

doi:10.6041/j.issn.1000-1298.2019.05.046

# 冗余驱动并联机构动力学模型 TVC 优化 $H_\infty$ 鲁棒控制

王启明<sup>1</sup> 苏建<sup>2</sup> 高大威<sup>1</sup> 吕志超<sup>3</sup> 宗高强<sup>1</sup>

(1. 上海理工大学机械工程学院, 上海 200093; 2. 吉林大学交通学院, 长春 130022;

3. 同济大学汽车学院, 上海 201804)

**摘要:** 针对冗余驱动并联机构控制系统设计未结合动力学建模, 未考虑伺服阀动态、静态特性等问题, 基于第二类 Lagrange 方程和流体力学动力学知识, 对动平台及液压系统中机械、液压系统建模, 建立电液伺服系统五阶传递函数模型, 通过主导能量最优模型将其降为三阶模型。以此为控制对象提出了基于三矢量控制 (Three vector control, TVC) 反馈优化的  $H_\infty$  鲁棒控制策略 (TVC-ROB), 并与 TVC 前馈反馈控制、TVC 反馈优化的模糊自适应 PID 控制 (TVC-FAPID) 两种控制策略在阶跃信号、线性扫频、实际武广谱路谱等进行对比分析。结果表明, TVC 反馈的提出有效拓展了系统频宽, 且提高液压系统阻尼比和固有频率, 因此 TVC-ROB 在高频跟踪性能上改善较为明显, 其位移误差百分比仅为 1.26%, 且引入的  $H_\infty$  鲁棒控制提高了系统抗扰、抗噪性能。

**关键词:** 冗余驱动并联机构; 动力学建模; 降阶; TVC 反馈;  $H_\infty$  鲁棒控制

中图分类号: TH137; TM571.4 文献标识码: A 文章编号: 1000-1298(2019)05-0403-10

## $H_\infty$ Control of TVC Optimization Based on Redundant Actuated Parallel Manipulator Dynamics Modeling

WANG Qiming<sup>1</sup> SU Jian<sup>2</sup> GAO Dawei<sup>1</sup> LÜ Zhichao<sup>3</sup> ZONG Gaoqiang<sup>1</sup>

(1. School of Mechanical Engineering, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China

2. College of Transportation, Jilin University, Changchun 130022, China

3. School of Automotive Studies, Tongji University, Shanghai 201804, China)

**Abstract:** Aiming at the problem that the control system of redundant driven parallel mechanism is not combined with dynamic modeling and the dynamic and static characteristics of servo valve are not considered in the design of the control system, a fifth-order transfer function model of electro-hydraulic servo system was presented based on Lagrange equation of the second kind and hydrodynamics to model the mechanical and hydraulic systems of the moving platform and hydraulic system. The dominant energy optimal model was reduced to a three order model. Reducing order to more easily processed order was convenient for subsequent dynamic control. A  $H_\infty$  robust control strategy based on TVC feedback optimization was proposed for the control object. It was further compared with TVC control and TVC-FAPID in step signal, linear sweep and actual broad-spectrum. The comparison showed that the proposed TVC feedback effectively expanded the system's bandwidth and improved the damping ratio and natural frequency of the hydraulic system. So that  $H_\infty$  robust controller can compensate the phase lag of high frequency signal. Therefore, the TVC-ROB improved the tracking performance of the high-frequency system obviously, and the displacement error percentage was only 1.26%. The  $H_\infty$  control was introduced to improve the anti-disturbance and anti-noise performance of the system. In the high frequency section, the control energy loudness of TVC-ROB and TVC-FAPID strategies was much lower than that of TVC control, which tended to be stable. In the low frequency band, the parameters tuning of TVC control strategy was simple and easy to implement. So the TVC control strategy was often applied in engineering field. The research results had a strong guiding significance and reference value for the design of controller.

**Key words:** redundant actuated parallel manipulator; dynamic modeling; reduced order; TVC feedback;  $H_\infty$  robust control

收稿日期: 2018-10-22 修回日期: 2018-12-15

基金项目: 国家自然科学基金项目 (51575232)、国家自然科学基金青年基金项目 (51705322) 和上海市青年科技英才扬帆计划项目 (19YF1434600)

作者简介: 王启明 (1991—), 女, 讲师, 博士, 主要从事车辆智能化检测和机器视觉研究, E-mail: 726571304@qq.com

通信作者: 苏建 (1954—), 男, 教授, 博士生导师, 主要从事车辆智能化检测研究, E-mail: wang.qiming2008@163.com

## 0 引言

由列车提速、货运重载及轨道不平顺等引起的车辆振动现象愈加明显,直接影响了车辆运行平稳性及乘客乘坐舒适性。开展多源激励下冗余驱动并联机构机电耦合动力学建模及协同控制机理研究对于研发高精度、高性能的检测试验装备<sup>[1]</sup>,实现对车体及车端各部件性能参数检测具有重要意义。

冗余驱动并联机构由于具有高精度、无累积误差、动态响应快、高负载、高刚度等优点,已被广泛应用于航空航天<sup>[2]</sup>、轨道车辆<sup>[3]</sup>、地震模拟器<sup>[4]</sup>及并联机床<sup>[5]</sup>等领域。并联机构处于低速运动时,其动力学性能表现不明显,伺服系统无论跟踪铰点关节空间激励器的位移驱动信号,还是任务空间的自由度驱动信号,均能满足精确跟踪控制要求。而具有高负载、高刚度、抗倾覆性能的冗余液压驱动并联机构被用于高频振动试验台时,其非线性动力学特性凸显,且各关节的耦合关系不能忽略。并联机构的控制精度决定了试验台对车辆及各部件结构力学和动力学参数的检测精度。

经典动力学控制主要包括增广 PD 控制<sup>[6]</sup>和计算力矩控制<sup>[7]</sup>。文献[6-13]研究了并联机构的动力学控制器。文献[6]等以 6-DOF 并联机构为例,提出了考虑重力补偿的 PD 控制器,在一定程度上消除了稳态误差。KIM 等<sup>[8]</sup>以 Stewart 机构为例,提出了鲁棒非线性控制器。文献[9-10]提出了基于频域的模态解耦控制,其难点在于质量矩阵和刚度矩阵的确定。魏巍等<sup>[11]</sup>以超冗余度振动台为例,采用零位自由度线性化控制时的系统传递函数,通过模态矩阵变换后,将三状态反馈引入模态空间进行控制。吕文斌<sup>[12]</sup>对冗余驱动并联机构内力成因和内力解耦控制<sup>[13]</sup>进行研究,利用内力空间矩阵的任意一组基底和各激励器处理,推导内力反馈控制向量。

本文以转向架参数测定试验台(Test bench for bogie parameters, TBBP)为例,针对冗余驱动并联机构控制系统设计未考虑动力学建模及伺服阀动、静态特性等问题,基于第二类 Lagrange 方程和流体力学动力学,对动平台及液压系统中机械、液压系统建模,建立电液伺服系统五阶传递函数模型,通过主导能量最优模型将其降为三阶模型。以此为控制对象提出基于三矢量控制(Three vector control, TVC)反馈优化的  $H_\infty$  鲁棒控制策略(TVC-ROB),并与 TVC 前馈反馈控制、TVC 反馈优化的模糊自适应 PID 控制(TVC-FAPID)两种

