

doi:10.6041/j.issn.1000-1298.2019.05.002

复杂环境下农业机器人路径规划优化方法

殷建军 董文龙 梁利华 谢伟东 项祖丰

(浙江工业大学机械工程学院, 杭州 310023)

摘要: 针对在室外复杂环境下作业的农业机器人存在因能量受限导致工作完成率降低的问题,提出了一种基于改进的启发式搜索的 ECA* 路径规划算法,该算法可以在资源受限的情况下完成能量损耗最优路径的规划。首先,通过建立机器人距离-能量损耗模型,计算机器人移动行进的路程和损耗的能量,并对未来的路径和能耗趋势进行评估。然后,在传统 A* 算法的基础上,将距离-能量损耗模型代入启发代价函数,通过搜索扩展子节点寻找最优路径。在每次迭代过程中,通过对比剔除处于劣势的路径,以保证算法的高效性。最后,通过设计仿真实验,将改进的 ECA* 算法与传统的 A* 算法搜索到路径的能量损耗进行对比,并在之后的改进算法中添加相应的能量约束进行计算。仿真结果表明,改进算法减少 14.87% 能量消耗,验证了 ECA* 算法的有效性。

关键词: 农业机器人; 复杂环境; 路径规划; 启发式搜索; 能耗最优

中图分类号: TP242.6 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1298(2019)05-0017-06

Optimization Method of Agricultural Robot Path Planning in Complex Environment

YIN Jianjun DONG Wenlong LIANG Lihua XIE Weidong XIANG Zufeng

(College of Mechanical Engineering, Zhejiang University of Technology, Hangzhou 310023, China)

Abstract: Aiming at the problem that the mobile robot operating in complex outdoor environment reduced work completion rate due to energy limitation because of consume excessive energy when moving along the shortest paths on uneven terrains which often consisted of rapid elevation changes, an improved heuristic search algorithm called ECA* algorithm was proposed, which can optimize energy loss of the path when resources were limited. Firstly, the distance traveled and the energy lost by the robot were calculated by the establishment of robot distance-energy loss model, which can also evaluate the future path and the energy consumption trend. Then, the distance-energy loss model was brought into the heuristic cost function based on the traditional A* algorithm and the extended sub-node was searched for the optimal path. In each iteration process, the path at the disadvantage was eliminated by comparison to ensure the efficiency of the algorithm. Finally, the energy loss of different paths searched by the improved algorithm as well as the traditional A* algorithm was compared though the design of simulation experiment. The improved algorithm can reduce the energy consumption by 14.87% through the simulated calculation which verified the effectiveness of the improved algorithm.

Key words: agricultural robot; complex environment; path planning; heuristic search; optimal energy consumption

0 引言

路径规划是移动机器人研究的基础^[1-2],是指在障碍环境下遵循特定的评价标准,寻找一条从起始点到目标点的无碰撞移动路径^[3-4],利用路径规

划算法进行不同方向优化也是移动机器人研究的热点问题^[5-7]。

机器人工作工况与所处环境紧密相关,不同的环境下使用的工作策略也不尽相同。当移动机器人进行室外作业时,考虑到室外地形大都不平坦^[8],

收稿日期: 2018-11-05 修回日期: 2019-01-08

基金项目: 国家自然科学基金面上项目(51875523)

作者简介: 殷建军(1967—),男,副教授,博士,主要从事嵌入式控制系统研究,E-mail: yinjj@zjut.edu.cn

机器人在复杂地形环境下通常会受到自身功率和能量限制,局部产生不稳定^[9],降低作业效率与工作完成率。传统的路径规划算法通常以距离为成本生成最优路径,但是在机器人实际运动过程中,这种最优路径由于变化率相对较高,反而会造成机器人的能耗过大。对于复杂环境下作业的机器人,通过能耗限制策略寻找最优路径极为重要,因此也出现了许多针对能量优化的室外路径规划算法。文献[10]提出了一种物理模型,可计算出在各种外力作用下移动机器人的能量损耗,并考虑了重力效应、功率限制等不平坦路面必须解决的问题。文献[11]改进了能量成本模型,确定了垂直轴理想锥体表面摩擦和重力作用的近似最佳路径。文献[12]引入了地形面重量概念,捕获一些基于位置的地形参数,并提出了一种多项式时间近似算法,用于寻找最短的各向异性路径。文献[13]提出了一种将估计能耗加入总行驶能耗的迭代算法,应用于强干扰环境。文献[14]提出了一种基于约束-感知的启发式路径规划算法,使用锯齿形路径模式估计不平坦地形上的成本。文献[15-16]对一些传统的算法根据能耗模型估算进行优化。文献[17-18]对机器人轨迹控制优化,降低了能耗。

