

doi:10.6041/j.issn.1000-1298.2019.05.019

# 液力透平几何参数对压头-流量曲线的影响

杨军虎<sup>1,2</sup> 马琦航<sup>1</sup> 罗钰铜<sup>1</sup> 姬亚亚<sup>1</sup> 林彬<sup>1</sup> 李之帆<sup>1</sup>

(1. 兰州理工大学能源与动力工程学院, 兰州 730050; 2. 甘肃省流体机械及系统重点实验室, 兰州 730050)

**摘要:** 为了适应化工过程工业中生产调节对透平性能的影响,要求液力透平的压头随流量的变化较小,即压头-流量曲线比较平坦。在液力透平蜗壳内速度矩守恒的前提下,推导得出了透平理论压头和流量及透平几何参数的关系式,通过分析得到影响其曲线平坦度的几何参数为:蜗壳包角、叶轮出口安放角、叶轮出口边参数和叶片数。选取一台低比转数泵反转作透平为研究对象,改变蜗壳包角、叶轮出口安放角、叶轮出口边参数和叶片数等几何参数,确定了13种研究方案,利用ANSYS-Fluent软件对13种方案进行数值模拟和试验。结果表明:在一定范围内减小蜗壳包角,增大叶轮出口安放角,压头-流量曲线变得平坦;存在最佳叶轮出口边位置和最佳叶片数,可使透平压头-流量曲线更加平坦;蜗壳包角对压头-流量曲线斜率的影响显著。

**关键词:** 液力透平; 压头-流量曲线; 数值模拟

**中图分类号:** TH311; TK73 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1298(2019)05-0167-06

## Influence of Geometric Parameters on Head - Flow Curve of Pump as Turbine

YANG Junhu<sup>1,2</sup> MA Qihang<sup>1</sup> LUO Yutong<sup>1</sup> JI Yaya<sup>1</sup> LIN Bin<sup>1</sup> LI Zhifan<sup>1</sup>

(1. School of Energy and Power Engineering, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050, China

2. Key Laboratory of Fluid Machinery and Systems of Gansu Province, Lanzhou 730050, China)

**Abstract:** In order to adapt to the influence of production regulation on turbine performance in chemical process industry, it is required that the head of pump as turbine changes little with the flow rate, which makes the head - flow curve relatively flat. On the premise of conservation of velocity moment in volute of pump as turbine, the relationship between the theoretical head, the flow rate and the geometric parameters of the turbine was derived. The four main geometric parameters affecting the slope of the head-flow curve were obtained by studying the relationship: wrap angle of volute, blade outlet angle, blade outlet edge and blade number. A low specific speed pump was selected as the research object for pump as turbine. Thirteen research schemes were determined by changing the geometric parameters of pump as turbine. The wrap angle of volute, blade outlet angle, blade outlet edge and blade number were changed in thirteen research schemes and simulated and tested by ANSYS - Fluent software. The results showed that the head - flow curve became flat with the decrease of wrap angle of volute and the increase of blade outlet angle within a certain range, and the optimal blade outlet position and blade number made the head - flow curve more flat. The influence of wrap angle of volute on the slope of head flow curve was remarkable.

**Key words:** hydraulic turbine; head - flow curve; numerical simulation

## 0 引言

在化工过程工业中,存在具有高压能量的液体,利用液力透平可回收这部分高压液体的能量。然而在实际化工生产中,其产量是根据要求调节,这时生产的流量也会随之变化,但由于生产工艺的要求其

压力一般保持不变。这就要求液力透平的进出口压头随流量的变化较小,即压头-流量曲线比较平坦,以保证生产工艺要求和液力透平机组稳定工作。文献[1-2]研究泵反转作液力透平时两者最优工况下的流量、扬程、压头等外特性参数之间的换算关系,以期指导泵作透平的选型问题。文献[3-4]针

收稿日期: 2018-10-30 修回日期: 2018-11-23

基金项目: 国家自然科学基金项目(51569013)

