doi:10.6041/j.issn.1000-1298.2019.01.020

基于 VMD – MSE 的玉米铜污染信息提取与预测模型

杨可明李燕程凤高鹏张超

(中国矿业大学(北京)煤炭资源与安全开采国家重点实验室,北京100083)

摘要: 重金属污染会引起作物光谱畸变,本文通过挖掘光谱信息中微弱的畸变信息诊断玉米受污染程度。将变分模态分解(VMD)运用到高光谱弱信息探测中,并结合多尺度熵(MSE)构建 VMD - MSE 光谱弱信息探测模型,同时利用模型值 VM 进行 Cu²⁺含量回归分析与建模。结果表明:对原始光谱数据进行 3 次 VMD 分解后,可有效提取光 谱奇异特征;计算 VMD 结果的 MSE 值,可获取 5 个尺度的模型值。各尺度模型值 VM 与玉米叶片中 Cu²⁺含量呈 现显著负相关,其中第一尺度模型值(VM₁)与叶片中 Cu²⁺ 相关性最好。对各尺度 VM 构建的 Cu²⁺ 含量预测模型 应用结果进行比较,证明 VM₁线性回归模型预测效果最优。表明 VMD - MSE 模型可为作物污染信息提取、污染诊断及 Cu²⁺含量预测提供思路与方法。

关键词:重金属铜污染;玉米;光谱;变分模态分解;多尺度熵;弱信息探测 中图分类号:TP7 文献标识码:A 文章编号:1000-1298(2019)01-0189-06

Model on Extracting and Predicting Pollution Information of Heavy Metal Copper in Corn Leaves Based on VMD – MSE

YANG Keming LI Yan CHENG Feng GAO Peng ZHANG Chao

(State Key Laboratory of Coal Resources and Safe Mining, China University of Mining and Technology (Beijing), Beijing 100083, China)

Abstract: Spectral reflectance of crop will be changed slightly when crop is stressed by heavy metal. The changes of crop spectral reflectance have considerable significance for crop contamination diagnosis. However, vegetation photosynthetic components are complex, which means that there may be no visible symptoms in leaf spectral reflectance when the crop is stressed by heavy metal. And therefore the object was to develop a weak information extraction method to excavate the vegetative stress signals through minimizing the effects of background materials, such as those caused by non-photosynthetic components. A VMD – MSE model was built to excavate and measure the weak information in corn leaves spectrum by introducing the variational mode decomposition (VMD) into hyperspectral weak information detection and combining with multiscale entropy (MSE). The model value could be obtained after treating corn leaves spectrum by VMD - MSE model. In addition, linear regression models between model values of corn leaves spectrum under different stress concentrations and Cu²⁺ contents in corn leaves were established. The results showed that the spectrum singular features of the original spectrum of corn leaves can be extracted effectively after three times decomposition of variational mode decomposition. Model values of five scales were obtained by calculating the multiscale entropy of the result of three-time variational mode decomposition. And VM, the model value at five scales, had a significant negative correlation with Cu²⁺ contents in corn leaves, and the most significant correlation was between the first-scale model value (VM_1) and Cu^{2+} contents in leaves. The linear regression model established based on VM_1 and Cu^{2+} contents in corn leaves was proved to be optimal by comparing the application results of five Cu²⁺ contents prediction models. Therefore, the VMD - MSE model can provide a new method for pollution information extraction, crop contamination diagnosis and Cu²⁺ contents prediction.

Key words: heavy metal copper pollution; corn; spectrum; variational mode decomposition; multiscale entropy; weak information detection

收稿日期:2018-07-10 修回日期:2018-08-25

基金项目:煤炭资源与安全开采国家重点实验室开放基金项目(SKLCRSM17KFA09)、国家自然科学基金项目(41271436)和中央高校基本 科研业务费专项资金项目(2009QD02)

作者简介:杨可明(1969—),男,教授,博士生导师,主要从事高光谱遥感、矿山地理与形变信息研究, E-mail: ykm69@163. com

0 引言

近年来,矿山开采、污水排放、矿物肥料使用 等造成的土壤重金属污染问题日益严重,给人类 生产生活带来严重影响^[1]。铜(Cu)是土壤重金 属污染的主要元素之一,Cu在土壤中的累积对 植被生长发育产生严重影响^[2-3]。同时,通过食 物链进入人体,将破坏人体神经系统和免疫系 统^[4]。因此,植被重金属污染的实时、有效监测 显得尤为重要。研究表明,受重金属污染的植被 光谱曲线会发生畸变^[5-7],因此很多学者利用高 光谱遥感技术获取重金属胁迫下的植被光谱信 息,旨在通过监测植被光谱特征变化来诊断重金 属污染程度。