本文提出一种 Energy Constraint A* 算法,是一种改进启发式搜索路径规划算法,简称 ECA* 算法。与文献[8]添加比例因子的方法不同,本文算法将利用距离-能量损耗模型作为路径搜索启发代价,在给定约束条件下,使用最佳优先搜索策略寻找能量损耗最优路径。

1 路径规划的损耗问题

1.1 距离-能量损耗模型

为了计算移动机器人在行进过程中的能量损耗,构造了两点之间距离-能量损耗模型,通过迭代累计和一定的约束限制,即可计算出移动机器人在整条路径中的能耗。

已知 x, y 两点的坐标,则 x 点到 y 点的损耗量可以表示为

$$L(x, y) = (D(x, y), E(x, y)) \quad (1)$$

式中 $D(x, y)$ —— x, y 两点间的距离函数

$E(x, y)$ —— x, y 两点间的能量损耗函数

考虑机器人移动时所克服的重力与摩擦力的影响, $D(x, y)$ 的计算公式为^[19]

$$D(x, y) = \begin{cases} \infty & (\alpha(x, y) > \alpha_{\max}) \\ d(x, y) & (\alpha(x, y) \leq \alpha_{\max}) \end{cases} \quad (2)$$

式中 $d(x, y)$ —— x, y 两点间的实际距离函数,采用欧氏距离进行计算

$\alpha(x, y)$ —— x, y 两点间的仰角函数

α_{\max} ——两点之间仰角的最大临界值

$E(x, y)$ 的计算公式为^[19]

$$E(x, y) = \begin{cases} \infty & (a(x, y) > \alpha_{\max}) \\ mgd(x, y)(\mu \cos a(x, y) + \sin a(x, y)) & (a(x, y) \leq \alpha_{\max}) \end{cases} \quad (3)$$

式中 m ——轮式机器人与机载质量

g ——重力加速度

μ ——机器人与地面间的动摩擦因数

在本文使用的算法中,两点的实际距离采用欧氏距离进行计算。

从式(2)、(3)中可以看出,当两点之间的角度超过最大临界值时,损耗量将变成无穷,所以为了减少能量的损耗,在搜索路径的过程中会把上升坡度变化率过高的路径剔除。

计算路径的损耗量时,假设在地图中存在一条可以从点 p_s 到点 p_f 的路径,则可将路径的总损耗量函数表示为

$$L(\eta_{p_s p_f}) = \sum_{i=s}^{f-1} (D(\eta_{p_s p_f}, E(\eta_{p_s p_f})) \quad (4)$$

式中 $\eta_{p_s p_f}$ ——行进中所走过路径(点的集合)^[20]

当 $s \leq i < f$ 时,式(4)可表示为

$$L(\eta_{p_s p_f}) = \sum_{i=s}^{f-1} L(p_i, p_{i+1}) \quad (5)$$

式中 p_i ——路径 $\eta_{p_s p_f}$ 所遍历的所有点

将式(4)代入到式(1)中,可得到

$$L(\eta_{p_s p_f}) = \left(\sum_{i=s}^{f-1} D(p_i, p_{i+1}), \sum_{i=s}^{f-1} E(p_i, p_{i+1}) \right) \quad (6)$$

1.2 距离-能耗约束

使用距离-能量损耗模型搜索路径时,距离的成本为行进时间,路径越长则耗费的时间越多,能量的成本为轮式机器人的电量。若只考虑距离的影响,则可能会造成电池能大量的浪费,若只考虑能量的损耗,则可能会大大增长完成路径的时间。所以在路径搜索过程中要兼顾两者。

在点 p_s 到点 p_f 的路径搜索过程中,定义距离-能耗约束为

$$C(p_s, p_f) = (c_d, c_e) \quad (7)$$

式中 c_d ——距离的约束值

c_e ——能量损耗约束值,为供电量最大值

假设算法搜索到路径 $\eta_{p_s p_f}$,路径损耗如式(4)所示,当且仅当

$$\begin{cases} D(\eta_{p_s p_f}) \leq c_d \\ E(\eta_{p_s p_f}) \leq c_e \end{cases} \quad (8)$$

