doi:10.6041/j.issn.1000-1298.2019.S0.025

基于 Bandelet 变换的参数化阈值函数降噪算法

王海华　张馨心　梅树立
(中国农业大学信息与电气工程学院, 北京 100083)

摘要: 为去噪的同时最大程度地保留蝗虫切片图像细小的边缘与纹理特征,利用 Bandelet 变换的多尺度特性和图像的几何特性,提出了基于 Bandelet 变换的参数化阈值函数的去噪算法。首先采用具有平移不变性的平稳小波对图像进行分解,然后利用 Birge－Massart 策略估计阈值、最小化 Lagrange 函数取得最佳几何流方向,并利用最小均方误差(MSE)原则优化四叉树,最后采用自适应 Bayesshrink 参数化阈值函数对图像进行去噪。实验结果表明,本文算法对图像边缘的稀疏表示效果比较理想,降噪后边缘更加清晰,纹理特征更多。对比其他方法,通过本文算法获得的峰值信噪比(PSNR)和结构相似度(SSIM)结果表明,其降噪性能显著提高。说明将基于 Bandelet 变换的参数化阈值函数算法应用于蝗虫切片图像去噪有效、可行,可为后续研究提供技术支持。

关键词: 降噪算法; Bandelet 变换; 平稳小波; Birge－Massart 策略; 参数化阈值函数
中图分类号: TP391.41　　**文献标识码**: A　　**文章编号**: 1000-1298(2019)S0-0159-08

Parametric Threshold Function Denoising Algorithm Based on Bandelet Transform

WANG Haihua　ZHANG Xinxin　MEI Shuli
(*College of Information and Electrical Engineering*, *China Agricultural University*, *Beijing* 100083, *China*)

Abstract: In order to better obtain the edge details and texture information of the image in the process of denoising, the balance was obtained in the removal and excessive smoothing of the image detail noise. A parameterize threshold function for denoising algorithm was proposed based on Bandelet transform, which took full advantage of the multi-scale characteristics of Bandelet transform and the geometric characteristics of image. The image was decomposed by using stationary wavelet with translation invariance to overcome the oscillation of the image and the threshold was estimated by Birge－Massart strategy. Then the optimal geometric flow direction was obtained by minimizing Lagrange function. The quadtree of Bandelet transform was optimized according to minimum mean square error (MSE) principle. Finally, the adaptive Bayesshrink parameterized threshold function was used to image denoising. The results showed that the proposed method performed more effectively to preserve the edge features and the fine structure of the denoising image. Compared with other methods, the peak signal-to-noise ratio (PSNR) and structural similarity (SSIM) obtained by the proposed algorithm showed that the performance of noise reduction was improved significantly. Therefore, the parameterized threshold function denoising algorithm based on Bandelet transform was feasible and effective in image denoising of locust slices, which provided technical support for its subsequent processing.

Key words: denoising algorithm; Bandelet transform; stationary wavelet; Birge－Massart strategy; parameterized threshold function

0　引言

蝗虫显微切片试验的主要目的是研究蝗虫细胞及其神经组织构造,揭示蝗虫繁殖和农药除虫工作原理,以辅助生物农药的研发,减少化学农药的使用[1]。但是蝗虫切片图像的获取和传输过程中会

收稿日期: 2019－04－21　修回日期: 2019－05－26
基金项目: 国家自然科学基金项目(61871380)和北京市自然科学基金项目(4172034)
作者简介: 王海华(1976—),男,副教授,主要从事农业信息化研究,E-mail: whaihua@cau.edu.cn
通信作者: 梅树立(1968—),男,副教授,主要从事图像处理研究,E-mail: meishuli@163.com

受到噪声干扰,导致图像质量下降,出现纹理特征丢失以及边缘模糊的现象。为了保证所传递图像信息的准确性,图像降噪[1]至关重要。

传统的中值滤波算法[2]和均值滤波算法[3]在去噪方面效果显著,但是处理图像纹理细节效果较差,会使图像的边缘变得模糊,丢失有效信息。针对边缘信息模糊化问题,有学者提出了自适应维纳滤波算法[4],该算法的滤波效果比均值滤波器效果好,可以很好地保留图像的边缘细节信息,但时间复杂度相对于其他算法较高。文献[5]将自适应小波与改进 P-M 模型相结合去噪,解决了部分纹理细节丢失问题,且图像边缘变得清晰。为了更好地保留图像的边缘细节信息,文献[6]将 Canny 边缘检测和小波阈值去噪相结合,去噪的同时可以保持边界信息的完整性,但对保护程度有局限性。目前稀疏表示已经广泛应用于图像降噪处理[7]。为了弥补小波变换不具备方向性的缺陷,出现了将边缘检测和图像表示法相结合、且基函数能随着图像变化而改变的自适应多尺度几何分析方法,如 Bandelet 变换[8-9]。此外,基函数不会随着图像的变换而改变的非自适应多尺度几何分析方法有脊波(Ridgelet)变换[10]、单尺度脊波变换[11]、Curvelet 变换[12]、以及 Contourlet 变换[13]等,这些变换都是利用具有方向性几何分析来增强小波变换的稀疏表示能力。文献[14]提出了基于 Bandelet 变换的去噪算法,获得较好的去噪效果,但是由于局部噪声的不同,采用固定阈值进行处理导致获取的最佳几何流方向有误差,从而影响了降噪效果。