电磁波在传播过程中不可避免受到大气等影响 而产生噪声,噪声对光谱数据中污染信息的解读造 成极大干扰^[8],寻找一种有效提取作物污染弱信息 的方法成为高光谱遥感重金属污染监测领域的研究 热点。近年来越来越多的特征提取方法被引入到高 光谱遥感领域,主要有小波变换^[9-10] (Wavelet transform, WT)、分形特征提取法^[11-12](Fractal dimension, FD)、经验模态分解^[13] (Empirical mode decomposition, EMD)等。上述方法在一定程度上均 可较好地提取出光谱变异信息,但仍存有一定局限 性。WT 难以选择合适的小波基函数,FD 受到信号 长度的影响,EMD 分解过程中存在模态混叠现象。 变分模态分解(Variational mode decomposition. VMD)是近年来提出的一种新的自适应性信号分解 方法,该方法解决了 EMD 方法的问题,并具有很好 的噪声鲁棒性[14],目前被广泛应用于信号分析及故 障特征提取等方面[15-16],而在高光谱遥感领域鲜见 报道。

本文引入 VMD 理论,并结合多尺度熵 (Multiscale entropy,MSE)构建一种基于变分模态分 解的 MSE 光谱弱信息提取及定量描述模型(VMD – MSE)。利用 VMD 对受 Cu²⁺污染的玉米光谱数据 进行分解获得模态分量,以 MSE 方法对其进行定量 描述获得 VMD – MSE 模型值(VM),探讨 VM 值与 玉米叶片中 Cu²⁺含量的相关关系,并基于 VM 值构 建玉米叶片中 Cu²⁺含量预测模型,以实现玉米重金 属污染程度的诊断,为农作物重金属污染监测研究 提供参考。

1 理论与方法

1.1 变分模态分解(VMD)

VMD 分解过程实质为变分问题的求解过程,主

要分为变分约束问题的建立和求解两部分,最终将 信号分解为数个有限带宽的固有模态分量^[17-18]。 该过程包含自适应滤波组,表现了较好的噪声鲁棒 性。

(1) 变分约束问题的建立

假设每个"模态"是具有中心频率的有限带宽, 变分问题描述为寻求 K 个模态函数 u_k(t)(k = 1,2, …,K),使得每个模态的估计带宽之和最小,约束条 件为各模态之和等于输入信号 f。具体步骤如下: ①每个模态通过 Hilbert 变换计算与之相关的解析 信号。②对于每个模态,通过加入指数项调整各自 估计的中心频率,把模态的频谱变换到基带上。 ③通过对解调信号进行 H1 高斯平滑对带宽进行估 计。④得到一个变分约束问题

$$\begin{cases} \min_{|u_k|, |\omega_k|} \left\{ \sum_{k=1}^{K} \| \partial_t \left[\left(\delta(t) + \frac{j}{\pi t} \right) u_k \right] e^{-j\omega_k t} \|_2^2 \right\} \\ \text{s. t. } \sum_{k=1}^{K} u_k = f \end{cases}$$
(1)

其中

 $(u_1, u_2, \cdots, u_K) = \boldsymbol{u}$ $(\boldsymbol{\omega}_1, \boldsymbol{\omega}_2, \cdots, \boldsymbol{\omega}_K) = \boldsymbol{\omega}$

式中 δ(t) — 单位脉冲函数 **u** 分解得到的 K 个模态分量 **ω** 各模态分量的中心频率 f - 输入的原始信号

最后求解该问题。

(2) 变分约束问题的求解

①引入二次惩罚因子 α 和拉格朗日算子 λ(t), 将约束性变分问题变为非约束性变分问题,构成扩展的拉格朗日表达式为

$$L(\left\{u_{k}\right\},\left\{\omega_{k}\right\},\lambda) = \alpha \sum_{k} \left\|\partial_{t}\left[\left(\delta(t)+\frac{j}{\pi t}\right)u_{k}(t)\right]e^{-j\omega_{k}t}\right\|_{2}^{2} + \left\|f(t)-\sum_{k}u_{k}(t)\right\|_{2}^{2} + \left\langle\lambda(t),f(t)-\sum_{k}u_{k}(t)\right\rangle$$

