doi:10.6041/j.issn.1000-1298.2019.07.044

非线性双端固支梯形梁压电俘能器结构设计与特性分析

高世桥[1]　闫　丽[1]　金　磊[1]　张希洋[1]　张广义[2]

(1.北京理工大学爆炸科学与技术国家重点实验室,北京 100081;
2.中国科学院宁波材料技术与工程研究所,宁波 315201)

摘要:设计了一种非线性双端固支梯形梁压电俘能器,用于收集环境中的振动能量,并将振动能转换为电能,为微小型电子元器件供能。自然环境中振动源的振动频率大多在 100 Hz 以下,该俘能器采用引入非接触磁力的方法,降低其谐振频率、拓宽俘能频带并提高输出性能。在理论分析的基础上,建立了 Matlab/Simulink 仿真模型并进行试验测试,对比分析了线性及非线性双端固支梯形梁压电俘能器的谐振频率、带宽及输出性能,同时研究了输出性能在 3 个参数(固定磁铁与质量块磁铁间距 d、外接负载电阻 R、外界激励加速度 a)变化时的响应。仿真与试验结果表明,引入的非接触磁力使压电俘能器谐振频率降低了 9 Hz,俘能带宽拓宽了 20%,输出功率提高了 7.5%。

关键词:压电俘能器;数值仿真;非线性;谐振频率;输出性能

中图分类号:TN384　　**文献标识码**:A　　**文章编号**:1000-1298(2019)07-0398-08

Structure Design and Characteristic Analysis of Nonlinear Double-end Fixed Trapezoidal Beam Piezoelectric Energy Harvester

GAO Shiqiao[1]　YAN Li[1]　JIN Lei[1]　ZHANG Xiyang[1]　ZHANG Guangyi[2]

(1. *State Key Laboratory of Explosion Science and Technology*, *Beijing Institute of Technology*, *Beijing* 100081, *China*
2. *Ningbo Institute of Materials Technology and Engineering*, *Chinese Academy of Sciences*, *Ningbo* 315201, *China*)

Abstract: A kind of nonlinear double-end fixed trapezoidal beam piezoelectric energy harvester (PEH) was designed to collect the vibration energy in the environment, piezoelectric energy harvester can transform vibration energy to electricity to supply for miniature electronic components. The vibration frequency of vibration sources was mostly below 100 Hz in natural environment, in order to reduce the resonant frequency, widen bandwidth and improve output performance of the piezoelectric energy harvester, the non-contact magnetic force was introduced. On the basis of theoretical analysis, Matlab/Simulink simulation model was established and experiment was carried out to compare the resonant frequency, bandwidth and output performance of linear and nonlinear double-end fixed trapezoidal beam piezoelectric energy harvester. Meanwhile, the response of output performance when three parameters (the space d between fixed magnet and mass block magnet, external load resistance R and the external excitation acceleration a) change was studied. The results of simulation and experiment showed that the introduction of non-contact magnetic force can reduce the resonant frequency of the piezoelectric energy harvester by 9 Hz, widen its bandwidth by 20% and increase its output power by 7.5%.

Key words: piezoelectric energy harvester; numerical simulation; nonlinear; resonant frequency; output performance

0　引言

随着微机电技术的发展,微小型、低功耗电子元器件的供电问题得到了广泛关注。振动能广泛存在于自然环境中,具有绿色、无污染、能量密度高等优点,收集振动能并为低功耗电子元器件供能成为研究热点[1-4]。压电俘能器作为一种振动能采集器,具有结构简单、无污染、无电磁干扰、易于小型化等优点,其产生的能量可以满足低功耗电子元器件的需求[5-7]。ROUNDY[8]将末端带有质量块的单悬臂

收稿日期:2019-01-28　修回日期:2019-03-14

基金项目:国家高技术研究发展计划(863 计划)项目(2013AA041104)

作者简介:高世桥(1961—),男,教授,博士,主要从事微机电技术和冲击动力学研究,E-mail:bitjdxyyl@163.com

梁式压电俘能器应用在无线传感网络节点中。自然环境中的振动源多为 100 Hz 以下的低频振动源[9-10]，而单悬臂梁式压电俘能器固有频率大多在 100 Hz 以上[11-12]，难以达到其谐振频率点，且其带宽窄，输出性能较差。因此，降低压电俘能器的固有频率、拓宽压电俘能器的带宽成为研究重点。ZHANG 等[13]设计了三角形、梯形、矩形 3 种形状的悬臂梁结构，并进行了理论分析与试验验证。谭杨康等[14]对梯形悬臂梁进行了研究，并与矩形悬臂梁作了对比，结果表明，梯形压电片上应力分布更加均匀。改变悬臂梁形状可以在一定程度上降低固有频率、增大开路电压、提高输出功率。另外，为拓宽俘能器带宽，许多学者将非线性因素引入压电俘能器中[15-16]。利用磁铁的非接触磁力引入非线性的方式，可以有效拓宽俘能器带宽，改善输出性能。针对双端固支式压电俘能器，笔者提出一种双端固支矩形梁压电俘能器[17]，并将其输出性能与双端固支梯形梁压电俘能器进行对比分析。

为满足压电俘能器低频、宽带、高效的要求[18-19]，本文提出一种非线性双端固支梯形梁压电俘能器，通过引入非接触磁力，以降低俘能器谐振频率，拓宽带宽，并提高输出功率。

1　结构设计与理论分析

线性双端固支梯形梁压电俘能器结构如图 1 所示，由梯形压电片、梯形基底梁和位于中间的作为质量块使用的磁铁（质量块磁铁）组成，质量块磁铁两侧对称布置两片梯形压电片。从应力云图（图 2）看出，应力主要集中在固支端和质量块磁铁两侧。质量块磁铁可以降低谐振频率，提高振幅并增大压电片应变。