目前,尚未见针对蝗虫切片图像的 Bandelet 变换去噪方法的研究。蝗虫显微切片图像中纹理丰富、轮廓较模糊,为使蝗虫切片图像在去噪处理后能够保留边缘纹理,满足应用研究要求,本文提出基于 Bandelet 变换的参数化阈值函数对蝗虫切片图像去噪算法。首先利用二维平稳小波对图像进行分解,针对固定阈值存在的缺陷,采用自适应 Birge-Massart 惩罚因子[5]估计拉格朗日函数的阈值,最小化拉格朗日函数得到最佳的几何流方向,利用最小均方误差原则优化四叉树。为使得降噪效果更佳,弥补软阈值函数与硬阈值函数的不足,对 Bandelet 块采用自适应 Bayesshrink 参数化阈值函数进行降噪。

1 Bandelet 变换

1.1 Wavelet 变换及其局限性

Wavelet 变换因其具有良好的时频局部特性和多尺度特性,被广泛地应用于图像处理领域[15]。Wavelet 变换能更好地稀疏表示一维分段光滑或分界变差函数,但是这种优越性并不能推广到二维以及更高维的空间[16]。因为是 Wavelet 变换只能表示有限个方向,即水平、垂直、对角线方向,对点奇异可以进行最优逼近,却不能充分发挥图像的几何特性来实现线奇异或者面奇异的最佳逼近效果。实际上图像大部分都是由多方向性和各向异性组成,所以当一维小波张量成二维小波时,需用最少的支撑区间进行稀疏表示实现最佳逼近效果,由于各向异性的缺乏,在降噪时也会导致纹理不清晰,降噪后相对应的峰值信噪比(PSNR)与结构相似度(SSIM)值也相对较小。而 Bandelet 变换是基于边缘稀疏表示的,可充分发挥自身的多尺度几何特性来实现对纹理较丰富的蝗虫切片图像的降噪,使得信号主要集中在少数的小波系数中,达到最佳的稀疏表示。

1.2 最佳几何流方向

具有正则性的图像边缘可以利用几何流来表示,在一个区域 Ω 内,一个几何流表示一个矢量场 $\boldsymbol{\tau}(x_1,x_2)$,表示图像中每一点$(x_1,x_2)$灰度变化的正则方向。把图像分割成很多的正方形直到每一个小正方形内最多只包含一个边缘,对不含边缘区域的灰度变化保持正则,无需定义几何流。反之几何流方向为边缘的切向方向。

最佳几何流方向是通过最小化 Lagrangian 函数来获得,即

$$L(f_\theta,R)=\|f_\theta-\tilde{f}_\theta\|^2+\lambda T^2(R_g+R_b) \quad (1)$$

式中 $\tilde{f}_\theta$——Bandelet 系数重构的一维信号

θ——采样角度

R_b——量化后的 Bandelet 系数编码所需比特数

$\|f_\theta-\tilde{f}_\theta\|^2$——重构图像残差

R_g——编码器编码几何流所需要的比特数

T——量化阈值

λ——Lagrangian 乘子

f_θ——二维小波系数经曲波变换后的一维信号

文献[17]优化结果 λ 取 3/28,但是阈值的选取不具有灵活性,所以采用 Birge-Massart 策略自适应地估计阈值。

1.3 量化阈值 T

不同阈值达到的稀疏表示程度也不一样,阈值选取过高,可能会导致构建的四叉树深度不够,阈值选择的过低,可能会导致最后稀疏表示效果跟普通小波一样。一般阈值的选取是根据小波系数的统计特性确定,目前阈值主要分为全局阈值和局部阈值,全局阈值是对小波分解后的系数进行统一处理,对应的阈值方法有 DJ 阈值、SURE 阈值和 Bayes 阈值。

而局部阈值是根据局部小波系数的分布情况确定。由于每一层的含噪量不同，为了阈值选取更加灵活，采用局部自适应 Birge－Massart 策略估计阈值。Birge－Massart 策略确定阈值的步骤如下[18]：

(1)给出一个确定的分解层数 j，保留 $j+1$ 层以及更高层的系数。

(2)对第 i 层($1\leqslant i\leqslant j$)，保留绝对值最大的 n_i 个系数，$n_i=M(j+2-i)^{\alpha}$，其中 $L(1)\leqslant M\leqslant 2L(1)$，式中 M、α 是经验系数，α 取 3。

(3)将第 i 层的每个小波系数取绝对值，并按照递减顺序排列 $|c(k)_i|$，则阈值 λ_i 为

$$\lambda_i=|c(n)_i| \tag{2}$$

1.4　四叉树分割及优化

DONOHO[19]在 Wedgelet 中使用的二进分割方法，将一幅正方形图像先等分成 4 份，然后再将每一个区域等分成 4 个小正方形，重复此操作，直到正方形的大小达到预先设定的最小值。分割后可以用四叉树来表示，四叉树的叶子节点是 Bandelet 化的对象，称为 Bandelet 块。用最小均分误差(MSE)原则对分割区域进行优化四叉树，最小均分误差计算式为

$$M_{SE}=\frac{1}{n^2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}(f_{i,j}-\hat{f}_{i,j})^2 \tag{3}$$

如果 $M_{SE_N}<M_{SE_{N_i}}$，将该区域与次小分块的区域进行合并，反之不进行合并。

2　自适应参数化阈值函数去噪方法

2.1　参数化阈值函数

图像去噪的目的是将图像中的有用信号与干扰信号尽可能地分离，尽可能还原图像中的原始信息。经过小波变换后，图像中有用信号主要保留在大的小波系数中，而噪声的信号能量主要存在于小的小波系数中，所以可以通过选择适当的阈值将两种信号进行有效分离，即可去除图像中的噪声。不同的阈值函数对图像降噪效果的影响不同，选择一个好的阈值函数会使得去噪效果事半功倍。硬阈值和软阈值是两种最基本的阈值函数，公式分别为

$$\widetilde{w}_{j,k}=\begin{cases}w_{j,k} & (|w_{j,k}|\geqslant T)\\ 0 & (|w_{j,k}|<T)\end{cases} \tag{4}$$

$$\widetilde{w}_{j,k}=\begin{cases}\mathrm{sgn}(w_{j,k})(|w_{j,k}|-T) & (|w_{j,k}|\geqslant T)\\ 0 & (|w_{j,k}|<T)\end{cases} \tag{5}$$