$$(2)$$

式中 α——二次惩罚因子,在高斯噪声存在的情况下可以保证信号的重构准确度

λ(*t*)——拉格朗日算子,用来保持约束条件 的严格性

②利用 ADMM 算法迭代搜索求取上述扩展的 拉格朗日函数的鞍点,即式(1)约束变分模型的最 优解,其中解得模态分量 u_i及中心频率 ω_i分别为

$$\hat{u}_{k}^{n+1}(\boldsymbol{\omega}) = \frac{\hat{f}(\boldsymbol{\omega}) - \sum_{i \neq k} \hat{u}_{i}(\boldsymbol{\omega}) + \frac{\lambda(\boldsymbol{\omega})}{2}}{1 + 2\alpha (\boldsymbol{\omega} - \boldsymbol{\omega}_{k})^{2}} \quad (3)$$

$$\boldsymbol{\omega}_{k}^{n+1} = \frac{\int_{0}^{\infty} \boldsymbol{\omega} \mid \hat{u}_{k}(\boldsymbol{\omega}) \mid^{2} \mathrm{d}\boldsymbol{\omega}}{\int_{0}^{\infty} \mid \hat{u}_{k}(\boldsymbol{\omega}) \mid^{2} \mathrm{d}\boldsymbol{\omega}}$$
(4)

VMD 具体实现过程为:①初始化 { \hat{u}_{l}^{1} }、{ $\hat{\omega}_{l}^{1}$ }、 $\hat{\lambda}$ 、n,令其初始值均为 0,将分解模态数 K 设置为某 个合适的正整数。②根据式(3)和式(4)分别更新 u_{k} 和 ω_{k} 。③更新 $\hat{\lambda}_{o}$ 、 $\hat{\lambda}^{n+1}(\boldsymbol{\omega}) \leftarrow \hat{\lambda}^{n}(\boldsymbol{\omega}) + \tau \left[\hat{f}(\boldsymbol{\omega}) - \sum_{l} \hat{u}_{j}^{n+1}(\boldsymbol{\omega}) \right]$ 。④若满足停止条件 || $\hat{u}_{l}^{n+1} - \hat{u}_{l}^{n} ||_{2}^{2}/$ || $\hat{u}_{l}^{n} ||_{2}^{2} < \varepsilon$,则停止迭代,输出结果;否则返回步 骤②。

1.2 多尺度熵(MSE)

MSE 是基于样本熵(Sample entropy, SpEn)的 一种时间序列复杂性的度量方法,用于从不同尺度 度量时间序列的复杂程度^[19]。假设原始数据为 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_N\}, 则$ MSE 的具体计算步骤如下^[20]:

(1)给定嵌入维数 m、相似容限 r 及尺度因子 τ =
 1,2,…,τ_{max},建立新的粗粒序列

$$y_j(\tau) = \frac{1}{\tau} \sum_{i=(j-1)\tau+1}^{j\tau} x_i \quad \left(1 \leq j \leq \frac{N}{\tau}\right) \quad (5)$$

对于每个 τ ,原序列被分为 N/τ 个长度为 τ 的粗粒 序列。

(2)计算样本熵

①由步骤(1)所得的粗粒化序列组成 m 维向量

$$Y(i) = (y_i(\tau), y_{i+1}(\tau), \cdots, y_{i+m-1}(\tau))$$

(1 \le i \le N - m) (6)

②计算 Y(i)、Y(j)间的距离

$$d(i,j) = \max_{\substack{k=0,1,\cdots,m-1 \\ k \in N-m, j \neq i}} |y_i(\tau) - y_j(\tau)|$$
(7)

③对每个 *i*,统计 *d*(*i*,*j*) < *r* 的数目,计算此数
 目与距离总数 *N* - *m* + 1 的比值,记作 *B_i^m*(*r*),其平
 均值记作 *B^m*(*r*),即

$$B_i^m(r) = \frac{\left[d(i,j) < r\right]}{N-m+1} \tag{8}$$

$$B^{m}(r) = \frac{1}{N-m} \sum_{i=1}^{N-m} B^{m}_{i}(r)$$
(9)

④将维数增至 m+1,重复①~③,得到 B^{m+1}(r)。
⑤此序列的样本熵为

SampnEn(m,r) =
$$\lim_{N \to \infty} \left(-\ln \frac{B^{m+1}(r)}{B^m(r)} \right)$$
 (10)

当 N 取有限值时,式(10)表示为

SampnEn(m,r,N) =
$$-\ln \frac{B^{m+1}(r)}{B^m(r)}$$
 (11)

利用式(6)~(11)计算每个尺度序列的 SampnEn,即可得到 $MSE(X) = SampnEn(y(\tau), m, r)$ (12) 由以上计算过程可知, MSE 由 τ 、m 和 r 3 个参

数决定。经过多次实验分析,选取 $\tau_{max} = 5, m = 2, r = 0.15\delta$ (其中 δ 为X的标准差)时,光谱奇异信息规律性最显著,能够较好地反映光谱信号中的弱信息特征。

