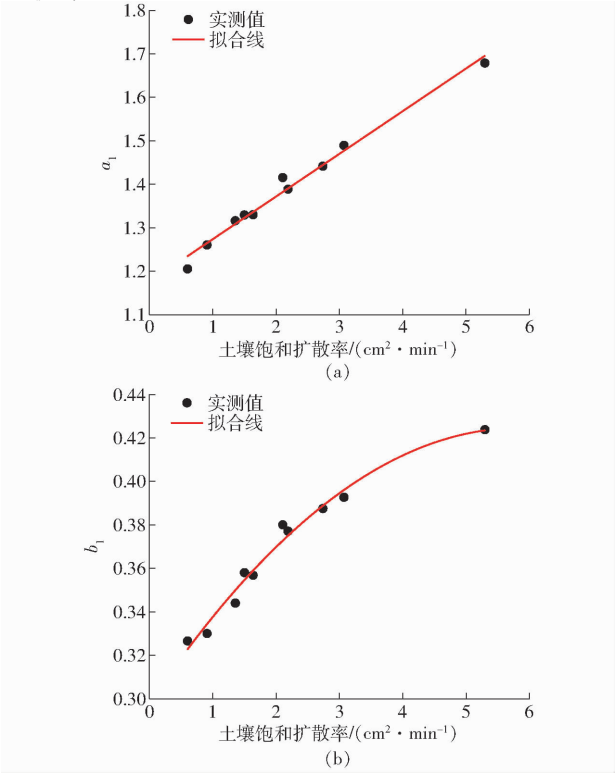


图 6 水平湿润锋运移模型参数与饱和扩散率的关系

Fig. 6 Relationship between parameters of horizontal wetting front migration model and saturation diffusivity

经过拟合得到参数 a_1、b_1 与 D_s 间满足

$$a_1 = 0.098D_s + 1.175 \quad (17)$$

$$b_1 = -0.004D_s^2 + 0.043D_s + 0.298 \quad (18)$$

联立式(9)、(17)、(18)可以推导得出水平湿润锋长度与土壤饱和扩散率间的关系，即

$$x_f = (0.098D_s + 1.175)\,t^{-0.004D_s^2 + 0.043D_s + 0.298} \quad (19)$$

综合式(15)和式(19)可知，在给定土壤水力参数(包括 n、K_s、h_d、θ_s、θ_r)时，就可以估算得到某一时刻的水平湿润锋长度和垂直湿润锋长度。

2.5　湿润体变化过程定量关系评价

采用表 2 中的水力参数分别对湿润锋比与进气吸力的关系、幂函数参数 a_1 和 b_1 与饱和扩散率的关系、水平湿润锋模型以及土壤湿润体形状进行验证。实测值和拟合值的吻合程度运用决定系数 R^2、RMSE 和 RE 评价指标来进行误差分析，检验模型的精确性。

图 7 是对湿润锋比和幂函数参数 a_1、b_1 的验证，由图 7 可以看出，湿润锋比、幂函数参数 a_1、b_1 的实测值与拟合值之间有较好的吻合度，决定系数 R^2 均大于 0.950，RMSE 均不大于 0.027，RE 不大于 0.124%，表明式(14)可以很好地用来描述湿润锋比与土壤进气吸力间的线性变化关系；式(17)、(18)可以较好地表示幂函数参数 a_1、b_1 与土壤饱和扩散率间的变化关系。

