

线矢力各向同性分析与其在机构构型综合中的应用

许允斗^{1,2} 郭金伟¹ 王志峰³ 陈阳¹ 姚建涛^{1,2} 赵永生^{1,2}

(1.燕山大学河北省并联机器人与机电系统实验室,秦皇岛066004;

2.燕山大学先进锻压成形技术与科学教育部重点实验室,秦皇岛066004; 3.首都航天机械有限公司,北京100076)

摘要: 鉴于线矢力与机构的承载能力密切相关,对线矢力的各向同性条件进行了研究,得到了线矢力满足各向同性的一般条件,提出了一种事先考虑驱动副布置的冗余驱动移动三自由度并联机构构型综合方法。该方法首先综合与支链约束力螺旋和驱动力螺旋均互易的运动链;然后再构造与支链约束力螺旋互易而与驱动力螺旋不互易的驱动副,从而得到了数种典型的满足驱动线矢力各向同性的冗余驱动三自由度移动并联机构构型;最后,对其中的一种典型机构4-PRRR进行了分析,结果表明,该机构在运动过程中始终满足承载能力各向同性,验证了前述线矢力各向同性分析与构型综合理论的正确性。

关键词: 线矢力; 各向同性; 冗余驱动; 构型综合; 承载能力

中图分类号: TH112 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1298(2019)01-0406-06

Isotropic Analysis of Line Vector Forces and Its Application in Type Synthesis of Mechanisms

XU Yundou^{1,2} GUO Jinwei¹ WANG Zhifeng³ CHEN Yang¹ YAO Jiantao^{1,2} ZHAO Yongsheng^{1,2}

(1. Parallel Robot and Mechatronic System Laboratory of Hebei Province, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China

2. Key Laboratory of Advanced Forging and Stamping Technology and Science, Ministry of Education,

Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China

3. Capital Aerospace Machinery Co., Ltd., Beijing 100076, China)

Abstract: The carrying capacity of a mechanism is closely related to its line vector force. A thorough isotropic analysis of line vector forces was presented. The results showed that the isotropic condition can be satisfied when the line vector forces were evenly distributed on a conical surface with a cone-top angle of 109.472° . In addition, since few three degrees-of-freedom (DOFs) translational redundantly actuated parallel manipulators were reported, by combining the isotropic line vector forces, a method for the type synthesis of 3-DOF, redundantly actuated translational parallel mechanisms (PMs) was proposed, in which the arrangement of the active joints was taken into account in advance. Using this method, firstly a kinematic chain with a twist system reciprocal to both the constraint and actuation wrenches was constructed, and then the active joint reciprocal to the constraint wrenches but not to the actuation wrench was constructed. Thus, a series of typical redundantly actuated PMs with isotropic actuation forces were obtained. Finally, the 4-PRRR PM was analyzed as an example, and the results showed that the isotropy of the load-carrying capacity can always be satisfied during its movement, because the condition of force Jacobian matrix was always equal to one, which to some extent verified the correctness of the isotropic analysis and the synthesis method proposed in this research. For this method, it not only satisfied the expected requirements, but also meant that the active joints no longer needed to be selected, and the rationality of the selection did not need to be considered, which provided a new method for the type synthesis of parallel manipulators.

Key words: line vector force; isotropy; redundantly actuated; type synthesis; carrying capacity

收稿日期: 2018-07-29 修回日期: 2018-08-30

基金项目: 国家自然科学基金项目(51675458)、河北省自然科学基金重点项目(E2017203335)和河北省高等学校青年拔尖人才计划项目(BJ2017060)

