

考虑碰撞的冗余串联机器人冲击运动分析与优化

畅博彦^{1,2} 朱永杰¹ 金国光^{1,2} 宋艳艳^{1,2} 李晓宁¹ 路春辉¹

(1. 天津工业大学机械工程学院, 天津 300387; 2. 天津市现代机电装备技术重点实验室, 天津 300387)

摘要: 根据操作环境和使用工况的不同,将碰撞问题划分为无约束碰撞问题和有约束碰撞问题,有约束碰撞问题又包括定点碰撞和动点碰撞。首先,基于 Lagrange 方程建立串联机器人系统的冲击动力学模型,并结合经典碰撞理论与恢复系数方程,推导了碰撞时系统的外部冲量求解模型。其次,针对无约束碰撞问题,在冲击动力学分析的基础上,建立了机器人发生碰撞时的冲击运动映射关系,提出了冲击运动映射矩阵的概念,并以此为基础构造机器人的冲击运动性能评价指标,用以评价系统在外部冲击作用下保持运动稳定性的能力。最后,分析定点碰撞和动点碰撞的已知条件,提出以碰撞时产生的外部冲量最小为目标,对机器人的碰前位姿进行优化,并以平面三连杆机器人为示例,分别进行无约束碰撞和有约束碰撞的冲击运动分析与优化设计。研究结果表明,机器人在处于或接近奇异位型时抵抗外部冲击的能力会显著降低,其结构参数对系统冲击运动性能有较大影响;通过对机器人的碰前位姿进行优化,可有效减小定点碰撞和动点碰撞时所产生的外部冲量,有利于提升系统运行的稳定性和安全性。

关键词: 串联机器人; 碰撞; 冲击运动; 性能指标; 优化设计

中图分类号: TH112.1 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1298(2019)09-0413-08

Impact Motion Analysis and Optimization of Redundant Serial Robot Considering Collision

CHANG Boyan^{1,2} ZHU Yongjie¹ JIN Guoguang^{1,2} SONG Yanyan^{1,2} LI Xiaoning¹ LU Chunhui¹

(1. College of Mechanical Engineering, Tianjin Polytechnic University, Tianjin 300387, China

2. Tianjin Key Laboratory of Advanced Mechatronics Equipment Technology, Tianjin 300387, China)

Abstract: According to the different operating environment and working conditions, the collision can be divided into unconstrained collision and constrained collision, including immovable-point collision and movable-point collision. Firstly, the impact dynamics model of the serial robot system was established based on Lagrange equation, and the solving model of external impulse was derived from classical collision theory and recovery coefficient equation. Secondly, with respect to unconstrained collision, the concept of impact motion mapping matrix was proposed on the basis of impact dynamics analysis, and the evaluation index named impact motion performance was constructed for evaluating the ability to maintain motion stability under external impulse action. Finally, the ideas and methods for solving problems of immovable-point collision and movable-point collision in kinematically redundant serial robot were transformed into optimizing robot's pre-collision posture by choosing the minimum external impulse generated during the collision as the objective for optimization. Taking the planar three-bar robot as an example, the impact motion analysis and optimization design of unconstrained collision and constrained collision were carried out respectively. The results showed that the external impulse would rise significantly when robot was in or near singularity, and its structural parameters had a great effect on the impact motion performance. The external impulse generated from collision can be reduced effectively by means of pre-collision posture optimization, which was very useful for improving the stability and security of the system.

Key words: serial robot; collision; impact motion; performance index; optimum design

收稿日期: 2019-06-14 修回日期: 2019-07-02

基金项目: 国家自然科学基金项目(51475330)、天津市自然科学基金项目(17JQCQNJC03900)、天津市教委科研计划项目(2018KJ205)和天津市高等学校创新团队培养计划项目(TD13-5037)

作者简介: 畅博彦(1985—),男,讲师,主要从事机构学和机械系统动力学研究,E-mail: mmts_tjpu@126.com

通信作者: 金国光(1963—),男,教授,博士生导师,主要从事机构学和机械系统动力学与控制研究,E-mail: jinguoguang@tjpu.edu.cn

0 引言

机器人在工作过程中,不可避免地与外界环境发生接触和碰撞^[1-2]。碰撞会使机器人的运动状态和动力学特性发生变化,影响系统的正常运行,严重时甚至会使系统发生破坏^[3-5]。因此,有必要在碰撞前对机器人的冲击运动进行分析和优化,以减小碰撞所产生的不利影响。

机器人系统碰撞动力学建模是对其进行冲击运动分析与优化的基础。RYU等^[6]针对机械手工作过程中的碰撞情况,运用Lagrange方程建立了机械手的碰撞动力学模型,并用实验验证该模型的正确性;CHAPNIK等^[7]考虑了多种阻尼效应,运用有限元法对单臂机器人碰撞动力学建模进行了研究,并模拟了机械臂在冲击载荷作用下的运动;金国光等^[8]针对机械臂在运行过程中的接触碰撞问题,基于高斯最小约束原理和系统碰撞前的状态参数,提出了一种确定接触碰撞后系统状态量的分析方法;文献[9-10]针对柔性机器人碰撞时的动力学建模问题,引入冲量势,结合碰撞恢复系数方程,得到碰撞结束瞬时系统的广义速度求解方程;刘辛军等^[11-12]对二自由度平面机器人进行研究,针对机器人的综合性能问题,提出了全域性能指标和局域性能指标的分析方法,以确定机器人的构件长度与性能指标之间的关系;贾庆轩等^[13-14]根据空间机械臂在轨对接或装配时多重任务的要求,通过分析任务的特点,提出了多目标融合的冗余度空间机械臂碰前轨迹优化方法,并对机械臂碰前轨迹进行了优化;李宪华等^[15]使用反变换法求解机械臂运动学逆解,通过给出解的组合原则,得到了该机械臂逆运动学的完整解析解,为机械臂的轨迹规划提供了理论依据;赵占芳等^[16]针对冗余机器人的避障问题,根据雅可比矩阵的零空间,通过选取合理的放大系数,对串联机器人进行了运动学规划;温贻芳等^[17]针对冗余机器人末端轨迹优化过程中关节空间运动稳定性不足的问题,提出一种以适应度函数为基础的关节空间轨迹优化算法;王安琪等^[18]通过空间矢量引导、避障路径的比较,快速找到空间优化路径,实现多目标轨迹规划方法。以上研究工作为冗余机器人碰撞动力学建模和碰前轨迹优化提供了方法。

本文根据机器人的工作环境和用工况的不同,将机器人的碰撞问题划分为无约束碰撞和有约束碰撞。无约束碰撞是指机器人在其工作空间内,不受环境和自身运动的约束,在任意位置均有可能触发的碰撞。有约束碰撞是指机器人在其工作空间内,受到环境或自身运动的约束而按特定条件触发

的碰撞。针对两种碰撞类型,基于碰撞过程中的冲量原理与碰撞恢复系数方程,建立碰撞时系统所受外部冲量的求解模型。对于无约束碰撞,以速度突变量和冲量之间的映射矩阵为基础,从物理意义出发,构造冲击运动性能评价指标,研究冲击运动性能与机器人机构尺寸之间的关系,并绘制对应的局域和全域性能图谱。对于有约束碰撞,在冲击动力学模型的基础上,以系统所受外部冲量最小为目标,分别对定点碰撞和动点碰撞的碰前位姿进行优化,并进行仿真验证。

1 串联机器人系统外部冲量求解模型

在惯性坐标系中,假设机器人执行末端点坐标为 X_{act} ,相应的环境接触点坐标为 X_{env} ,机器人的冲击运动如图1所示。

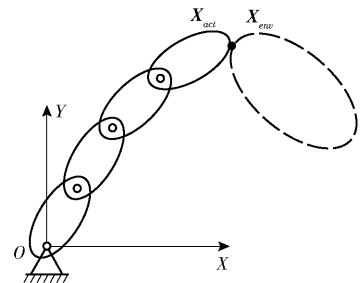


图1 机器人系统接触碰撞示意图

Fig. 1 Diagram of robot system with collision

针对 n 自由度串联机器人系统,记系统的广义坐标为 $q = (q_1, q_2, \dots, q_n)^T$ 。根据Lagrange方程,其动力学方程可表示为

$$M\ddot{q} + H(q, \dot{q}) + G(q) = \tau \quad (1)$$

式中 q —— $n \times 1$ 维广义坐标向量

M —— $n \times n$ 维系统惯性矩阵

τ —— $n \times 1$ 维广义坐标对应的驱动力矩向量

$G(q)$ —— $n \times 1$ 维重力对广义坐标的等效力向量

$H(q, \dot{q})$ —— $n \times 1$ 维包含系统离心力和哥氏力的向量

机器人机构的末端点在惯性坐标系中广义坐标的形式为

$$X_{act} = \varphi_1(q) \quad (2)$$

在任意工作位置附近,令系统末端产生虚位移 δX_{act} ,根据机器人机构的位置几何关系可知

$$\delta X_{act} = J\delta q \quad (3)$$

其中 $J = \left[\frac{\partial \varphi_1}{\partial q} \right]^T \quad (4)$

在系统发生碰撞时间间隔 δt 内, X_{env} 可以用广义坐标 q 表示为

$$X_{env} = \varphi_2(q) \quad (5)$$

当式(5)关系成立时,在接触点 X_{act} 处产生碰撞且外部冲击力为 F ,冲击力矩为 τ_{act} 。根据虚功原理,系统的主动动力、主动力矩对作用点的虚位移做功之和为零,即

$$\tau_{act}^T \delta q + (-F)^T \delta X_{act} = 0 \quad (6)$$

将式(3)代入式(6)可得

$$\tau_{act} = J^T F \quad (7)$$

当机器人末端受到外部冲击作用时,根据静力平衡条件,由式(1)和式(7)可知,机器人系统的动力学方程为

$$M \ddot{q} + H(q, \dot{q}) + G(q) = \tau + J^T F \quad (8)$$

根据经典碰撞理论,对系统作如下假设:碰撞时间无限小,碰撞过程中所有杆的位置和方位不变,碰撞是点接触,碰撞过程中杆的形状和惯量不变^[8]。由于碰撞过程多是弹性碰撞,设碰撞恢复系数为 e ($0 < e < 1$),碰撞点速度增量沿着接触表面的法向量为 n ,则系统发生碰撞时应满足恢复系数方程

$$(\delta v_1 - \delta v_2)^T n = -(1 + e)(v_1 - v_2)^T n \quad (9)$$

式中 v_1, v_2 ——碰撞瞬时两物体在碰撞点的绝对速度

$\delta v_1, \delta v_2$ ——碰撞过程中的速度增量

根据上述假设可知,碰撞后机器人关节的位置保持不变,各关节的角速度是有限量。对式(8)在整个碰撞过程 δt 内积分得

$$\int_{t_0}^{t_0+\delta t} M \dot{q} dt + \int_{t_0}^{t_0+\delta t} (H(q, \dot{q}) + G(q) - \tau) dt = \int_{t_0}^{t_0+\delta t} J^T F dt \quad (10)$$