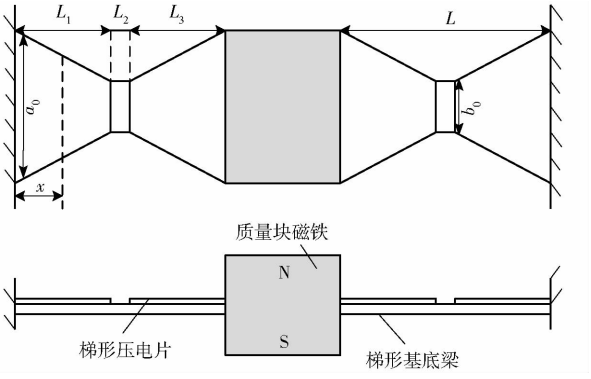

图 1　线性双端固支梯形梁压电俘能器结构示意图

Fig. 1　Linear double-end fixed trapezoidal beam PEH

压电片上下两表面铺设电极，且使质量块磁铁一侧两梯形压电片的下表面电极相连，上下表面电极可通过导线与负载相连，形成回路并对外供能。图 3 是振型简图，质量块磁铁一侧两压电片受力相反，将两压电片串联可增加输出电压并提高输出功率。在质量块磁铁的上下两侧对称布置相同的固定磁铁，由此引入非接触磁力，利用磁铁间的引力改变俘能器振动幅值，进而改变输出性能，非线性双端固支梯形梁压电俘能器结构如图 4 所示。

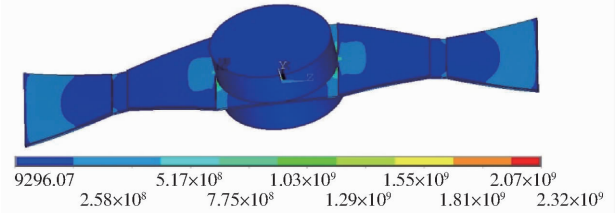

图 2　应力云图

Fig. 2　Stress nephogram

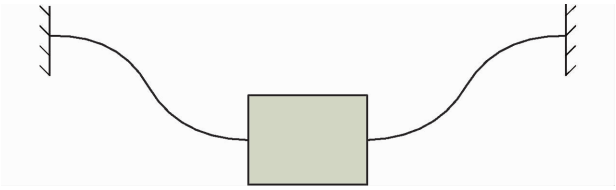

图 3　振型简图

Fig. 3　Mode of vibration diagram

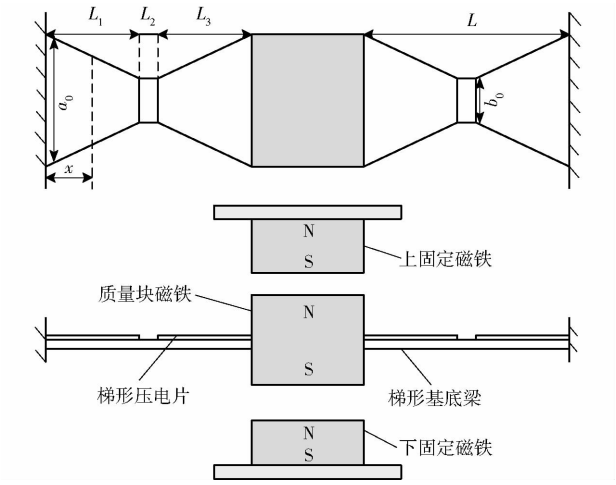

图 4　非线性双端固支梯形梁压电俘能器结构示意图

Fig. 4　Nonlinear double-end fixed trapezoidal beam PEH

线性双端固支梯形梁压电俘能器由机械振动单元和压电俘能单元组成，两部分通过传递因子相互作用。压电俘能器可等效为电流源和电容并联[20]，如图 5 所示。

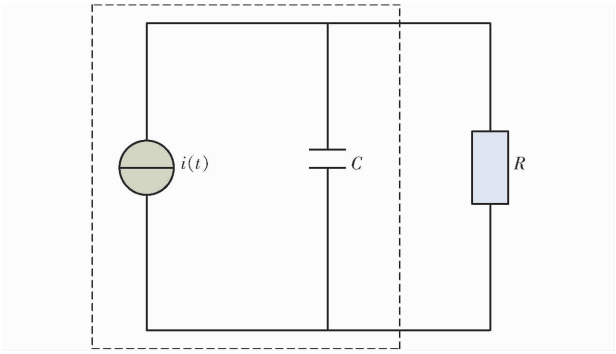

图 5　压电俘能器等效电路图

Fig. 5　Equivalent circuit of PEH

压电耦合状态方程[21]为

$$\begin{cases} m_e \dfrac{\mathrm{d}^2 z(t)}{\mathrm{d}t^2} + c_e \dfrac{\mathrm{d}z(t)}{\mathrm{d}t} + kz(t) + \theta V(t) = m_e a(t) \\ \dfrac{V(t)}{R} + C\dfrac{\mathrm{d}V(t)}{\mathrm{d}t} - \theta \dfrac{\mathrm{d}z(t)}{\mathrm{d}t} = 0 \end{cases} \tag{1}$$