成立时,路径 η_{p_s, p_f} 得到保留,否则将此路径剔除。

2 算法改进

2.1 传统 A* 算法

传统的 A* 算法^[21-22]是一种启发式搜索算法,具有最优性、完备性和高效性等优点^[23]。A* 算法的代价函数为

$$f(n) = g(n) + h(n) \quad (9)$$

式中 $f(n)$ ——当前节点总启发式代价

$g(n)$ ——起始点到当前点的实际代价

$h(n)$ ——当前点与目标点的估计代价

该算法的原理是从起始点开始,对周围的节点进行扩散,通过启发函数计算得到具有最小启发代价的点作为子节点,并将子节点移入到 Close_list 中,而其他已搜索到非最优的子节点则移至 Open_list 中,不断重复该过程直到搜索到目标点,最后通过回溯得到一条最优路径。

虽然传统 A* 算法能够高效地找出最短路径,但是并没有考虑到机器人实际的运动和消耗,最短路径同时也意味着机器人在行进过程中需要经历快速持续的地形变化以及大功率的输出,反而会造成更多的能量损耗。

2.2 改进算法

假设要从地图上一点 p_s 到达地图上的一点 p_f ,已经搜索到的中间路径表示为 η_n ,引入距离-能量模型后,当 $s \leq i < f$ 时,ECA* 算法可表示为

$$F(\eta_n) = G(\eta_n) + H(p_n, p_f) \quad (10)$$

$$\text{其中 } G(\eta_n) = L(\eta_n) \quad (11)$$

$$H(p_n, p_f) = L(p_n, p_f) \quad (12)$$

式中 $F(\eta_n)$ ——总的启发式损耗量

p_n ——当前节点

$G(\eta_n)$ ——走过中间路径 η_n 的损耗量

$H(p_n, p_f)$ ——当前节点到终点估计损耗量

ECA* 算法的框架为

Initialize variables and lists

insert $\varepsilon(p_s)$ into Open_list

while Open_list is not empty

calculate the min $\varepsilon(p_n)$ from Open_list

if exist other entries

select the best one

remove the min $\varepsilon(p_n)$ from Open_list

insert the min $\varepsilon(p_n)$ into Close_list

if $\varepsilon(p_n)$ is $\varepsilon(p_f)$

trace back and get the path

else

for each $\varepsilon(p_{n+1})$ of $\varepsilon(p_n)$

calculate $\varepsilon(p_{n+1})$

if $\varepsilon(p_{n+1})$ is out of $C(p_s, p_e)$

remove the path

continue

if exist $\varepsilon'(p_{n+1})$ in Open_list or Close_list

compare and choose the best one

remove the paths

continue

insert $\varepsilon(p_{n+1})$ into Open_list

与传统 A* 算法类似,使用 Open_list 与 Close_list 记录地图节点的两种状态。Open_list 记录搜索到但没有扩展的节点及路径,Close_list 记录已经扩展了的节点及路径。每个节点 p_n 通过数据结构 $\varepsilon(p_n)$ 记录 4 种不同的属性,分别为当前的节点 p_n 、当前路径 η_{p_n} 、 $G(\eta_{p_n})$ 和 $F(\eta_{p_n})$ 。

ECA* 算法流程:

(1)完成运算前的准备工作,初始化各个变量,并将初始节点放入 Open_list 中。

(2)在 Open_list 中计算选择最优节点,放入 Close_list 中。在选择过程中当路径和能量损耗处于矛盾时,优先选择路径最优。如果最优节点为目标点,则进行路径回溯获取最终路径。

(3)对最优节点进行扩展,对各个节点的属性值进行计算,扩展的同时剔除同一节点在 Open_list 和 Close_list 处于劣势的路径,并在列表中更新当前的最优路径。若在两个列表中都未记录节点,则将最新扩展的节点记录于 Open_list 列表中。

ECA* 算法改进的地方在于以路径为主的思想,路径决定了行进的能耗,所以在列表中记录的不止有每个扩展点的属性,还记录了扩展点所在的路径和当前路径的损耗量。其中每一个扩展点有可能存在多个路径经过。当某一扩展点为当前计算的最优节点时,将同一个扩展点的路径进行对比,选择出距离最短、使用能量最少的路径进行再次扩展,将其他处于劣势的路径及时进行剔除,减少算法的计算量,提高了算法的计算效率。