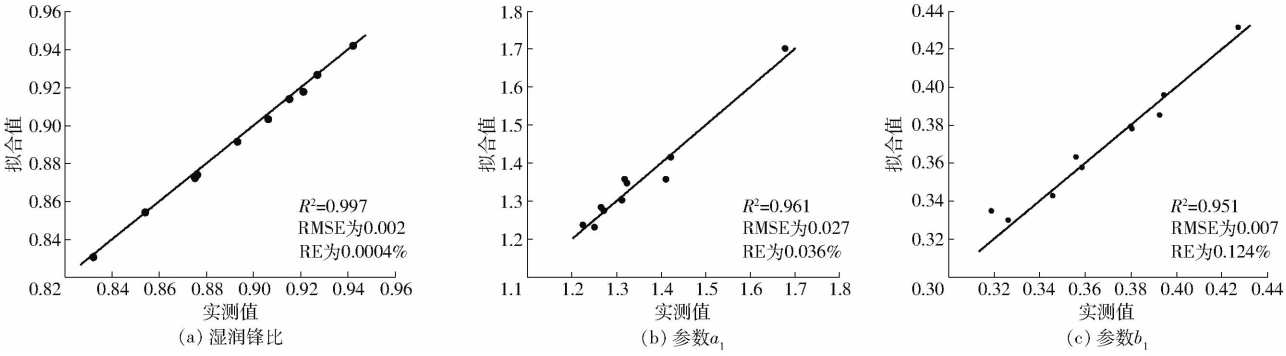


图 7　模型验证

Fig. 7　Model validation

由图 4、5 已经得出，从 1 000 min 左右开始水平湿润锋长度变化速率基本趋于稳定，随着时间的推移，湿润锋运移变化规律无限趋于线性变化，也就意味着从此时开始计算值略小于实测值，而在实际研究中入渗时长并不会很长，因此只对水平湿润锋运移数学模型(式(19))前 1 000 min 进行验证，如图 8

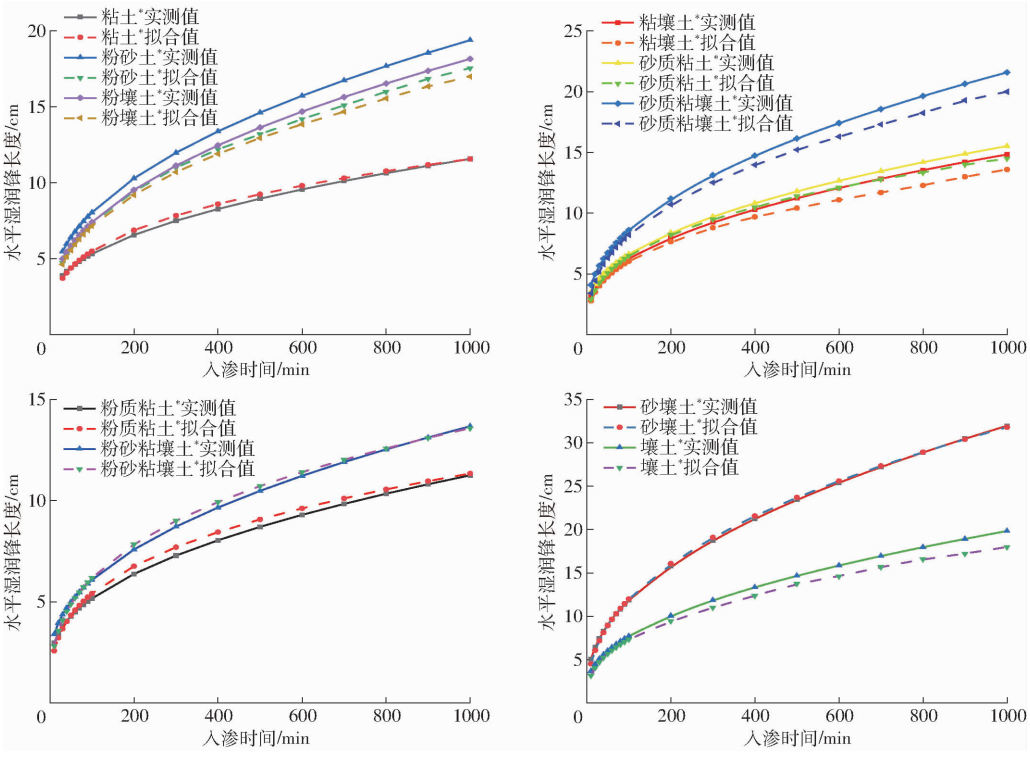


图 8　水平湿润锋验证

Fig. 8　Horizontal wetting front validation

所示。验证结果显示,其决定系数 R^2 在 0.941 ~ 0.999 之间,RMSE 在 0.219 ~ 1.150 cm 之间,RE 在 0.015% ~ 0.954% 之间,在一定误差允许范围内拟合效果较好。