作者简介: 杨军虎(1962—),男,教授,博士生导师,主要从事流体机械理论与设计研究,E-mail: lzyangjh@lut.cn

对泵反转作透平时,叶轮叶片的进出口角不符合透平工况,提出了液力透平叶轮叶片进出口角的设计方法,设计了专用的液力透平叶轮,数值模拟和试验结果表明,液力透平的效率有了一定提高。文献[5-6]针对叶片包角对液力透平效率的影响进行研究,得出对于每种比转数的液力透平存在一个最佳的叶片包角,蜗壳断面为梯形断面时,液力透平效率最高。文献[7-8]研究了叶轮几何参数对离心泵流量-扬程曲线的影响。

本文基于液力透平的理论分析,研究蜗壳、叶轮叶片几何参数对液力透平压头-流量曲线的影响,以期得到蜗壳叶轮几何参数的影响规律。

## 1 液力透平的理论分析

### 1.1 理论压头与流量的关系

液力透平中液体流动满足欧拉方程<sup>[9-12]</sup>

$$H_{th} = \frac{1}{g}(u_2 c_{2u} - u_1 c_{1u}) \quad (1)$$

式中  $H_{th}$ ——液力透平的理论压头

$u$ ——叶片圆周速度

$c_u$ ——叶轮进出口圆周速度分量

下标 2 表示透平叶轮进口,下标 1 表示透平叶轮出口。叶轮进出口速度三角形如图 1 所示。由透平叶轮的进出口速度三角形可得到  $c_{2u}$ 、 $c_{1u}$ ,即<sup>[13-15]</sup>

$$c_{2u} = c_{2m} \cot \alpha_2 \quad (2)$$

$$c_{1u} = u_1 - c_{1m} \cot \beta_1 \quad (3)$$

其中

$$c_{2m} = \frac{Q}{\pi b_2 D_2 f_{q2}} \quad (4)$$

$$c_{1m} = \frac{Q}{\pi b_1 D_1 f_{q1}} \quad (5)$$

式中  $c_{2m}$ 、 $c_{1m}$ ——叶轮进、出口处轴面速度

$\alpha_2$ ——叶轮进口绝对液流角

$\beta_1$ ——叶轮出口相对液流角

$Q$ ——透平进口流量

$D_2$ 、 $D_1$ ——叶轮进、出口边直径

$b_2$ 、 $b_1$ ——叶轮进、出口边宽度

$f_{q2}$ 、 $f_{q1}$ ——叶轮进、出口排挤系数

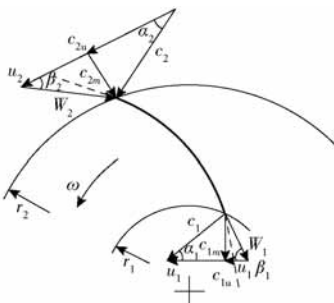


图1 叶轮进出口速度三角形

Fig. 1 Speed triangle of impeller inlet and outlet

排挤系数计算公式为

$$f_q = 1 - \frac{Z S_u}{\pi D} \quad (6)$$

式中  $Z$ ——叶片数

$S_u$ ——叶片圆周方向厚度

$D$ ——叶轮进、出口边直径

叶片圆周速度为

$$u = \frac{\pi D n}{60} \quad (7)$$

式中  $n$ ——叶轮转速, r/min

将式(2)~(7)代入式(1)中可得

$$H_{th} = \left( \frac{n \cot \alpha_2}{60 g f_{q2} b_2} + \frac{n \cot \beta_1}{60 g f_{q1} b_1} \right) Q - \frac{\pi^2 n^2 D_1^2}{3600 g} \quad (8)$$

在液力透平中流体在蜗壳及进入叶轮前按等速度矩规律运动<sup>[10]</sup>,如图2所示, $c_{2u}$ 计算公式为

$$c_{2u} r_2 = K \quad (9)$$

式中  $K$ ——蜗壳常数  $r_2$ ——叶轮进口半径

则  $c_{2u} = \frac{K}{r_2} = \frac{2K}{D_2} \quad (10)$

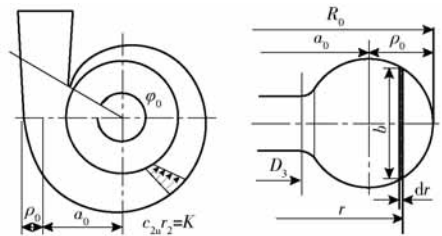


图2 蜗壳内水流的流动

Fig. 2 Flow of water in volute

蜗壳常数  $K$  的计算与蜗壳截面形状有关。离心泵蜗壳断面种类有梯形断面、圆形断面、矩形断面等。不同截面形状下蜗壳常数计算公式为<sup>[10]</sup>

$$K = \frac{Q}{360} \frac{\varphi_0}{\int_{r_3}^{R_0} \frac{b}{r} dr} \quad (11)$$