式中 t_0 ——碰撞前的瞬时时刻

因为位移和速度在碰撞过程中为有限量,当 $\delta t \rightarrow 0$ 时,式(10)左端的第2项趋于零,得

$$M(\dot{q}(t_0 + \delta t) - \dot{q}(t_0)) = J^T p \quad (11)$$

其中 $p = \int_{t_0}^{t_0+\delta t} F dt$

式中 p ——碰撞冲量

由此可得系统广义速度增量的表达式为

$$\delta \dot{q} = M^{-1} J^T p \quad (12)$$

碰撞点处的速度增量为

$$\delta v = JM^{-1} J^T p \quad (13)$$

假设机器人系统与外界环境发生碰撞,若碰撞时接触表面没有摩擦,则碰撞冲量的方向总是沿着接触点法向量 n ,将式(13)代入式(9)得

$$(J_1 M_1^{-1} J_1^T p + J_2 M_2^{-1} J_2^T p)^T n = -(1 + e)(v_1 - v_2)^T n \quad (14)$$

又因为

$$p = pn \quad (15)$$

则系统在碰撞点处所受到的冲量为

$$p = \frac{-(1 + e)(v_1 - v_2)^T n}{n^T (J_1 M_1^{-1} J_1^T + J_2 M_2^{-1} J_2^T) n} \quad (16)$$

2 运动冗余串联机器人的无约束碰撞

2.1 冲击运动性能评价指标

机器人的冲击运动性能评价指标不仅与机器人的位形有关,而且与机器人的机构尺寸有关,机构尺寸参数的确定是机器人机构设计中的重要课题^[19-21]。确定合理的机构参数是研究冗余串联机器人碰撞问题的首要条件,针对无约束碰撞时机构的稳定性分析,提出冲击运动全域性能指标和局域性能指标,可为机器人结构的设计提供依据。机器人发生碰撞时,外部冲量 p 与系统末端速度增量 V 之间的映射关系为

$$V = J_i p \quad (17)$$

其中 $V = \delta v$ $J_i = JM^{-1} J^T$

式中 J_i ——冲击运动映射矩阵,为对称阵

由于冲击力的不确定性,其计算值与理论值总会有一定的偏差 δp ,因此速度增量也会产生相应的偏差 δV ,即

$$(V + \delta V) = J_i(p + \delta p) \quad (18)$$

由式(17)和式(18)可得

$$\delta V = J_i \delta p \quad (19)$$

根据矩阵分析理论,可知

$$\|V\| = \|J_i p\| \leq \|J_i\| \|p\| \quad (20)$$

$$\|p\| = \|J_i^{-1} V\| \leq \|J_i^{-1}\| \|V\| \quad (21)$$

$$\|\delta V\| = \|J_i \delta p\| \leq \|J_i\| \|\delta p\| \quad (22)$$

$$\|\delta p\| = \|J_i^{-1} \delta V\| \leq \|J_i^{-1}\| \|\delta V\| \quad (23)$$

式中 $\| \cdot \|$ 表示向量或矩阵的范数。

由式(20)和式(23)可得

$$\frac{\|\delta V\|}{\|V\|} \geq (\|J_i\| \|J_i^{-1}\|)^{-1} \frac{\|\delta p\|}{\|p\|} \quad (24)$$

由式(21)和式(22)可得

$$\frac{\|\delta V\|}{\|V\|} \leq (\|J_i\| \|J_i^{-1}\|) \frac{\|\delta p\|}{\|p\|} \quad (25)$$

由式(24)和式(25)可得

$$\begin{aligned} (\|J_i\| \|J_i^{-1}\|)^{-1} \frac{\|\delta p\|}{\|p\|} &\leq \frac{\|\delta V\|}{\|V\|} \leq \\ &(\|J_i\| \|J_i^{-1}\|) \frac{\|\delta p\|}{\|p\|} \end{aligned} \quad (26)$$

由式(26)可知,相对误差 $\|\delta V\| / \|V\|$ 是由矩阵范数乘积 $\|J_i\| \|J_i^{-1}\|$ 决定的,由此定义冲击运动映射矩阵的条件数为

$$k_i = \|J_i\| \|J_i^{-1}\| \quad (27)$$

条件数 k_i 是评价冲击运动映射矩阵病态程度的重要指标,可用来衡量冲击运动映射矩阵之逆矩阵的精确度,满足条件

$$k_i \geq 1 \quad (28)$$

若冲击运动映射矩阵的条件数 k_i 较大, 则其逆矩阵 \mathbf{J}_i^{-1} 的精度较低, 系统所受外部冲量的微小偏差都可能导致冲击与运动映射关系严重失真, 进而产生很大的运动偏差, 影响机器人的操作与控制。为避免 \mathbf{J}_i^{-1} 失真, 对其进行结构设计时, 应尽可能使其冲击运动映射矩阵的条件数在其工作空间内取较小值。当 $k_i = 1$ 时, 机器人抵抗外部冲击的运动稳定性最优; k_i 值越大, 机构抵抗外部冲击的运动稳定性越差, 机构处于奇异位形时 $k_i = \infty$ 。

由于机器人的冲击运动映射矩阵 \mathbf{J}_i 是非常数矩阵, 它与机器人的位姿、几何参数和物理参数有关。为了定量评价机器人的冲击运动性能, 可在整个工作空间上定义其全域性能指标, 即

$$\eta_i = \frac{\int_W \frac{1}{k_i} dW}{\int_W dW} \quad (29)$$

式中 W ——机器人的可达工作空间

η_i ——机器人发生碰撞时的冲击运动全域性能指标

由式(28)、(29)可知, 全域性能指标 η_i 是一个大于零且小于或等于 1 的数。

全域性能指标是指每种具体尺寸机器人的性能指标分布在其整个工作空间内的平均值; 与全域性能指标相对应, 局域性能指标是指某一具体尺寸机器人机构的性能指标在其工作空间内每个形位的分

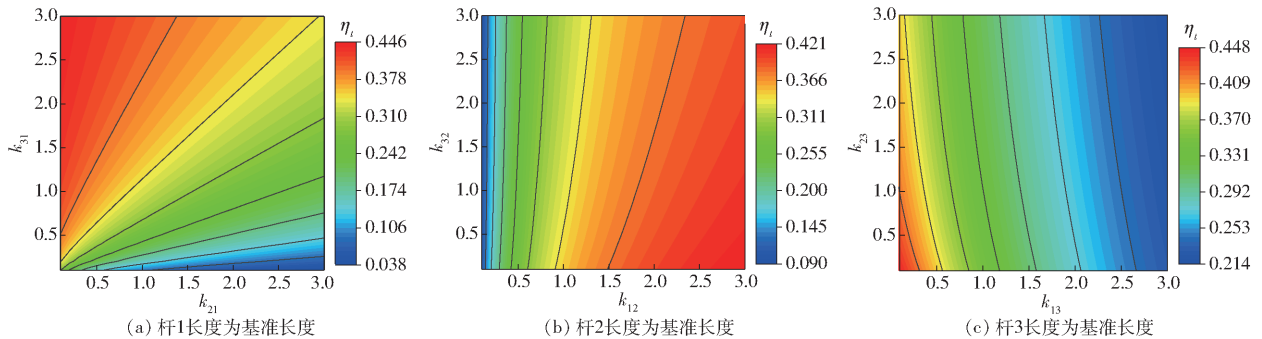


图 3 机器人的全域性能图谱
Fig. 3 Atlases of global conditioning index for planar 3-DOF robot

当选择杆 1 长度为基准长度时, 对应机器人机构的冲击运动全域性能图谱如图 3a 所示, 指标值在图谱内的分布规律为: 指标值与杆 3 长度成正比, 与杆 2 长度成反比; 由等高线的分布规律可以看出, 杆 2 和杆 3 长度对指标值的影响程度都很明显。

当选择杆 2 长度为基准长度时, 对应机器人机构的冲击运动全域性能图谱如图 3b 所示, 指标值在图谱内的分布规律为: 指标值与杆 1 长度成正比, 与杆 3 长度成反比; 由等高线的分布规律可以看出, 杆

布情况^[21]。局域性能指标用 η_j 表示。

$$\eta_j = \int_W \frac{1}{k_i} dW \quad (30)$$

用全域性能指标优化机器人机构时, 优化结果为平均值最优, 不能体现局域性能, 还需要考虑性能指标值在具体工作空间内的分布是否合理。所以, 在设计机器人机构时, 需要综合分析全域性能指标和局域性能指标。

2.2 优化示例

图 2 的平面 3 自由度机构是串联机器人系统中最常见的构型, 以该机构为研究对象, 根据上述理论, 研究各杆长度变化对机器人冲击运动性能指标的影响, 以确定合理的机构设计参数。

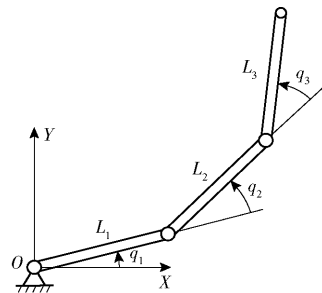


图 2 平面 3 自由度机器人
Fig. 2 Planar 3-DOF robot

当杆 $j(j=1, 2, 3)$ 的长度为基准长度时, $k_{ij}(i=1, 2, 3; i \neq j)$ 表示杆 i 与杆 j 长度的比值, 为无量纲参数。由式(30)可分别计算并绘制出机构冲击运动全域性能指标随杆长的变化规律, 如图 3 所示。