式中　w——小波系数

GAO 等[20]研究发现硬阈值函数虽可以很好地保留图像边缘的特征信息，但是硬阈值函数连续性较差，导致在含有边缘信息较多的图像中增加人为噪声点，去噪后会使图像边缘出现振荡现象。软阈值方法具有很好的连续性，但是较大的小波系数在重构过程中有误差，导致图像边缘模糊。为了使图像的逼近程度达到最大，在函数中引入参数，通过调整参数使误差降到最小，构造的参数化阈值函数计算式为

$$\widetilde{w}_{j,k}=\begin{cases}\mathrm{sgn}(w_{j,k})\left(|w_{j,k}|-\dfrac{T}{\mathrm{e}^{\frac{w_{j,k}^2-T}{N}}}\right) & (|w_{j,k}|\geqslant T)\\ 0 & (|w_{j,k}|<T)\end{cases} \tag{6}$$

式中　N——调节系数

式(6)具有连续性，会使得误差有可能变得更小。由式(6)可得

$$\lim_{N\to 0}\mathrm{sgn}(w_{j,k})\left(|w_{j,k}|-\frac{T}{\mathrm{e}^{\frac{w_{j,k}^2-T}{N}}}\right)=\mathrm{sgn}(w_{j,k})(|w_{j,k}|) \tag{7}$$

$$\lim_{N\to\infty}\mathrm{sgn}(w_{j,k})\left(|w_{j,k}|-\frac{T}{\mathrm{e}^{\frac{w_{j,k}^2-T}{N}}}\right)=\mathrm{sgn}(w_{j,k})(|w_{j,k}|-T) \tag{8}$$

由式(7)、(8)可知，当 $N\to\infty$ 时，该阈值函数为软阈值，N 越大则失真越大，边界越模糊，而振荡越小。当 $N\to 0$ 时，该阈值函数为硬阈值函数，N 越接近于 0 则失真越小，边界越清晰但振荡越大。可见参数化阈值函数充分发挥了两种阈值函数的优点，根据不同的去噪目的，可以选择合适的 N 来获得效果较好的去噪函数。

设阈值函数为

$$f(x)=\mathrm{sgn}(x)\left(|x|-\frac{T}{\mathrm{e}^{\frac{x^2-T}{N}}}\right) \tag{9}$$

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim_{x\to+\infty}\left(1-\frac{T}{x\mathrm{e}^{\frac{x^2-T}{N}}}\right)=1 \tag{10}$$

同理得

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x}=1 \tag{11}$$

$$\lim_{x\to+\infty}(f(x)-x)=\lim_{x\to+\infty}\left(-\frac{T}{\mathrm{e}^{\frac{x^2-T}{N}}}\right)=0 \tag{12}$$

$$\lim_{x\to-\infty}(f(x)-x)=0 \tag{13}$$

可见，函数 $f(x)$ 以 $y=x$ 为渐近线，随着 x 的增大逐渐接近 y，从而能够克服软阈值函数中 $f(x)$ 与 x 之间的恒定偏差的缺点以及硬阈值的小波系数不连续的问题。图 1 为软阈值函数、硬阈值函数与本文阈值函数的关系图。

2.2　阈值确定

确定阈值的方法有很多，DONOHO 等[21]提出的 Visushrink 方法、CHANG 等[22]提出的 Bayesshrink

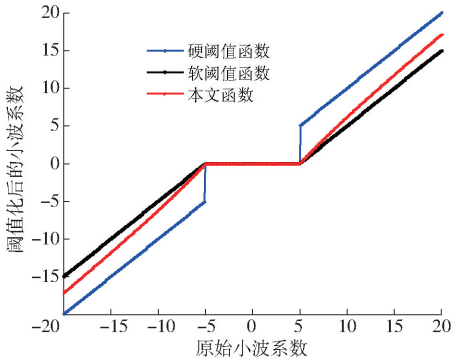


图 1 不同阈值函数的对比

Fig. 1 Contrast of different threshold functions

方法、基于 stein 无风险估计的 Sureshrink 方法。设含有噪声的图像模型为

$$x = f + n \tag{14}$$

式中 f——原来没有噪声的图像

n——噪声

x 为含有噪声的图像。因为 f 与 n 是相互独立的,所以根据式(14)可以得到

$$\widetilde{\sigma}_x^2 = \widetilde{\sigma}_f^2 + \widetilde{\sigma}_n^2 \tag{15}$$

其中

$$\widetilde{\sigma}_x = \frac{1}{N^2}\sum_{i,j=1}^{N} B_{i,j}^2 \tag{16}$$

$$\widetilde{\sigma}_n = \frac{\text{Median}\,|B_{i,j}|}{0.6745} \quad (B_{i,j} \in H_{Hj}) \tag{17}$$

式中 $\widetilde{\sigma}_n^2$——噪声的方差 H_{Hj}——高频子带系数

$\widetilde{\sigma}_x^2$——噪声图像中 Bandelet 系数的方差

$\widetilde{\sigma}_f^2$——原始图像的方差

$B_{i,j}$——高频子带中的 Bandelet 系数

由式(15)可知

$$\widetilde{\sigma}_f = \sqrt{\max(\widetilde{\sigma}_x^2 - \widetilde{\sigma}_n^2, 0)} \tag{18}$$