式中  $\varphi_0$ ——蜗壳包角, ( $^\circ$ )

$r_3$ ——蜗壳基圆半径

为了方便,研究时取其蜗壳断面形状为圆形,圆形断面如图2所示。圆形断面的蜗壳宽度  $b$  可表示为所在圆半径  $r$  的函数关系,则蜗壳常数表示为<sup>[11]</sup>

$$K = \frac{Q}{2\pi(a_0 - \sqrt{a_0^2 - \rho_0^2})} \frac{\varphi_0}{360} \quad (12)$$

式中  $a_0$ ——蜗壳进口断面与叶轮轴心线的距离

$\rho_0$ ——蜗壳进口圆断面半径

设  $k_0 = \frac{1}{2\pi(a_0 - \sqrt{a_0^2 - \rho_0^2})} \frac{\varphi_0}{360} \quad (13)$

水流流经蜗壳在叶轮进口处的绝对水流角  $\alpha_2$  由蜗壳的形状及几何参数决定<sup>[9,11]</sup>,计算公式为

$$\tan\alpha_2 = \frac{c_{2m}}{c_{2u}} = \frac{c_{2m}r_2}{K} \quad (14)$$

将式(4)、(13)代入式(14)则有

$$\tan\alpha_2 = \frac{1}{2\pi k_0 f_{\varphi_2} b_2} \quad (15)$$

将式(6)、(13)、(15)代入式(8)得到液力透平的理论压头

$$H_{th} = \frac{\pi n}{30g} \left[ \frac{\varphi_0}{720\pi(a_0 - \sqrt{a_0^2 - \rho_0^2})} + \frac{D_1 \cot\beta_1}{2(\pi D_1 - ZS_{u1})b_1} \right] Q - \frac{\pi^2 n^2 D_1^2}{3 \cdot 600g} \quad (16)$$

式(16)即为液力透平的理论压头随流量的变化关系,可见透平压头随流量增大而增大,且与叶轮、蜗壳的几何参数有关。

### 1.2 透平压头-流量曲线的影响因素

为了获得平坦的透平压头-流量曲线,将理论压头对流量求导,得出压头-流量曲线斜率为

$$\frac{dH_{th}}{dQ} = \frac{\pi n}{30g} \left[ \frac{\varphi_0}{720\pi(a_0 - \sqrt{a_0^2 - \rho_0^2})} + \frac{D_1 \cot\beta_1}{2(\pi D_1 - ZS_{u1})b_1} \right] \quad (17)$$

设 
$$k_1 = \frac{D_1 \cot\beta_1}{2(\pi D_1 - ZS_{u1})b_1} \quad (18)$$

则有 
$$\frac{dH_{th}}{dQ} = \frac{\pi n}{30g}(k_0 + k_1) \quad (19)$$

由式(19)可以看出,透平压头-流量曲线斜率变化主要由式(13)和式(18)中的  $k_0, k_1$  决定。由于透平压头随流量增大而增大,斜率大于零。为了使压头-流量曲线变平坦需减小  $k_0, k_1$ 。 $k_0$  主要由蜗壳参数确定。设理论压头-流量曲线的斜率为  $h_{th}$ ,即

$$\frac{dH_{th}}{dQ} = h_{th} \quad (20)$$

在其他因素不变的情况下只改变蜗壳包角  $\varphi_0$ ,斜率  $h_{th}$  对蜗壳包角  $\varphi_0$  求偏导得  $\frac{dh_{th}}{d\varphi_0} > 0$ ,结合二次

求导过程,压头-流量曲线斜率随几何参数的变化可以表示为理论压头对流量和几何参数的二阶混合偏导数,即  $\frac{dh_{th}}{d\varphi_0} = \frac{\partial^2 H_{th}}{\partial Q \partial \varphi_0} > 0$ ,可知  $\varphi_0$  越小,曲线斜率越小,压头-流量曲线越平坦。