图 9 是对细质土壤湿润体形状的验证,图中实测值表示水分入渗的实际湿润体轮廓线,拟合值表示通过式(8)计算得到的标准椭圆曲线。从图中可以看出,在入渗时刻 50、100、200、500 min 的实际湿润体形状和计算得到的标准椭圆曲线基本吻合,验证结果显示决定系数 R^2 在 0.920 ~ 0.972 之间,RMSE 在 0.096 ~ 2.542 cm 之间,RE 在 0.330% ~ 5.970% 之间,表明在一定的误差范围内二维积水入渗的土壤湿润体形状可近似看成一个以垂直湿润锋和水平湿润锋分别为长半轴和短半轴的半椭圆面,同时这一研究结果更加证明了其他学者[14-16]对土壤湿润体形状研究结论的准确性。

综上所述,在误差允许范围内,本研究所建立的模型可以为分析点源积水水分运移、滴灌灌水器的选择和布设以及为合理设计滴灌系统等相关问题提供科学依据。

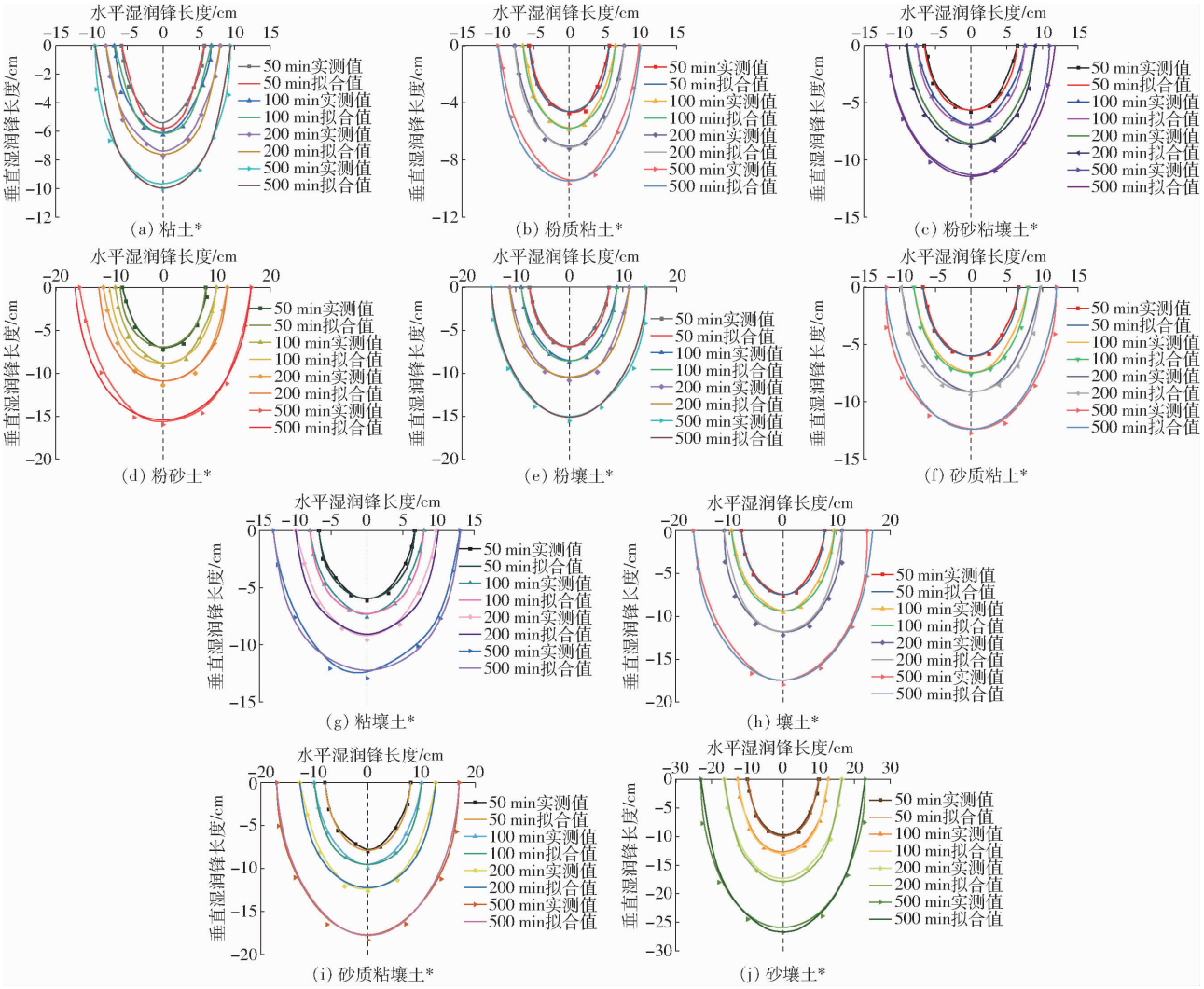


图 9 湿润体形状验证

Fig. 9 Wetting pattern shape validation

3 讨论

本文在 Richards 方程的基础上采用 Brooks - Corey 土壤水力特征模型,并假设湿润体形状和湿润锋比不随时间变化、积水中心为椭圆圆心的情况下推导出点源积水半径为 1 cm 的二维入渗湿润锋比及湿润锋长度与土壤水力参数间的数学模型。

通过数值模拟发现进气吸力小于 8.7 cm 的粗质土壤(砂土和壤砂土)湿润锋比随时间的增加呈递减趋势,这是因为随着入渗时间的增加,重力势作用明显,粗质土壤垂直湿润锋运移速率大于水平湿润锋运移速率。因此本研究只针对进气吸力大于 11 cm 的细质土壤进行了详细的研究。同时从图 8 可以看出,粉砂土* 和粘壤土* 的实测值和拟合值吻合效果相对较差,决定系数 R^2 分别为 0.941、0.961;砂质粘壤土* 和壤土* 效果较好,R^2 分别为 0.975、