作者简介: 许允斗(1985—),男,副教授,博士,主要从事并联机器人机构学理论及其应用研究,E-mail: ydxu@ysu.edu.cn

通信作者: 赵永生(1962—),男,教授,博士生导师,主要从事并联机器人理论及其应用研究,E-mail: yszhao@ysu.edu.cn

0 引言

线矢力是指被约束在方向、位置固定的直线上的矢量^[1],它是力螺旋的一种特殊形式,在基于螺旋理论的少自由度并联机构自由度分析^[2-3]及构型综合^[4-6]中发挥了重要的作用,在六自由度并联机构的奇异位形分析^[7-9]及各向同性六自由度并联机器人的设计^[10]方面也有一定的应用。除此之外,尚无线矢力在并联机构其他方面的应用研究报道。机构的承载能力也直接与线矢力相关,如 3-PRRR 三自由度移动并联机构^[11]3 条支撑分支输入运动副对动平台施加的 3 个驱动线矢力(输入运动副所产生的约束线矢力)之间的各向同性^[12]决定了机构的承载性能(P 为移动副,R 为转动副)。因此,线矢力的各向同性是其重要的性能指标。

然而,现有文献对线矢力各向同性的研究较少,文献[10,13-15]研究如何布置各测量分支使得并联机构六维力传感器达到力和力矩各向同性,该类型传感器每个测量分支向测量平台施加一个沿着分支轴线的约束线矢力,所以每个测量分支实际上相当于一个线矢力。除此之外,尚无其他对线矢力自身各向同性性能进行分析的报道。文献[16-18]对三自由度移动并联机构的构型综合进行了研究,并已得到了很多新构型。但这些文献的对象均为非冗余驱动三自由度移动并联机构,即输入运动副数目等于自由度数,目前对有冗余驱动三自由度移动并联机构尚未见报道。然而,冗余驱动在承载能力的提高方面^[19-21]起到了至关重要的作用,如国内外几种典型的大型农业机械^[22-23]均采用冗余驱动并联机构以有效地提高其承载能力,所以冗余驱动三自由度移动并联机构具有良好的应用前景。

此外,现有文献综合三自由度移动并联机构时并未考虑机构的承载性能,即不考虑由各输入运动副引起的驱动线矢力之间的几何关系。因此,本文结合线矢力的各向同性分析,对冗余驱动三自由度移动并联机构进行构型综合时,先考虑各驱动线矢力的几何关系,以得到承载能力各向同性的冗余驱动三自由度移动并联机构。

1 线矢力各向同性分析

本文分析仅当线矢力相交于一点的情况。在交点处建立一个参考坐标系 OXYZ,设相交于一点的 n 条线矢力在该坐标系的 Plücker 坐标为

$$\begin{cases} \mathcal{S}_1 = (a_1, b_1, c_1, 0, 0, 0)^T \\ \mathcal{S}_2 = (a_2, b_2, c_2, 0, 0, 0)^T \\ \vdots \\ \mathcal{S}_n = (a_n, b_n, c_n, 0, 0, 0)^T \end{cases} \quad (1)$$

式中 $(a_i, b_i, c_i)^T$ ——第 i 条线矢力的方向矢量

一般情况下,为满足各向同性,各线矢力在空间应呈对称分布,则可设 n 条线矢力均匀分布在一锥面上,如图 1 所示。n 条线矢力的 Plücker 坐标可写为

$$\begin{cases} \mathcal{S}_1 = (\sin\theta, 0, \cos\theta)^T \\ \mathcal{S}_2 = (\sin\theta\cos\alpha, \sin\theta\sin\alpha, \cos\theta)^T \\ \vdots \\ \mathcal{S}_n = (\sin\theta\cos((n-1)\alpha), \sin\theta\sin((n-1)\alpha), \cos\theta)^T \end{cases} \quad (2)$$