所以 Bayes 估计阈值可以表示为

$$T' = \frac{\widetilde{\sigma}_n^2}{\widetilde{\sigma}_f} \tag{19}$$

2.3 算法实现

基于第 2 代 Bandelet 变换的参数化阈值函数算法流程图如图 2 所示。

(1)平移不变性小波变换。对尺寸为 $N \times N$ 的图像作二维平稳小波变换,产生 3 个高频子带图像 (f_j^H, f_j^V, f_j^D)。

(2)获得最佳几何流方向和最优四叉树分割。利用 Birge - Massart 策略估计阈值,取 Lagrangian 函数的最小值为最佳几何流方向。采用最小均方误差原则优化四叉树。

(3)弯曲小波变换。沿着最佳几何流方向对小波系数进行重采样,并且在这个方向上进行正交投影,将二维转换为一维的信号进行小波变换。

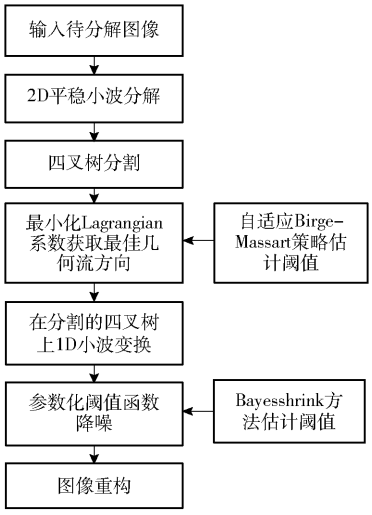


图 2 算法流程图

Fig. 2 Flow chart of algorithm

(4)对 Bandelet 块去噪。采用自适应 Bayes 收缩法确定阈值,利用参数化阈值函数对小波系数进行去噪操作。

(5)图像重构。逆二维平稳小波变换得到去噪后图像。

3 实验

为了验证本文算法在去噪的同时可以保留蝗虫切片的纹理和边缘信息,将本文算法分别与硬阈值降噪算法、软阈值降噪算法、Bandelet 变换进行 Matlab 仿真。采用加噪的 521 像素 × 521 像素纹理较丰富的蝗虫大脑切片图像进行分析。采用峰值信噪比(PSNR)和结构相似度(SSIM)作为指标评价。

峰值信噪比计算式为

$$PSNR = 10\lg\frac{255^2}{M_{SE}} \tag{20}$$

其中

$$M_{SE} = \frac{1}{MN}\sum_{i=1}^{M}\sum_{j=1}^{N}(S(i,j) - \hat{S}(i,j))^2 \tag{21}$$

式中 M——图像高度 N——图像宽度

M_{SE}——图像的均方误差

$S(i,j)$——原始图像在(i,j)位置上的像素

$\hat{S}(i,j)$——降噪后图像在(i,j)位置上的像素

结构相似度计算式为

$$SSIM = \frac{(2\mu_x\mu_y + c_1)(2\sigma_{xy} + c_2)}{(\mu_x^2 + \mu_y^2 + c_1)(\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + c_2)} \tag{22}$$