3 仿真实验

3.1 环境建模

针对路径规划的能耗问题,在三维栅格地图中运行路径规划算法并得到仿真结果。三维地形图选取学校周边高程图进行建模仿真,其中,地图采用 WGS84 坐标系进行构建,长半轴为 6 378 137,扁率为 298.26,采样地理位置为东经 120.03°、北纬 30.23°。为了降低计算量,地图的采样精度约为

9.55 m (L15), 仿真的三维地图如图 1 所示。两种算法均在 Visual Studio 中实现, 在仿真中算法采用的参数数值分别为: 质量 m 为 50 kg、重力加速度 g 为 9.81 m/s^2 、摩擦因数 μ 为 0.25、两点之间仰角的最大临界值 α_{\max} 为 0.15° 。

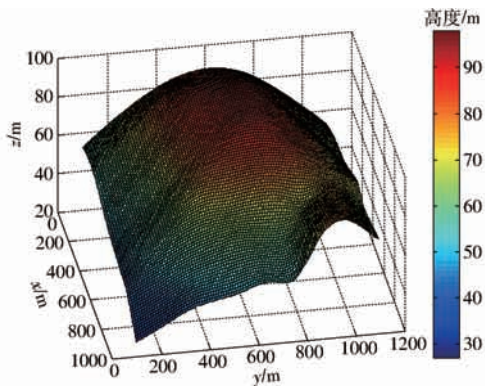


图 1 仿真中使用的三维地形图

Fig. 1 3D map of terrain used in simulation

3.2 简化因素

在构造距离-能耗模型时, 为了简化模型、提高算法计算的效率, 并且考虑到路面属性的未知性, 同时, 控制变量摩擦因数一定, 仿真的过程也将更加简便, 结果也将更为直观, 所以将模型中的滑动摩擦因数设定为常数, 并忽略了机器人在行进过程中与地面的滑转率等相关的影响因素。因此仿真结果也将与真实值之间产生相对应的误差, 但是与总的能量消耗相比, 滑转率等因素产生的误差可以保持在一个较低的水平。而且控制不同的算法采用相同的能

耗计算方式, 也将体现出本文算法的有效性。

3.3 不同算法的能耗对比

本次仿真过程中将使用 3 种算法进行路径规划, 以展示 ECA* 算法的改进过程与结果。第 1 种算法为传统 A* 算法; 第 2 种算法在 A* 算法的基础上设置相邻节点的仰角临界值, 即 α_{\max} , 若仰角超过临界值则表示两点间路径损耗超过预设值, 则对路径进行剔除, 是传统 A* 算法与 ECA* 算法的一种过渡算法; 第 3 种算法即为 ECA* 算法。

将点 $S(50, 200, 65.04) \text{ m}$ 作为路径的起点, 将点 $F(900, 1000, 75.35) \text{ m}$ 作为路径的终点, 爬升的高度为 10 m。为了能够更清晰地观察路径变化, 以下将分别分别在三维栅格图和平面云图中展示规划的路径, 如图 2、3 所示, 完成路径所需要行进的路程和消耗的能量对比如表 1 所示。