其中

$$\alpha = 2\pi/n$$

式中 θ ——线矢力所在锥面的锥顶角的一半

α ——各相邻线矢力在水平面投影的夹角

由于各线矢力均通过坐标原点,线矩始终为零,故将其省略。

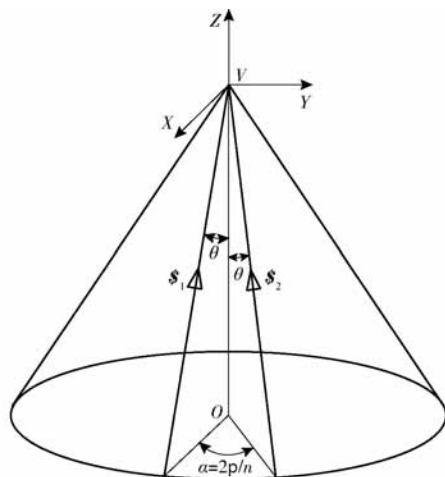


图 1 线矢力在空间上的分布

Fig. 1 Spatial distribution of line vector forces

将各线矢力的 Plücker 坐标写成矩阵形式

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \mathcal{S}_1^T \\ \mathcal{S}_2^T \\ \vdots \\ \mathcal{S}_n^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin\theta & 0 & \cos\theta \\ \sin\theta\cos\alpha & \sin\theta\sin\alpha & \cos\theta \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \sin\theta\cos((n-1)\alpha) & \sin\theta\sin((n-1)\alpha) & \cos\theta \end{bmatrix} \quad (3)$$

为了使各线矢力满足各向同性,则矩阵 M 的条件数应等于 1,即矩阵 M 的最大奇异值和最小奇异值的比值为 1。由矩阵分析理论可知,矩阵 M 的奇异值恰好等于 $\mathbf{M}\mathbf{M}^T$ 矩阵特征值的开方, $\mathbf{M}\mathbf{M}^T$ 可表示为

$$MM^T = \begin{bmatrix} 1 & \sin^2\theta\cos\alpha + \cos^2\theta & \cdots & \sin^2\theta\cos((n-1)\alpha) + \cos^2\theta \\ \sin^2\theta\cos\alpha & 1 & \cdots & \sin^2\theta\cos((n-2)\alpha) + \cos^2\theta \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sin^2\theta\cos((n-1)\alpha) + \cos^2\theta & \sin^2\theta\cos((n-2)\alpha) + \cos^2\theta & \cdots & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

经分析可知,该矩阵前 $(n-3)$ 个特征值为零,故要求 MM^T 矩阵的最后3个特征值相同,结合 MM^T 特征矩阵的行列式,可以求得使 MM^T 矩阵满足最后3个特征值相同时锥顶角的一半 θ 为 54.736° 。比如,当线矢力数目为4时,即 $n=4$,则 $\alpha = \pi/4$,故4个线矢力组成的矩阵为

$$M = \begin{bmatrix} \mathcal{S}_1^T \\ \mathcal{S}_2^T \\ \mathcal{S}_3^T \\ \mathcal{S}_4^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin\theta & 0 & \cos\theta \\ \sin\theta\cos\alpha & \sin\theta\sin\alpha & \cos\theta \\ \sin\theta\cos(2\alpha) & \sin\theta\sin(2\alpha) & \cos\theta \\ \sin\theta\cos(3\alpha) & \sin\theta\sin(3\alpha) & \cos\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.8165 & 0 & 0.5773 \\ 0 & 0.8165 & 0.5773 \\ -0.8165 & 0 & 0.5773 \\ 0 & -0.8165 & 0.5773 \end{bmatrix} \quad (5)$$

此时该矩阵3个奇异值均为1.1547,故4条线矢力满足各向同性,如图2所示。

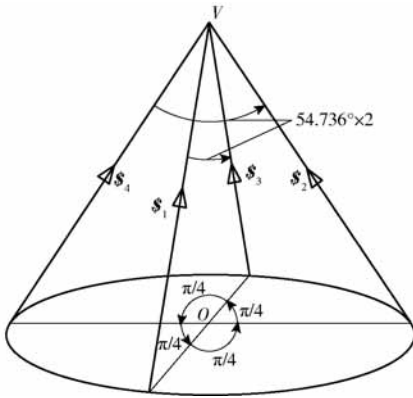


图2 4条线矢力满足各向同性时的分布

Fig. 2 Distribution of four isotropic line vector forces

当线矢力分布在一平面内时,此时是空间情况的一种特殊情形,即当圆锥顶点在底面时,则圆锥上均匀分布的线矢力处于一平面内,此时它们也满足各向同性条件。如空间线矢力数目为4时,投影到平面恰好为分布在两条坐标轴上的4条线矢力,显然满足各向同性条件。

2 冗余驱动三自由度移动并联机构构型综合

2.1 基于螺旋理论的约束综合法基础

根据反螺旋理论^[1]可知,支链末端施加给动平台的结构约束力螺旋,与该支链的所有运动副的运动螺旋互易。机构末端约束力螺旋系为所有支链结构约束力螺旋组成的螺旋系,该约束力螺旋系决定