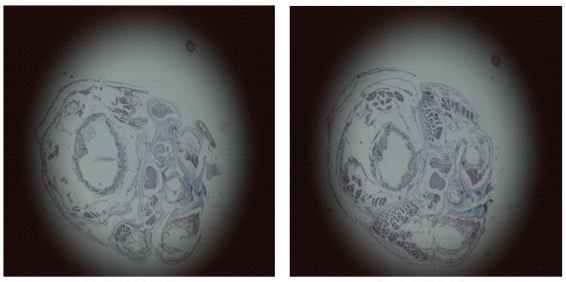
式中 μ_x、μ_y——图像 x、y 的均值

σ_x^2、σ_y^2——图像 x、y 的方差

σ_{xy}——协方差 c_1、c_2——常数

在图像降噪的过程中,会使得图像的边缘信息损失或者模糊,图像的像素也会有所变化。为了更好地衡量图像的降噪性能,采用边缘检测图来呈现

去噪效果，原始图像如图 3 所示。



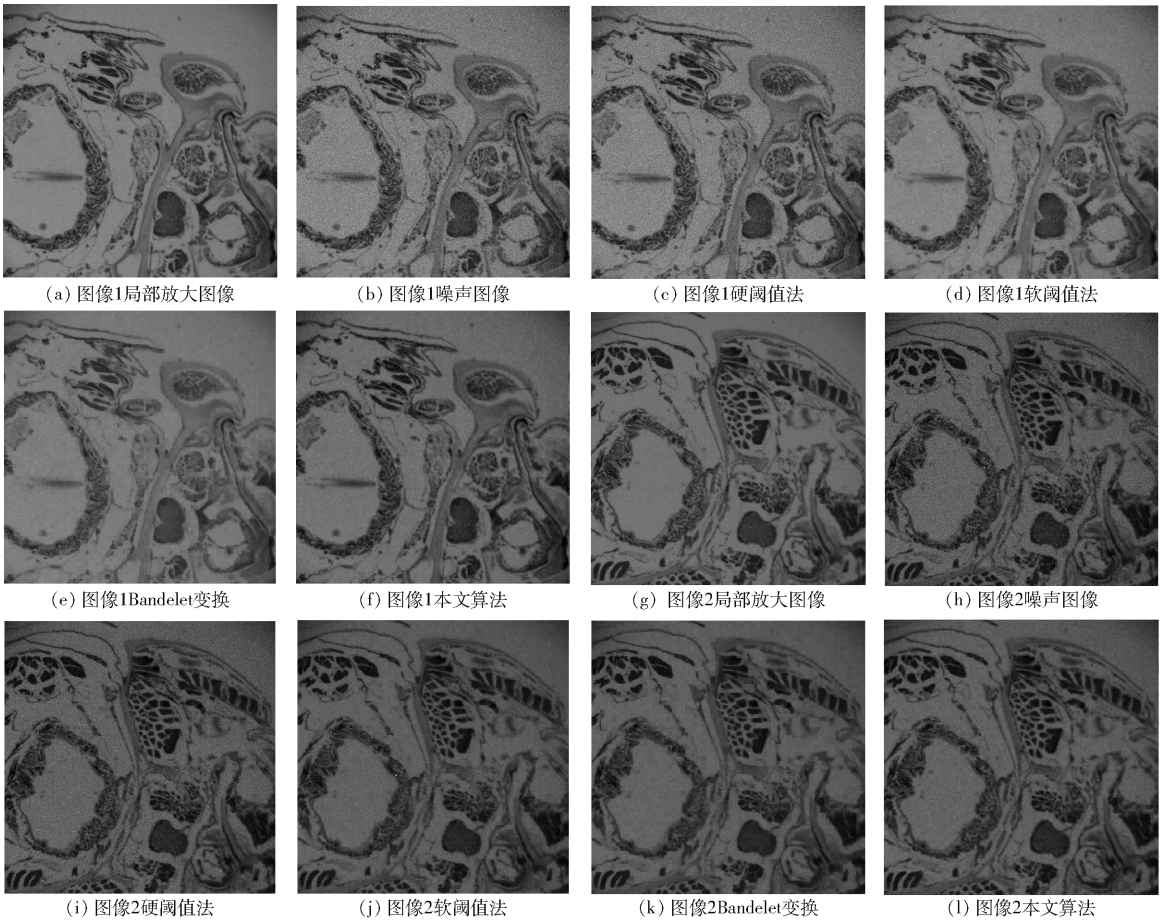
(a) 原始图像1　　(b) 原始图像2

图 3　原始图像

Fig. 3　Original images

原图像局部放大及本文算法与其他算法的降噪结果如图 4、5 所示。图 4 为采用不同算法降噪后蝗虫大脑切片图像对比结果，图 5 为采用不同算法降噪后蝗虫切片图像边缘检测效果。由图 4c、4i可以看出，硬阈值降噪算法降噪效果并不理想，由于硬阈值函数存在不连续点，导致在图像边缘纹理丰富的地方，如切片边缘，会发现去噪后的图像仍然存在大量噪声信息；由图 4b、4c 可以看出，降噪后仍旧有很多纹理被噪声覆盖，显然该算法的降噪性能不适合蝗虫切片图像降噪；由图 4d、4j 可知，经软阈值降噪后含噪量明显下降，软阈值算法处理后的结果相对平滑但是会使得图像变得模糊，图 5d、5j 中边缘纹理丢失严重，对比度不高；同时由于软阈值函数克服了硬阈值函数的不连续性，会发现软阈值函数的降噪效果明显比硬阈值降噪效果好，而且纹理细节也比硬阈值清晰；从图 4e、4k 可以看出，基于边缘表示的 Bandelet 变换降噪效果优于软硬阈值方法，图像变得平滑；图 5e、5k 表明 Bandlet 变换边缘清晰度增强，而且更多的纹理部分的信息被保留，但是在边缘处还是存在一定的模糊程度和振荡现象。由图 4f、4l 可知，本文算法可以很好地兼顾蝗虫切片图像的边缘信息、纹理细节和降噪程度，降低了图像边缘的模糊程度，使得对比度更加显著，保留了更多的纹理等细节的信息，与原图像的相似度更接近，本文算法相对于其他算法边缘毛刺现象明显降低，边缘更加光滑，取得了较好的降噪效果。

不同算法的 PSNR 对比如图 6 所示，从图 6 可以看到，各种降噪方法得到的 PSNR 随着噪声的增大而降低。其中，硬阈值算法的 PSNR 接近原噪声图，由于硬阈值函数的缺陷，导致降噪效果不显著，硬阈值法最好的 PSNR 为 29 dB；软阈值法与 Bandelet 变换降噪效果相当，随着噪声的增大降噪性能都大幅下降，PSNR 值比硬阈值法大 3 dB 左右；而本文算法的降噪性能优势显著，PSNR 值比