$k_1$  主要由透平叶轮出口参数确定,包括透平叶轮出口边直径  $D_1$ ,透平出口边宽度  $b_1$ ,透平出口角  $\beta_1$ ,叶片出口边圆周厚度  $S_{u1}$ ,叶轮叶片数  $Z$ 。暂不考虑叶片厚度的影响,分析各因素对理论压头-流量曲线斜率的影响,同理斜率  $h_{th}$  对各因素求偏导  $\frac{\partial^2 H_{th}}{\partial Q \partial D_1} < 0, \frac{\partial^2 H_{th}}{\partial Q \partial b_1} < 0, \frac{\partial^2 H_{th}}{\partial Q \partial \beta_1} < 0, \frac{\partial^2 H_{th}}{\partial Q \partial Z} > 0$ 。由以上

关系可知,要使压头-流量曲线斜率减小,需要增大  $D_1, b_1, \beta_1$ ,减小  $Z$ 。在透平叶轮轴面确定的前提下,增大  $D_1$  则  $b_1$  减小,减小  $D_1$  则  $b_1$  增大,这说明要使压头-流量曲线平坦,叶轮叶片的出口边有一个最佳的出口位置。通过分析知道影响压头-流量曲线平坦的控制因素主要有蜗壳包角  $\varphi_0$ 、透平叶轮出口边直径  $D_1$ 、出口边宽度  $b_1$ 、出口角  $\beta_1$ 、叶轮叶片数  $Z$ 。

## 2 透平不同几何参数的研究方案

### 2.1 研究对象

选用一台比转数为 48 的单级单吸离心泵反转作为液力透平研究对象,该泵的设计流量  $Q = 65 \text{ m}^3/\text{h}$ 、扬程  $H = 94.37 \text{ m}$ 、转速  $n = 2\,950 \text{ r/min}$ 。叶轮叶片为扭曲叶片,表 1 为该泵叶轮和蜗壳的几何参数<sup>[16-18]</sup>。

表 1 研究对象主要几何参数

Tab.1 Main parameters of study object

部件名称	参数	数值/形式
叶轮	透平进口边直径 $D_2/\text{mm}$	285
	透平出口直径 $D_j/\text{mm}$	76
	透平出口边直径 $D_1/\text{mm}$	60.5
	轮毂直径 $D_h/\text{mm}$	16
	透平进口边宽度 $b_2/\text{mm}$	7
	透平出口边宽度 $b_1/\text{mm}$	26.6
	透平进口安放角 $\beta_{i2}/(^{\circ})$	27
	透平出口安放角 $\beta_{i1}/(^{\circ})$	32
	透平出口圆周方向厚度 $S_{u1}/\text{mm}$	4.4
	叶片包角/ $(^{\circ})$	172
	叶片数 $Z$	5
蜗壳	蜗壳基圆直径 $D_3/\text{mm}$	300
	蜗壳出口宽度 $b_0/\text{mm}$	24
	蜗壳断面形状	圆形
	蜗壳包角/ $(^{\circ})$	334
	蜗壳进口断面与叶轮轴线距离 $a_0/\text{mm}$	162.8
	蜗壳进口圆断面半径 $\rho_0/\text{mm}$	16.2

根据表 1 蜗壳和叶轮几何参数,用式(13)、(18)计算得到  $k_0 = 183.1, k_1 = 10.8$ ,可见蜗壳参数对压头-流量曲线斜率的影响远大于叶轮出口处几何参数。

### 2.2 数值模拟方案

根据上述分析,在透平叶轮轴面及基本外尺寸和转速不变的情况下设计数值模拟方案。研究时采用控制变量的方法,在原型泵参数基础上,改变上述分析得出的几何参数,在原型泵附近取值,不超过离心泵设计参数取值范围,其他几何参数保持不变。将原型泵作透平命名为方案 A;改变蜗壳包角为方案 B;改变叶轮出口角为方案 C;改变透平叶轮出口