0.966；粘土*、砂质粘土*、粉壤土*、粉质黏土*、粉砂粘壤土*和砂壤土*实测值和拟合值的吻合效果很好，R^2 分别为 0.994、0.982、0.981、0.992、0.996、0.999。总体看来 10 种土壤实测值和拟合值吻合效果相对较好，引起偏差的主要因素可能是受幂函数系数 a_1 的影响较大，对参数 a_1 验证发现，实测值与拟合值并不完全一致，部分验证点分布在直线 $y = x$ 两侧而并没有落在直线上。

已有学者通过试验得到，滴灌条件下湿润锋运移过程在统计学上是时间的幂函数[5,22-24]。也有不少学者根据水量平衡原理以及地表积水的原理，建立了以滴头流量与土壤入渗率比为基础的积水半径数学模型[7,25]，该模型认为滴灌条件下积水半径与滴头流量和土壤入渗率之间比值的 0.5 次方成正比。赵晔等[26]以水量平衡原理为基础，引用考斯加科夫土壤入渗公式建立点源积水半径运移的数学模型，发现积水半径随积水时间呈幂函数增大。另外，张勇勇等[27]利用 HYDRUS-2D 模拟不同土壤物理性质（土壤类型、初始含水率）、耕作技术参数和灌水技术参数组合的垄沟灌土壤水分入渗过程，采用空间矩分析方法定量分析不同因素对入渗湿润体特征量的影响，发现初始含水率对湿润体特征量的影响较其他因素小，土壤质地对湿润体特征量的影响差异明显。白雪儿等[28]对不同初始土壤含水率和滴头流量下滴灌土壤湿润体特征研究发现，再分布后的湿润体体积主要受灌水量的影响，可以选择较小的初始含水率及较大的滴头流量以提高湿润体内水分有效性。范严伟等[29]运用 HYDRUS-2D 对水平微润灌湿润体模拟进行分析研究发现，土壤质地对湿润体特性有显著影响，土壤质地越黏重，湿润锋运移速率越慢，湿润体体积越小，其“圆心”越靠近微润管，同时还发现在确定的土壤质地条件下，初始含水率和压力水头对湿润体特性有较大影响，湿润锋运移距离及湿润体体积均随土壤初始含水率、压力水头的增大而增大。