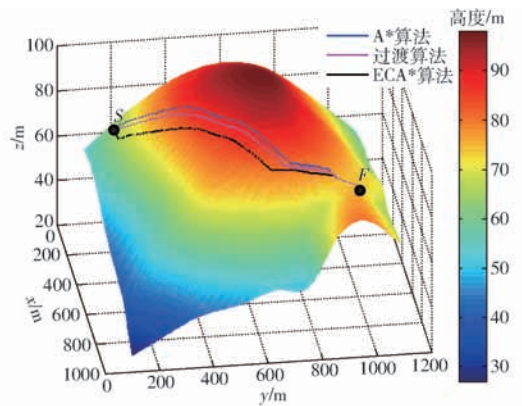


图 2 不同算法的路径在三维栅格图中的对比

Fig. 2 Path comparison in grids with different algorithms

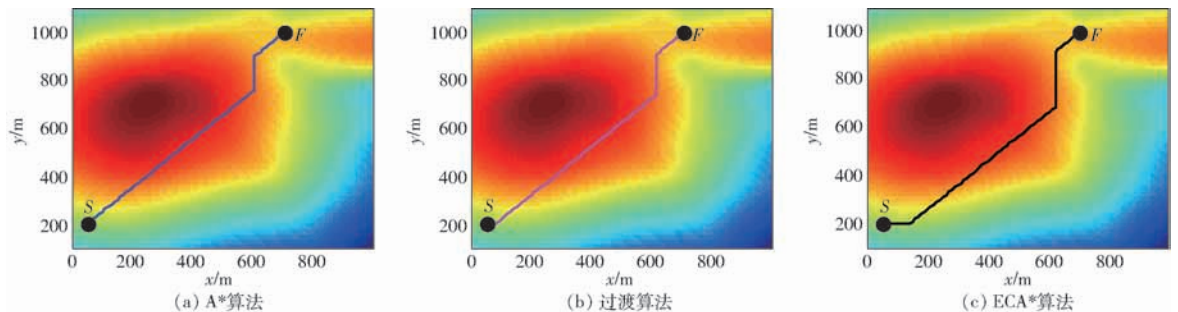


图 3 不同算法平面云图中的路径对比

Fig. 3 Path comparison in cloud map with different algorithms

表 1 不同算法完成的能量损耗对比

Tab. 1 Path energy loss comparison with different algorithms

算法	路程/m	能量损耗/J
A* 算法	1 165	226 119
过渡算法	1 187	199 676
ECA* 算法	1 181	192 494

能量损耗主要由行进过程中与路面的滑动摩擦和爬升高度决定。由图 2、3 可以看出, 通过预设 α_{\max} 的过渡算法能够避免行进至坡度过大的路

径, 进而避免由于不停爬升和下坡导致的能量浪费, 所以优先选择较为平整的路面进行计算和规划。ECA* 算法对过渡算法进一步改进, 通过节点的扩展与路径损耗量的积累与启发计算, 得到局部能耗最少的点组成的路径。ECA* 算法在路程能量消耗上比传统 A* 算法的能量损耗减少 14.87%, 而实际增加的行程却可以忽略不计。仿真结果表明, ECA* 算法通过一些局部路径的优化使得在路径少量增加的同时, 能量损耗却大幅度降低。

3.4 α_{max} 对 ECA* 算法的影响

在 ECA* 算法中, α_{max} 的实际意义是移动机器人的最大爬坡角, 代表了机器人的最大驱动能力。但在实际规划中, α_{max} 不宜过大, 通常可以减小 α_{max} 的值, 以增大部分路程为代价 (由上文可知此代价通常可以忽略不计), 进而选更优的路径, 但是同时 α_{max} 不能取值过小, 否则无法得到真实的最优路径, 图 4、5 为 α_{max} 对能量损耗的影响, 表 2 为不同 α_{max} 完成路径的能量损耗。因此在机器人工作时需要根据实际工况, 选择一个合适的 α_{max} 进行计算。

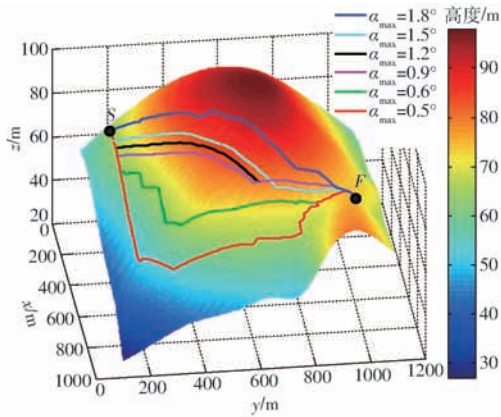


图 4 不同 α_{max} 的路径在三维栅格图中的对比
Fig. 4 Path comparison in grids with different α_{max}

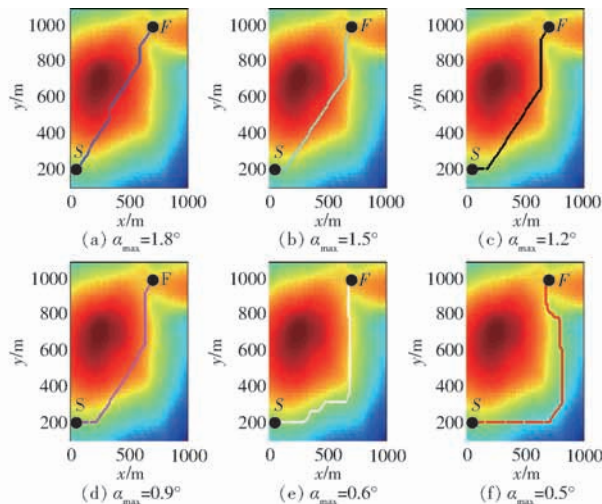


图 5 不同 α_{max} 的路径在平面云图中的对比
Fig. 5 Path comparison in cloud map with different α_{max}