边位置和直径为方案 D; 改变叶片数为方案 E。方案 B、C、D、E 分别取 3 个参数变量与方案 A 作对

比, 研究压头-流量曲线斜率的变化, 各方案参数及取值如表 2 所示。

表 2 各方案几何参数

Tab. 2 Geometric parameters of schemes

方案	叶轮进口边直径 $D_2$ /mm	叶轮进口宽度 $b_2$ /mm	叶轮出口边直径 $D_1$ /mm	叶轮出口边宽度 $b_1$ /mm	叶轮进口安放角 $\beta_{i2}/(^{\circ})$	叶轮出口安放角 (中间流线) $\beta_{o1}/(^{\circ})$	叶片数 $Z$	叶片包角 $\varphi/(^{\circ})$	蜗壳包角 $\varphi_0/(^{\circ})$
A	285	7	60.5	26.6	27	32	5	172	334
B0	285	7	60.5	26.6	27	32	5	172	326
B1	285	7	60.5	26.6	27	32	5	172	342
B2	285	7	60.5	26.6	27	32	5	172	350
C0	285	7	60.5	26.6	27	27	5	172	334
C1	285	7	60.5	26.6	27	37	5	172	334
C2	285	7	60.5	26.6	27	42	5	172	334
D0	285	7	56.0	27.2	27	32	5	172	334
D1	285	7	72.3	22.0	27	32	5	172	334
D2	285	7	78.4	19.2	27	32	5	172	334
E0	285	7	60.5	26.6	27	32	3	172	334
E1	285	7	60.5	26.6	27	32	7	172	334
E2	285	7	60.5	26.6	27	32	9	172	334

### 2.3 计算模型

按表 2 中几何参数建立了叶轮、蜗壳三维模型。方案 A 模型叶轮与蜗壳如图 3 所示。

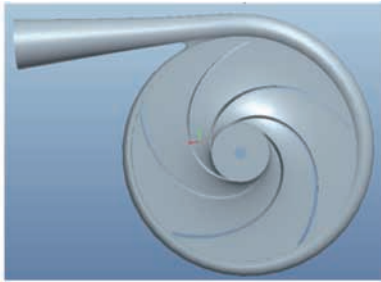


图 3 液力透平三维模型

Fig. 3 3D model of hydraulic turbine

### 2.4 网格无关性检查

采用四面体进行网格划分并进行网格无关性检测, 当网格数大于  $1.2 \times 10^6$  时, 求得的效率基本保持不变, 则网格数量在  $1.2 \times 10^6$  以上合适。A 模型的总网格单元数 1 254 342, 节点数为 212 416。其他模型网格数量与该数量相当。

### 2.5 边界条件

利用 ANSYS - Fluent 软件基于压力的求解器, 透平进口条件为速度进口, 出口设为压力出口, 余压设为 0.5 MPa。压力与速度的耦合方式为 SIMPLE 算法, 计算收敛标准设为  $10^{-5}$ , 湍流模型采用 RNG  $k-\varepsilon$  湍流模型, 输送介质为常温清水。通过调节进口速度改变透平的运行工况, 然后计算得到不同工况下的性能参数。

## 3 数值模拟试验验证

为了验证数值模拟的准确性, 在液力透平试验

台上对比转数为 48 的原型泵反转做透平进行试验, 在 0.8 ~ 2.2 倍泵设计工况流量下的 8 个工况点进行试验<sup>[19-20]</sup>, 试验台如图 4 所示。



图 4 液力透平试验台

Fig. 4 Hydraulic turbine test bench

透平效率为输出功率与输入功率的比值, 即

$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} \quad (21)$$

其中

$$P_{in} = \rho g Q H \quad (22)$$

$$P_{out} = \frac{Mn}{9550} \quad (23)$$

式中  $P_{in}$ ——透平输入功率

$P_{out}$ ——透平输出功率

$M$ ——输出的转矩

$\rho$ ——水密度

将试验和数值模拟得到的性能曲线绘出, 如图 5 所示: 透平最高效率点为  $91 \text{ m}^3/\text{h}$ ; 试验和数值模拟的压头-流量、效率-流量、功率-流量曲线在不同工况点吻合较好, 由此可知本文采用数值模拟方法能够对该台泵反转作透平的内部流场进行比较准确的模拟。但试验得出压头略高于数值模拟结果; 试验功率与数值模拟功率相差较小, 数值模拟的效率