综上所述，积水半径、土壤质地、土壤初始含水率和滴头流量是影响湿润体的主要因素，本文基于积水半径为 1 cm 的数值模拟结果较好，建立了水平湿润锋长度、湿润锋比与土壤水力参数间的关系，通过此关系可以估算土壤湿润体范围，在一定程度上可以为分析点源积水运移问题提供科学依据。但由于数值模拟时假定土壤质地均匀，初始含水率等在一定理想条件下进行，与实际自然环境状态下的土壤结构存在一定程度的差异，入渗受到土壤空间异质性、作物生长以及气象因素的影响比较复杂，因此所得结论还需通过室内和田间试验进一步验证完善，同时在后期工作中会对积水半径、初始含水率的影响以及同时适用于细质土壤和粗质土壤的几何模型等进一步深入研究，以便于对模型进行优化和完善。

4　结论

（1）所建数学模型湿润锋比与进气吸力呈线性递增关系，模型简单、便于应用，且幂函数系数和指数可以分别用土壤饱和扩散率的一次多项式和二次多项式进行估计，决定系数 R^2 均大于 0.980，RMSE 在 0.004～0.017 之间，RE 在 0.011%～0.013% 之间，推导得到的湿润锋模型表征了水平湿润锋长度与饱和扩散率间的关系，经验证具有较好的效果，该模型揭示出土壤水平湿润锋长度与土壤水力参数具有密切关系。通过此模型发现，随着时间的推移，水平湿润锋增加速率在 1 000 min 左右开始趋于缓慢，接近于一个稳定值。

（2）建立的模型能较好地表征地表二维积水入渗规律，细质土壤湿润体是以积水中心为圆心、以垂直湿润锋和水平湿润锋分别为长半轴和短半轴的半椭圆面。粗质土壤湿润体也可以近似看成椭圆面，但粗质土壤湿润体的圆心位于积水中心下方，因此，短半轴大于水平湿润锋，长半轴小于垂直湿润锋。

参　考　文　献

[1] FU Q, HOU R, LI T, et al. A new infiltration model for simulating soil water movement in canal irrigation under laboratory conditions[J]. Agricultural Water Management, 2019, 213: 433-444.

[2] 李久生，栗岩峰，王军，等. 微灌在中国：历史、现状和未来[J]. 水利学报，2016，47(3)：372-381.
LI Jiusheng, SU Yanfeng, WANG Jun, et al. Micro irrigation in China: history, current situation and prospects[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2016, 47(3): 372-381. (in Chinese)

[3] 唐士劼，窦超银. 滴头流量对风沙土滴灌湿润锋运移影响的试验研究[J]. 节水灌溉，2018(11)：56-60，72.
TANG Shijie, DOU Chaoyin. An experiment study of the effects of dripper discharge on soil wetting front under drip irrigation in aeolian sandy soil[J]. Water Saving Irrigation, 2018(11): 56-60, 72. (in Chinese)

[4] 李明思，康绍忠，孙海燕. 点源滴灌滴头流量与湿润体关系研究[J]. 农业工程学报，2006，22(4)：32-35.
LI Mingsi, KANG Shaozhong, SUN Haiyan. Relationships between dripper discharge and soil wetting pattern for drip irrigation[J]. Transactions of the CSAE, 2006, 22(4): 32-35. (in Chinese)

[5] 刘晓英，杨振刚，王天俊. 滴灌条件下土壤水分运动规律的研究[J]. 水利学报，1990，21(1)：11-22.
LIU Xiaoying, YANG Zhen'gang, WANG Tianjun. Study on water movement under trickle irrigation[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 1990, 21(1): 11-22. (in Chinese)

[6] 李光永，曾德超，郑耀泉. 地表点源滴灌土壤水分运动的动力学模型与数值模拟[J]. 水利学报，1998，29(11)：22-26.