控制策略在阶跃信号、线性扫频、实际武广谱路谱复现等进行对比分析。

## 1 冗余驱动并联机构描述

转向架参数测定试验台是一种双冗余驱动并联机构,主要用于测定整车、转向架、车端及各部件的结构力学和动力学参数。如图 1 所示,每个冗余驱动并联机构均由 4 个垂向激励器、2 个纵向激励器和 1 个横向激励器支撑运动平台构成。每套电液伺服激励器的两端均通过消除球铰连接。建立机构坐标系如图 1 所示。

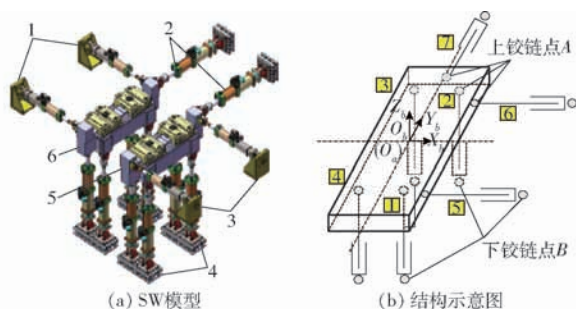


图 1 转向架参数测定试验台

Fig. 1 Test bench for bogie parameters (TBBP)

1, 3. 纵向激励器 2. 横向激励器 4. 垂向激励器 5. 前六自由度运动平台 6. 后六自由度运动平台

## 2 冗余驱动并联机构动力学模型

建立系统输入、参数与状态三者之间的系统动力学方程。本文考虑模型正交对称、低高频运动等特点,采用第二类 Lagrange 方程对并联机构运动平台、液压伺服动力机构及整体系统进行动力学建模。

### 2.1 基于 Lagrange 方法的动平台动力学模型

为了简化建模过程和方便计算,先作如下假设:平台质心与坐标系原点重合,忽略各连接机构的摩擦力,整个平台质量分布均匀,机构内部各个关节的约束力均为理想约束力,利用拉格朗日方程建模只需用广义坐标将系统的动能和势能表示,并求出非保守的主动力系的广义力,即可建立系统动力学模型。将平台看作一个整体,可得平台 Lagrange 方程为

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} - \frac{\partial L}{\partial q} = \tau \quad (1)$$

式中  $\tau$ ——系统所受合力

动平台系统动能为

$$T_p = \frac{1}{2} m_p v^T v + \frac{1}{2} \omega J_p \omega^T \quad (2)$$

式中  $m_p$ ——平台质量

$v$ ——平台线速度矩阵

$\omega_j$ ——平台旋转速度矩阵

$J_p$ ——平台旋转惯量矩阵

动平台在运动过程中相对于惯性坐标系可实现沿 X、Y、Z 轴向的平移运动以及绕三轴的旋转运动，因此平台运动可描述为

$$\mathbf{q} = [x \ y \ z \ \alpha \ \beta \ \gamma] \quad (3)$$

选取 ADAMS 中常用的绕 X-Y-Z 的顺序进行旋转，绕 X 轴旋转  $\alpha$ ，再绕新的 Y 轴旋转  $\beta$ ，最后绕新的 Z 轴旋转  $\gamma$ ，则广义坐标变换矩阵为

$${}^0\mathbf{R}_1 = \mathbf{R}_x(\alpha)\mathbf{R}_y(\beta)\mathbf{R}_z(\gamma) = \begin{bmatrix} c\beta c\gamma & -c\beta s\gamma & s\beta \\ s\alpha s\beta c\gamma + c\alpha s\gamma & -s\alpha s\beta s\gamma + c\alpha c\gamma & -s\alpha c\beta \\ -c\alpha s\beta c\gamma + s\alpha s\gamma & c\alpha s\beta s\gamma + s\alpha c\gamma & c\alpha c\beta \end{bmatrix} \quad (4)$$

式中， $c$  代表  $\cos$ ， $s$  代表  $\sin$ 。

根据角速度合成定理可知平台旋转速度矩阵为

$$\omega_j = \dot{\alpha}X + \dot{\beta}Y' + \dot{\gamma}Z'' = \mathbf{W} \dot{\mathbf{q}} \quad (5)$$

其中  $\dot{\mathbf{q}} = [\dot{\alpha} \ \dot{\beta} \ \dot{\gamma}]^T$

式中  $\mathbf{W}$ ——欧拉转角到角速度矢量的变换矩阵

分析平台旋转顺序、旋转轴以及各个旋转角度可得

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} c\beta c\gamma & -c\beta s\gamma & 0 \\ s\alpha s\beta c\gamma + c\alpha s\gamma & c\gamma & 0 \\ -c\alpha s\beta c\gamma + s\alpha s\gamma & s\beta s\gamma & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

将式(3)~(6)代入式(2)，进一步化简为

$$\mathbf{T}_p = \frac{1}{2} \mathbf{m}_p (\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) + \frac{1}{2} (\mathbf{W} \dot{\mathbf{q}})^T ({}^0\mathbf{R}_1 \mathbf{I}_0 \mathbf{R}_1^T) (\mathbf{W} \dot{\mathbf{q}}) =$$

$$\frac{1}{2} \mathbf{m}_p (\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) + \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^T (\mathbf{W}^T {}^0\mathbf{R}_1 \mathbf{I}_0 \mathbf{R}_1^T \mathbf{W}) \dot{\mathbf{q}} \quad (7)$$

式中  $\mathbf{I}_0$ ——动平台相对于原始坐标系的转动惯量

考虑平台为均匀分布长方体，则可知

$$\mathbf{I}_0 = \begin{bmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{12} \mathbf{m}_p (c^2 + b^2) & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{12} \mathbf{m}_p (c^2 + a^2) & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{12} \mathbf{m}_p (b^2 + a^2) \end{bmatrix} \quad (8)$$

式中  $a, b, c$ ——运动平台沿 X、Y、Z 轴向长度  
则平台的动能最终为

$$\mathbf{T}_p = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}} \mathbf{M}_p \dot{\mathbf{q}}^T \quad (9)$$

$$\mathbf{M}_p = \begin{bmatrix} \mathbf{m}_p & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{m}_p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{m}_p & 0 \\ 0 & 0 & 0 & [\mathbf{W}^T {}^0\mathbf{R}_1 \mathbf{I}_0 {}^0\mathbf{R}_1^T \mathbf{W}]_{3 \times 3} \end{bmatrix}_{6 \times 6} \quad (10)$$

式中  $\mathbf{M}_p$ ——平台的整体惯性矩阵

## 2.2 液压驱动系统动力学模型

### 2.2.1 液动力机构

并联机构由 4 个垂向激振器和 3 个水平激振器支撑运动平台构成，考虑平台运动特性，采用第二类 Lagrange 方程对垂向、水平液压激振动力机构建模，系统动力学方程满足

$$\mathbf{H}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}(\mathbf{q}) = \boldsymbol{\tau} \quad (11)$$

由于并联机构的工作空间较小，通常角度不超过 10°；位姿反解后的关节空间（激振器）绕自身旋转角度不超过 2°，因此忽略其绕自身旋转自由度，将激振器看作移动副，D-H 参数如表 1 所示，采用 D-H 空间建模方法对其进行动力学建模，在多级系统中，第  $i$  级的某元质点在系  $i$  中的齐次坐标为  ${}^i\hat{\mathbf{r}} = [{}^i x \ {}^i y \ {}^i z \ 1]^T$ ，则该元质点在系  $O$  中的坐标为

$$\hat{\mathbf{r}} = {}^0\mathbf{A}_i {}^i\hat{\mathbf{r}} \quad (12)$$

式中  ${}^0\mathbf{A}_i$ ——系  $O$  坐标向系  $i$  坐标的变换矩阵

若将该点的齐次速度定义为

$$\dot{\hat{\mathbf{r}}} = {}^0\mathbf{A}_i \dot{{}^i\hat{\mathbf{r}}} = \dot{{}^i\hat{\mathbf{r}}} \sum_{j=1}^i \frac{\partial {}^0\mathbf{A}_i}{\partial q_j} \dot{q}_j \quad (13)$$