1 长度对指标值的影响程度都明显, 当 $k_{12} < 1$ 时, 杆 3 长度对指标值的影响程度不明显, 当 $k_{12} > 1$ 时, 杆 3 长度对指标值的影响程度逐渐增大。

当选择杆 3 长度为基准长度时, 对应机器人机构的冲击运动全域性能图谱如图 3c 所示, 指标值在图谱内的分布规律为: 指标值与杆 1 和杆 2 长度成反比; 由等高线的分布规律可以看出, 杆 1 长度对指标值的影响程度明显, 杆 2 长度对指标值的影响程度不明显。

在图 3a 中选取两组不同的杆长参数进行机构冲击运动局域性能分析, 得到图谱如图 4 所示。其中, 曲面 A 表示 3 个杆的长度 $l_1 = l_2 = l_3 = 0.2 \text{ m}$ 时, 机构的局域性能指标分布, 曲面 B 表示 3 个杆的长度 $l_1 = l_2 = 0.2 \text{ m}$ 、 $l_3 = 0.05 \text{ m}$ 时, 机构的局域性能指标分布。

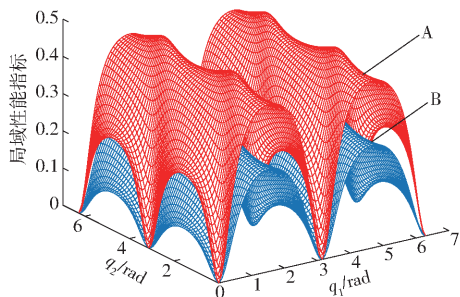


图 4 机器人的局域性能图谱

Fig. 4 Atlases of local conditioning index for planar 3-DOF robot

根据局域性能图谱可以看出, 机器人的冲击运动性能与其位姿有直接关系, 当机器人接近奇异位置时, 其冲击运动局域性能指标显著降低, 当机器人处于奇异位置时, $\eta_j = 0$, 此时外部冲量的微小变化都会使得系统产生较大的速度波动。另外, 由图 4 可以看出, 曲面 A 所对应的机器人机构在外部冲击作用下保持运动稳定性的能力明显高于曲面 B 所对应的机器人机构。

3 运动冗余串联机器人的约束碰撞

令串联机器人机构的任务自由度为 N_1 , 机构自由度为 N_2 , 驱动构件数目为 N_3 , 当 $N_1 < N_2 = N_3$ 时称之为运动冗余串联机器人机构。由于任务自由度小于机构自由度, 关节空间存在无数组解与执行末端位姿相对应。这类冗余自由度机器人可利用其冗余度柔性来改善机器人的运动学和动力学性能。

根据碰撞时约束条件的不同, 可对约束碰撞进行分类。当机器人末端与已知目标物在其可达工作空间内的某一定点以确定的运动速度发生碰撞时, 称为定点碰撞, 即定点碰撞的约束条件为机器人末端的位置约束; 当机器人末端在其可达工作空间内沿任务轨迹运动的过程中, 在某一瞬时与未知目标物发生碰撞, 称为动点碰撞, 即动点碰撞的约束条件为机器人末端的轨迹约束。

3.1 定点碰撞问题的优化

以碰撞时产生的外部冲量最小为优化目标, 根据定点碰撞的定义, 运动冗余串联机器人定点碰撞优化的实质是对碰撞时机器人机构的位姿和碰撞方向进行优化, 根据式 (2)、(5)、(16) 可得其

数学模型为

$$\min p(\mathbf{q}, \theta) = \frac{-(1+e)(\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2)^T \mathbf{n}(\theta)}{\mathbf{n}^T(\theta)(\mathbf{J}_1(\mathbf{q})\mathbf{M}_1^{-1}\mathbf{J}_1^T(\mathbf{q}) + \mathbf{J}_2(\mathbf{q})\mathbf{M}_2^{-1}\mathbf{J}_2^T(\mathbf{q}))\mathbf{n}(\theta)} \quad (31)$$

$$\text{s. t. } \begin{cases} \varphi_1(\mathbf{q}) - \mathbf{X}_{act} = 0 \\ \varphi_2(\mathbf{q}) - \mathbf{X}_{env} = 0 \\ \theta_{\min} < \theta < \theta_{\max} \end{cases} \quad (32)$$

以平面 3 自由度串联机器人机构 (图 2) 为研究对象, 研究机构末端与固定目标物以不同的位姿和碰撞方向发生定点碰撞时所产生的外部冲量。在冲击运动全域性能指标分析的基础上, 选取 3 个杆件的长度均为 0.2 m 。假设机器人机构末端沿 X 轴负方向以 $v_1 = 1 \text{ m/s}$ 的速度在 M 点处与固定目标物发生定点碰撞, 设定恢复系数 $e = 0.8$, θ 为执行末端碰撞时的速度方向与接触点法线方向的夹角, q_1, q_2, q_3 为机器人机构的广义坐标, 设置定点碰撞的约束条件为: $\mathbf{X}_{act} = \mathbf{X}_{env} = (0, 0.2 \text{ m})$, $-\pi/2 < \theta < \pi/2$, 如图 5 所示。

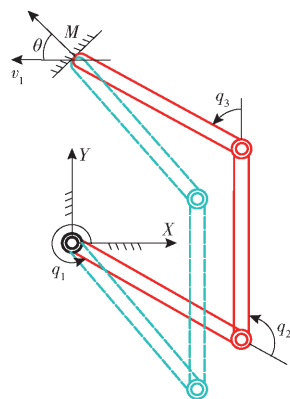


图 5 串联机器人定点碰撞示意图

Fig. 5 Diagram of serial robot's immovable-point impact

将上述已知条件代入式 (31) 和式 (32) 可得机构发生定点碰撞时, 机构位姿和碰撞方向对外部冲量的影响规律, 如图 6 所示。

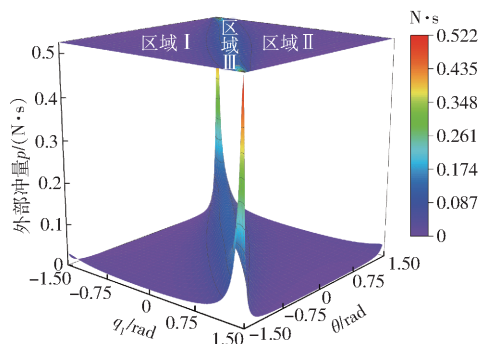


图 6 外部冲量图谱

Fig. 6 Index of external impulse

由图 6 可以看出, 定点碰撞时产生的外部冲量与机器人机构的位姿和碰撞方向紧密相关, 在设计

空间中的区域 I 和区域 II, 机器人机构发生定点碰撞时所产生的外部冲量较小, 在区域 III 所产生的外部冲量急剧增大, 可根据实际工况的需求即尽可能避免冲击或利用冲击, 进行相关参数的选取。

3.2 动点碰撞问题的优化

当机器人发生动点碰撞时, 由于碰撞点未知, 则需对其运动过程中任意时刻的位姿——动态位姿进行优化, 使碰撞发生时产生的外部冲量最小。针对动点碰撞问题, 首先运用梯度投影法得到考虑关节速度约束的运动冗余串联机器人的逆运动学解析解。

式(2)两边关于时间 t 求导得

$$\dot{X}_{act} = J\dot{q} \quad (33)$$

对于冗余自由度机器人, 在给定执行器末端任务 \dot{X}_{act} 之后, 上述矛盾方程的通解为

$$\dot{q} = J^+ \dot{X}_{act} + (I - J^+ J)y \quad (34)$$

式中 J^+ ——雅可比矩阵 J 的广义逆

I ——单位矩阵

y ——优化指标函数

式(34)右边第 1 项是方程(33)的特解, 是机器人基本运动要求的最小范数解; 第 2 项为齐次解, 表示机器人关节空间的自运动。运用雅可比矩阵的零空间可以实现在不改变执行末端运动规律的情况下, 对其关节角速度进行优化。

由式(16)可知, 冗余串联机器人发生动点碰撞时, 碰撞产生的冲量与式中的分母成反比, 取冲击运动性能指标函数为

$$\mu(\theta) = n^T (J_1 M_1^{-1} J_1^T + J_2 M_2^{-1} J_2^T) n \quad (35)$$

用梯度投影法, 以 $\alpha \nabla \mu(\theta)$ 替代式(34)中的 y , 可得冗余解为

$$\dot{q} = J^+ \dot{X}_{act} + \alpha (I - J^+ J) \nabla \mu(\theta) \quad (36)$$

式中 $\nabla \mu(\theta)$ —— $\mu(\theta)$ 的梯度矢量

α ——放大系数

可通过仿真法予以确定^[16]。针对动点碰撞问题, 通过优化 μ 值, 即在运动过程中使其数值尽可能大, 以达到减小外部碰撞冲量的目的。

以平面 3 自由度串联机器人机构(图 2)为研究对象, 对其进行动点碰撞问题研究。同样选取 3 个杆件的长度均为 0.2 m, 质量为 0.1 kg。机器人各关节的初始状态为 $q_1 = -2\pi/3$ 、 $q_2 = 2\pi/3$ 、 $q_3 = 2\pi/3$, 如图 7 所示。

当串联机器人执行末端沿着向量 $n = (\cos(\pi/4), \sin(\pi/4))^T$ 方向, $v = 0.06$ m/s 作匀速直线运动时, 对应 μ 如图 8 所示。由图 8 可以看出, α 取正数时, μ 随着 α 的增大而增大, 当 $\alpha > 0.05$ 时, μ 值增大不明显, 因此可在 0~0.5 之间选取合适的 α 值。此