略高于试验效率;这是由于数值模拟时忽略了轴承和轴封等引起的摩擦损失。

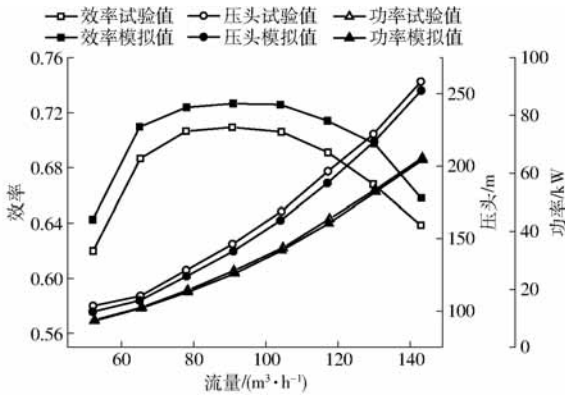


图5 透平性能数值模拟与试验对比

Fig. 5 Comparison between numerical simulation and test of turbine performance

### 4 结果与分析

根据数值模拟方案,分别对 A、B0、B1、B2、C0、C1、C2、D0、D1、D2、E0、E1、E2 方案透平数值模拟,模拟在泵设计工况流量的 0.8、1.0、1.2、1.4、1.6、1.8、2.0、2.2 倍流量点下进行。分别将改变蜗壳包角、叶轮叶片出口安放角、叶轮叶片出口边参数、叶轮叶片数等方案和原型泵作透平时的压头-流量曲线绘出,如图 6 所示。由于原型泵作透平时的最高效率点在泵设计流量的 1.4 倍,可以用压头-流量曲线该点的斜率  $\frac{dH}{dQ}$  来反映曲线的平缓性,斜率越小曲

线越平坦。泵反转作液力透平时压头-流量曲线上  $1.4Q_p$  ( $Q_p$  表示泵工况下最高效率点对应流量) 处斜率可用求导得到, A ~ E2 各方案斜率分别为 1.50、1.16、1.98、2.22、1.57、1.45、1.42、1.46、1.52、1.25、1.78、1.21、1.33。

由图 6a 和各方案斜率看出,压头-流量曲线的斜率随蜗壳包角变化较大,随着蜗壳包角的减小压头-流量曲线变得平缓,这与理论分析结果一致。也说明适当减小液力透平蜗壳包角能够使其压头-流量曲线变得平坦。

由图 6b 和各方案斜率可以得出,随着透平叶轮出口安放角的增大,压头-流量曲线也变得平缓,但其斜率变化不大,符合理论分析结果。

由图 6c 和各方案斜率可以看出,在不改变透平叶轮轴面的前提下,透平叶轮出口边前移,这时出口边宽度  $b_1$  减小,平均直径  $D_1$  增大,透平的压头-流量曲线在  $1.4Q_p$  处斜率随出口边位置前移先变大后变小,这说明要使透平压头-流量曲线平坦,叶轮出口边有最佳的出口位置。

由图 6d 和各方案斜率可以看出,透平的压头-流量曲线在  $1.4Q_p$  处的斜率随叶片数增多先变小后变大,这说明对于液力透平,存在最佳叶片数可使压头-流量曲线平坦,对于研究对象,最佳的叶片数是 7 个。然而理论分析认为叶片数增多会减小透平压头-流量曲线的斜率,这是由于理论分析时没有考虑叶轮的速度滑移现象,也没有考虑叶轮内的损失。