此时第  $i$  级的动能为

$$\begin{aligned} T_{id} &= \int dT_i = \int \frac{1}{2} \dot{\hat{\mathbf{r}}}^T \dot{\hat{\mathbf{r}}} dm = \\ &= \frac{1}{2} \int \text{tr} \left( \left( \dot{{}^i\hat{\mathbf{r}}} \sum_{j=1}^i \frac{\partial {}^0\mathbf{A}_i}{\partial q_j} \dot{q}_j \right) \left( \dot{{}^i\hat{\mathbf{r}}} \sum_{k=1}^i \frac{\partial {}^0\mathbf{A}_i}{\partial q_k} \dot{q}_k \right)^T \right) dm = \\ &= \frac{1}{2} \text{tr} \left( \sum_{j=1}^i \sum_{k=1}^i \frac{\partial {}^0\mathbf{A}_i}{\partial q_j} \left[ \int ({}^i\hat{\mathbf{r}} \hat{\mathbf{r}}^T) dm \right] \frac{\partial ({}^0\mathbf{A}_i)^T}{\partial q_k} \dot{q}_j \dot{q}_k \right) = \\ &= \frac{1}{2} \sum_{j=1}^i \sum_{k=1}^i \text{tr} \left( \frac{\partial {}^0\mathbf{A}_i}{\partial q_j} \mathbf{Z} \frac{\partial ({}^0\mathbf{A}_i)^T}{\partial q_k} \right) \dot{q}_j \dot{q}_k \quad (14) \end{aligned}$$

其中  $\mathbf{Z} = \int ({}^i\hat{\mathbf{r}} \hat{\mathbf{r}}^T) dm$

则此时多级系统总动能为

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n T_i &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^i \text{tr} \left\{ \frac{\partial {}^0\mathbf{A}_i}{\partial q_j} \mathbf{Z} \frac{\partial ({}^0\mathbf{A}_i)^T}{\partial q_k} \right\} \dot{q}_j \dot{q}_k = \\ &= \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n \left[ \sum_{i=\max(j,k)}^n \text{tr} \left( \frac{\partial {}^0\mathbf{A}_i}{\partial q_j} \mathbf{Z} \frac{\partial ({}^0\mathbf{A}_i)^T}{\partial q_k} \right) \right] \dot{q}_j \dot{q}_k = \\ &= \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n h_{jk} \dot{q}_j \dot{q}_k = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{H}(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} \quad (15) \end{aligned}$$

表1 D-H参数  
Tab.1 Parameter of D-H

$i$	$a_i$	$\alpha_i$	$d_i$	$\theta_i$
1	0	0	$d_1$	0

该系统转换矩阵为

$${}^0A_1 = \begin{bmatrix} \cos\theta_1 & -\cos\alpha_1\sin\theta_1 & \sin\alpha_1\sin\theta_1 & a_1\cos\theta_1 \\ \sin\theta_1 & \cos\alpha_1\cos\theta_1 & -\sin\alpha_1\cos\theta_1 & a_1\sin\theta_1 \\ 0 & \sin\alpha_1 & \cos\alpha_1 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

继续化简得

$${}^0A_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (16)$$

由式(12)~(16)可确定系统动力学方程系数矩阵分别为

$$H(q) = \text{tr} \left( \frac{\partial {}^0A_1}{\partial d_1} Z \frac{\partial ({}^0A_1)^T}{\partial d_1} \right) \quad (17)$$

$$C = \frac{\dot{H}}{2} \quad (18)$$

$$G(q) = \tilde{k}g \quad (19)$$

则系统动力学模型为

$$\text{tr} \left( \frac{\partial {}^0A_1}{\partial d_1} Z \frac{\partial ({}^0A_1)^T}{\partial d_1} \right) \ddot{q} + \frac{\dot{H}}{2} \dot{q} + \tilde{k}g = \tau \quad (20)$$

式中  $\tilde{k}$ ——液压杆自身质量

对液压缸进行受力分析可得

$$\tau = F - f_\zeta - \tilde{G} = F - k_\zeta \dot{q} - \tilde{G} \quad (21)$$

式中  $F$ ——液压缸输出驱动力

$f_\zeta$ ——液压杆粘性摩擦力

$\tilde{G}$ ——负载及液压杆活塞重力

$k_\zeta$ ——电磁块的滑动摩擦因数

将式(21)代入式(20)可得液压动力机构动力学方程为

$$\text{tr} \left( \frac{\partial {}^0A_1}{\partial d_1} Z \frac{\partial ({}^0A_1)^T}{\partial d_1} \right) \ddot{q} + \left( \frac{\dot{H}}{2} + k_\zeta \right) \dot{q} + G = F \quad (22)$$

### 2.2.2 液压缸动力学方程

液压缸伺服系统主要采用对称阀控制对称液压缸形式的动力机构,根据四通滑阀流量方程可得液压缸的流量连续性方程如下

$$Q_L = A_p \frac{dq}{dt} + C_{ip}(p_1 - p_2) + \frac{1}{2}C_{op}(p_1 - p_2) + \dots + \frac{1}{2\beta_e} \left( V_{01} \frac{dp_1}{dt} - V_{02} \frac{dp_2}{dt} \right) + \frac{A_p q}{2\beta_e} \left( \frac{dp_1}{dt} + \frac{dp_2}{dt} \right) \quad (23)$$

由于滑阀对称匹配,则通过滑阀节流口流量亦相等,因此在动、静态情形下  $p_s = p_1 + p_2$ , 由于  $p_L = p_1 - p_2$ , 得

$$\frac{dp_1}{dt} = \frac{1}{2} \frac{dp_L}{dt} = -\frac{dp_2}{dt} \quad (24)$$

流量相等,则两腔初始容积相等,即  $V_{01} = V_{02} = \frac{1}{2}V_t$ , 由于  $A_p q$  远小于  $V_0$ , 进一步简化式(23)为

$$Q_L = A_p \frac{dq}{dt} + C_{ip}p_L + \frac{V_t}{4\beta_e} \frac{dp_L}{dt} \quad (25)$$

式中  $C_{ip}$ ——液压缸泄漏系数,  $m^5/(N \cdot s)$

由2.2.1节和2.2.2节可知液压系统动力学方程

$$\frac{\ddot{q}}{\omega^2} + \frac{2\xi\dot{q}}{\omega} + \dot{q} = \frac{K_q x_v}{A_p} - \frac{D}{A_p^2} \left( 1 + \frac{V_t}{4\beta_e D} \right) G \quad (26)$$

其中  $D = K_c + C_{ip}\omega = \sqrt{\frac{4\beta_e A_p^2}{HV_t}} \xi =$

$$\frac{D}{A_p} \left( \sqrt{\frac{\beta_e H}{V_t}} + \frac{C}{4A_p \sqrt{\beta_e H}} \right)$$

### 2.3 电液伺服系统传递函数确定

为了保证建模的准确性,在2.2节液压系统动力学建模的基础上,考虑伺服阀的动态特性,得到各自动力学方程进行S域变换求取传递函数作为控制对象。由于伺服阀与液压动力机构是时域上的串联机构,因此在S域上即为传递函数的乘积关系,最终确定电液伺服系统传递函数。