外, 优化后机器人机构运动过程中的 μ 值明显大于优化前($\alpha = 0$), 结合式(16)、(35)可知, 优化后的串联机器人在运动过程中的任意时刻发生碰撞, 所产生的外部冲量都可得到有效降低, 优化效果明显, 如图 9 所示。

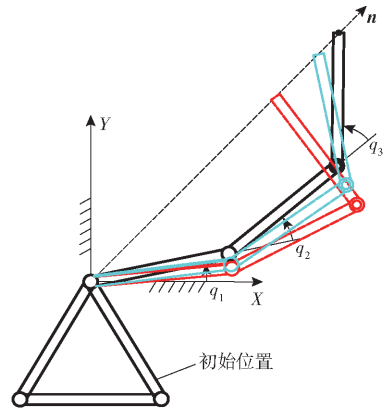


图 7 串联机器人动点碰撞示意图

Fig. 7 Diagram of serial robot's movable-point impact

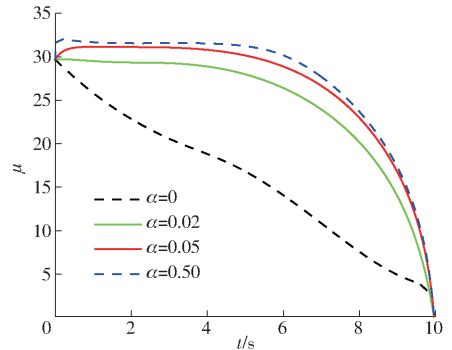


图 8 性能指标函数

Fig. 8 Performance index function

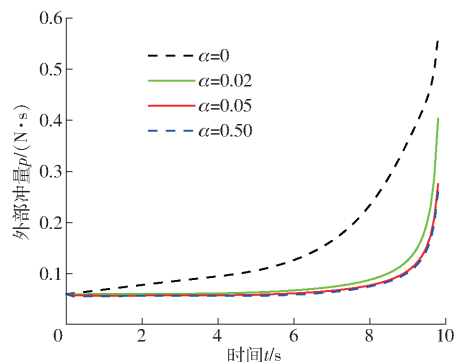


图 9 外部冲量

Fig. 9 External impulses

基于逆运动学解析解可求得机器人机构中各构件的运动轨迹, 如图 10 所示。

对应 α 取不同值时, 根据式(34)可求得各关节的初始广义角速度, 如表 1 所示。

由表 1 可以看出, 关节 1 的初始广义角速度随着放大系数 α 的增大而成比例增大, 且数值变化较大, 该结论也可从图 10 中得到验证, 其余两关节的初始广义角速度不变。可以发现, 如果 α 取较小值,

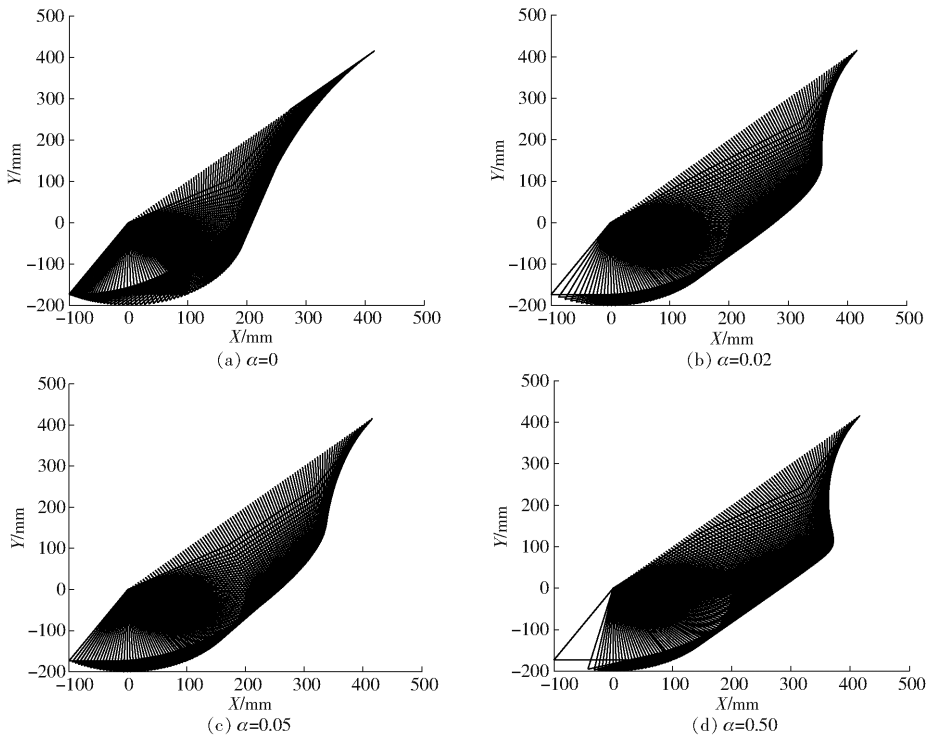


图 10 机器人运动轨迹图

Fig. 10 Diagrams of robot's trajectory

表 1 机器人关节初始广义角速度

Tab.1 Initial generalized angular speed of robot joints

角速度	α			
	0	0.02	0.05	0.50
\dot{q}_{10}	0	0.301	0.753	7.517
\dot{q}_{20}	0.090	0.090	0.090	0.090
\dot{q}_{30}	-0.335	-0.335	-0.335	-0.335

发生碰撞时对机器人机构的外部冲量优化效果不明显,如果 α 取较大值,机器人机构关节空间自运动的速度有可能很高并引起关节速度越限。因此,需要综合分析机器人机构碰撞时外部冲量、运动轨迹及各关节的初始广义角速度,在计算仿真分析的基础上选取合理的放大系数。

4 结论

(1) 对运动冗余串联机器人的碰撞问题进行了

分类研究,根据机器人操作环境和使用工况的不同,将其碰撞问题划分为无约束碰撞和有约束碰撞两大类,约束碰撞中由于约束条件的不同又分为定点碰撞和动点碰撞。

(2) 将多体系统冲击动力学方程与碰撞恢复系数方程相结合,推导得机器人系统发生碰撞时的外部冲量求解模型,该模型中碰撞点的速度与碰撞冲量之间解耦,有利于计算求解。

(3) 针对无约束碰撞问题,提出了冲击运动映射矩阵的概念,构造了机器人的冲击运动性能评价指标,该指标可用于评价系统在受到外部冲击作用下保持运动稳定性的能力。

(4) 针对定点碰撞问题,结合碰撞时的位置约束条件,建立了系统发生碰撞时的优化设计数学模型。针对动点碰撞问题,运用梯度投影法建立了考虑关节速度约束的串联机器人逆运动学求解模型,该方法可使得机器人发生动点碰撞时产生的外部冲量最小。

参 考 文 献

[1] 董富祥,洪嘉振. 多体系统动力学碰撞问题研究综述[J]. 力学进展, 2009,39(3): 352-359.
DONG Fuxiang, HONG Jiachen. Review of impact problem for dynamics of multibody system[J]. Advance in Mechanics, 2009,39(3): 352-359. (in Chinese)

[2] SCHIEHLEN W. Research trends in multibody system dynamics[J]. Multibody System Dynamics, 2007, 18(1): 3-13.

[3] WALKER I D. Impact configurations and measures for kinematically redundant and multiple armed robot systems[J]. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 1994, 10(5): 670-683.

[4] 赵桂范,杨娜. 多刚体人体模型及碰撞过程仿真[J]. 农业机械学报, 2007, 38(1): 45-48.
ZHAO Guifan, YANG Na. A rigid multi-body model and the simulation on impact response[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2007, 38(1): 45-48. (in Chinese)