其中

$$C = \frac{\beta_p (2a_0 - \varepsilon L) L}{4\delta} \tag{2}$$

式中 m_e——等效质量

c_e——等效阻尼系数

k——梯形梁等效刚度

t——时间

R——外接负载电阻

$V(t)$——负载两端电压

$a(t)$——外界激励加速度

$z(t)$——俘能器位移

θ——机械振动单元与压电俘能单元间的传递因子

C——双端固支梯形梁质量块磁铁一侧两压电片串联电容

β_p——压电材料介电常数

ε——梯形梁截面变化率

δ——压电片厚度

L——质量块一侧基底梁总长度

a_0——基底梁宽度

磁铁间磁力[22]为

$$F_m = \frac{3\mu_0 M_1 V_1 M_0 V_0}{2\pi d^4} \tag{3}$$

式中 μ_0——磁导率

M_1、M_0——两磁铁磁化强度

V_1、V_0——两磁铁体积

d——两磁铁之间的静态距离

在外界激励下,当俘能器质量块磁铁的某瞬时振幅为 $z(t)$ 时,质量块磁铁与上、下固定磁铁之间的作用力分别为 F_{m1}、F_{m2},则质量块磁铁受到的非线性磁力为

$$F_m(z(t)) = F_{m1} - F_{m2} = 3\mu_0 M_m V_m \left[\frac{M_t V_t}{2\pi (d+z)^4} - \frac{M_b V_b}{2\pi (d-z)^4} \right] \tag{4}$$

式中 M_m、M_t、M_b——质量块磁铁和上、下固定磁铁磁化强度

V_m、V_t、V_b——质量块磁铁和上、下固定磁铁体积

为避免梁的塑性变形,应使质量块磁铁受到的非线性磁力小于梁的弹性恢复力。

当俘能器上下两固定磁铁相同,且与质量块磁铁的静态距离分别相等时,将式(4)在俘能器的静态位置处泰勒展开并忽略三阶以上的高阶项,得到

$$F_m(z(t)) = k_1 z + k_3 z^3 \tag{5}$$

其中

$$k_1 = -12\mu_0 M_m V_m \frac{M_b V_b}{\pi d^5} \tag{6}$$

$$k_3 = \frac{5}{d^2} k_1 \tag{7}$$

式中 k_1——非接触磁力引起的线性刚度

k_3——非接触磁力引起的非线性刚度

则非线性双端固支梯形梁压电俘能器耦合状态方程为

$$\begin{cases} m_e \dfrac{\mathrm{d}^2 z(t)}{\mathrm{d}t^2} + c_e \dfrac{\mathrm{d}z(t)}{\mathrm{d}t} + kz(t) + \theta V(t) + \\ \qquad F_m(z(t)) = m_e a(t) \\ \dfrac{V(t)}{R} + C\dfrac{\mathrm{d}V(t)}{\mathrm{d}t} - \theta \dfrac{\mathrm{d}z(t)}{\mathrm{d}t} = 0 \end{cases} \tag{8}$$

2 仿真分析

2.1 线性和非线性压电俘能器数值仿真

在建立耦合状态方程的基础上,利用 Matlab/Simulink 对线性和非线性双端固支梯形梁压电俘能器进行数值仿真,建立的线性仿真模型(图 6)和引入非接触磁力后的非线性仿真模型(图 7)的相关设计参数如表 1 所示。通过数值仿真对比线性及非线性两种情况下俘能器的输出性能,分析非接触磁力对俘能器输出性能的影响。

对线性及非线性两种情况进行 Matlab/Simulink 仿真分析,输出功率随频率变化曲线如图 8 所示。线性压电俘能器谐振频率为 93 Hz,谐振时输出功率为 0.175 mW;非线性压电俘能器谐振频率为 82 Hz,谐振时输出功率为 0.187 mW。引入的非接触磁力使压电俘能器等效刚度降低,谐振频率比线性时小,更易在低频环境中达到谐振状态。非线性压电俘能器谐振时输出功率比线性提高了 6.8%,输出性能明显优于线性压电俘能器。

2.2 非线性压电俘能器输出性能影响参数

分析固定磁铁与质量块磁铁间距 d、外接负载电阻 R、外界激励加速度 a 3 个参数对俘能器输出性能的影响。

外界激励加速度为 2 m/s^2,固定磁铁与质量块磁铁间距 d 为 18、15、12 mm 时,输出功率随频率变化曲线如图 9 所示。磁铁间距 18 mm 时,谐振频率为 83 Hz,最大输出功率为 0.186 mW;磁铁间距 15 mm 时,谐振频率为 82 Hz,最大输出功率为 0.178 mW;磁铁间距 12 mm 时,谐振频率为 82 Hz,最大输出功率为0.173 mW。随着磁铁间距的减小,俘能器谐