机构的自由度。由文献[4-6,24]可知,并联机构型综合过程为首先根据机构要求的末端运动螺旋系求出其末端约束力螺旋系,然后构造支链约束力螺旋系,求出支链运动螺旋系构造支链机械结构,最后配置这些支链机械结构形成符合要求的并联机构。

2.2 基于螺旋理论的约束综合法冗余驱动三自由度移动并联机构构型综合

关于少自由度并联机构构型综合的研究,一般情况下当得到并联机构构型后,需添加驱动副,并判断所添加驱动副是否合理^[25-26]。为了得到满足预期承载能力要求的机构,本文先考虑驱动副的类型与布置。此时,就需要考虑各驱动副产生的驱动力螺旋的几何关系,还需考虑驱动力螺旋与约束力螺旋之间的关系。驱动力螺旋是指支链的驱动运动副施加给动平台的力螺旋,它与该支链中除驱动副外其他所有运动副互易。

这里只构造冗余驱动数目为1的对称冗余驱动三自由度移动并联机构,即驱动副数目为4,4个驱动副对称分布在4条支链中。则每个分支施加给动平台的约束力螺旋可以是1、2或3个约束力偶,驱动副施加给动平台的驱动力螺旋是一个线矢力,这里将结合前面得到的线矢力各向同性条件使4条支链施加给动平台的4个驱动线矢力达到各向同性,即构造各向同性冗余驱动三自由度移动并联机构。

首先根据支链施加给动平台的约束力偶和驱动线矢力构造支链除驱动副外的其他运动副组成的运动链,该运动链的运动螺旋系与分支约束力偶和驱动线矢力均互易;然后构造与约束力偶互易且与驱动线矢力不互易的驱动副。

(1) 当每个分支施加给动平台的约束力螺旋为1个约束力偶时,能提供1个约束力偶和1个线矢力的典型运动链为RPU、RRU支链,其中RPU支链P副轴线与R副轴线垂直且U副靠近P副的轴线与R副平行,如表1所示(下文出现的典型支链均如表1所示),RRU支链两R副轴线和U副靠近R副轴线相互平行。对应于RPU和RRU支链,构造运动螺旋与该支链提供的约束力偶互易而与线矢力不互易的驱动副,该驱动副可以是轴线与R副轴线平行的P副,也可能是轴线与U副靠近动平台轴线平行的R副,所以可得出同时满足分支约束力偶和驱动线矢力要求的分支运动链,分别为PRPU、PRRU、

RRPU、RRRU 支链(运动副下方带下划线表示驱动副)。

可以判断上述支链在运动过程中,驱动线矢力始终过 U 副中心且平行于非驱动 R 副轴线。因此,

只需布置相同的 4 条支链使得它们的非驱动 R 副轴线呈如图 2 所示线矢力的分布,即可得到各向同性冗余驱动三自由度移动并联机构,如 4-PRRU 和 4-RRPU 机构,如图 3a、3b 所示。

表 1 满足支链约束力偶和驱动线矢力要求的典型运动链

Tab. 1 Typical kinematic chains satisfied expected requirement of constraint couples and actuation force

支链构型	RPU 运动链	RRU 运动链	PRRU 支链	PRPU 支链	RRRU 支链	RRPU 支链
结构简图						
支链构型	RRR 运动链	RPR 运动链	PRRR 支链	PRPR 支链	RRRR 支链	RRPR 支链
结构简图						

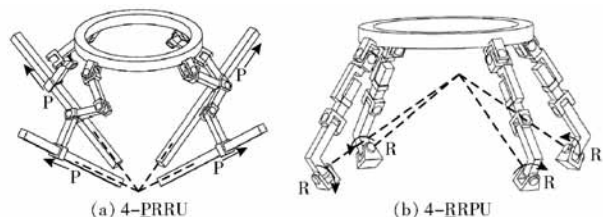


图 3 典型各向同性冗余驱动三自由度移动并联机构构型(1)