1.3 VMD - MSE 模型

基于不同浓度 Cu²⁺ 胁迫梯度下的玉米叶片光 谱形态仍极为相似的特点,难以利用其进行有效的 污染诊断,提出了一种 VMD - MSE 光谱特征提取及 定量描述模型:将各胁迫梯度下的玉米叶片光谱经 VMD 分解,选取能够表征光谱奇异特征的模态函数 *u_k*,计算其多尺度熵,实现光谱变异特征的定量描 述。算法流程如图1 所示。



Fig. 1 Flow chart of VMD - MSE model

2 实验数据及模型应用

2.1 实验数据获取

(1) 植株培养:选用有底漏的盆钵进行"中糯1
号"玉米种子培育。设置胁迫浓度为0(ck)、100、200、300、400、700、800、900 μg/g的CuSO₄·5H₂O溶液,将其翻土加入到玉米实验盆钵中,每梯度设置3
组平行实验,共24盆。2016年5月6日对玉米种子进行催芽处理,出苗后向盆栽中添加NH₄NO₃、KH₂PO₄和KNO₃营养液。玉米培育期间定期通风与浇水,保持适宜的培育温度与湿度。

(2)光谱数据采集:2016 年 7 月 17 日对玉米叶 片反射光谱进行测量。在 50 W 卤素灯光源照射 下,将光谱范围为 350~2 500 nm 的 SVC HR-1024I 型地物光谱仪探头视场角设置为 4°并垂直于叶片 进行光谱采集,采集的光谱使用平面白板进行标准 化。选取每盆玉米植株的老、中、新 3 种代表性叶片 进行光谱测试,每盆获得 3 组数据。各胁迫梯度光 谱由 3 组平行实验的 9 条光谱数据求均值所得。各 胁迫梯度下的玉米叶片光谱曲线如图 2 所示。

(3) Cu²⁺含量测定:2016年9月16日对采集过 光谱数据的叶片进行冲洗、干燥、粉碎等样品预处 理,再经高纯硝酸和高氯酸消化处理后用WFX-120型原子吸收分光光度计对叶片中Cu²⁺含量进行 测定,每梯度测量3次后取平均值作为该梯度叶片



Cu2+ concentrations

中的 Cu²⁺含量,测量结果如表1 所示。随着胁迫梯 度的增大,叶片中 Cu²⁺含量的总体趋势表现为先增 大后减小,原因可能是随着土壤中 Cu²⁺增加,玉米 对其吸收逐渐增大;而当土壤中 Cu²⁺浓度过高时, 对植被根系产生毒害作用,造成根部受损,对 Cu²⁺ 吸收逐渐降低。本文选取胁迫梯度为 0、100、200、 300、400 μg/g 的 5 组 Cu²⁺含量数据用于建立回归 模型,胁迫梯度为 700、800、900 μg/g 的 3 组数据用 于模型验证。

2.2 VMD-MSE 光谱弱信息探测

以 0、100 μg/g 胁迫浓度下的玉米叶片光谱数 据为例,分析 VMD - MSE 模型的特征提取与描述

表1 不同胁迫浓度下的玉米叶片中 Cu²⁺含量

 Tab. 1
 Cu²⁺ contents in corn leaves stressed by different

copper concentrations	
胁迫梯度	叶片中 Cu ²⁺ 含量
0	9. 768 4
100	29. 610 8
200	31. 286 6
300	75.777 5
400	40. 551 6
700	114. 788 2
800	62. 246 0
900	30. 945 5

过程:

(1) 对叶片光谱进行分解模态数 K 为 2 ~ 7 的 VMD 处理,获得第 K 模态函数 u_k ,如图 3 所示。由 植被反射光谱特性曲线可知,在 960 nm 和 1 900 nm 附近,植被光谱受水分和大气的影响,出现较大干扰 信息。由图 3 可知,光谱信号噪声随着分解次数的 增大而增大。K=3 时,960 nm 和 1900 nm 处噪声较 弱,且全波段奇异信息显著;从 K=4 开始,1 000 nm 和 1 900 nm 处噪声开始出现,且奇异信息逐渐弱 化。因此选择 K=3 既实现模态分离,又有效抑制 噪声,可有效提取玉米铜污染胁迫信息。



Fig. 3 Results of decomposition of VMD

(2)计算由 VMD 分解得到的第 3 模态函数 u_3 的多尺度熵,即为 VMD – MSE 的模型值(记为 VM),不同尺度下的模型值记为 VM_i($i = 1, 2, \dots, \tau_{max}$)。