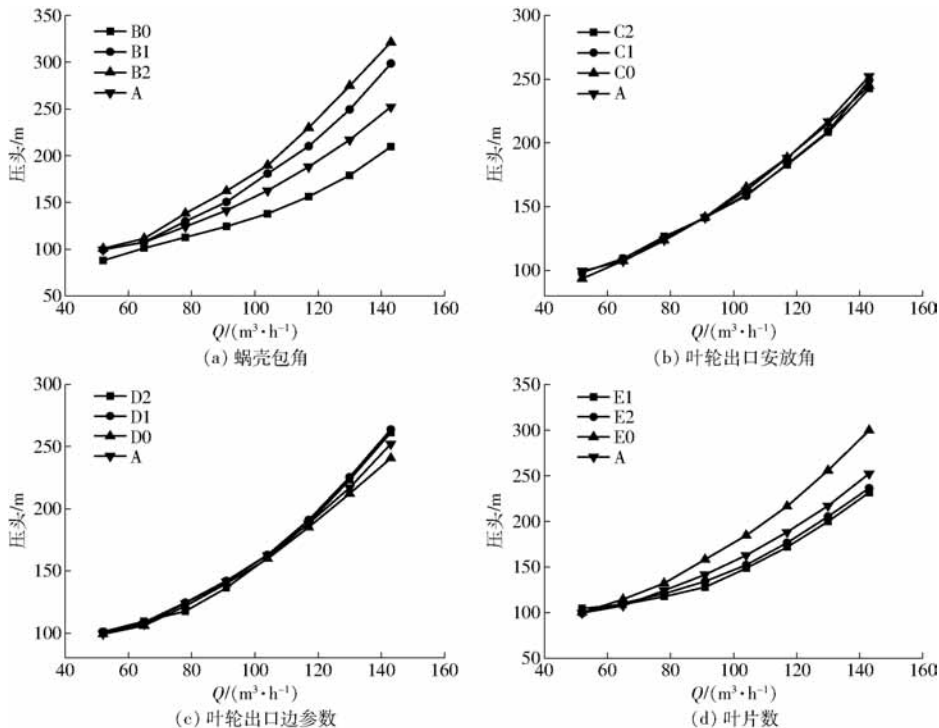


图6 几何参数对透平压头-流量曲线的影响

Fig. 6 Effects of geometric parameters on head - flow curves of turbine

## 5 结论

(1)在蜗壳内速度矩守恒的前提下推导得到了液力透平理论压头-流量的关系式;分析得出影响压头-流量曲线平坦度的几何参数为蜗壳包角、叶轮出口安放角、叶轮出口边参数和叶片数。

(2)研究表明:在一定范围内减小蜗壳包角,增大叶轮出口安放角,会使压头-流量曲线变得平坦;存在最佳叶轮出口边位置和最佳叶片数,可使透平压头-流量曲线更加平坦。其中蜗壳包角对压头-流量曲线斜率的影响显著。