LI Guangyong, ZENG Dechao, ZHENG Yaoquan. The mathematical model of water movement from a surface trickle source[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 1998,29(11): 22 - 26. (in Chinese)
[7] 张振华, 蔡焕杰, 杨润亚,等. 地表积水条件下滴灌入渗特性研究[J]. 灌溉排水学报,2004,23(6): 1 - 4.
ZHANG Zhenhua, CAI Huanjie, YANG Runya, et al. The characteristic pattern of drip irrigation infiltration under surface ponding[J]. Journal of Irrigation and Drainage, 2004,23(6): 1 - 4. (in Chinese)
[8] BRESLER E. Analysis of trickle irrigation with application to design problems[J]. Irrigation Science, 1978, 1(1):3 - 17.
[9] 雷志栋, 杨诗秀, 谢森传. 土壤水动力学[M]. 北京:清华大学出版社,1988:78 - 82,124 - 126.
[10] 胡和平,高龙,田富强. 地表滴灌条件下土壤湿润体运移经验方程[J]. 清华大学学报(自然科学版),2010,50(6):839 - 843.
HU Heping, GAO Long, TIAN Fuqiang. Empirical equation for development of soil wetted body under surface drip irrigation condition[J]. Journal of Tsinghua University(Science and Technology), 2010, 50(6): 839 - 843. (in Chinese)
[11] 李淑芹, 王全九. 垂直线源入渗土壤水分分布特性模拟[J]. 农业机械学报,2011,42(3): 51 - 57.
LI Shuqin, WANG Quanjiu. Simulation of soil water distribution under vertical line source infiltration[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2011, 42(3): 51 - 57. (in Chinese)
[12] CARSEL R F, PARRISH R S. Developing joint probability distributions of soil water retention characteristics[J]. Water Resources Research, 1988, 24(5):755 - 769.
[13] 黎朋红, 汪有科, 马理辉,等. 涌泉根灌湿润体特征值变化规律研究[J]. 水土保持学报,2009,23(6): 190 - 194.
LI Penghong, WANG Youke, MA Lihui, et al. Study on eigenvalues of wetted soil under surge root irrigation[J]. Journal of Soil and Water Conservation, 2009, 23(6): 190 - 194. (in Chinese)
[14] 李毅, 王文焰, 王全九,等. 非充分供水条件下滴灌入渗的水盐运移特征研究[J]. 水土保持学报,2003,17(1): 1 - 4.
LI Yi, WANG Wenyan, WANG Quanjiu, et al. Experimental study on water and salt transport characteristics under infiltration of non-sufficient trickle irrigation[J]. Journal of Soil Water Conservation, 2003,17(1): 1 - 4. (in Chinese)
[15] 赵颖娜, 汪有科, 马理辉,等. 原状土滴灌条件下水分再分布过程研究[J]. 灌溉排水学报,2010,29(2): 44 - 49.
ZHAO Yingna, WANG Youke, MA Lihui, et al. Investigation on undisturbed soil water redistribution under drip irrigation [J]. Journal of Irrigation and Drainage, 2010, 29(2): 44 - 49. (in Chinese)
[16] 蔡耀辉, 吴普特, 张林,等. 微孔陶瓷渗灌与地下滴灌土壤水分运移特性对比[J/OL]. 农业机械学报,2017,48(4): 242 - 249.
CAI Yaohui, WU Pute, ZHANG Lin, et al. Comparison of characteristics of soil moisture transfer for porousceramic infiltration irrigation and subsurface drip irrigation[J/OL]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2017, 48(4): 242 - 249. http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx? flag = 1&file_no = 20170431&journal_id = jcsam. DOI:10.6041/j.issn.1000-1298.2017.04.031. (in Chinese)
[17] 房云杰, 李援农, 陈朋朋,等. 残膜土壤对点源入渗湿润体特性的影响[J]. 中国农村水利水电,2019(2): 92 - 97.
FANG Yunjie, LI Yuannong, CHEN Pengpeng, et al. The effect of residual film soil on wetted body characteristics of point source infiltration[J]. China Rural Water and Hydropower, 2019(2): 92 - 97. (in Chinese)