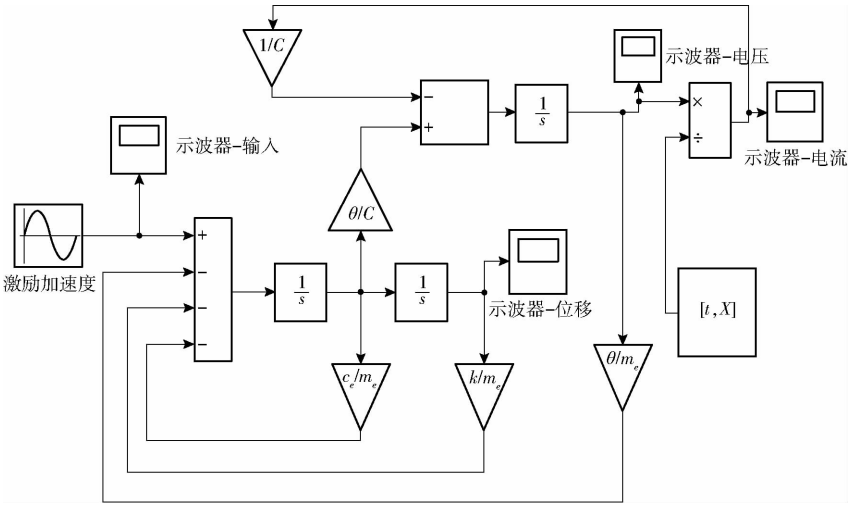

图 6　线性双端固支梯形梁压电俘能器仿真模型

Fig. 6　Simulation model of linear double-end fixed trapezoidal beam PEH

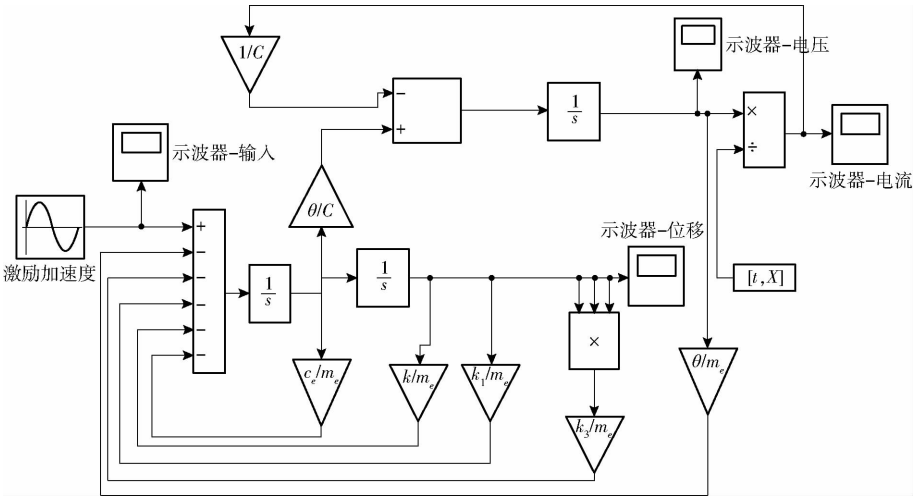

图 7　非线性双端固支梯形梁压电俘能器仿真模型

Fig. 7　Simulation model of nonlinear double-end fixed trapezoidal beam PEH

表 1　仿真参数

Tab. 1　Simulation parameter

参数	数值
介电常数 β_p/(F·m^{-1})	1.3×10^{-8}
等效电容 C/F	5.148×10^{-9}
传递因子 θ/(N·V^{-1})	0.002 466
弹性模量 Y_p/GPa	66
等效阻尼系数 c_e/(N·s·m^{-1})	0.3
等效质量 m_e/kg	0.02
线性时等效刚度 k/(N·m^{-1})	6 503.1
剩磁(钕铁硼)B_r/Gs	4 200
磁导率 μ_0/(H·m^{-1})	4π×10^{-7}

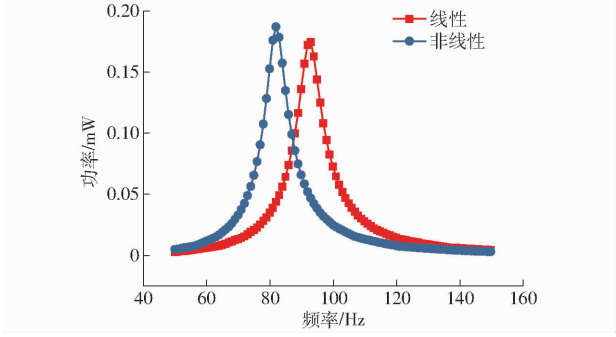

图 8　线性及非线性压电俘能器输出性能仿真对比

Fig. 8　Output performance comparison between linear and nonlinear PEH

振频率略有下降，最大输出功率降低。

在外界激励加速度为 4 m/s^2、磁铁间距 15 mm 条件下，外接负载电阻 R 对俘能器输出性能的影响如图 10 所示。在初始阶段，随着负载电阻的增加，输出功率快速增加，直至输出功率达到最大值；随后输出功率随负载的增加缓慢下降。可以看出，最佳负载在 200 kΩ 左右。

在固定磁铁与质量块磁铁间距 d 为 15 mm 情况下，俘能器输出功率随频率变化曲线如图 11 所示，外界激励加速度为 2、3、4 m/s^{2}时，最大输出功率分别为 0.185、0.412、0.711 mW。随着加速度的增大，最大输出功率显著增加，俘能带宽增大，谐振频

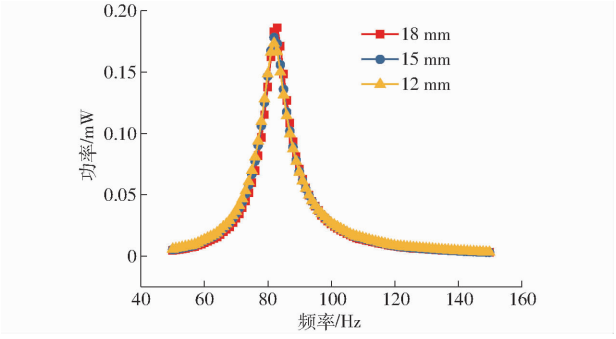

图 9 不同磁铁间距时输出功率随频率的变化曲线

Fig. 9 Variation curves of output power with frequency at different spaces between magnets