Fig. 3 Typical isotropic redundantly actuated 3-DOF translational parallel mechanisms(1)

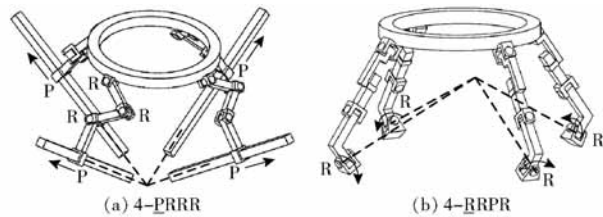


图 4 典型各向同性冗余驱动三自由度移动并联机构构型(2)

Fig. 4 Typical isotropic redundantly actuated 3-DOF translational parallel mechanisms(2)

(2) 当每个分支施加给动平台的约束力螺旋为 2 个约束力偶时,能提供 2 个约束力偶和 1 个线矢力的典型运动链为 RPR 和 RRR 支链,其中 RPR 支链 2 个 R 副轴线平行且与 P 副轴线垂直,RRR 支链 3 个 R 轴线均平行。同理,对应于 RPR 和 RRR 支链,构造运动螺旋与该支链提供的两个约束力偶互易而与 1 个线矢力不互易的驱动副,该驱动副可以是轴线与 R 副轴线平行的 P 副,也可能是轴线与 R 副轴线垂直的 R 副,由此可得同时满足分支约束力偶和驱动线矢力要求的分支运动链,分别为 PRPR、PRRR、RRPR、RRRR 支链。这些支链在运动过程中,驱动线矢力方向也不会发生改变。根据图 2 线矢力的分布,配置相同的 4 条支链可以得到另一类各向同性冗余驱动三自由度移动并联机构,如 4-PRRR、4-RRPR 机构,如图 4a、4b 所示。

(3) 当每个分支施加给动平台的约束力螺旋为 3 个约束力偶时,能提供 3 个约束力偶和 1 个线矢

力的典型运动链为 PP 支链,该支链 2 个 P 副轴线垂直。对应于 PP 支链,运动螺旋与该支链提供的 3 个约束力偶互易而与 1 个线矢力不互易的驱动副可以是轴线与 2 个 P 副轴线均垂直的另 1 个 P 副,由此可得要求的分支运动链,为 PPP 链。该支链在运动过程中,驱动线矢力的方向显然不会发生改变。根据图 2 线矢力的分布,配置 4 条 PPP 支链可得 4-PPP 各向同性冗余驱动三自由度移动并联机构。

3 冗余驱动三自由度移动并联机构承载能力分析

以一种上述综合得到的机构为例,选择 4-PRRR 机构,对各向同性冗余驱动三自由度移动并联机构进行位置与承载能力分析。

4-PRRR 机构的结构简图如图 5 所示,该机构 4 个驱动 P 副轴线均匀分布在锥顶角 2θ 为 $2 \times 54.736^\circ = 109.472^\circ$ 的锥面上,与动平台连接的 4 个

铰链点 b_1, b_2, b_3 和 b_4 , 均匀分布在原点为 O 、半径为 r 的圆周上。在锥顶建立参考坐标系 $VXYZ$, X 轴和 Y 轴分布在相邻两条支链中间, 则各支链驱动 P 副轴线在该坐标下可表示为

$$[r_1 \ r_2 \ r_3 \ r_4] = \begin{bmatrix} \sin\theta\cos(\pi/4) & \sin\theta\cos(3\pi/4) & \sin\theta\cos(5\pi/4) & \sin\theta\cos(7\pi/4) \\ \sin\theta\sin(\pi/4) & \sin\theta\sin(3\pi/4) & \sin\theta\sin(5\pi/4) & \sin\theta\sin(7\pi/4) \\ \cos\theta & \cos\theta & \cos\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \quad (6)$$