表 2 不同 α_{max} 生成的路径的能量损耗

Tab. 2 Path energy loss of different α_{max}

$\alpha_{max}/(^{\circ})$	路程/m	能量损耗/J
1.8	1 179	246 816
1.5	1 181	192 494
1.2	1 197	181 599
0.9	1 216	182 313
0.6	1 416	211 296
0.5	1 689	230 209

3.5 添加能量约束后的 ECA* 算法

上述仿真实验都是建立在没有损耗约束的情况下完成的, 即 $C(p_s, p_f) = (\infty, \infty)$, 而在移动机器人实际室外作业中, 其能量总量通常是受限制的, 因此在设定能量约束后, 即 $C(p_s, p_f) = (\infty, c_e)$, 不同 c_e 对应的路径如图 6、7 所示。

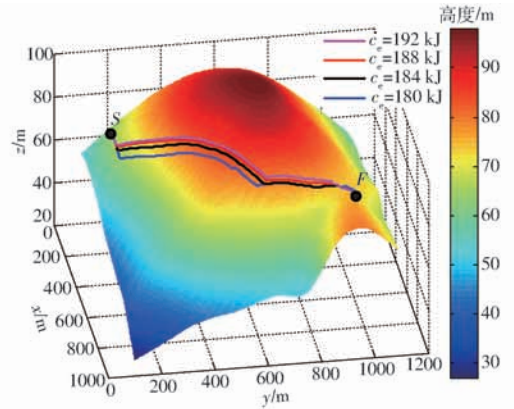


图 6 不同约束下三维栅格图的路径对比

Fig. 6 Path comparison in grids with different c_e

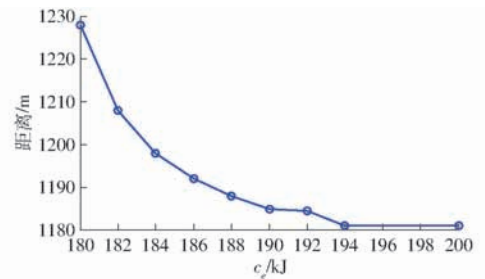


图 7 不同约束下生成的路径对比

Fig. 7 Path comparison with different c_e

在没有约束的情况下, 算法在执行从 Open_list 选择最优子节点这一步骤时, 以距离最短作为选择条件; 当在有约束的条件下, 算法则可以选择出路径更长但能耗更少的路径, 得到进一步优化。从仿真可以看出, ECA* 算法可以通过增大行进路程为代价进而寻找到能耗较低的路径。

4 结束语

针对在室外复杂环境下作业的移动机器人存在因能量受限而降低工作完成率的问题, 提出了一种基于改进的启发式搜索的 ECA* 路径规划算法, 建立了一种距离-能量模型, 并将模型与启发式搜索函数相融合, 提出了新的代价函数, 通过迭代、扩展、选择最优或次优子节点, 剔除处于劣势的路径, 进而寻找到能量损耗最优路径。仿真实验结果表明, 相比于传统的 A* 算法, 优化改进的路径可在仿真环境下节省 14.87% 的能量消耗, 而且通过分析参数 α_{max} 的作用, 添加相应的能量约束, ECA* 算法可以得到不同的符合需求的路径, 验证了其有效性。