如图2所示,对电磁线圈中的滑动活塞进行受力分析可得

$$F_{\text{spool}} = m_{\text{mass}} \ddot{x}_v + k_\zeta \dot{x}_v + k_{\text{spring}} x_v \quad (27)$$

式中  $m_{\text{mass}}$ ——电磁线圈中铁块的质量

$F_{\text{spool}}$ ——滑阀所受合力

$k_{\text{spring}}$ ——电磁铁中回位弹簧的弹性系数

$x_v$ ——伺服阀阀芯位移

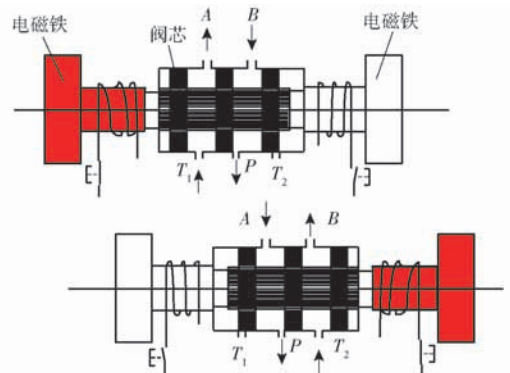


图2 电磁阀工作原理图

Fig.2 Operational principle diagram of solenoid valve

将伺服阀动力学方程S域变换后可得考虑其动态特性的传递函数为



$$G_{ele}(s) = \frac{K_e W^2 S}{m_{mass} s^2 + k_{\xi} s + k_{spring}} \quad (28)$$

式中  $S$ ——滑动活塞面积

将式(28)转换为标准二阶系统为

$$G_{ele}(s) = \frac{\bar{K}_e \omega_{ele}^2}{s^2 + 2\omega_{ele} \xi_{ele} s + \omega_{ele}^2} \quad (29)$$

其中  $\bar{K}_e = \frac{m_{mass} K_e W^2 S}{2k_{pring} \mu_0}$   $\omega_{ele} = \sqrt{\frac{k_{spring}}{m_{mass}}}$   $\xi_{ele} = \frac{k_{\xi}}{2\omega_{ele}}$

式中  $K_e$ ——位移反馈信号控制输入电流的增益

而液压系统传递函数如下

$$G_{hs}(s) = \frac{\frac{K_q x_v}{A_p}}{s \left( \frac{s^2}{\omega^2} + \frac{2\xi}{\omega} s + 1 \right)} \quad (30)$$

由于时域上的串联机构,在  $S$  域为乘积关系,因此可得电液伺服系统传递函数为

$$G_{vhs}(s) = G_{hs}(s) G_{ele}(s) = \frac{\bar{K}_e \omega_{ele}^2 \frac{K_q x_v}{A_p}}{s \left( \frac{s^2}{\omega^2} + \frac{2\xi}{\omega} s + 1 \right) (s^2 + 2\omega_{ele} \xi_{ele} s + \omega_{ele}^2)} \quad (31)$$

## 2.4 基于主导能量最优模型的主导极点降阶

一般根据实际系统建立的数学模型,尤其是大系统的数学模型,其状态方程的维数或者传递函数<sup>[14]</sup>阶数往往很高,使得系统分析和控制器设计较为困难。因此本文提出一种基于主导能量最优模型<sup>[15]</sup>的方法对系统进行降阶,尽可能逼近原系统本征结构、马尔科夫参数、时间矩及脉冲响应能量等主要特征。降阶法主要为理论降阶法和实际降阶法,本文属于理论降阶法的一种。

### 2.4.1 主导极点确定

线性定常系统传递函数为

$$G(s) = \frac{\bar{A}_1 + \bar{A}_2 s + \dots + \bar{A}_p s^{p-1}}{A_1 + A_2 s + \dots + A_q s^{q-1}} \quad (32)$$

将其变形为留数累加形式

$$G(s) = \sum_{i=1}^{q-1} \frac{h_i}{s - \mu_i} \quad (33)$$

式中  $\mu_i$ ——系统特征值

$h_i$ ——特征值对应的留数

则系统对单位脉冲的响应为

$$G(t) = \sum_{i=1}^{q-1} h_i \exp(\mu_i t) \quad (34)$$

通过对系统输入满足式(35)统计特性的白噪声方式为系统的每个模态进行加权处理。

$$E[z(t)z(t-\tau)] = \sigma^2 \delta(\tau) \quad (35)$$

式中  $\sigma^2$ ——信号方差

$\delta(\tau)$ ——狄拉克  $\delta$  函数

则系统对输入白噪声信号的响应为

$$y(t) = \int_{-\infty}^t G(t-v)z(v)dv \quad (36)$$

将输出信号的自相关函数  $v(\tau) = E[y(t)y(t-\tau)]$  代入系统的单位脉冲响应中化简可得

$$v(\tau) = \sigma^2 \sum_{j=1}^{q-1} \exp(\mu_j \tau) \left[ \sum_{i=1}^{q-1} \frac{h_i h_j}{-(\mu_j + \mu_i)} \right] = \sum_{j=1}^{q-1} d_j \exp(\mu_j \tau) \quad (37)$$

其中  $d_j = \sigma^2 \sum_{i=1}^{q-1} \frac{h_i h_j}{-(\mu_j + \mu_i)}$

式中  $d_j$ ——自相关函数的系数

其可表征  $\mu_j$  代表的模态对系统输出  $y(t)$  贡献的能量。 $d_j$  的相对大小可由相对函数表示为

$$\Delta_j = \frac{d_j}{v(0)} = \frac{d_j}{d_1 + d_2 + \dots + d_{q-1}} \quad (38)$$

### 2.4.2 模型最优降阶方法

利用相对函数  $\Delta_j$  确定主导极点之后,省略掉非主导极点,则降阶后传递函数有如下形式

$$G_d(s) = \frac{\bar{B}_1 + \bar{B}_2 s + \dots + \bar{B}_n s^{n-1}}{B_1 + B_2 s + \dots + B_m s^{m-1}} \quad (39)$$

根据式(37)可得降阶后模型的自相关函数的系数为

$$d_{d_j} = \sigma^2 \sum_{i=1}^{m-1} \frac{h_{di} h_{dj}}{-(\mu_{dj} + \mu_{di})} = \sigma^2 \sum_{i=1}^{m-1} \frac{f(\bar{B}_1, \bar{B}_2, \dots, \bar{B}_n)}{-(\mu_{dj} + \mu_{di})} \quad (40)$$

式中  $\mu_{di}$ ——降阶后的主导极点

$h_{di}$ ——降阶后主导极点对应的留数

降阶后传递函数的分母系数由主导极点获得,而其分子系数和乘子  $\lambda$  则由下述方法求得。

根据降阶前后系统特性和响应尽量接近的原则,及降阶后的极点对输出的贡献应与原系统主导极点对输出贡献尽量接近的原则,可定义目标函数

$$T = \sum_{j=1}^{m-1} (d_j - d_{d_j})^2 \quad (41)$$

原系统能量函数为

$$E = \sum_{i=1}^{m-1} d_i \quad (42)$$

降阶后能量函数为

$$E_d = \sum_{i=1}^{m-1} d_{di} \quad (43)$$

两能量间的关系可表示为

$$E_d = kE \quad (0 < k < 1) \quad (44)$$

可知  $k$  值越大,则降阶系统极点对于系统输出能量贡献越大,则越接近于原系统,本文取  $k = 0.995$ ,可得目标函数  $T$  的拉格朗日函数  $\bar{T}$  为

$$\bar{T} = T + \lambda(E_d - kE) \quad (45)$$

将式(41)~(44)代入式(45)可得

$$\bar{T} = \sum_{j=1}^{m-1} (d_j - d_{dj})^2 + \lambda \left( \sum_{i=1}^{m-1} d_{di} - k \sum_{i=1}^{m-1} d_i \right) \quad (46)$$