[18] 李毅, 关冰艺. 滴灌两点源交汇入渗的斥水土壤水分运动规律[J]. 排灌机械工程学报,2013,31(1): 81 - 86.
LI Yi, GUAN Bingyi. Water movement characteristics in hydrophobic soils between two emitters of trickle irrigation[J]. Journal of Drainage and Irrigation Machinery Engineering, 2013, 31(1): 81 - 86. (in Chinese)
[19] 串志强, 盛钰, 赵成义,等. 膜下滴灌条件下绿洲棉田土壤水分运动数值模拟[J]. 干旱区地理,2008(5): 673 - 679.
CHUAN Zhiqiang, SHENG Yu, ZHAO Chengyi, et al. Soil water movement numerical simulation of drip irrigation under mulch[J]. Arid Land Geography, 2008(5): 673 - 679. (in Chinese)
[20] 王全九,邵明安,郑纪勇. 土壤中水分运动与溶质迁移[M]. 北京:中国水利水电出版社,2007.
[21] 何振嘉. 涌泉根灌单点源入渗湿润体特性研究[J]. 灌溉排水学报,2018,37(增刊 1): 34 - 37.
HE Zhenjia. Characteristics of wetting body under bubbled-root irrigation point source infiltration[J]. Journal of Irrigation and Drainage, 2018, 37(Supp.1): 34 - 37. (in Chinese)
[22] 汪志荣, 王文焰, 王全九,等. 点源入渗土壤水分运动规律实验研究[J]. 水利学报,2000,31(6): 39 - 44.
WANG Zhirong, WANG Wenyan, WANG Quanjiu, et al. Experimental study on soil water movement from a point source[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2000,31(6): 39 - 44. (in Chinese)
[23] BEN-ASHER J, YANO T, SHAINBERG I. Dripper discharge rates and the hydraulic properties of the soil[J]. Irrigation and Drainage Systems, 2003, 17(4):325 - 340.
[24] LI J S, JI H Y, LI B, et al. Wetting patterns and nitrate distributions in layered-textural soils under drip irrigation[J]. Agricultural Sciences in China, 2007, 6(8):74 - 84.
[25] 崔伟敏, 李明思, 代智光,等. 滴灌条件下积水区特性的试验研究[J]. 灌溉排水学报,2010,29(2): 69 - 71,84.
CUI Weimin, LI Mingsi, DAI Zhiguang, et al. Characteristics of water accumulated areas under drip irrigation[J]. Journal of Irrigation and Drainage, 2010, 29(2): 69 - 71,84. (in Chinese)
[26] 赵晔, 李明思. 点源滴灌地表积水区半径运移模型分析[J]. 节水灌溉,2014(12): 16 - 19,22.
ZHAO Ye, LI Mingsi. Analysis of soil surface ponding radius movement model under point source drip irrigation[J]. Water Saving Irrigation, 2014(12): 16 - 19,22. (in Chinese)
[27] 张勇勇, 吴普特, 赵西宁. 基于矩分析的垄沟灌入渗湿润体特征[J]. 中国沙漠,2015,35(5): 1217 - 1225.
ZHANG Yongyong, WU Pute, ZHAO Xi'ning. Wetting pattern of ridge-furrow irrigation infiltration described with moment analysis[J]. Journal of Desert Research, 2015, 35(5): 1217 - 1225. (in Chinese)
[28] 白雪儿, 艾一丹, 杨昊晟,等. 不同初始土壤含水率和滴头流量下滴灌土壤湿润体特征及其有效性评价[J]. 灌溉排水学报,2019,38(8): 73 - 78.
BAI Xueer, AI Yidan, YANG Haosheng, et al. Effects of different initial water content and dripper discharge on wetted body characteristic of drip irrigation[J]. Journal of Irrigation and Drainage, 2019, 38(8): 73 - 78. (in Chinese)
[29] 范严伟,赵彤,白贵林,等. 水平微润灌湿润体 HYDRUS - 2D 模拟及其影响因素分析[J]. 农业工程学报,2018,34(4): 115 - 124.
FAN Yanwei, ZHAO Tong, BAI Guilin, et al. HYDRUS - 2D simulation of soil wetting pattern with horizontal moistube-irrigation and analysis of its influencing factors[J]. Transactions of the CSAE, 2018, 34(4): 115 - 124. (in Chinese)