## 参 考 文 献

- [1] 杨军虎,袁亚飞,蒋云国,等.离心泵反转作为能量回收透平的性能预测[J].兰州理工大学学报,2010,36(1):54-56.  
YANG Junhu, YUAN Yafei, JIANG Yunguo, et al. Centrifugal pump reversal as performance prediction of energy recovery turbine [J]. Journal of Lanzhou University of Technology, 2010, 36(1): 54-56. (in Chinese)
- [2] YANG S S, DERA KHSHAN S, KONG F Y. Theoretical, numerical and experimental prediction of pump as turbine performance [J]. Renewable Energy, 2012, 48(6):507-513.
- [3] 王桃,孔繁余,刘莹莹,等.叶片进口安放角对泵作透平外特性影响的数值模拟与验证[J].农业工程学报,2017,33(15):98-104.  
WANG Tao, KONG Fanyu, LIU Yingying, et al. Numerical simulation and verification of the effect of blade inlet angle on the external characteristics of the pump turbine [J]. Transactions of the CSAE, 2017, 33(15): 98-104. (in Chinese)
- [4] 王桃,孔繁余,杨孙圣,等.泵作透平专用叶轮直径的确定及其对透平性能的影响[J].农业工程学报,2016,32(15):60-66.  
WANG Tao, KONG Fanyu, YANG Sunsheng, et al. Determination of the diameter of pump impeller for turbine and its effect on turbine performance [J]. Transactions of the CSAE, 2016, 32(15): 60-66. (in Chinese)
- [5] YANG S S, KONG F Y, CHEN H, et al. Effects of blade wrap angle influencing a pump as turbine [J]. Journal of Fluids Engineering, 2012, 134(6):061102.
- [6] 苗森春,杨军虎,史广泰.蜗壳截面形状对液力透平性能的影响[J].兰州理工大学学报,2015,41(5):50-53.  
MIAO Senchun, YANG Junhu, SHI Guangtai. The influence of spiral case cross section shape on the performance of hydraulic turbine [J]. Journal of Lanzhou University of Technology, 2015, 41(5): 50-53. (in Chinese)
- [7] 吴贤芳,谈明高,刘厚林,等.叶片出口角对离心泵性能曲线形状的影响[J].农机化研究,2010,32(9):166-169.  
WU Xianfang, TAN Minggao, LIU Houlin, et al. Effect of blade outlet angle on performance curve shape of centrifugal pumps [J]. Journal of Agricultural Mechanization Research, 2010, 32(9): 166-169. (in Chinese)
- [8] 李湘洲.离心泵流量-扬程曲线特性研究[J].湖南大学学报(自然科学版),1996,23(2):78-83.  
LI Xiangzhou. Study on characteristics of flow-head curve of centrifugal pump [J]. Journal of Hunan University (Natural Science), 1996, 23(2): 78-83. (in Chinese)
- [9] JOHANN F G. Centrifugal pumps [M]. London, New York; Springer Herdelberg Dordrecht, 2008.
- [10] 张克危.流体机械原理 [M].北京:机械工业出版社,2000.
- [11] 王桃,孔繁余,袁寿其,等.前弯叶片液力透平专用叶轮设计与实验[J/OL].农业机械学报,2014,45(12):75-79.  
WANG Tao, KONG Fanyu, YUAN Shouqi, et al. Design and experiment of special impeller for hydraulic turbine with forward curved blade [J/OL]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2014, 45(12): 75-79. [http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view\\_abstract.aspx?flag=1&file\\_no=20141212&journal\\_id=jcsam](http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?flag=1&file_no=20141212&journal_id=jcsam). DOI:10.6041/j.issn.1000-1298.2014.12.012. (in Chinese)
- [12] 关醒凡.泵的理论与设计 [M].北京:机械工业出版社,1997.
- [13] 王晓晖,杨军虎,夏正廷,等.泵反转液力透平速度滑移的计算与分析[J].华中科技大学学报(自然科学版),2017,45(9):64-68.  
WANG Xiaohui, YANG Junhu, XIA Zhengting, et al. Calculation and analysis of velocity slip of pump reversal hydraulic turbine [J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology (Natural Science Edition), 2017, 45(9): 64-68. (in Chinese)
- [14] 史广泰,杨军虎,苗森春.离心泵作液力透平叶轮出口滑移系数的解析计算方法及验证[J].农业工程学报,2015,31(11):66-73.  
SHI Guangtai, YANG Junhu, MIAO Senchun. Analytical calculation method and verification of slip coefficient at outlet of centrifugal pump for hydraulic turbine impeller [J]. Transactions of the CSAE, 2015, 31(11): 66-73. (in Chinese)
- [15] 史广泰,杨军虎.离心泵用作液力透平叶轮出口滑移系数的计算方法[J].农业工程学报,2014,30(13):68-77.  
SHI Guangtai, YANG Junhu. Centrifugal pump used as calculation method of slip coefficient of hydraulic turbine impeller exit [J]. Transactions of the CSAE, 2014, 30(13): 68-77. (in Chinese)
- [16] 苗森春,杨军虎,王晓晖,等.叶片数对泵作液力透平的性能影响[J].流体机械,2018,46(1):1-5.  
MIAO Senchun, YANG Junhu, WANG Xiaohui, et al. Effect of blade number on the performance of pump as hydraulic turbine [J]. Fluid Machinery, 2018, 46(1): 1-5. (in Chinese)
- [17] YANG S S, KONG F Y, JIANG W M, et al. Effects of impeller trimming influencing pump as turbine [J]. Computers & Fluids, 2012, 67:72-78.
- [18] 王桃,孔繁余,杨孙圣,等.叶片安放角变化规律对液力透平性能的影响[J/OL].农业机械学报,2015,46(10):75-80.  
WANG Tao, KONG Fanyu, YANG Sunsheng, et al. The influence of blade placement angle on hydraulic turbine performance [J/OL]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2015, 46(10): 75-80. [http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view\\_abstract.aspx?flag=1&file\\_no=20151012&journal\\_id=jcsam](http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?flag=1&file_no=20151012&journal_id=jcsam). DOI:10.6041/j.issn.1000-1298.2015.10.012. (in Chinese)
- [19] DERA KHSHAN S, NOURBAKHSH A. Theoretical, numerical and experimental investigation of centrifugal pumps in reverse operation [J]. Experimental Thermal and Fluid Science, 2008, 32(8):1620-1627.
- [20] GIOSIO D R, HENDERSON A D, WALKER J M, et al. Design and performance evaluation of a pump-as-turbine micro-hydro test facility with incorporated inlet flow control [J]. Renewable Energy, 2015, 78:1-6.