式中  $\lambda$ ——拉格朗日算子

可求式(46)中拉格朗日函数  $\bar{T}$  的最优值

$$\begin{cases} \frac{\partial \bar{T}}{\partial B_1} = 0 \\ \frac{\partial \bar{T}}{\partial B_n} = 0 \\ \frac{\partial \bar{T}}{\partial \lambda} = 0 \end{cases} \quad (47)$$

通过求解式(47)可确定降阶后的传递函数分子系数  $\bar{B}$ 。降阶后的系统传递函数为

$$G_{vhs}(s) = \frac{460\,000}{s(s - \mu_1)(s - \mu_2)(s - \mu_3)(s - \mu_4)} \quad (48)$$

系统模态特征值和极点能量贡献百分比值如表2所示,降阶后系统模型参数如表3所示。

表2 降阶后的系统模态分析

Tab.2 Model analysis of reduced-order system

动态模态	特征值	极点能量贡献/%
$\mu_1$	$-3.22 + 45.9i$	49.58
$\mu_2$	$-70 + 71i$	0.42
$\mu_3$	$-3.22 - 45.9i$	49.58
$\mu_4$	$-70 - 71i$	0.42

表3 降阶后模型参数

Tab.3 Model parameter of reduced-order system

	阶数			
	3	2	1	0
分母各阶系数		$\bar{B}_3$	$\bar{B}_2$	$\bar{B}_1$
对应值		0	0	1
分子各阶系数	$B_4$	$B_3$	$B_2$	$B_1$
对应值	1	6.44	2 117.2	0

对降阶后系统采用劳斯判据可知,系统稳定,且需注意虚轴上的极点可导致系统临界稳定状态。

### 2.4.3 降阶前后模型对比分析

如图3所示,利用主导极点进行系统降阶后,系统的幅频、相频响应在变化趋势上基本与未降阶一致,而谐振峰幅值和频率略有不同、相位稍有滞后。通过对比五阶系统的谐振峰和谐振频率修正三阶模型参数,验证了本节提出的基于主导能量最优模型降阶法的有效性。降阶到较易处理的阶数,便于后续动力学控制。

## 3 控制器设计

### 3.1 引入 TVC 反馈控制器

加入 TVC 反馈控制系统如图4所示,主要是对

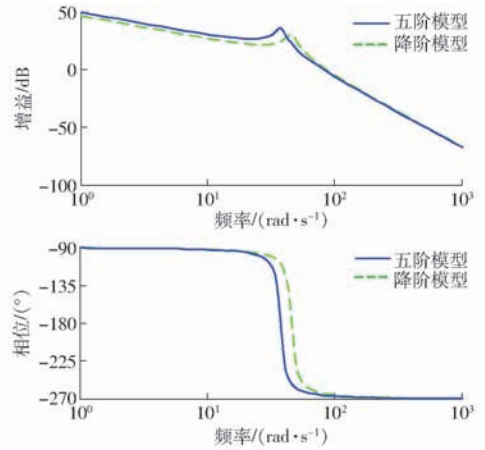


图3 降阶系统与原系统开环动态特性对比

Fig.3 Comparison of open-loop dynamic characteristics between reduced-order system and original system

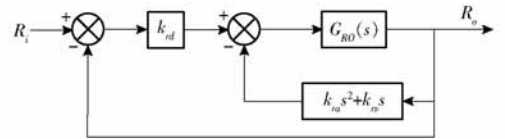


图4 加入 TVC 反馈控制系统方框图

Fig.4 System block diagram adding TVC feedback control

试验台或液压动力机构位移、速度、加速度3个状态的综合反馈控制。通过在位置闭环传递函数中引入加速度和速度反馈提高系统液压动力机构的阻尼比和固有频率,从而优化系统的动态性能,保证系统在稳定条件下拓展频宽。

结合电液伺服试验台的特性,认为满足实际工况需求的试验台可由典型传函<sup>[16]</sup>描述为

$$G(s) = \frac{k}{\left(1 + \frac{s}{\omega_1}\right) \left(\frac{s^2}{\omega_2^2} + \frac{2\zeta_2}{\omega_2} s + 1\right)} \quad (49)$$

式中  $k$ ——系统相对增益

$\omega_1$ ——系统阶跃响应时间对应的响应频率

$\omega_2$ 一般取1.07倍的自然频率,  $\zeta_2$ 一般取0.7。

通过对比降阶传函与典型传函形式,可将其近似成三阶模型,即

$$G_{RO}(s) = \frac{k_{RO}}{s \left( \frac{s^2}{\omega_{RO}^2} + \frac{2\zeta_{RO}}{\omega_{RO}} s + 1 \right)} \quad (50)$$

式中  $k_{RO}$ ——优化后的系统相对增益

$\omega_{RO}$ ——优化后的系统固有频率

$\zeta_{RO}$ ——优化后的系统阻尼比

在控制对象基础上,引入 TVC 反馈后系统传函为

$$G_R(s) = \frac{k_{RO} k_{rd}}{\frac{s^3}{\omega_{RO}^2} + \left(k_{RO} k_{ra} + \frac{2\zeta_{RO}}{\omega_{RO}}\right) s^2 + (1 + k_{rv} k_{RO}) s + k_{rd} k_{RO}} \quad (51)$$

通过比对满足实际工况的电液伺服试验台的典型传函式(50)与引入 TVC 反馈后的系统传函式(51),可知 TVC 反馈系数分别为

$$\begin{cases} k_{rd} = \frac{k\omega_1\omega_2^2}{k_{RO}\omega_{RO}^2} \\ k_{ra} = \frac{\omega_1 + 2\zeta_2\omega_2 - 2\zeta_{RO}\omega_{RO}}{k_{RO}\omega_{RO}^2} \\ k_{rv} = \frac{\omega_2^2 + 2\zeta_2\omega_1\omega_2 - \omega_{RO}^2}{\omega_{RO}^2 k_{RO}} \end{cases} \quad (52)$$

经计算可知,  $k_{rd} = 60, k_{ra} = 0.0084, k_{rv} = 1.26$ 。

### 3.2 基于 TVC 优化的 H $\infty$ 鲁棒控制器设计

TVC 反馈控制策略提高了系统性能,但当激励信号为随机信号、高频信号时,系统输出出现较大的跟踪误差,且相位也存在滞后。因此在 TVC 反馈控制优化系统基础上提出具有高跟踪性能、良好抑制扰动和抗噪能力的 H $\infty$  鲁棒控制器<sup>[17]</sup>。H $\infty$  控制理论核心思想是针对存在不确定性因素的闭环系统控制器使其稳定,也就是说针对外部有限能量的干扰信号和噪声信号,引入控制器增强闭环系统稳定性且使得干扰和噪声信号对系统期望输出影响最小。有限输入输出能量增益可用传递函数的 H $\infty$  范数描述。H $\infty$  鲁棒控制器设计需将图 5a 所示标准反馈控制系统框图转换成图 5b 所示反馈控制增广结构系统。