- [5] WATANABE M, SAKAI K. Impact dynamics model for a nonlinear bouncing tractor during inclined passage[J]. *Biosystems Engineering*, 2019, 182: 84–94.
- [6] RYU H T, CHOI J Y, YI B J. Impact dynamics of a finger mechanism with application to onset of a cart motion[C]//2012 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA), 2012: 2223–2228.
- [7] CHAPNIK B V, HEPPLER G R, APLEVICH J D. Modeling impact on a one-link flexible robotic arm[J]. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 1991, 7(4): 479–488.
- [8] 金国光, 武光涛, 畅博彦, 等. 机械臂接触碰撞动力学分析[J/OL]. *农业机械学报*, 2016, 47(11): 369–375. JIN Guoguang, WU Guangtao, CHANG Boyan, et al. Dynamic analysis of manipulator with contact impact [J/OL]. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*, 2016, 47(11): 369–375. http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?flag=1&file_no=20161150&journal_id=jcsam. DOI: 10.6041/j.issn.1000-1298.2016.11.050. (in Chinese)
- [9] 段玥晨, 章定国, 洪嘉振. 作大范围运动柔性梁的一种碰撞动力学求解方法[J]. *机械工程学报*, 2012, 48(19): 95–102. DUAN Yuechen, ZHANG Dingguo, HONG Jiazhen. Method for solving the impact problem of a flexible beam with large overall motion[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2012, 48(19): 95–102. (in Chinese)
- [10] 华卫江, 章定国. 柔性机器人系统碰撞动力学建模[J]. *机械工程学报*, 2007, 43(12): 222–228. HUA Weijiang, ZHANG Dingguo. Collision dynamics modeling of flexible robot system[J]. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2007, 43(12): 222–228. (in Chinese)
- [11] 刘辛军, 王立平, 吴泽启, 等. 基于力传递性能的平面并联机器人的优化设计[J]. *清华大学学报(自然科学版)*, 2008, 48(11): 1927–1930. LIU Xinjun, WANG Liping, WU Zeqi, et al. Optimum design of a planar parallel robot based on force transmissibility[J]. *Journal of Tsinghua University(Science and Technology)*, 2008, 48(11): 1927–1930. (in Chinese)
- [12] 毕伟尧, 谢福贵, 刘辛军. 并联机器人执行系统的能效分析[J]. *中国科学: 技术科学*, 2018, 48(12): 1331–1340. BI Weiyao, XIE Fugui, LIU Xinjun. Energy efficiency analysis of parallel robot execution systems[J]. *Scientia Sinica (Technologica)*, 2018, 48(12): 1331–1340. (in Chinese)
- [13] 贾庆轩, 张龙, 陈钢, 等. 多目标融合的冗余空间机械臂碰前轨迹优化[J]. *宇航学报*, 2014, 35(6): 639–647. JIA Qingxuan, ZHANG Long, CHEN Gang, et al. Pre-impact trajectory optimization of redundant space manipulator with multi-target fusion[J]. *Journal of Astronautics*, 2014, 35(6): 639–647. (in Chinese)
- [14] 陈钢, 贾庆轩, 孙汉旭, 等. 空间机器人目标捕获过程中碰撞运动分析[J]. *机器人*, 2010, 32(3): 432–438. CHEN Gang, JIA Qingxuan, SUN Hanxu, et al. Analysis on impact motion of space robot in the object capturing process[J]. *Robot*, 2010, 32(3): 432–438. (in Chinese)
- [15] 李宪华, 郭永存, 张军, 等. 模块化六自由度机械臂逆运动学解算与验证[J/OL]. *农业机械学报*, 2013, 44(4): 246–251. LI Xianhua, GUO Yongcun, ZHANG Jun, et al. Inverse kinematics solution and verification of modular 6-DOF manipulator [J/OL]. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*, 2013, 44(4): 246–251. http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?flag=1&file_no=20130443&journal_id=jcsam. DOI: 10.6041/j.issn.1000-1298.2013.04.043. (in Chinese)
- [16] 赵占芳, 张启先. 冗余自由度机器人的运动学优化研究[J]. *北京理工大学学报*, 1995, 15(4): 409–414. ZHAO Zhanfang, ZHANG Qixian. Kinematic optimization of redundant robot manipulators [J]. *Transactions of Beijing Institute of Technology*, 1995, 15(4): 409–414. (in Chinese)
- [17] 温贻芳, 孙立宁, 徐朋. 表面改性冗余机器人关节空间的轨迹优化算法[J]. *机械科学与技术*, 2018, 37(12): 1870–1874. WEN Yifang, SUN Lining, XU Peng. Trajectory optimization algorithm for joint space of a surface modified redundant robot [J]. *Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering*, 2018, 37(12): 1870–1874. (in Chinese)
- [18] 王安琪, 魏延辉, 韩寒, 等. 基于构形平面的冗余机械臂轨迹规划方法[J]. *北京航空航天大学学报*, 2018, 44(9): 1991–1997. WANG Anqi, WEI Yanhui, HAN Han, et al. Trajectory planning method for redundant manipulator based on configuration plane[J]. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 2018, 44(9): 1991–1997. (in Chinese)
- [19] ZHAO Y J, GAO F. Dynamic formulation and performance evaluation of the redundant parallel manipulator[J]. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 2009, 25(4–5): 770–781.
- [20] 王学雷, 张宾, 李传军, 等. 基于 Jacobian 矩阵的 5UPS–RPS 并联机构全域性能指标分析[J]. *北京理工大学学报*, 2018, 38(9): 899–904. WANG Xuelei, ZHANG Bin, LI Chuanjun, et al. Analysis for global performance index of 5UPS–RPS parallel mechanism based on Jacobian matrix[J]. *Transactions of Beijing Institute of Technology*, 2018, 38(9): 899–904. (in Chinese)
- [21] 畅博彦, 李晓宁, 金国光, 等. 具有整周回转能力的 3T1R 并联机构运动学分析[J/OL]. *农业机械学报*, 2019, 50(7): 406–416. CHANG Boyan, LI Xiaoning, JIN Guoguang, et al. Kinematics analysis of novel 3T1R parallel manipulator with full rotational capability[J/OL]. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*, 2019, 50(7): 406–416. http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?flag=1&file_no=20190745&journal_id=jcsam. DOI: 10.6041/j.issn.1000-1298.2019.07.045. (in Chinese)
- [22] 张立杰, 刘颖, 黄真. 平面 2 自由度驱动冗余并联机器人的性能分析[J]. *机械工程学报*, 2006, 42(7): 181–185. ZHANG Lijie, LIU Ying, HUANG Zhen. Analysis of performances of planer 2-DOF parallel manipulator with actuation redundancy[J]. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2006, 42(7): 181–185. (in Chinese)

三构态驱动变胞并联球铰设计与分析

胡旭宇 刘宏昭

(西安理工大学机械与精密仪器工程学院, 西安 710048)

摘要: 不同于现有利用约束奇异和支链奇异实现的变胞并联机构, 本文通过开启与锁死驱动副的方式, 利用有限旋量法提出了一种可以实现一维转动、二维转动和三维转动的三构态驱动变胞并联球铰。根据螺旋理论分析机构各构态的自由度, 利用机构的结构特征和几何约束关系分析其运动学。基于驱动变胞并联球铰(Sm), 通过串联P副和U副, 形成SmPU变胞支链, 提出一种八模式3-SPS/SmPU驱动变胞并联机构。此种通过开启与锁死驱动实现驱动变胞球铰的方法也适用于其他变胞运动副的综合, 变胞方式简便易行, 且该类变胞运动副可有效避免变胞过程中的约束奇异以及支链奇异。

关键词: 驱动变胞; 三构态; 变胞球铰

中图分类号: TH112 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1298(2019)09-0421-06

Design and Analysis of Actuated Metamorphic Parallel Spherical Joint of Three Configurations

HU Xuyu LIU Hongzhao

(Faculty of Mechanical and Precision Instrument Engineering, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China)

Abstract: Different from the existing methods by using constraint singularity or the chain singularity to synthesis metamorphic parallel mechanisms, an actuated metamorphic parallel spherical joint of full rotation of the one-dimensional, two-dimensional and three-dimensional rotation by way of opening and locking actuated kinematic pair was presented through the method of finite screw. Using the screw theory, the degree freedom of three configurations of the actuated metamorphic parallel spherical joint was analyzed, the mechanism kinematics was studied according to the structure characteristics and geometric constraints of the actuated metamorphic parallel spherical joint. Finally, SmPU actuated metamorphic chain was obtained according to integrating the actuated metamorphic parallel spherical joint (Sm) with P kinematic pair and U kinematic pair serial limb. Based on the SmPU actuated metamorphic chain, 3-SPS/SmPU actuated metamorphic parallel mechanism of six motion modes was presented. The method of the type synthesis actuated metamorphic parallel spherical joint can also be applied to type synthesis other actuated metamorphic parallel joints, the metamorphic method was simple and effective, and constraint singularity and the chain singularity could be avoided effectively in the metamorphic process.

Key words: actuated metamorphic; three configurations; metamorphic spherical joint

0 引言

变胞并联机构由于具有随任务变化而变自由度、变拓扑结构的特点和高承载能力、高精度等优点, 已成为机构学与机器人学领域的研究热点之一。KONG等^[1]通过可锁运动副, 提出一种新型三维平

移和三维转动2模式变胞并联机构。TIAN等^[2]通过开启与锁死杆件, 基于变胞连杆, 综合出一类3R、1T2R、2T1R和3T4模式变胞并联机构。王冰等^[3]基于具有解耦特性的变胞球面五杆机构, 通过串联一个四自由度支链综合出变胞支链, 应用3条相同的变胞混联支链构造了一类变胞并联机构。GAN

收稿日期: 2019-03-20 修回日期: 2019-04-08

基金项目: 国家自然科学基金项目(51275404)和陕西省13115科技重大专项(2009ZDKG-33)

作者简介: 胡旭宇(1989—), 男, 博士生, 主要从事机器人及机构学研究, E-mail: HXYsteel3@163.com

通信作者: 刘宏昭(1954—), 男, 教授, 主要从事机械动力学和机构学研究, E-mail: liu_hongzhao@163.com

等^[4-5]提出了一种变胞虎克铰 U_v , 并分析了 3-U v CU v 变胞并联机构的几何约束。YE 等^[6-7]基于一种三构态的平面五杆变胞机构, 通过构建混联支链, 综合出含约束奇异特性的变胞并联机构。ZHANG 等^[8]基于 Bennett 闭链构建混联支链, 提出一种新型变胞并联机构。于红英等^[9]通过锁住不同运动副的方式实现变胞支链的构态变换, 提出一种基于基本支链构型的变胞并联机构设计方法, 并应用所提出的综合方法, 综合了动平台为 Bricard 机构的变胞并联机构。刘伟等^[10]提出了一类 2 模式可转换变胞并联机构。文献[11-12]中通过将 3 个交于一点的转动副替换球铰, 提出了一种关节锁死的变胞球铰 S_v 。

综上所述, 学者们通过研究机构的支链奇异特性实现变胞。一些机构需要在远离机架的关节上安装伺服电动机或关节锁死装置, 影响机构的动态性能, 并使机械结构变得复杂。通过驱动副的开启与锁死可有效避免变胞过程中的约束奇异以及支链奇异, 而现有文献中关于驱动变胞并联机构的研究较少, 特别是缺乏关于系统的包含一维、二维和三维转动的驱动变胞并联球铰的相关研究。

本文基于有限旋量法提出一种可以实现一维转动、二维转动和三维转动的三构态驱动变胞并联球铰。根据螺旋理论分析机构各构态的自由度, 利用矢量法和几何约束关系分析机构全构态运动学。最后基于驱动变胞并联球铰, 提出一种八模式 3-SPS/SmPU 变胞并联机构。

1 3-RRR 并联机构型综合

3R 球面并联机构动平台的有限旋量集合可表示为

$$\{s_{f,PM}\} = \{s_{f,c} \Delta s_{f,b} \Delta s_{f,a}\} \quad (1)$$

其中

$$s_{f,c} = 2 \tan \frac{\theta_c}{2} \begin{pmatrix} s_c \\ \mathbf{r}_o \times s_c \end{pmatrix}$$

$$s_{f,b} = 2 \tan \frac{\theta_b}{2} \begin{pmatrix} s_b \\ \mathbf{r}_o \times s_b \end{pmatrix}$$

$$s_{f,a} = 2 \tan \frac{\theta_a}{2} \begin{pmatrix} s_a \\ \mathbf{r}_o \times s_a \end{pmatrix}$$