参 考 文 献

- [1] 黄玉清, 梁靛. 机器人导航系统中的路径规划算法[J]. 微计算机信息, 2006, 22(20):267-269.
HUANG Yuqing, LIANG Liang. Path planning algorithms of robots navigation system[J]. Microcomputer Information, 2006, 22(20):267-269. (in Chinese)
- [2] 黄健生. 移动机器人的路径规划研究[D]. 杭州:浙江大学, 2008.
HUANG Jiansheng. Research on path planning of mobile robot[D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2008. (in Chinese)
- [3] VAN D B J P, OVERMARS M H. Roadmap-based motion planning in dynamic environments[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2005, 21(5):885-897.
- [4] ZAMIRIAN M, KAMYAD A V, FARAHI M H. A novel algorithm for solving optimal path planning problems based on parametrization method and fuzzy aggregation[J]. Physics Letters A, 2009, 373(38):3439-3449.
- [5] HART P E, NILSSON N J, RAPHAEL B. A formal basis for the heuristic determination of minimum cost paths[J]. ACM SIGART Bulletin, 1972, 4(37):28-29.
- [6] WANG X, YANG C, WANG J. Hierarchical voronoi diagram-based path planning among polygonal obstacles for 3D virtual worlds[C]//IEEE International Symposium on VR Innovation, 2011:175-181.
- [7] CAGIGAS D, ABASCAL J. Hierarchical path search with partial materialization of costs for a smart wheelchair[M]. Kluwer Academic Publishers, 2004.
- [8] 张浩杰, 苏治宝, HERNANDEZ D E, 等. 移动机器人低能耗最优路径规划方法[J/OL]. 农业机械学报, 2018, 49(9):19-26.
ZHANG Haojie, SU Zhibao, HERNANDEZ D E, et al. Energy optimal path planning for mobile robots based on improved AD* algorithm[J/OL]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2018, 49(9):19-26. http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?flag=1&file_no=20180902&journal_id=jcsam. DOI:10.6041/j.issn.1000-1298.2018.09.002. (in Chinese)
- [9] 赵德群, 段建英, 陈鹏宇, 等. 基于A*算法的三维地图最优路径规划[J]. 计算机系统应用, 2017, 26(7):146-152.
ZHAO Dequn, DUAN Jianying, CHEN Pengyu, et al. Optimal path planning for 3D map based on A* algorithm[J]. Computer Systems & Applications, 2017, 26(7):146-152. (in Chinese)
- [10] ROWE N C, ROSS R S. Optimal grid-free path planning across arbitrarily contoured terrain with anisotropic friction and gravity effects[J]. IEEE Transactions on Robotics & Automation, 1990, 6(5):540-553.
- [11] ROWE N C, KANAYAMA Y. Near-minimum-energy paths on a vertical-axis cone with anisotropic friction and gravity effects[J]. The International Journal of Robotics Research, 1994, 13(5):408-433.
- [12] LANTHIER M, MAHESHWARI A, JORG-RUDIGER S. Shortest anisotropic paths on terrains[C]//International Colloquium on Automata, Languages, & Programming. Springer Berlin Heidelberg, 1999.
- [13] JONES D, HOLLINGER G. Planning energy-efficient trajectories in strong disturbances[J]. IEEE Robotics & Automation Letters, 2017, 2(4):2080-2087.
- [14] GANGANATH N, CHENG C T, CHI K T. A constraint-aware heuristic path planner for finding energy-efficient paths on uneven terrains[J]. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2015, 11(3):601-611.
- [15] LIU S, SUN D. Minimizing energy consumption of wheeled mobile robots via optimal motion planning[J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2014, 19(2):401-411.
- [16] ALVAREZI A, CAITI A, ONKEN R. Evolutionary path planning for autonomous underwater vehicles in a variable ocean[J]. IEEE Journal of Oceanic Engineering, 2004, 29(2):418-429.
- [17] KIM H, KIM B K. Online minimum-energy trajectory planning and control on a straight-line path for three-wheeled omnidirectional mobile robots[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2014, 61(9):4771-4779.
- [18] GREGORY J, OLIVARES A, STAFFETTI E. Energy-optimal trajectory planning for robot manipulators with holonomic constraints[J]. Systems & Control Letters, 2012, 61(2):279-291.
- [19] GANGANATH N, CHENG C T, TSE C K. Multiobjective path planning on uneven terrains based on NAMOA[C]//IEEE International Symposium on Circuits & Systems. IEEE, 2016.
- [20] YUAN Q, LU Q, XI Z. Optimal path selection for mobile robots based on energy consumption assessment of different terrain surface[C]//Chinese Control Conference, 2017:6755-6760.
- [21] SCHLIFERSTEIN A. Principles of artificial intelligence[J]. Pattern Analysis & Machine Intelligence IEEE Transactions on, 1980, PAMI-3(1):112-112.
- [22] SARAH U BJORN E, LUDGER O. Combining a fuzzy inference system with an A* algorithm for the automated generation of roadmaps for automated guided vehicles[J]. AT-Automatisierungstechnik, 2017, 65(3):189-197.
- [23] 李冲, 张安, 毕文豪. 基于方向约束的A*算法[J]. 控制与决策, 2017, 32(8):1395-1402.
LI Chong, ZHANG An, BI Wenhao. A* algorithm based on direction constraints[J]. Control and Decision, 2017, 32(8):1395-1402. (in Chinese)