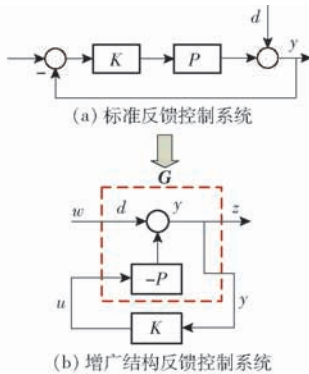


图5 反馈系统控制框图

Fig.5 Control block diagram of feedback system

如图5所示,  $G$  为已知的广义被控对象与系统权函数的增广矩阵,  $K$  为待设计控制器,  $w$  为外部输入信号,包括参考信号、干扰和传感器噪声;  $z$  为被控输出信号,包括跟踪误差、调节误差和执行机构输出;  $u$  为控制信号,  $y$  为测量输出信号,如传感器输出信号等。以系统状态空间方程形式描述任意系统可得

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}u \\ \mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{D}u \end{cases} \quad (53)$$

将式(53)转换为标准增广形式后状态空间方程为

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}_1w + \mathbf{B}_2u \\ z = \mathbf{C}_1\mathbf{x} + \mathbf{D}_{11}w + \mathbf{D}_{12}u \\ y = \mathbf{C}_2\mathbf{x} + \mathbf{D}_{21}w + \mathbf{D}_{22}u \end{cases} \quad (54)$$

化简为

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x} + [\mathbf{B}_1 \ \mathbf{B}_2] \begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} z \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_1 \\ \mathbf{C}_2 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} \mathbf{D}_{11} & \mathbf{D}_{12} \\ \mathbf{D}_{21} & \mathbf{D}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix} \end{cases} \quad (55)$$

可得响应传递函数矩阵为

$$\mathbf{G}(s) = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_{11} & \mathbf{G}_{12} \\ \mathbf{G}_{21} & \mathbf{G}_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B}_1 & \mathbf{B}_2 \\ \mathbf{C}_1 & \mathbf{D}_{11} & \mathbf{D}_{12} \\ \mathbf{C}_2 & \mathbf{D}_{21} & \mathbf{D}_{22} \end{bmatrix} \quad (56)$$

可得

$$\begin{bmatrix} z \\ y \end{bmatrix} = \mathbf{G}(s) \begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_{11} & \mathbf{G}_{12} \\ \mathbf{G}_{21} & \mathbf{G}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix} \quad (57)$$

由图5可得

$$u = \mathbf{K}(s)y \quad (58)$$

整理式(57)、(58)可得系统输入输出传递函数  $T_{uz}$  为

$$T_{uz} = \frac{z}{w} = \mathbf{G}_{11} + \mathbf{G}_{12}\mathbf{K}(\mathbf{I} - \mathbf{G}_{22}\mathbf{K})^{-1}\mathbf{G}_{21} \quad (59)$$

针对式(59)设计 H $\infty$  控制器  $K$ ,使得  $\|T_{uz}\|_{\infty} < \gamma \leq 1$ 。需注意基于 TVC 反馈优化的鲁棒控制器设计主要考虑控制器灵敏度特性,不对权函数进行指定。由式(53)可确定引入 TVC 反馈后的系统状态空间方程为

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 & \dot{x}_2 & \dot{x}_3 \end{bmatrix}^T = \mathbf{A} \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \end{bmatrix}^T + \mathbf{B}u \\ \begin{bmatrix} y_1 & y_2 & y_3 \end{bmatrix}^T = \mathbf{C} \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \end{bmatrix}^T \end{cases} \quad (60)$$

其中

$$\begin{cases} \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -\omega_{RO}^2 k_{rd} k_{RO} & -\omega_{RO}^2 (1 + k_{ra} k_{RO}) & \omega_{RO}^2 \left( k_{RO} k_{ra} + \frac{2\zeta_{RO}}{\omega_{RO}} \right) \end{bmatrix} \\ \mathbf{B} = [0 \ 0 \ 1]^T \\ \mathbf{C} = [\omega_{RO}^2 k_{RO} k_{rd} k_{jd} \ \omega_{RO}^2 k_{RO} k_{rd} k_{fv} \ \omega_{RO}^2 k_{RO} k_{RO} k_{rd} k_{fa}] \\ \mathbf{D} = 0 \end{cases} \quad (61)$$

在不指定权函数基础上将系统进行标准增广转换得到

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{A} & 0 & \mathbf{B} \\ \hline 0 & 0 & 0 & \mathbf{I} & -\mathbf{I} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{I} \\ 0 & 0 & -\mathbf{C} & \mathbf{I} & -\mathbf{D} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_{11} & \mathbf{G}_{12} \\ \mathbf{G}_{21} & \mathbf{G}_{22} \end{bmatrix} \quad (62)$$

$H_\infty$  控制器<sup>[18]</sup>作为鲁棒控制器的一种,首先需证明其稳定性。当以下条件全部满足时,控制器稳定且存在:① $D_{11}$ 足够小,且满足 $D_{11} < \lambda$ 。②Riccati方程的解为正定矩阵 $X$ 。③ Riccati方程的解为正定矩阵 $Y$ 。④特征值 $\lambda_{\max}(XY) < \gamma^2$ 。

当上述4个先决条件全部满足时, $H_\infty$ 鲁棒控制器状态方程可表示为

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = [A + \gamma^{-2}B_1B_1^T X - B_2B_2^T X - (I - \gamma^{-2}YX)^{-1} \cdot \\ \quad YC_2^T C_2]x(t) + [(I - \gamma^{-2}YX)^{-1}YC_2^T]u(t) \\ y(t) = (-B_2^T X)x(t) \end{cases} \quad (63)$$

$X$ 和 $Y$ 由Riccati方程式(63)求得

$$\begin{cases} A^T X + XA + X(\gamma^{-2}B_1B_1^T - B_2B_2^T)X + C_1C_1^T = 0 \\ AY + YA^T + Y(\gamma^{-2}C_1^T C_1 - C_2^T C_2)Y + B_1^T B_1 = 0 \end{cases} \quad (64)$$

利用上述4个条件判定控制器存在与否即证明其稳定性,由式(60)~(64)结合系统性能指标设计 $H_\infty$ 鲁棒控制器得其状态空间方程为

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \tilde{A}x(t) + \tilde{B}u(t) \\ y(t) = \tilde{C}x(t) + \tilde{D}u(t) \end{cases} \quad (65)$$

其中

$$\begin{cases} \tilde{A} = \begin{bmatrix} -5.617 & -140.5 & 16.660 & 62.090 & 1.094 \times 10^6 \\ 73.2 & -13.77 & 1.199 & 491.9 & 0.4733 \\ 179.9 & 3.037 & -520.7 & -1.940 & -34.180 \\ 413.7 & 7.803 & -1.261 & -4.696 & -82.710 \\ 58.59 & 1.107 & -183.5 & -650.6 & -11.640 \end{bmatrix} \\ \tilde{B} = [-0.0047 \quad 3.148 \times 10^{-5} \quad -7.468 \quad -4.521 \quad -0.3983]^T \\ \tilde{C} = [6.540 \quad 124.8 \quad -21.260 \quad -72.750 \quad -1.286 \times 10^6] \\ \tilde{D} = 0 \end{cases} \quad (66)$$

## 4 控制策略

### 4.1 仿真验证

将本文提出的TVC-ROB控制策略与TVC控制、TVC-FAPID控制策略在阶跃响应、开环特性、线性扫频等动态性能方面对比分析。

#### (1) 阶跃响应仿真

结合被控对象以及图6阶跃信号响应及图7频率特性等,得3种控制器动态性能指标结果如表4所示,可知TVC-ROB控制从响应时间、超调量和截止频率都明显优于其他两种控制策略。