式中 $\{s_{f,PM}\}$ ——动平台的有限旋量^[13]集合

$\{s_{f,c}\}$ ——转动副 R_c 的有限旋量集

θ_c ——转动副 R_c 从 1 位置绕其轴线 s_c 转到 2 位置所转过的角度(图 1)

\mathbf{r}_o ——转动副 R_c 的矢径

串联支链 $R_b R_c$ 表示为

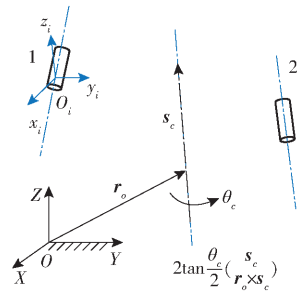


图 1 刚体有限转动示意图

Fig. 1 Sketch of rigid body finite rotation

$$s_{f,cb} = 2 \tan \frac{\theta_c}{2} \begin{pmatrix} s_c \\ \mathbf{r}_o \times s_c \end{pmatrix} \Delta 2 \tan \frac{\theta_b}{2} \begin{pmatrix} s_b \\ \mathbf{r}_o \times s_b \end{pmatrix} \quad (2)$$

而有限旋量三角积^[14-15]表示为

$$s_{f,ab} = s_{f,a} \Delta s_{f,b} = \frac{1}{1 - \tan \frac{\theta_a}{2} \tan \frac{\theta_b}{2} s_a^T s_b} \left[s_{f,a} + s_{f,b} + \frac{1}{2} s_{f,b} s_{f,a} - \tan \frac{\theta_a}{2} \tan \frac{\theta_b}{2} \left(t_b \begin{pmatrix} \mathbf{O} \\ s_b \end{pmatrix} + t_a \begin{pmatrix} \mathbf{O} \\ s_a \end{pmatrix} \right) \right] \quad (3)$$

式中 \mathbf{O} ——零向量

由于动平台与所综合的三自由度支链自由度相同, 因此不需要在描述动平台的有限旋量因式末端添加线性无关的转动和移动因子。三自由度支链 $\{s_{f,il}\}$ 的标准型为

$$\{s_{f,il}\} = \left\{ 2 \tan \frac{\theta_c}{2} \begin{pmatrix} s_c \\ \mathbf{r}_o \times s_c \end{pmatrix} \Delta 2 \tan \frac{\theta_b}{2} \begin{pmatrix} s_b \\ \mathbf{r}_o \times s_b \end{pmatrix} \Delta 2 \tan \frac{\theta_a}{2} \begin{pmatrix} s_a \\ \mathbf{r}_o \times s_a \end{pmatrix} \right\} \quad (4)$$

式中 $\{s_{f,il}\}$ ——轴线交于 o 点的 3 个转动副 (R_a 、 R_b 、 R_c) 的串联支链集合

由于支链标准型中的 3 个转动副完全相同, 故支链 $R_a R_b R_c$ 无需进行运动副位置互换。可以通过运动副的替换综合三自由度支链标准型对应的所有可行衍生支链。

根据旋量三角积的运算法则可得

$$\{s_{f,il}\} = \{s_{f,il}\}_s \quad (5)$$

$$\{s_{f,il}\} = \left\{ 2 \tan \frac{\theta_c}{2} \begin{pmatrix} s_c \\ \mathbf{r}_o \times s_c \end{pmatrix} \Delta 2 \tan \frac{\theta_b}{2} \begin{pmatrix} s_b \\ \mathbf{r}_o \times s_b \end{pmatrix} \right\} \cdot$$

$$\left\{ 2 \tan \frac{\theta_a}{2} \begin{pmatrix} s_a \\ \mathbf{r}_o \times s_a \end{pmatrix} \right\} =$$

$$\left\{ 2 \tan \frac{\theta_c}{2} \begin{pmatrix} s_c \\ \mathbf{r}_o \times s_c \end{pmatrix} \right\} \left\{ 2 \tan \frac{\theta_b}{2} \begin{pmatrix} s_b \\ \mathbf{r}_o \times s_b \end{pmatrix} \right\} \cdot$$

$$\Delta 2 \tan \frac{\theta_a}{2} \begin{pmatrix} s_a \\ \mathbf{r}_o \times s_a \end{pmatrix} \left\{ \right\} =$$

$$\{s_{f,il}\}_U \{s_{f,il}\}_R = \{s_{f,il}\}_R \{s_{f,il}\}_U \quad (6)$$

式中 $\{s_{f,il}\}_s$ ——球铰 S 的有限旋量集
 $\{s_{f,il}\}_U$ ——虎克铰 U 的有限旋量集
 $\{s_{f,il}\}_R$ ——转动副 R 的有限旋量集

综上可得所有可行三自由度支链,如表 1 所示。

表 1 三自由度支链

Tab.1 Three degrees of freedom branches chain

三自由度支链标准型	运动副的替换	运动副位置的变换
$R_a R_b R_c$	S UR	RU

任取表 1 中 3 条支链,根据 3 条支链的等效转动副交点共点即可综合得到 3R 球面并联机构。如 3 条 $R_a R_b R_c$ 支链中 9 个转动副轴线交于一点。如图 2 所示,为避免杆件间的碰撞干涉设计成圆弧形杆,为使计算简单方便将每条支链的转动副轴线初始位置分布为两两垂直,且 3 个驱动副轴线两两垂直。

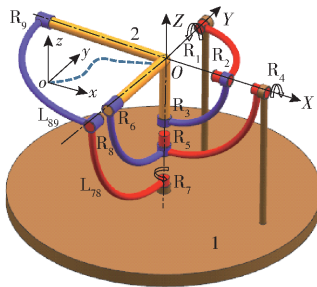


图 2 3-RRR 变胞并联机构

Fig.2 3-RRR metamorphic parallel mechanism

2 变胞并联机构的结构特性

如图 2 所示,3-RRR 变胞并联机构由定平台 1、动平台 2 以及 3 条相同的支链构成,每条支链由 3 个转动轴线两两垂直的转动副和圆弧形杆构成(支链 1 由 R_1 、 L_{12} 、 R_2 、 L_{23} 和 R_3 构成,支链 2 由 R_4 、 L_{45} 、 R_5 、 L_{56} 和 R_6 构成,支链 3 由 R_7 、 L_{78} 、 R_8 、 L_{89} 和 R_9 构成)。3-RRR 变胞并联机构具有 3 种转动构态:只驱动 R_1 、只驱动 R_4 或只驱动 R_7 的 3 种运动模式,定义为构态 1;同时驱动 R_1 和 R_4 、同时驱动 R_1 和 R_7 或同时驱动 R_4 和 R_7 的 3 种运动模式,定义为构态 2;同时驱动 R_1 、 R_4 和 R_7 ,定义为构态 3,包含 1 种运动模式。

3 机构自由度分析

由于 3-RRR 变胞机构构态 1 和构态 2 下的 3 种运动模式情况相似,故每种构态只分析其中一种。

3.1 构态 1 机构自由度分析

如图 2 所示,以动平台中心为原点,以 R_1 的转动轴线为 Y 轴, R_4 的转动轴线为 X 轴,建立定坐标系 OXYZ(固接于定平台)。在构态 1 下,设驱动副

R_4 和 R_7 锁定,只驱动 R_1 ,变胞并联机构等效为 2-RR/RRR,计算 2-RR/RRR 并联机构各支链在定坐标系下的运动螺旋

$$\begin{cases} \mathcal{S}_{11} = (0 \ 1 \ 0; 0 \ 0 \ 0) \\ \mathcal{S}_{12} = (a_1 \ 0 \ c_1; 0 \ 0 \ 0) \\ \mathcal{S}_{13} = (d_1 \ e_1 \ f_1; 0 \ 0 \ 0) \\ \mathcal{S}_{21} = (0 \ 0 \ 1; 0 \ 0 \ 0) \\ \mathcal{S}_{22} = (d_2 \ e_2 \ 0; 0 \ 0 \ 0) \\ \mathcal{S}_{31} = (0 \ 1 \ 0; 0 \ 0 \ 0) \\ \mathcal{S}_{32} = (d_3 \ 0 \ f_3; 0 \ 0 \ 0) \end{cases} \quad (7)$$

式中,设 (a_i, b_i, c_i) 和 (d_i, e_i, f_i) ($i=1,2,3$) 分别表示 R_2 、 R_5 、 R_8 和 R_3 、 R_6 、 R_9 的几何中心 A_j ($j=2,5,8,3,6,9$) 在固定坐标系的位置。根据运动螺旋与其约束螺旋互易求各支链的约束螺旋

$$\begin{cases} \mathcal{S}_1^r = \begin{cases} (1 \ 0 \ 0; 0 \ 0 \ 0) \\ (0 \ 1 \ 0; 0 \ 0 \ 0) \\ (0 \ 0 \ 1; 0 \ 0 \ 0) \end{cases} \\ \mathcal{S}_2^r = \begin{cases} (1 \ 0 \ 0; 0 \ 0 \ 0) \\ (0 \ 1 \ 0; 0 \ 0 \ 0) \\ (0 \ 0 \ 1; 0 \ 0 \ 0) \\ (0 \ 0 \ 0; e_2 \ -d_2 \ 0) \end{cases} \\ \mathcal{S}_3^r = \begin{cases} (1 \ 0 \ 0; 0 \ 0 \ 0) \\ (0 \ 1 \ 0; 0 \ 0 \ 0) \\ (0 \ 0 \ 1; 0 \ 0 \ 0) \\ (0 \ 0 \ 0; f_3 \ 0 \ -d_3) \end{cases} \end{cases} \quad (8)$$

自由度计算公式为^[16-17]

$$M = d(n - g - 1) + \sum_{i=1}^g f_i + v - \xi \quad (9)$$

其中 $d=6-\lambda$ $v=k-t$
 式中 M ——机构自由度 d ——机构阶数
 λ ——公共约束数
 n ——包括机架的构件数目
 g ——运动副数目
 f_i ——第 i 个运动副自由度
 v ——多环并联机构在去除公共约束的因素后的冗余约束数目
 t ——多环并联机构所有支链的反螺旋去除公共约束后的反螺旋数目
 k ——多环并联机构所有支链的反螺旋去除公共约束后的反螺旋系最大无关组数
 ξ ——机构中存在的局部自由度