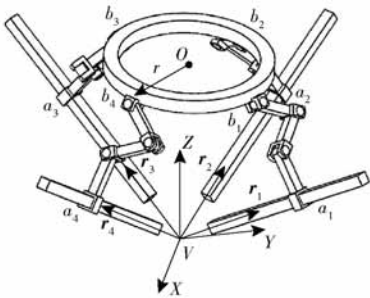


图5 4-PRRR 机构的结构简图

Fig.5 Structural diagram of 4-PRRR PM

设动平台中心 O 在参考坐标系 $VXYZ$ 坐标为 $(x, y, z)^T$, 各支与动平台连接点 $b_i (i = 1, 2, 3, 4)$ 在参考坐标系 $VXYZ$ 下坐标分别为

$$\begin{cases} {}^0b_1 = (x + \sqrt{2}r/2, y + \sqrt{2}r/2, z)^T \\ {}^0b_2 = (x - \sqrt{2}r/2, y + \sqrt{2}r/2, z)^T \\ {}^0b_3 = (x - \sqrt{2}r/2, y - \sqrt{2}r/2, z)^T \\ {}^0b_4 = (x + \sqrt{2}r/2, y - \sqrt{2}r/2, z)^T \end{cases} \quad (7)$$

设各支链与定平台的连接点为 a_i , 由于支链自身的结构约束, 可知 a_i 与 b_i 坐标在各自支链移动副轴线 r_i 上的投影相等, 则可得到 a_i 坐标在 r_i 上的投影值为

$$\begin{cases} a_{1,r1} = \sqrt{3}(x + y + z)/3 + \sqrt{6}r/3 \\ a_{2,r2} = \sqrt{3}(-x + y + z)/3 + \sqrt{6}r/3 \\ a_{3,r3} = \sqrt{3}(-x - y + z)/3 + \sqrt{6}r/3 \\ a_{4,r4} = \sqrt{3}(x - y + z)/3 + \sqrt{6}r/3 \end{cases} \quad (8)$$

令各支链驱动 P 副的输入为 q_i , 则可得

$$\begin{cases} q_1 = a_{1,r1} - a_0 = \sqrt{3}(x + y + z)/3 + \sqrt{6}r/3 - a_0 \\ q_2 = a_{2,r2} - a_0 = \sqrt{3}(-x + y + z)/3 + \sqrt{6}r/3 - a_0 \\ q_3 = a_{3,r3} - a_0 = \sqrt{3}(-x - y + z)/3 + \sqrt{6}r/3 - a_0 \\ q_4 = a_{4,r4} - a_0 = \sqrt{3}(x - y + z)/3 + \sqrt{6}r/3 - a_0 \end{cases} \quad (9)$$

式中 a_0 ——初始位置各支链连接定平台的铰链点沿 P 副轴线的位移

对式(9)两边求时间的导数, 可得输入速度与

动平台速度之间的关系为

$$[\dot{q}_1 \ \dot{q}_2 \ \dot{q}_3 \ \dot{q}_4]^T = J \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{3}/3 & \sqrt{3}/3 & \sqrt{3}/3 \\ -\sqrt{3}/3 & \sqrt{3}/3 & \sqrt{3}/3 \\ -\sqrt{3}/3 & -\sqrt{3}/3 & \sqrt{3}/3 \\ \sqrt{3}/3 & -\sqrt{3}/3 & \sqrt{3}/3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} \quad (10)$$

式中 J ——将动平台速度映射到输入速度的速度雅可比矩阵

由虚功原理^[27] 可得外力与各支链驱动力之间的关系为

$$F = J^T [\tau_1 \ \tau_2 \ \tau_3 \ \tau_4]^T \quad (11)$$

式中 F ——外力

τ_i ——支链 i 提供的驱动力

通过计算可得, 矩阵 J^T 的条件数总是等于 1, 这表明 4-PRRR PM 总是处于各向同性的配置中。在此基础上, 计算 3 个主方向的承载能力, 验证承载能力的各向同性。

假设各驱动副的承载能力极限值均为 τ_{max} , 则可求得该机构在 X, Y 和 Z 主方向的承载能力极限值均为 $2.3094\tau_{max}$ ^[28], 而且 J^T 是一个常数阵, 表明该机构在运动过程中始终是满足承载能力各向同性的。由此表明, 在构型综合时考虑了驱动线矢力的各向同性, 综合得到的机构也是满足承载能力各向同性的。因此, 也一定程度上验证了关于线矢力各向同性的分析以及对冗余驱动三自由度移动并联机构的综合理论是正确的。