#### (2) 线性扫频仿真

对比本文提出的TVC-ROB控制策略与TVC

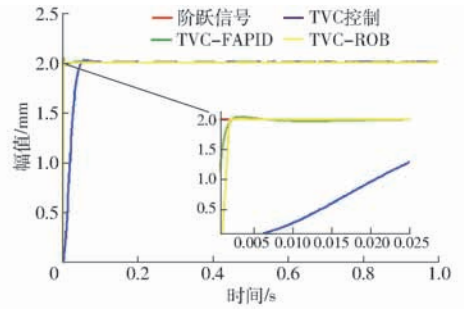


图6 3种控制策略对阶跃信号响应

Fig. 6 Three control strategies responded to step signals

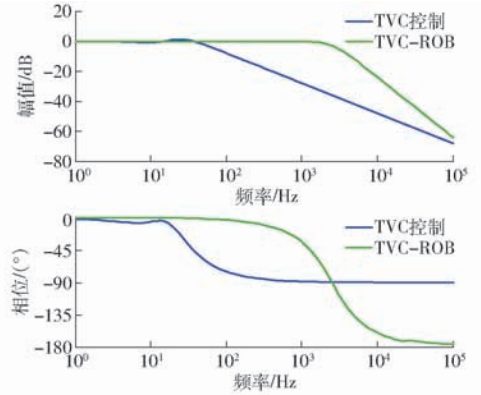


图7 两种控制策略的频率特性

Fig. 7 Frequency characteristics of two control strategies

表4 3种控制器性能对比

Tab. 4 Performance comparison of three controllers

参数	TVC 控制	TVC - FAPID	TVC - ROB
$t_r/s$	0.053 0	0.002 4	0.002 0
$\tau/\%$	0.75	2.10	0
$\omega_c/Hz$	53		1 220

控制、TVC-FAPID控制在0~30 Hz线性扫频时域性能如图8、9所示。随着线性扫频频率的持续增大,3种控制策略的跟踪误差越来越大,尤其是TVC控制在高频30 Hz处误差百分比已达到48.3%,控制器已失效。而控制误差最小的TVC-ROB,在30 Hz处不到1.2%;3种控制策略的控制率如图10、11所示,TVC控制在高频处的控制率较大,达到4 000 unit,而其他两种控制率都在1 unit左右,且上

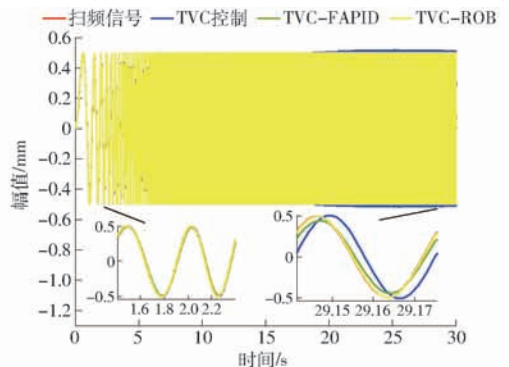


图8 扫频信号激励下的位移时域跟踪曲线

Fig. 8 Result of 0~30 Hz linear sweep motion tracking



升不明显较稳定。控制率明显增大会引起物理元器件短路、老化加速等问题,应尽量避免。

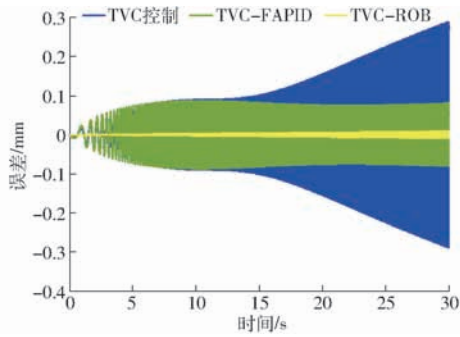


图9 3种控制策略误差分析

Fig.9 Error analysis of three control strategies

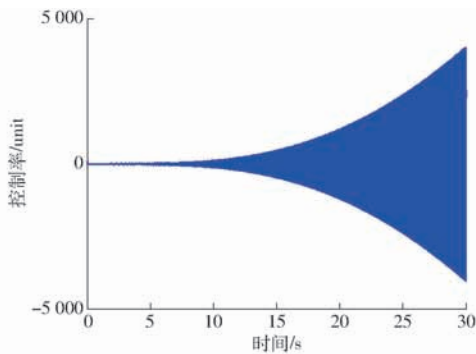


图10 TVC控制策略的控制率分析

Fig.10 Control rate analysis of TVC control strategy

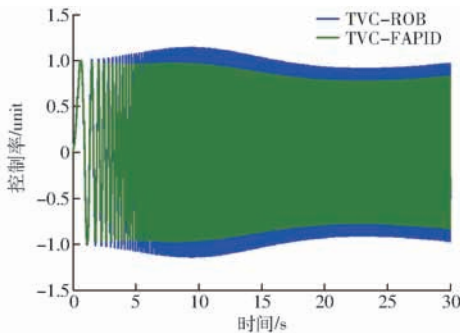


图11 TVC-FAPID和TVC-ROB控制率对比

Fig.11 Contrast of control rate between TVC-FAPID and TVC-ROB

### 4.2 试验分析

将在实际武广线路谱中采集的水平不平顺、方向不平顺及高低不平顺等信号可转换为动平台绕X轴旋转量、沿Y轴平移量、沿Z轴平移量,再进一步利用姿态反解成7个激振器谱,从而模拟列车在实际武广线路运行状态。

选取伸缩运动较为明显的4号和7号激振器,引入3种控制策略后,对比系统对实际位移信号影响。由于实际位移信号中存在高频分量,由图12、13可知,TVC控制对高频信号的跟踪性能较差,其位移跟踪误差百分比最大为43.7%;TVC-FAPID虽通过模糊规则自适应调整系统PID参数使得其高