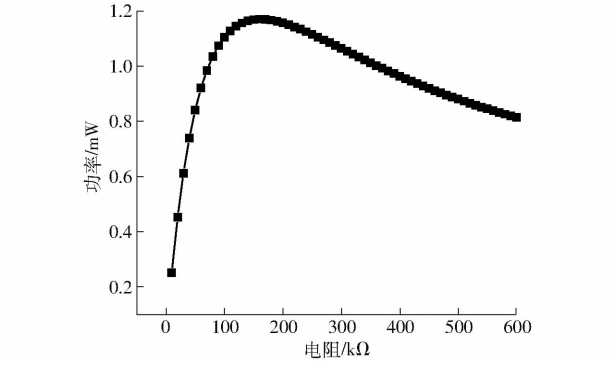

图 10 输出功率随负载电阻的变化曲线

Fig. 10 Variation curve of output power with load

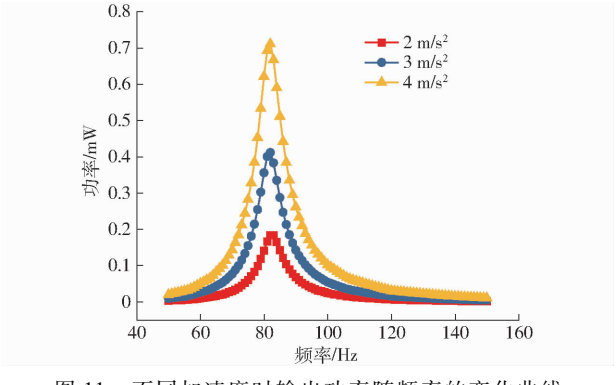

图 11 不同加速度时输出功率随频率的变化曲线

Fig. 11 Variation curves of output power with frequency at different excitation accelerations

率降低。不同外界激励加速度下输出功率随电阻变化曲线如图 12 所示。不同加速度下,功率随电阻的变化趋势相同,同一电阻的输出功率随加速度的增大而增大,最佳负载下的输出功率随加速度增大而增大。

3 试验与结果分析

针对线性及非线性双端固支梯形梁压电俘能器设计了样机并搭建了试验测试系统,俘能器样机及试验测试系统分别如图 13、14 所示。压电俘能器结构模型使用 PZT-5H 作为压电材料,使用铍青铜作

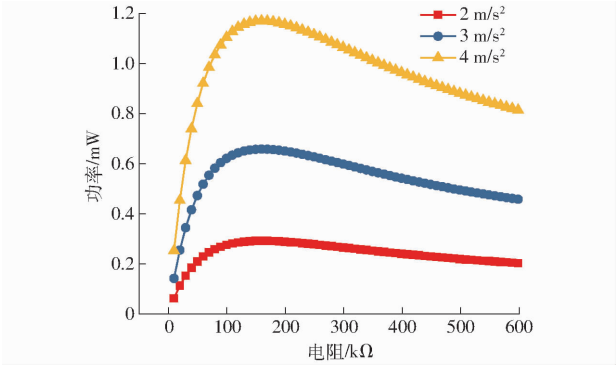

图 12 不同加速度时输出功率随电阻的变化曲线

Fig. 12 Variation curves of output power with load at different excitation accelerations

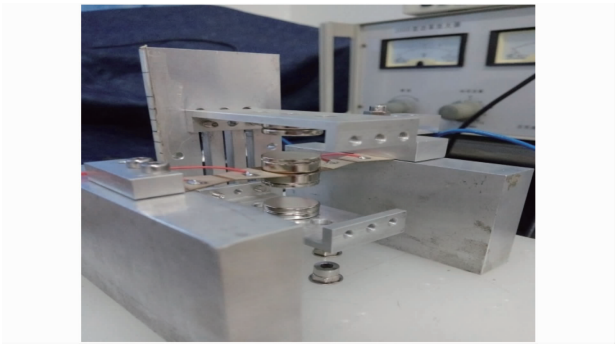

图 13 压电俘能器样机

Fig. 13 Prototype of PEH

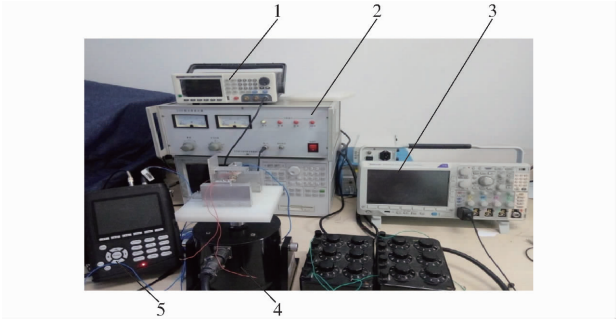

图 14 试验测试系统

Fig. 14 Test measuring system

1. 信号发生器 2. 功率放大器 3. 示波器 4. 激振台 5. 动态信号分析仪

为基底梁材料,线性时使用强力磁铁作为质量块磁铁,非线性时在质量块磁铁上下两侧布置相同的磁铁,使质量块磁铁与上下两相同磁铁之间产生非接触磁力,磁铁均为圆柱型强力磁铁。结构模型参数如表 2 所示。

试验测试系统中,信号发生器生成简谐信号,简谐信号由功率放大器放大后传递给激振台,激振台带动压电俘能器振动,动态信号分析仪和示波器分别显示外界激励加速度信号及压电俘能器输出电压。

3.1 线性与非线性压电俘能器性能对比

在激励加速度为 2 m/s² 时,线性及非线性双端

固支梯形梁压电俘能器的开路电压随频率变化曲线如图 15 所示，输出功率随频率的变化曲线如图 16 所示。此时非线性压电俘能器中固定磁铁与质量块磁铁间距为 18 mm，固定磁铁与质量块磁铁间的作用力为引力。测量结果显示，线性压电俘能器谐振频率为 90.8 Hz，最大峰峰值电压为 34.8 V，带宽为 2.5 Hz；非线性压电俘能器谐振频率为 81.8 Hz，最大峰峰值电压为 33.6 V，带宽为 3 Hz。