根据构态 1 的约束螺旋式(8),可得公共约束数 $\lambda=3$,则机构阶数 $d=3$,并联机构所有支链的反螺旋去除公共约束后的反螺旋数目 $t=2$,并联机构

所有支链的反螺旋去除公共约束后的反螺旋系的最大无关组 $k=2$,多环并联机构在去除公共约束的因素后的冗余约束的数目 $v=0$,不是冗余机构。根据式(9),2-RR/RRR 并联机构的自由度为

$$M=3(6-7-1)+7+0-0=1 \quad (10)$$

由此可知,只驱动 R_1 时,此变胞并联机构具有 1 个绕 y 轴转动的自由度。

3.2 构态 2 机构自由度分析

此构态下,锁定 1 个驱动,不妨设 R_7 锁定,当 3-RRR 变胞并联机构只驱动 R_1 和 R_4 时,其支链 1 和支链 3 的运动螺旋及其反螺旋分别为式(7)中第 1 式、第 3 式和式(8)的第 1 式、第 3 式,计算 2-RRR/RR 并联机构的支链 2 在定坐标系下的运动螺旋

$$\begin{cases} \mathcal{S}_{21} = (1 \ 0 \ 0; 0 \ 0 \ 0) \\ \mathcal{S}_{22} = (0 \ b_2 \ c_2; 0 \ 0 \ 0) \\ \mathcal{S}_{23} = (d_2 \ e_2 \ f_2; 0 \ 0 \ 0) \end{cases} \quad (11)$$

根据运动螺旋与其约束螺旋互易求支链 2 的约束螺旋

$$\mathcal{S}_2^r = \begin{cases} (1 \ 0 \ 0; 0 \ 0 \ 0) \\ (0 \ 1 \ 0; 0 \ 0 \ 0) \\ (0 \ 0 \ 1; 0 \ 0 \ 0) \end{cases} \quad (12)$$

根据式(8)的第 1 式、第 3 式、式(12)和自由度计算式(9),可得此构态下的自由度为

$$M=3(7-8-1)+8+0-0=2 \quad (13)$$

由此可知,当驱动 R_1 和 R_4 时,此变胞并联机构具有绕 x 轴和 y 轴转动的自由度。

3.3 构态 3 机构自由度分析

同时驱动 R_1 、 R_4 和 R_7 ,其支链 1 的运动螺旋及其反螺旋分别为式(7)中第 1 式和式(8)的第 1 式,支链 2 的运动螺旋及其反螺旋分别为式(11)和式(12)。计算 3-RRR 并联机构支链 3 在定坐标系下的运动螺旋

$$\begin{cases} \mathcal{S}_{31} = (0 \ 0 \ 1; 0 \ 0 \ 0) \\ \mathcal{S}_{32} = (e_3 \ b_3 \ 0; 0 \ 0 \ 0) \\ \mathcal{S}_{33} = (d_3 \ e_3 \ f_3; 0 \ 0 \ 0) \end{cases} \quad (14)$$

根据各运动螺旋与其约束螺旋互易求得支链 3 的约束螺旋

$$\mathcal{S}_3^r = \begin{cases} (1 \ 0 \ 0; 0 \ 0 \ 0) \\ (0 \ 1 \ 0; 0 \ 0 \ 0) \\ (0 \ 0 \ 1; 0 \ 0 \ 0) \end{cases} \quad (15)$$

根据式(8)的第 1 式、式(12)、式(15)和自由度计算式(9),可得此构态下的自由度为

$$M=3(8-9-1)+9+0-0=3 \quad (16)$$

由此可知,此构态下 3-RRR 并联机构具有绕

x 、 y 和 z 轴转动的自由度。

同样可以得到,构态 1 中只驱动 R_4 (或 R_7) 运动模式下的自由度和构态 2 中同时驱动 R_4 和 R_7 (或 R_1 和 R_7) 时的自由度。通过对 3 种构态下自由度的计算可知,3-RRR 变胞并联机构具有 3 种转动构态,各构态下的自由度如表 2 所示。

表 2 驱动变胞并联球铰的运动模式

Tab.2 Motion mode of actuated metamorphic parallel spherical joint

构态	驱动	自由度
1	R_1	R_y
	R_4	R_x
	R_7	R_x
2	R_1, R_4	R_x, R_y
	R_1, R_7 R_4, R_7	R_z, R_y R_x, R_z
3	R_1, R_4, R_7	R_x, R_y, R_z

由于 3-RRR 机构具有一维、二维和三维 3 种转动构态,其三维转动构态与球铰等效,且通过驱动的锁死与开启实现机构的变胞,故可称作三构态驱动变胞球铰。

4 运动学分析

如图 2 所示,以动平台中心为原点,以 R_1 的转动轴线为 y 轴, R_4 的转动轴线为 x 轴,在动平台上建立动坐标系 $oxyz$ (初始状态时,动坐标系与定坐标系重合)。

4.1 变胞并联机构运动学分析

已知动平台的姿态角(设动平台绕动坐标系 x 、 y 和 z 轴转动角分别为 α 、 β 和 γ)和 3-RRR 变胞并联机构的各杆件长度,求驱动副 R_1 、 R_4 和 R_7 转动角(分别设为 θ_1 、 θ_2 和 θ_3)。机构动平台坐标旋转矩阵 R 采用 $Y-X-Z$ 型欧拉角,可得

$$R(\beta_y, \alpha_x, \gamma_z) = [R_{y\beta}] [R_{x\alpha}] [R_{z\gamma}] \quad (17)$$

与动平台相连的转动副 R_3 、 R_6 和 R_9 的各中心点在动坐标系的坐标矢量 A_j 为

$$[{}^oA_3 \quad {}^oA_6 \quad {}^oA_9] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -r_9 \\ 0 & -r_6 & 0 \\ -r_3 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (18)$$

与动平台相连的转动副 R_3 、 R_6 和 R_9 的各中心点在定坐标系的坐标为

$$[A_3 \quad A_6 \quad A_9] = R [{}^oA_3 \quad {}^oA_6 \quad {}^oA_9] \quad (19)$$

根据定长杆 L_{23} 、 L_{56} 和 L_{89} 为转动副 R_3 、 R_6 和 R_9 中心坐标与中间转动副 R_2 、 R_5 和 R_8 中心坐标之差,可得

$$\begin{aligned} |[A_3 \quad A_6 \quad A_9] - [A_2 \quad A_5 \quad A_8]| = \\ |[L_{23} \quad L_{56} \quad L_{89}]| \end{aligned} \quad (20)$$

根据式(20), 可得 3-RRR 变胞并联机构的运动学逆解

$$\begin{cases} \theta_1 = \beta \\ \theta_2 = \arctan \frac{\sin\beta\sin\gamma + \sin\alpha\cos\beta\cos\gamma}{\cos\alpha\cos\gamma} \\ \theta_3 = \arctan \frac{\cos\alpha\sin\gamma}{\sin\alpha\sin\beta\sin\gamma + \cos\beta\cos\gamma} \end{cases} \quad (21)$$

对式(21)两边求导, 可得构态 3 机构雅可比矩阵为

$$\dot{\theta} = J \dot{Q} \quad (22)$$

其中 $\dot{\theta} = [\dot{\theta}_1 \quad \dot{\theta}_2 \quad \dot{\theta}_3]^T$ $\dot{Q} = [\dot{\alpha} \quad \dot{\beta} \quad \dot{\gamma}]^T$

式中 J ——机构雅可比矩阵

同理可求得驱动变胞并联球铰构态 1 和构态 2 下机构的运动学逆解。

4.2 变胞并联机构运动仿真

设机构结构参数为 $r_2 = r_3 = 50 \text{ mm}$, $L_{12} = L_{23} = 50\sqrt{2} \text{ mm}$, $r_5 = r_6 = 75 \text{ mm}$, $L_{45} = L_{56} = 75\sqrt{2} \text{ mm}$, $r_7 = r_8 = 100 \text{ mm}$, $L_{78} = L_{89} = 100\sqrt{2} \text{ mm}$, 给定机构动平台输出参数为 $\alpha = \frac{\pi}{6} \sin \frac{\pi t}{180}$, $\beta = \frac{\pi}{6} \sin \frac{\pi t}{180}$, $\gamma = \frac{\pi}{6} \sin \frac{\pi t}{180}$ 。其构态 3 运动学 Matlab 计算结果如图 3a 所示, 其 ADAMS 仿真结果如图 3b 所示。