4 线矢力各向同性在其他并联机构构型综合的应用分析

由于三自由度纯移动并联机构动平台不发生姿态的改变, 所以各驱动线矢力能够保持方向不变且交于一点。然而, 对于非纯移动并联机构, 如 3-UPS-S 三自由度转动并联机构, 3 条驱动线矢力方向随着动平台姿态的改变而改变, 所以只能综合出瞬时驱动线矢力各向同性的并联机构; 对于 6-UPS 六自由度并联机构也是同样道理, 只能综合得到瞬时驱动线矢力各向同性的机构。当然, 也可以综合出瞬时各项同性的 n -UPS-S ($n > 3$) 和 m -UPS ($m > 3$) 瞬时各项同性的冗余驱动并联机构。具体综合过程这里不再详述。

5 结论

(1) 对线矢力各向同性的条件进行了深入分析, 得出当线矢力均匀分布在锥顶角为 109.472° 的

锥面上时,恒满足各向同性条件。

(2)先考虑4条支链驱动副产生的驱动线矢力的布置,即使其满足各向同性,得到了数种典型的各向同性冗余驱动三自由度移动并联机构,这些并联机构的力雅可比矩阵为常数阵,机构运动过程中在

各个主方向的承载能力一致。

(3)提出的构型综合方法先考虑了驱动副的布置,不但可使机构满足给定的任务要求,而且不必再选择机构的输入运动副,更不涉及输入运动副选择合理性的判断,为并联机构构型综合提供了一种新的尝试。