表 2　结构模型参数

Tab. 2　Structural model parameters　　mm

参数	数值
基底梁长度 L_1	11
基底梁长度 L_2	2
基底梁长度 L_3	11
基底梁宽度 a_0	15
基底梁宽度 b_0	8
基底梁厚度	0.3
磁铁直径	15
磁铁厚度	5
压电片宽度 a_1	15
压电片宽度 b_2	8
压电片厚度	0.2

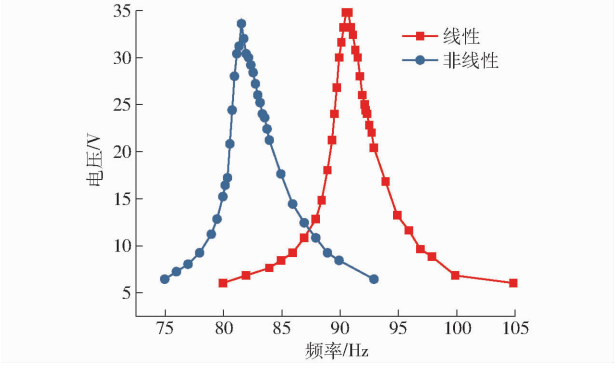

图 15　线性及非线性时开路电压随频率的变化曲线

Fig. 15　Variation curves of voltage with frequency

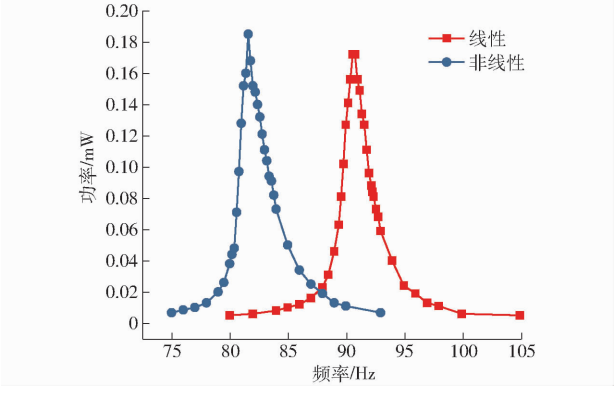

图 16　线性及非线性时输出功率随频率的变化曲线

Fig. 16　Variation curves of output power with frequency

非线性压电俘能器谐振频率降低了 9 Hz，带宽增加了 0.5 Hz，带宽拓宽了 20%，输出功率提高了 7.5%，与数值仿真结果一致。

3.2　引力作用下非线性压电俘能器性能测试

通过试验测试研究引力作用下固定磁铁与质量块磁铁间距 d、外接负载电阻 R、外界激励加速度 a 3 个参数对非线性双端固支梯形梁压电俘能器输出性能的影响。

不同固定磁铁与质量块磁铁间距时非线性压电俘能器的输出性能如图 17、18 所示。当间距 d 减小时，非线性压电俘能器谐振频率降低，开路电压略有增大，输出功率下降，与数值仿真结果一致。由于磁铁间距的减小，非线性压电俘能器等效刚度降低，谐振频率下降。磁铁间距是影响非线性压电俘能器输出性能的重要参数，在实际应用过程中需要综合考虑谐振频率与输出功率，使俘能效果达到最优。

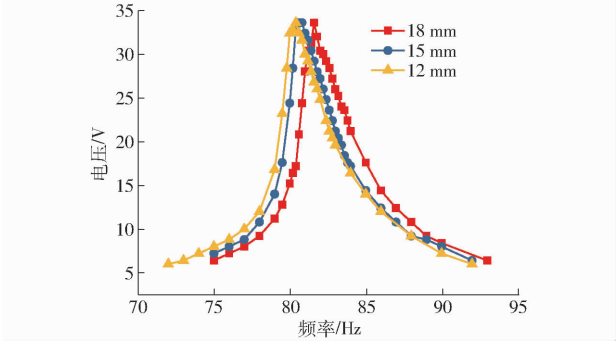

图 17　不同磁铁间距时开路电压随频率的变化曲线

Fig. 17　Variation curves of voltage with frequency at different spaces between magnets

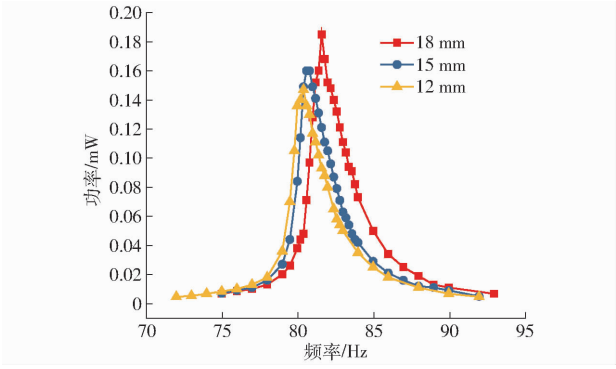

图 18　不同磁铁间距时输出功率随频率的变化曲线

Fig. 18　Variation curves of output power with frequency at different spaces between magnets

保持外界激励加速度 a 为 4 m/s^2、磁铁间距 d 为 15 mm，输出功率随负载电阻的变化曲线如图 19 所示。由图 19 可知，输出功率先随负载电阻的增大快速增加，当电阻为 220 kΩ 时输出功率最大，随后输出功率随负载电阻的增大而缓慢下降，变化趋势与仿真结果相符合。