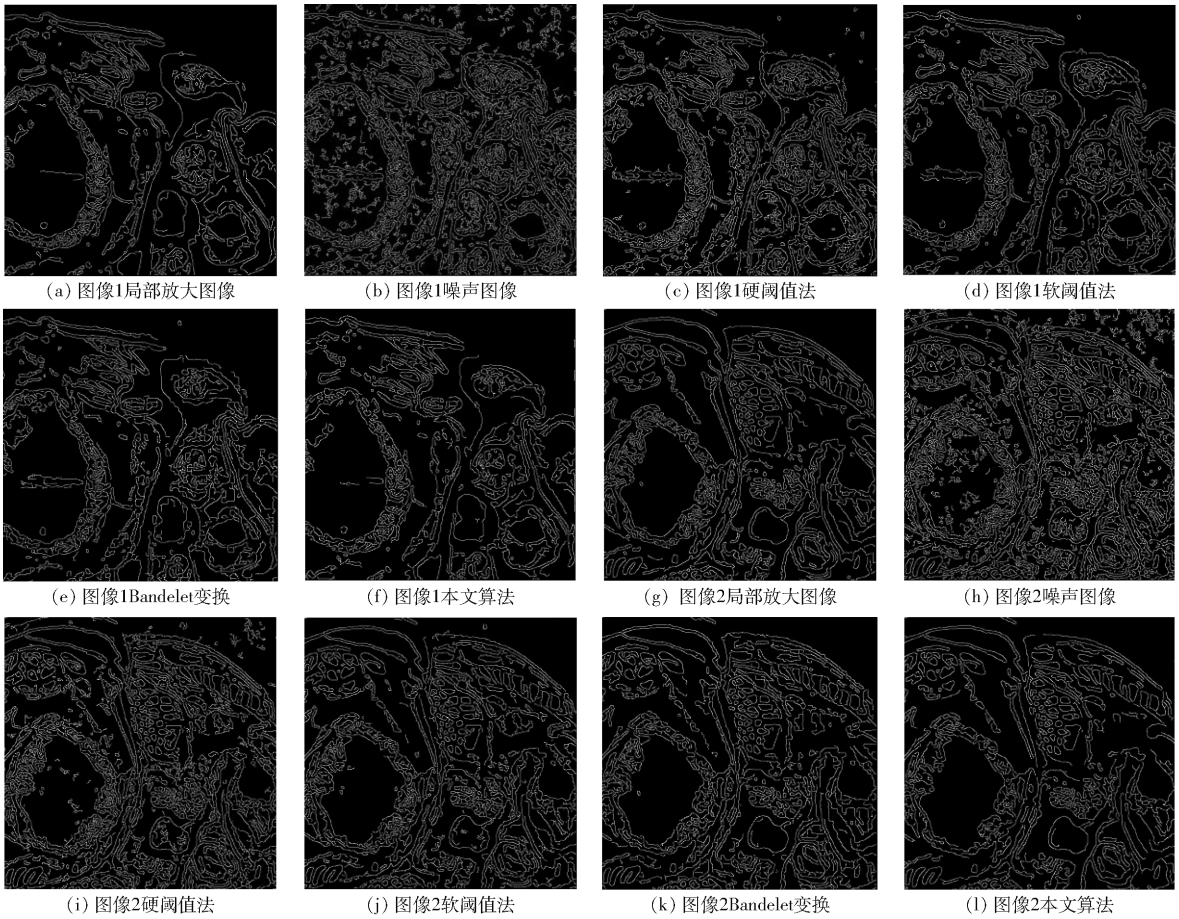
(a) 图像1局部放大图像　(b) 图像1噪声图像　(c) 图像1硬阈值法　(d) 图像1软阈值法

(e) 图像1Bandelet变换　(f) 图像1本文算法　(g) 图像2局部放大图像　(h) 图像2噪声图像

(i) 图像2硬阈值法　(j) 图像2软阈值法　(k) 图像2Bandelet变换　(l) 图像2本文算法

图 4　图像降噪后结果对比

Fig. 4　Comparison of image denoising results



(a) 图像1局部放大图像 (b) 图像1噪声图像 (c) 图像1硬阈值法 (d) 图像1软阈值法

(e) 图像1Bandelet变换 (f) 图像1本文算法 (g) 图像2局部放大图像 (h) 图像2噪声图像

(i) 图像2硬阈值法 (j) 图像2软阈值法 (k) 图像2Bandelet变换 (l) 图像2本文算法

图 5 图像降噪后的边缘检测结果对比

Fig. 5 Comparison of edge detection results after image denoising

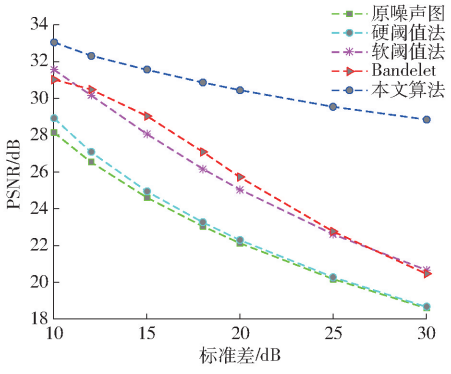


图 6 不同算法的 PSNR 对比

Fig. 6 Comparison of PSNR for different algorithms

Bandelet 变换大 3 dB 左右。由此可见,对于结构复杂的蝗虫切片图像,本文算法可以很好地保留图像的纹理细节以及边界轮廓,取得很好的降噪效果。

表 1 为蝗虫大脑切片图像采用不同算法降噪后的 PSNR,PSNR 越高,降噪性能越好。由表 1 可以得出,在相同程度的噪声下,本文算法的 PSNR 最高,比软阈值大 2 ~ 3 dB,比 Bandelet 变换大 2 dB 左右,可以得出,对于纹理丰富的蝗虫切片图像,本文算法去噪效果更优。表 2 为蝗虫大脑切片图像采用不同算法降噪后的 SSIM 值,即原始图像与降噪后图像的相似程度。SSIM 值越大,表明结构相似度越

表 1 不同算法去噪后的 PSNR 结果对比

Tab. 1 Comparison of PSNR values after denoising with different algorithms dB

标准差/dB	图像 1					图像 2				
	噪声图	硬阈值算法	软阈值算法	Bandelet 变换	本文算法	噪声图	硬阈值算法	软阈值算法	Bandelet 变换	本文算法
10	28.149 8	28.932 6	31.567 8	31.029 8	33.049 3	28.134 7	28.882 9	31.377 4	30.745 0	32.988 9
12	26.533 8	27.081 0	30.166 9	30.482 6	32.324 6	26.563 7	27.092 6	30.028 8	30.199 8	32.331 5
15	24.608 3	24.941 5	28.060 2	29.040 7	31.552 3	24.918 1	24.918 1	27.920 3	28.784 0	31.450 0
18	23.046 7	23.262 1	26.168 5	27.092 7	30.863 4	23.020 0	23.228 8	26.066 7	26.909 7	30.724 7
20	22.125 2	22.291 7	25.041 8	25.710 5	30.445 6	22.140 1	22.303 5	24.995 8	25.611 1	30.299 1
25	20.176 8	20.281 3	22.607 9	22.759 9	29.543 6	20.194 0	20.284 2	22.601 8	23.013 0	29.376 0
30	18.593 6	18.663 5	20.669 9	20.465 1	28.848 4	18.652 2	18.708 0	20.717 3	20.872 0	28.613 5