参 考 文 献

- [1] BALL R S, ROBERT S. A treatise on the theory of screws [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1998: 510 - 539.
- [2] HUANG Z, LIU J F, ZENG D X. A general methodology for mobility analysis of mechanisms based on constraint screw theory [J]. Science in China Series E: Technological Sciences, 2009, 52(5): 1337 - 1347.
- [3] ZHAO J S, ZHOU K, FENG Z J. A theory of degrees of freedom for mechanisms [J]. Mechanism and Machine Theory, 2004, 39(6): 621 - 643.
- [4] FANG Y F, TSAI L W. Structure synthesis of a class of 4-DOF and 5-DOF parallel manipulators with identical limb structures [J]. International Journal of Robotics Research, 2002, 21(9): 799 - 810.
- [5] KONG X W, GOSSELIN C M. Type synthesis of 4-DOF SP-equivalent parallel manipulators; a virtual chain approach [J]. Mechanism and Machine Theory, 2006, 41(11): 1306 - 1319.
- [6] GLAZUNOV V. Design of decoupled parallel manipulators by means of the theory of screws [J]. Mechanism and Machine Theory, 2010, 45(2): 239 - 250.
- [7] HUANG Z, CHEN L H, LI Y W. The singularity principle and property of Stewart parallel manipulator [J]. Journal of Robotic Systems, 2003, 20(4): 163 - 176.
- [8] MONSARRAT B, GOSSELIN C M. Singularity analysis of a three-leg six-degree-of-freedom parallel platform mechanism based on Grassmann line geometry [J]. The International Journal of Robotics Research, 2001, 20(4): 312 - 328.
- [9] WOLF A, SHOHAM M. Investigation of parallel manipulators using linear complex approximation [J]. Journal of Mechanical Design, 2003, 125(3): 564 - 572.
- [10] TSAK Y I, HUANG K D. The design of isotropic 6-DOF parallel manipulators using isotropy generators [J]. Mechanism and Machine Theory, 2003, 38(11): 1199 - 1214.
- [11] KIM H S. Design optimization of a Cartesian parallel manipulator [J]. Journal of Mechanical Design, 2003, 125(1): 865 - 872.
- [12] SALISBURY J K, CRAIG J J. Articulated hands; force control and kinematic issues [J]. International Journal of Robotics Research, 1982, 1(1): 4 - 17.
- [13] ZANGANEH K E, ANGELES J. Kinematic isotropy and the optimum design of parallel manipulators [J]. International Journal of Robotics Research, 1997, 16(2): 185 - 197.
- [14] BANDYOPADHYAY S, GHOSAL A. An algebraic formulation of kinematic isotropy and design [J]. Mechanism and Machine Theory, 2008, 43: 591 - 616.
- [15] YAO J T, HOU Y L, WANG H, et al. Spatially isotropic configuration of Stewart platform-based force sensor [J]. Mechanism and Machine Theory, 2011, 46(2): 142 - 155.
- [16] TSAI L W, JOSHI S. Kinematics and optimization of a spatial 3-UPU parallel manipulator [J]. ASME Journal of Mechanical Design, 2000, 122(4): 439 - 446.
- [17] CARRICATO M, PARENTI-CASTELLI V. Singularity-free fully-isotropic translational parallel mechanisms [J]. International Journal of Robotics Research, 2002, 21(2): 161 - 174.
- [18] YU J J, DAI J S, BI S S, et al. Numeration and type synthesis of 3-DOF orthogonal translational parallel manipulators [J]. Progress in Natural Science, 2008, 18(5): 563 - 574.
- [19] ZHAO Y J, GAO F. Dynamic performance comparison of the 8PSS redundant parallel manipulator and its non-redundant counterpart—the 6PSS parallel manipulator [J]. Mechanism and Machine Theory, 2009, 44(5): 991 - 1008.
- [20] NOKLEBY S B, FISHER R, PODHORODESKI R P, et al. Force capabilities of redundantly-actuated parallel manipulators [J]. Mechanism and Machine Theory, 2005, 40(5): 578 - 599.
- [21] 刘晓飞, 姚建涛, 赵永生. 基于模型的冗余驱动并联机构神经网络同步协调控制 [J/OL]. 农业机械学报, 2018, 49(2): 367 - 375. http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?file_no=20180248&flag=1. DOI:10.6041/j.issn.1000-1298.2018.02.048.
- [21] LIU Xiaofei, YAO Jiantao, ZHAO Yongsheng. Model-based synchronous control of redundantly actuated parallel manipulator with neural network [J/OL]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2018, 49(2): 367 - 375. (in Chinese)
- [22] TOKIDA K. Estimating reliability for redundant agricultural machinery systems [J]. Ama Agricultural Mechanization in Asia Africa & Latin America, 2010, 41(1): 72 - 76.
- [23] 孟庆宽, 张漫, 杨耿煌, 等. 自然光照下基于粒子群算法的农业机械导航路径识别 [J/OL]. 农业机械学报, 2016, 47(6): 11 - 20. http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?file_no=20160602&flag=1. DOI:10.6041/j.issn.1000-1298.2016.06.002.
- [23] MENG Qingkuan, ZHANG Man, YANG Genghuang, et al. Guidance line recognition of agricultural machinery based on particle swarm optimization under natural illumination [J/OL]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2016, 47(6): 11 - 20. (in Chinese)
- [24] HUANG Z, LI Q C. Type synthesis of symmetrical lower-mobility parallel mechanisms using the constraint-synthesis method [J]. International Journal of Robotics Research, 2003, 22(1): 59 - 79.
- [25] 赵铁石, 黄真. 欠秩并联机器人输入选取的理论和应用 [J]. 机械工程学报, 2000, 36(10): 81 - 85.
- [25] ZHAO Tieshi, HUANG Zhen. Theory and application of selecting actuating components of spatial parallel mechanisms [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2000, 36(10): 81 - 85. (in Chinese)
- [26] 杨廷力. 平面复链的结构特征及其运动分析和力分析的状态变量法 [J]. 西安理工大学学报, 1987, 3(2): 4 - 19.
- [26] YANG Tingli. Structural character of planar mechanisms and the state variables method of kinematic and kinetostatic analysis [J]. Journal of Xi'an University of Technology, 1987, 3(2): 4 - 19. (in Chinese)
- [27] BARUH H. Analytical dynamics [M]. Boston: WCB/McGraw-Hill, 1999.
- [28] FIRMANI F, ZIBIL A, NOKLEBY S B, et al. Wrench capabilities of planar parallel manipulators. Part I: wrench polytopes and performance indices [J]. Robotica, 2008, 26(6): 791 - 802.