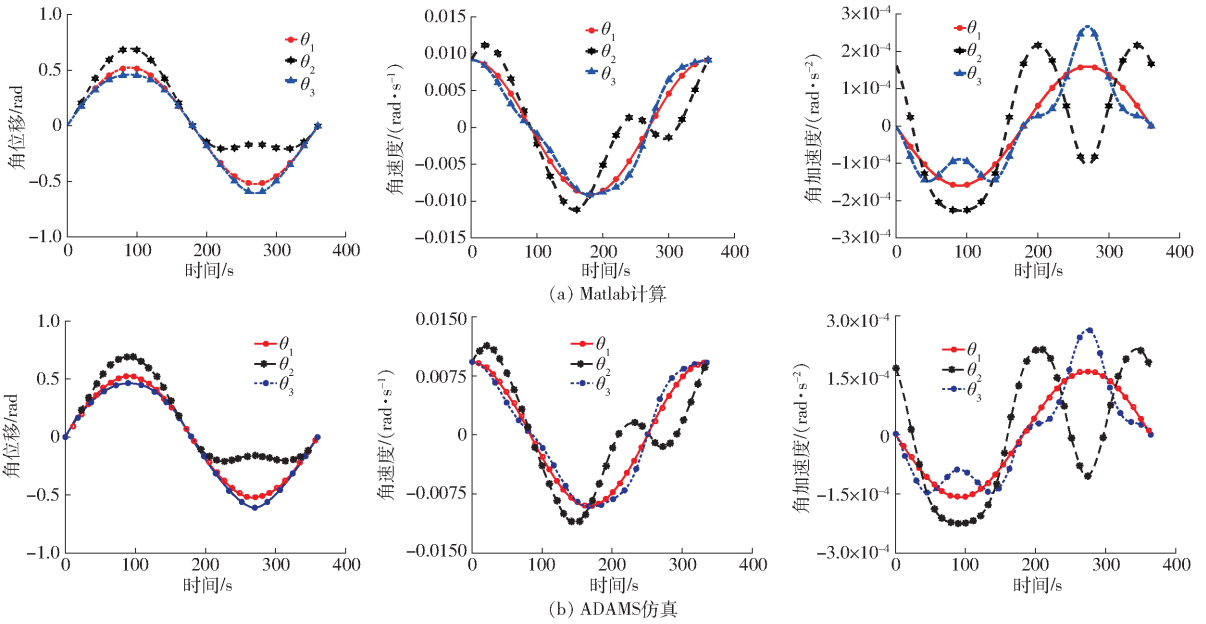


图 3 3-RRR 并联机构运动曲线

Fig. 3 Motion curves of 3-RRR parallel mechanism

从图 3 可以看出, 运动学模型的计算结果与 ADAMS 仿真结果一致, 验证了所建运动学模型的正确性^[18-20]。同样的方法可验证构态 1 和构态 2 下机构的运动学。对三构态驱动变胞并联球铰运动学的分析为机构的实际工业应用奠定了一定的理论基础。且由于运动学是研究机构的输入输出之间的映射关系, 故同时也验证了驱动变胞并联球铰运动的可行性。

5 应用

基于 3-RRR 驱动变胞并联球铰, 通过在动平台上串联 P 副和 U 副, 构成 SmPU 驱动变胞支链。由于驱动 Sm 后驱动变胞支链的自由度为 3, 结合驱动选取原则, 通过与 3 条包含 3 个驱动副的自由度支链组合, 提出了一种多模式 3-SPS/SmPU 驱动变胞并联机构。初始状态下, 3-SPS/SmPU 变胞并联机构中 U 副转动轴线分别平行于定坐标系的 y

轴和 x 轴。

如图 4 所示, 图中带箭头的运动副表示驱动副。当变胞球铰无驱动, 3-SPS/SmPU 变胞并联机构具有绕 y 轴和 x 轴转动和沿 z 轴移动的 3 个自由度; 当变胞球铰处于构态 1: 只具有绕 y (或 x) 轴转动时, 3-SPS/SmPU 变胞并联机构具有绕 y 轴和 x 轴转动和沿 z 轴和 x (或 y) 轴移动的 4 个自由度; 变胞球铰只具有绕 z 轴转动时, 3-SPS/SmPU 变胞并

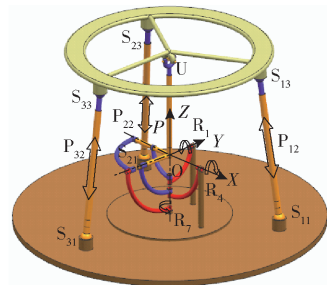


图 4 3-SPS/SmPU 变胞并联机构

Fig. 4 3-SPS/SmPU metamorphic parallel mechanism

机构具有绕 y 轴、 x 轴和 z 轴转动和沿 z 轴移动的 4 个自由度;当变胞球铰处于构态 2:具有绕 y 轴和 x 轴转动时,3-SPS/SmPU 变胞并联机构具有绕 y 轴和 x 轴转动和沿 z 、 x 、 y 轴移动的 5 个自由度;变胞球铰具有绕 z 轴和 x (或 y) 轴转动时,3-SPS/SmPU 变胞并联机构具有绕 x 、 y 、 z 轴转动和沿 z 轴和 y (或 x) 轴移动的 5 个自由度;当变胞球铰处于构态 3 (即具有三维转动自由度) 时,3-SPS/SmPU 变胞并联机构具有 6 个自由度。即 3-SPS/SmPU 变胞并联机构具有 8 种运动模式。

6 结论

(1) 提出了一种驱动位于定平台的 3-RRR 驱动变胞并联球铰,通过便捷的开启与锁死驱动即可实现机构的变胞。

(2) 建立了 3-RRR 驱动变胞并联球铰的运动学模型,其与 ADAMS 仿真结果一致,验证了所建运动学模型的正确性。

(3) 基于 3-RRR 变胞并联球铰,通过串联 P 副和 U 副,构成 SmPU 变胞支链。并将变胞支链 SmPU 应用于八模式 3-SPS/SmPU 变胞并联机构。

参 考 文 献

- [1] KONG Xianwen, JIN Yan. Type synthesis of 3-DOF multi-mode translational/spherical parallel mechanisms with lockable joints [J]. Mechanism and Machine Theory, 2016, 96: 323-333.
- [2] TIAN Chunxu, FANG Yuefa, GUO Sheng, et al. Structure synthesis of reconfigurable parallel mechanism with closed-loop metamorphic linkages [J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineering, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, 2017, 232(7): 1-14.
- [3] 王冰,方跃法.基于球面五杆机构的变胞并联机构构型综合[J].机械工程学报,2018,54(19):18-26.
- [4] GAN Dongming, DAI Jiansheng, LIAO Qizheng. Constraint analysis on mobility change of a novel metamorphic parallel mechanism [J]. Mechanism and Machine Theory, 2010, 45: 1864-1876.
- [5] GAN Dongming, DAI Jiansheng, SENEVIRATNE L. Unified kinematics and optimal design of a 3rRPS metamorphic parallel mechanism with a reconfigurable revolute joint [J]. Mechanism and Machine Theory, 2016, 96: 239-254.
- [6] YE Wei, FANG Yuefa, GUO Sheng. Design and analysis of a reconfigurable parallel mechanism for multidirectional additive manufacturing [J]. Mechanism and Machine Theory, 2017, 112: 307-326.
- [7] YE Wei, FANG Yuefa, GUO Sheng. Reconfigurable parallel mechanism with planar five-bar metamorphic linkages [J]. SCIENCE China Technological Science, 2014, 57(1): 210-218.
- [8] ZHANG Ketao, DAI Jiansheng. Screw-system-variation enabled reconfiguration of the Bennett plano-spherical hybrid linkage and its evolved parallel mechanism [J]. ASME Journal of Mechanical Design, 2015, 137(6): 062303.
- [9] 于红英,曾重元,郭震.少自由度变胞并联机构综合设计方法[J].哈尔滨工业大学学报,2018,50(1):42-49.
- [10] YU Hongying, ZENG Zhongyuan, GUO Zhen. Type synthesis method of lower-mobility metamorphic parallel mechanism [J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2018, 50(1): 42-49. (in Chinese)
- [11] 刘伟,刘宏昭.具有 2T1R 与 2R1T 运动模式 3 自由度并联机构构型综合[J/OL].农业机械学报,2018,49(7):401-409. LIU Wei, LIU Hongzhao. Type synthesis of 3-DOF parallel mechanism with 2T1R and 2R1T motion mode [J/OL]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2018, 49(7): 401-409. http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?file_no=20180750&flag=1. DOI:10.6041/j.issn.1000-1298.2018.07.050. (in Chinese)
- [12] ZHANG Ketao, DAI Jiansheng, FANG Yuefa. Geometric constraint and mobility variation of two 3SvPsV metamorphic parallel mechanism [J]. ASME Journal of Mechanical Design, 2013, 135(1): 011001.
- [13] CARBONARI L, CALLEGARI M, PALMIERI G, et al. A new class of reconfigurable parallel kinematic machines [J]. Mechanism and Machine Theory, 2014, 79: 173-183.
- [14] YANG Shuofei, SUN Tao, HUANG Tian, et al. A finite screw approach to type synthesis of three-DOF translational parallel mechanisms [J]. Mechanism and Machine Theory, 2016, 104: 405-419.
- [15] SUN Tao, YANG Shuofei, HUANG Tian, et al. A way of relating instantaneous and finite screws based on the screw triangle product [J]. Mechanism and Machine Theory, 2017, 108: 75-82.
- [16] 杨朔飞,孙涛,黄田,等.线变换刚体运动矩阵的群表示方法[J].机械工程学报,2015,51(13):81-85. YANG Shuofei, SUN Tao, HUANG Tian, et al. Group representation of line transformation matrix of a rigid body [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2015, 51(13): 81-85. (in Chinese)
- [17] 王庚祥,原大宇,刘宏昭,等.空间 4-SPS/CU 并联机构运动学分析[J/OL].农业机械学报,2012,43(3):207-212. WANG Gengxiang, YUAN Daning, LIU Hongzhao, et al. Kinematics analysis of spatial 4-SPS/CU parallel mechanism [J/OL]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2012, 43(3): 207-212. http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?file_no=20120337&flag=1. DOI:10.6041/j.issn.1000-1298.2012.03.037. (in Chinese)
- [17] 黄真,赵永生,赵铁石.高等空间机构学[M].北京:高等教育出版社,2014.
- [18] 周少瑞,刘宏昭.一种 3-CRCR/RPU 对称并联机器人机构工作空间及运动学分析[J].中国机械工程,2017,28(20):2500-2508.
- [19] 赵星宇,赵铁石,云轩,等.3-P(4S)并联机构分析与多目标性能优化[J/OL].农业机械学报,2017,48(10):390-400. ZHAO Xingyu, ZHAO Tieshi, YUN Xuan, et al. Mechanism analysis and multi-target performance optimization of 3-P(4S) parallel mechanism [J/OL]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2017, 48(10): 390-400. http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?file_no=20171050&flag=1. DOI:10.6041/j.issn.1000-1298.2017.10.050. (in Chinese)
- [20] 杨继东,万彪刚,高俊东,等. Tripod 并联机器人运动学分析与样机实验[J/OL].农业机械学报,2016,47(10):390-397. YANG Jidong, WAN Biaogang, GAO Jundong, et al. Kinematic analysis and experiment of Tripod parallel robot [J/OL]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2016, 47(10): 390-397. http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?file_no=20161051&flag=1. DOI:10.6041/j.issn.1000-1298.2016.10.051. (in Chinese)