表 2　不同算法去噪后的 SSIM 结果对比

Tab. 2　Comparison of SSIM results after denoising with different algorithms

标准差/dB	图像 1					图像 2				
	噪声图	硬阈值算法	软阈值算法	Bandelet 变换	本文算法	噪声图	硬阈值算法	软阈值算法	Bandelet 变换	本文算法
10	0.625 9	0.662 2	0.791 9	0.781 0	0.842 8	0.653 7	0.688 3	0.808 3	0.795 7	0.860 3
12	0.550 1	0.575 8	0.726 0	0.757 2	0.823 3	0.580 3	0.605 2	0.745 9	0.771 4	0.843 3
15	0.455 1	0.469 9	0.617 8	0.681 6	0.800 9	0.485 4	0.499 8	0.642 0	0.699 5	0.815 3
18	0.382 0	0.390 8	0.519 9	0.573 9	0.780 2	0.409 8	0.418 5	0.545 5	0.596 4	0.791 0
20	0.339 9	0.346 4	0.461 8	0.499 0	0.767 3	0.369 3	0.376 0	0.490 7	0.527 3	0.785 1
25	0.260 0	0.263 0	0.346 1	0.353 1	0.736 5	0.286 4	0.289 4	0.374 9	0.382 6	0.755 0
30	0.204 1	0.205 6	0.265 7	0.258 3	0.711 5	0.229 9	0.231 5	0.295 5	0.301 0	0.728 6

高，由表 2 可知，随着噪声的增大，其他算法降噪后的相似度骤降，而本文算法降噪后仍然保持着较高的相似度，本文算法 SSIM 值最高为 0.860 3。噪声越大，其他算法的 SSIM 值与本文算法的 SSIM 相差越大，本文算法降噪后的图像具有更加相似的结构，实验结果表明，本文算法在降噪的同时可以很好地保持蝗虫切片图像独特的纹理细节。

4　结束语

提出了一种基于 Bandelet 变换的参数化阈值函数图像降噪算法，利用图像的几何特征实现保边降噪。降噪过程中引入平稳小波变换，克服了图像的振荡现象，通过自适应 Birge－Massart 策略估计阈值获得最佳几何流与四叉树，实现了参数化阈值函数降噪和图像重构。实验结果表明，对于图像 2 本文算法 PSNR 最高为 32.988 9 dB，SSIM 最高为 0.860 3，显著高于其他算法，表明本文算法对蝗虫图像可以很好地实现降噪，同时保留图像纹理细节信息和图像边缘信息。

参　考　文　献

[1] 李丽，郭双双，梅树立，等. 基于单元最邻近匹配的蝗虫切片图像修复方法[J]. 农业机械学报，2015，46(8)：15－19.
LI Li，GUO Shuangshuang，MEI Shuli，et al. Image restoration of locust slices based on nearest unit matching[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery，2015，46(8)：15－19. (in Chinese)

[2] JIN L. Improved adaptive spatial distance-weighted median filter[J]. Optical Engineering，2007，46(3)：037003－037003－7.

[3] COUPE P，MANION J V，ROBLES M，et al. Adaptive multiresolution non-local means filter for three-dimensional magnetic resonance image denoising[J]. Image Processing，2012，6(5)：558－568.

[4] 杨福增，王峥，杨青，等. 基于小波变换的 Wiener 滤波方法在农产品图像去噪中的应用[J]. 农业工程学报，2007，23(2)：145－150.
YANG Fuzeng，WANG Zheng，YANG Qing，et al. Application of wavelet transform-based Wiener filtering method to denoise in agricultural product images[J]. Transactions of the CSAE，2007，23(2)：145－150. (in Chinese)

[5] 李丽，张楠楠，梅树立，李晓飞. 基于自适应小波偏微分方程的蝗虫切片图像去噪[J]. 农业工程学报，2015，31(20)：172－177.
LI Li，ZHANG Nannan，MEI Shuli，et al. Image de-noising of locust sections based on adaptive wavelet and partial differential equation method[J]. Transactions of the CSAE，2015，31(20)：172－177. (in Chinese)

[6] 孙康泰，羿旭明，方壮. 基于 Canny 算子边缘检测的小波阈值去噪方法[J]. 数学杂志，2015，35(6)：1388－1392.
SUN Kangtai，YI Xuming，FANG Zhuang. Wavelet threshold denoising method based on Canny operator edge detection[J]. Mathematics Magazine，2015，35(6)：1388－1392. (in Chinese)

[7] 张真真，王建林. 结合第二代 Bandelet 变换分块的字典学习图像去噪算法[J]. 计算机科学，2018，45(7)：264－270.
ZAHNG Zhenzhen，WANG Jianlin. Dictionary learning image denoising algorithm combining second generation Bandelet transform block[J]. Computer Science，2018，45(7)：264－270. (in Chinese)

[8] MIAO Qiguang，LOU Jingjing，XU Pengfei. Image fusion based on NSCT and Bandelet transform[C]// Computational Intelligence and Security (CIS)，2012 International Conference on，2012.

[9] QU X，YAN J，XIE G，et al. A novel image fusion algorithm based on Bandelet transform[J]. Chinese Optics Letters，2007，5(10)：569－572.

[10] CANDES E J. Ridgelets：theory and applications[D]. Palo Alto：Stanford University，1998.