外界激励加速度分别为 2、3、4 m/s^2 3 种情况下非线性压电俘能器的输出性能如图 20、21 所示。由

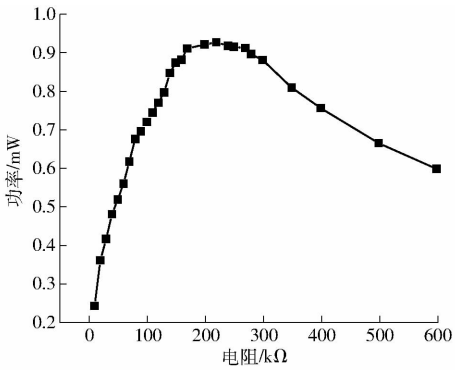

图 19 输出功率随负载电阻的变化曲线

Fig. 19 Variation curve of output power with load

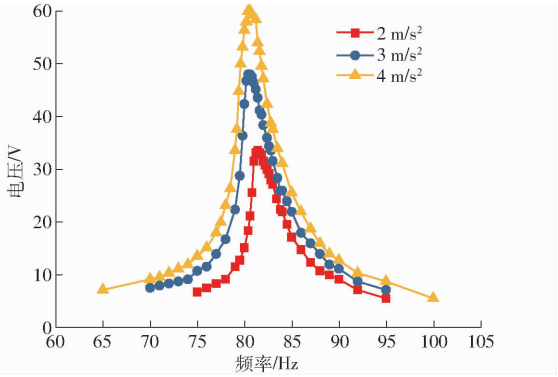

图 20 不同加速度时输出电压随频率的变化曲线

Fig. 20 Variation curves of voltage with frequency at different excitation accelerations

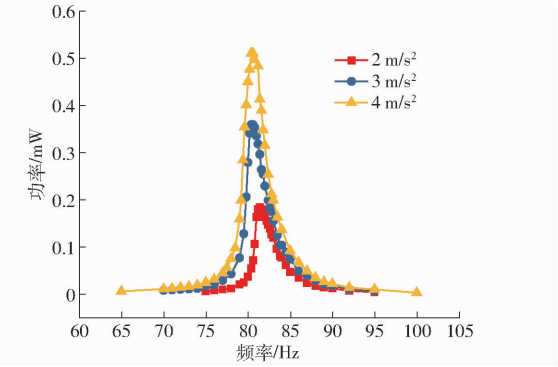

图 21 不同加速度时输出功率随频率的变化曲线

Fig. 21 Variation curves of output power with frequency at different excitation accelerations

图 20、21 可知,随着外界激励加速度的增大,非线性压电俘能器谐振频率降低,开路电压、输出功率都显著提高,非线性效应随加速度的增大而增强。

不同激励加速度下输出电压随电阻的变化曲线如图 22 所示。由图 22 可知,随着外接负载电阻逐渐增大,负载两端电压增大。不同加速度时,外接负载输出功率随负载电阻变化曲线如图 23 所示,当加速度 2 m/s^{2}时,最佳负载电阻为 190 kΩ,对应的输出功率为 0.263 mW;当加速度 3 m/s^{2}时,最佳负载电阻为 200 kΩ,对应输出功率为 0.532 mW;加速度 4 m/s^{2}时,最佳负载电阻为 220 kΩ,对应的输出功率为 0.927 mW。由此可以看出,最佳负载电阻随加速度的增大略有增大,最佳负载电阻对应的输出功率有显著提高。

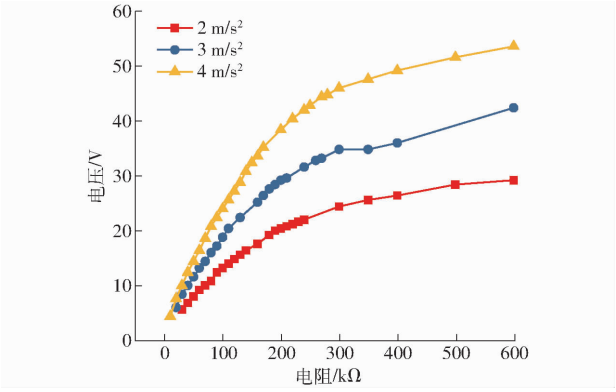

图 22 不同加速度时输出电压随电阻的变化曲线

Fig. 22 Variation curves of voltage with load at different excitation accelerations

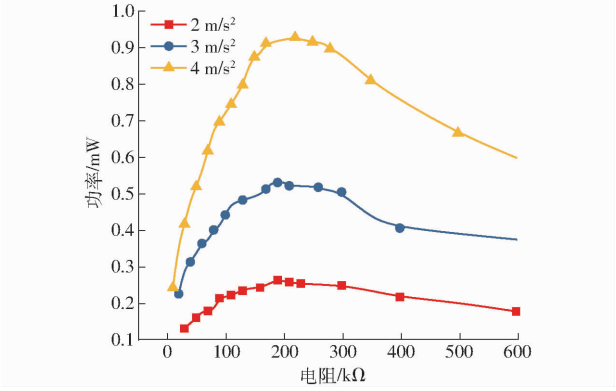

图 23 不同加速度时输出功率随电阻的变化曲线

Fig. 23 Variation curves of output power with load at different excitation accelerations

4 结论

(1)建立了非线性双端固支梯形梁压电俘能器耦合状态方程,利用 Matlab/Simulink 进行数值仿真,并试验测试、对比分析了线性及非线性压电俘能器输出性能,结果表明:非接触磁力的引入使非线性双端固支梯形梁谐振频率降低了 9 Hz,带宽拓宽了 20%,输出功率提高了 7.5%。

(2)研究了引力作用下固定磁铁与质量块磁铁间距、外接负载电阻、外界激励加速度对输出性能的影响。固定磁铁与质量块磁铁间距减小时,非线性压电俘能器等效刚度下降,使得谐振频率降低,更容易达到谐振状态,同时其输出功率有所降低;外接负载电阻变化时,存在一个使输出功率达到最大值的最佳负载电阻;随着外接激励加速度的增加,非线性压电俘能器的输出性能得到提高。