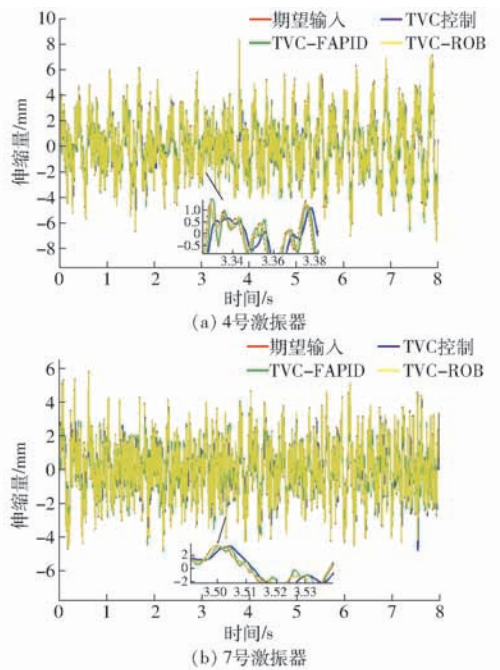


图12 激振器对实际位移信号的时域跟踪曲线

Fig.12 Result of actual trajectory tracking

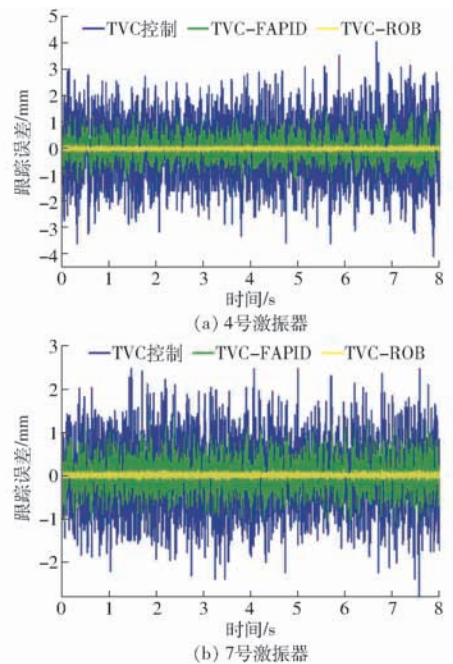


图13 激振器位移跟踪误差分析

Fig.13 Error analysis of actual trajectory tracking

频信号跟踪性能有所改善,但其位移跟踪误差百分比最大为12.5%;本文提出的TVC-ROB控制,在TVC优化系统的基础上引入 $H^\infty$ 鲁棒控制,其位移跟踪误差百分比仅为1.26%。不仅在高频跟踪性能上改善较为明显,且引入的 $H^\infty$ 鲁棒控制,提高了系统抗扰、抗噪性能。

### 5 结束语

基于第二类Lagrange方程和流体力学,对动平台及液压系统中机械、液压系统进行了动力学建模,

同时考虑了伺服阀的动、静态特性,由此建立电液伺服系统五阶传递函数模型,通过主导能量最优模型将其降为三阶模型。以此为控制对象提出了基于 TVC 反馈优化的  $H_{\infty}$  鲁棒控制策略(TVC-ROB),并与 TVC 控制、TVC 反馈优化的模糊自适应 PID 控制(TVC-FAPID)两种控制策略在阶跃信号、线性扫频、实际武广谱路谱等进行跟踪对比分析。结果表明,TVC 反馈有效拓展了系统频宽,且提高液压系统阻尼比和固有频率,使得  $H_{\infty}$  鲁棒控制器对高

频信号相位滞后得到补偿,因此 TVC-ROB 较另外两种控制策略不仅在高频跟踪性能上改善较为明显,其位移误差百分比仅为 1.26%,且引入的  $H_{\infty}$  鲁棒控制,提高了系统抗扰、抗噪性能。高频段 TVC-ROB 和 TVC-FAPID 两种策略与 TVC 控制相比,其控制能量响度大大降低且趋于稳定。TVC 控制策略由于其控制器参数整定简单,其有效频段为低频段。

### 参 考 文 献

- [1] 苏建,王金田,刘玉梅,等. 一种龙门框架式轨道车辆转向架参数测定试验台:CN103048149A[P]. 2013-04-17.
- [2] 杨炽夫,韩俊伟. 空间对接超大型地面运动模拟器系统的基础问题研究[J]. 机械工程学报,2015,51(5):104.  
YANG Chifu, HAN Junwei. Research on fundamental problems of space docking super large ground motion simulator system [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2015, 51(5): 104. (in Chinese)
- [3] 张兰,苏建,张益瑞,等. 用于轨道不平顺复现试验的驱动试验谱生成方法[J]. 吉林大学学报(工学版),2016,46(5): 1420-1425.  
ZHANG Lan, SU Jian, ZHANG Yirui, et al. Generating method of driving test spectrum used for track irregularity reproduction [J]. Journal of Jilin University (Engineering and Technology Edition), 2016, 46(5): 1420-1425. (in Chinese)
- [4] 张波. 地震模拟振动台及其控制方法研究[D]. 兰州:兰州理工大学,2013.  
ZHANG Bo. Research on seismic simulated shaking table and its control method [D]. Lanzhou: Lanzhou University of Technology, 2013. (in Chinese)
- [5] 李永泉,王立捷,刘天旭,等. 一种并联机器人机电耦合多能域系统动力学参数辨识、控制及试验[J]. 机械工程学报, 2018, 54(11): 141-150.  
LI Yongquan, WANG Lijie, LIU Tianxu, et al. Dynamic parameter identification, control and experiment of an electromechanical coupling multi-energy domain system for a parallel robot [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2018, 54(11): 141-150. (in Chinese)
- [6] YANG C, HUANG Q, JIANG H, et al. PD control with gravity compensation for hydraulic 6-DOF parallel manipulator[J]. Mechanism and Machine Theory, 2010, 45(4): 666-677.
- [7] BAYRAM A. Trajectory tracking of a planer parallel manipulator by using computed force control method[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2017, 30(2): 449-458.
- [8] KIM H S, CHO Y M, LEE K I I. Robust nonlinear task space control for 6-DOF parallel manipulator[J]. Automatica, 2005, 41(9): 1591-1600.
- [9] HE J, JIANG H, TONG Z. Modal control of a hydraulically driven redundant actuated fully parallel mechanism[J]. Journal of Vibration and Control, 2017, 23(10): 1585-1592.
- [10] YANG C, ZHAO J, LI L, et al. Design and implementation of a novel modal space active force control concept for spatial multi-DOF parallel robotic manipulators actuated by electrical actuators[J]. ISA Transactions, 2018, 72: 273-286.
- [11] 魏巍,杨志东,韩俊伟. 超冗余液压振动台的模态空间解耦控制[J]. 哈尔滨工业大学学报,2015,47(1):48-53.  
WEI Wei, YANG Zhidong, HAN Junwei. Modal space decoupling control for a hyper-redundant hydraulic shaking table [J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2015, 47(1): 48-53. (in Chinese)
- [12] 吕文斌. 冗余振动台内力耦合机理及控制方法研究[D]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学,2014.  
LÜ Wenbin. Research on internal forces coupling mechanism and suppression method of redundant shaking table [D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2014. (in Chinese)
- [13] PLUMMER A R. A general co-ordinate transformation framework for multi-axis motion control with applications in the testing industry[J]. Control Engineering Practice, 2010, 18(6): 598-607.
- [14] 胡寿松. 自动控制原理[M]. 4版. 北京:科学出版社, 2001:100-110.
- [15] 周星德,明宝华,潘瑞鸿,等. 基于遗传算法的降阶模型修正方法研究[J]. 振动、测试与诊断,2007,27(1):25-28,83.  
ZHOU Xingde, MING Baohua, PAN Ruihong, et al. Research on modification of model reduction based on genetic algorithms [J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2007, 27(1): 25-28, 83. (in Chinese)
- [16] 沈刚. 并联冗余驱动电液振动台控制系统[M]. 北京:科学出版社,2016:28-54.
- [17] JOHN C D, KEITH G, PRAMOD P K, et al. State-space solutions to standard and control problems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1989, 34(8): 831-847.
- [18] 梅生伟. 现代鲁棒控制理论与应用[M]. 北京:清华大学出版社,2003:42-57.
- [19] SARKAR B K. Modeling and validation of a 2-DOF parallel manipulator for pose control application [J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2018, 50: 234-241.
- [20] 熊义,魏建华,胡波,等. 基于液压无源性理论的电液系统非线性鲁棒控制方法[J/OL]. 农业机械学报,2015,46(11):383-391.  
XIONG Yi, WEI Jianhua, HU Bo, et al. Hydraulic passivity based nonlinear robust control for electrohydraulic system [J/OL]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2015, 46(11): 383-391. [http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view\\_abstract.aspx?flag=1&file\\_no=20151152&journal\\_id=jcsam](http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?flag=1&file_no=20151152&journal_id=jcsam). DOI: 10.6041/j.issn.1000-1298.2015.11.052 (in Chinese)