[11] DO M N，VETTERLI M. The finite ridgelet transform for image representation[J]. IEEE Transactions on Image Processing，2003，12(1)：16－28.

[12] CANDES E J，DONOHO D L. Curvelets：a surprisingly effective nonadaptive representation for objects with edges[M].

Nashville: Vanderbilt University Press, 1999.
[13] DO M N. The contourlet transform: an efficient directional multiresolution image representation[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2006, 14(12): 2091 - 2106.
[14] 李伟,杨晓慧,石光明,等. 基于几何多尺度方向窗的小波图像去噪[J]. 西安电子科技大学学报,2006,23(5):682 - 686.
LI Wei, YANG Xiaohui, SHI Guangming, et al. Image denoising method using wavelet based on the multiscale geometrical directional windows[J]. Journal of Xidian University, 2006, 23(5): 682 - 686. (in Chinese)
[15] HUANG Yong. Research on the approximation characteristics of Bandelet transform[C]// Proceedings of 2017 4th International Conference on Machinery, Materials and Computer (MACMC 2017), 2017.
[16] 李彦, 汪胜前, 邓承志. 多尺度几何分析的图像去噪方法综述[J]. 计算机工程与应用, 2011, 47(34): 168 - 173.
LI Yan, WANG Shengqian, DENG Chengzhi. Overview on image denoising based on multi-scale geometric analysis[J]. Computer Engineering and Applications, 2011, 47(34): 168 - 173. (in Chinese)
[17] PENNEC E L, STEPHANE M. Sparse geometric image representations with Bandelets[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2005, 14(4): 423 - 438.
[18] SIDHIK S. Comparative study of Birge - Massart strategy and unimodal thresholding for image compression using wavelet transform[J]. Optik-International Journal for Light and Electron Optics, 2015, 126(24): 5952 - 5955.
[19] DONOHO D L. Wedgelets: nearly minimax estimation of edges[J]. The Annals of Statistics, 1999, 27(3): 859 - 897.
[20] GAO H, BRUCE A G, INC M. Waveshrink with firm shrinkage[J]. Statistica Sinica, 1997, 7(4): 855 - 874.
[21] DONOHO D L, JOHONSTONE I M. Adapting to unknown smoothness via wavelet shrinkage[J]. Publications of the American Statistical Association, 1995, 90(432): 1200 - 1224.
[22] CHANG S G, YU B, VETTERLI M. Adaptive wavelet thresholding for image denoising and compression[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2000, 9(9): 1532 - 1546.

(上接第 121 页)

[17] 薛利红, 覃夏, 李刚华,等. 江西鹰潭早稻关键生育期的 NDVI 诊断指标[J]. 农业工程学报, 2009, 25(增刊 2):223 - 227.
XUE Lihong, QIN Xia, LI Ganghua, et al. Diagnostic indexes of NDVI at key growth stages for early rice at Yingtan, Jiangxi Province[J]. Transactions of the CSAE, 2009, 25(Supp. 2): 223 - 227. (in Chinese)
[18] 刘豪杰, 李民赞, 孙红,等. 基于车载式冠层光谱传感器的玉米拔节期叶绿素含量诊断[J]. 农业工程学报, 2015, 31(增刊 2):169 - 173.
LIU Haojie, LI Minzan, SUN Hong, et al. Estimation of maize chlorophyll content by vehicle-mounted crop canopy sensor[J]. Transactions of the CSAE, 2015, 31(Supp. 2): 169 - 173. (in Chinese)
[19] MAYFIELD A H, TREGOE S P. Grain yield and protein responses in wheat using the N-sensor for variable rate N application [J]. Crop & Pasture Science, 2009, 60(9): 818 - 823.
[20] 董淑娟. 水稻生长信息动态监控系统设计-基于物联网技术[J]. 农机化研究, 2017, 39(8): 216 - 219.
DONG Shujuan. Design of rice growth information dynamic monitoring system based on Internet of things technology [J]. Journal of Agricultural Mechanization Research, 2017, 39(8): 216 - 219. (in Chinese)
[21] 丁永军, 张晶晶, 孙红,等. 玻璃温室环境下番茄叶绿素含量敏感光谱波段提取及估测模型[J]. 光谱学与光谱分析, 2017, 37(1): 194 - 199.
DING Yongjun, ZHANG Jingjing, SUN Hong, et al. Extraction and estimation model of sensitive spectral band of chlorophyll content in tomato under glass greenhouse environment [J]. Spectroscopy and Spectral Analysis, 2017, 37(1): 194 - 199. (in Chinese)
[22] 刘芬, 屈成, 肖楠,等. 水稻高光谱变化特征与叶绿素含量监测研究[J]. 激光生物学报, 2017, 26(4): 326 - 333.
LIU Fen, QU Cheng, XIAO Nan, et al. Characteristics of hyperspectral changes and chlorophyll content monitoring in rice [J]. Chinese Journal of Laser Biology, 2017, 26(4): 326 - 333. (in Chinese)
[23] ZHANG Y, HALLIKAINEN M, ZHANG H, et al. Chlorophyll-a estimation in turbid waters using combined SAR data with hyperspectral reflectance data: a case study in lake Taihu, China[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations & Remote Sensing, 2018, 57(9): 1 - 12.
[24] 王爱芳, 王妮, 高明,等. 基于高光谱的香樟叶绿素含量估测模型研究[J]. 黑龙江工程学院学报, 2018, 32(1): 14 - 19.
WANG Aifang, WANG Ni, GAO Ming, et al. Study on the estimation model of chlorophyll content in *Camphoracamphora* based on hyperspectral method [J]. Journal of Heilongjiang University of Engineering, 2018, 32(1): 14 - 19. (in Chinese)