参 考 文 献

[1] 王二萍,高景霞,张金平,等. 压电俘能器研究现状及新进展[J]. 电子元件与材料, 2015,34(9):19 – 24.
WANG Erping, GAO Jingxia, ZHANG Jinping, et al. Current situation and new trend of piezoelectric energy harvesters[J]. Electronic Components and Materials, 2015,34(9):19 – 24. (in Chinese)

[2] 魏胜,胡泓. 基于压电振动的人体能量采集技术研究综述[J]. 机械与电子, 2018,36(10):67 – 72.
WEI Sheng, HU Hong. A review of human motion energy harvesting based on piezoelectric vibration[J]. Machinery & Electronics, 2018,36(10):67 – 72. (in Chinese)

[3] 杜小振,曾祥伟,卞丰,等. MEMS 自供能压电电磁集成发电研究现状[J]. 微纳电子技术, 2014,51(3):161 – 167.
DU Xiaozhen, ZENG Xiangwei, BIAN Feng, et al. Research status of the self-power piezoelectric electromagnetic integrated electric generation for MEMS devices[J]. Micronanoelectronic Technology, 2014,51(3):161 – 167. (in Chinese)

[4] 王淑云,余杰,阚君武,等. 腔式压电气流发电机结构与性能研究[J/OL]. 农业机械学报, 2018,49(1):421 – 425,420.
WANG Shuyun, YU Jie, KAN Junwu, et al. Structure and performance of piezoelectric airflow energy harvester[J/OL]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2018,49(1):421 – 425,420. http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx? file_no=20180153&flag=1. DOI:10.6041/j.issn.1000-1298.2018.01.053. (in Chinese)

[5] BAI Y, TOFEL P, HADAS Z, et al. Investigation of a cantilever structured piezoelectric energy harvester used for wearable devices with random vibration input[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2018,106:303 – 318.

[6] HAMID R, YUCE M R. A wearable energy harvester unit using piezoelectric-electromagnetic hybrid technique[J]. Sensors and Actuators A: Physical, 2017,257:198 – 207.

[7] SARDINI E, SERPELLONI M. An efficient electromagnetic power harvesting device for low-frequency applications[J]. Sensors and Actuators A: Physical, 2011,172(2):475 – 482.

[8] ROUNDY S. Energy scavenging for wireless sensor nodes with a focus on vibration to electricity conversion [D]. Berkeley: University of California, 2003.

[9] SHENG X, JONES C J C, THOMPSON D J. A comparison of a theoretical model for quasi-statically and dynamically induced environmental vibration from trains with measurements[J]. Journal of Sound and Vibration, 2003,267(3):621 – 635.

[10] GRIFFIN M J. Discomfort from feeling vehicle vibration[J]. Vehicle System Dynamics, 2007,45(7 – 8):679 – 698.

[11] BEEBY S P, TUDOR M J, WHITE N M. Energy harvesting vibration sources for microsystems applications[J]. Measurement Science and Technology, 2006,17(12):R175.

[12] GU Lei. Low-frequency piezoelectric energy harvesting prototype suitable for the MEMS implementation[J]. Microelectronics Journal, 2011,42(2):277 – 282.

[13] ZHANG Guangyi, GAO Shiqiao, LIU Haipeng, et al. A low frequency piezoelectric energy harvester with trapezoidal cantilever beam: theory and experiment[J]. Microsystem Technology, 2017,23(8):3457 – 3466.

[14] 谭杨康,高世桥,张广义. 梯形梁压电俘能器的特性研究[J]. 压电与声光, 2016,38(4):579 – 583.
TAN Yangkang, GAO Shiqiao, ZHANG Guangyi. Study on characteristics of trapezoidal cantilever piezoelectric energy harvester[J]. Piezoelectrics & Acoustooptics, 2016,38(4):579 – 583. (in Chinese)

[15] HAJATI A, KIM S G. Ultra-wide bandwidth piezoelectric energy harvesting[J]. Applied Physics Letters, 2011,99(8):083105.

[16] TANG Lihua, YANG Yaowen. A nonlinear piezoelectric energy harvester with magnetic oscillator[J]. Applied Physics Letters, 2012,101(9):094102.

[17] 闫丽,高世桥,刘海鹏,等. 双端固支式压电俘能器的特性研究[J]. 压电与声光, 2018,40(3):370 – 373,378.
YAN Li, GAO Shiqiao, LIU Haipeng, et al. Study on the characteristics of double-end fixed beam piezoelectric energy harvester[J]. Piezoelectrics & Acoustooptics, 2018,40(3):370 – 373,378. (in Chinese)

[18] ZHANG Xiyang, GAO Shiqiao, LI Dongguang, et al. Frequency up-converted piezoelectric energy harvester for ultralow-frequency and ultrawide-frequency-range operation[J]. Applied Physics Letters, 2018,112(16):163902.

[19] 徐振龙,单小彪,谢涛. 宽频压电振动俘能器的研究现状综述[J]. 振动与冲击, 2018,37(8):191 – 199.
XU Zhenlong, SHAN Xiaobiao, XIE Tao. A review of broadband piezoelectric vibration energy harvester[J]. Journal of Vibration and Shock, 2018,37(8):191 – 199. (in Chinese)

[20] ERTURK A, INMAN D J. Piezoelectric energy harvesting[M]. New York: Wiley-Interscience, 2011.

[21] LI Ping, GAO Shiqiao, CAI Huatong, et al. Design, fabrication and performances of MEMS piezoelectric energy harvester[J]. International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics, 2015,47(1):125 – 139.

[22] 高世桥, 刘海鹏, 金磊, 等. 微振动俘能技术[M]. 北京: 中国科学技术出版社, 2016.