3 结果与分析

3.1 VMD - MSE 污染监测

对 0、100、200、300、400 μg/g 胁迫浓度下的玉 米叶片光谱应用 VMD - MSE 模型进行污染信息提 取与测度。各胁迫浓度下的玉米叶片光谱的 VM 值 如图 4 所示。不同胁迫浓度下, VM 曲线变化趋势 有所差异,但总体而言,曲线变化趋势相似,即随着 τ 的增大而增大。在所有尺度因子上,VM 值与作物 受污染程度呈负相关关系,即受污染越严重,VM 值 越小。显然,各胁迫浓度下的光谱细节特征通过不 同尺度 VM(即 VM_i)得到体现,能更好地揭示光谱 曲线畸变特征。

不同胁迫浓度下,VM_i与叶片中 Cu²⁺含量的相 关变化如图 5 所示,两者呈现相反的变化趋势。随 着胁迫浓度的增加,叶片中 Cu²⁺含量先增加后减 小,相应地 VM_i表现为先减小后增大的趋势,两者相 关系数绝对值均大于 0.90,其中 VM₁与 Cu²⁺相关性 最强,相关系数为 - 0.968。据此可认为,各尺度 VM 均可在一定程度上诊断玉米受铜胁迫程度,其









Fig.5 Relationships between VM on five scales and Cu^{2+} contents in corn leaves stressed by different Cu^{2+} concentrations 中 VM₁效果最优。

3.2 VM 值与玉米铜含量的回归分析

为了进一步确定 VMD - MSE 模型值与玉米铜 胁迫的定量关系,以不同胁迫浓度下玉米叶片中 Cu^{2+} 含量为因变量 y,以 VM_i为自变量 x 进行回归 分析,VM_i值与铜含量的线性回归方程、决定系数 (R^2) 和均方根误差(RMSE)如表 2 所示。VM₁ ~ VM₅的回归决定系数均大于 0.88,且显著性水平 P < 0.05。整体上,从 VM₁到 VM₄, R^2 逐渐减小, RMSE 逐渐增大,这可能是由于随时间序列复杂度 的增加,样本熵估计准确率下降所致。

为了验证上述模型的可靠性与准确度,选用 700、800、900 μg/g 3 个胁迫浓度下的样本数据对模 型进行检验,图 6 描述了玉米叶片中 Cu²⁺含量实测 值与模型预测值的相关变化。各预测模型的 Cu²⁺ 含量预测值与实测数据具有很好一致性。VM₁和 VM₂回归模型的预测结果较优,相关系数大于 0.70, 其中 VM₁模型预测结果最优,相关系数为 0.992; VM₃ ~ VM₅回归模型预测效果较差,相关系数小于 0.650,可能是由于随着污染程度的增加,光谱信号的奇异信息随机性增加,且随度量尺度的增大,熵估计准确率下降,使 VM₃~VM₅模型稳定性及适用性变差。因此,通过 VMD - MSE 模型值 VM₁可以建立 玉米 Cu 污染程度的预测模型,从而实现监测玉米 Cu 污染状况的目的。

表 2 基于不同尺度 VM 值的玉米叶片中 Cu²⁺含量回归模型

 Tab. 2
 Regression models for VM on different scales

 with Cu²⁺ content in corn leaves

各尺度 VM	预测模型	R^2	RMSE
VM ₁	y = -1038.0x + 251.90	0.936	7.067
VM_2	y = -287.6x + 110.00	0.935	7.127
VM ₃	y = -192.7x + 89.31	0.918	7.976
VM_4	y = -168.5x + 88.12	0.884	9.532
VM ₅	y = -165.0x + 89.50	0.904	8.648



图 6 玉米叶片中 Cu²⁺ 含量实测值与预测值的相关关系 Fig. 6 Relationships between measured and predicted values of Cu²⁺ contents in corn leaves

4 结论

(1)将 VMD 运用到高光谱信息提取中,从相似 光谱信号中挖掘有利于诊断重金属 Cu 污染的畸变 信息。结果表明,对原始光谱数据进行 3 次 VMD 分 解后,可有效抑制噪声,实现模态分离,从而提取出 隐藏在光谱噪声中的污染弱信息。

(2)将 MSE 方法应用于 VMD 分解结果,揭示 了污染信息不同尺度的内在差异。

(3)基于 VMD 和 MSE 构建的 VMD – MSE 模型 可有效诊断作物铜污染程度,模型值 VM 与玉米叶 片中 Cu²⁺含量呈现显著负相关,两者回归精度达到 0.88 以上,其中 VM₁模型预测效果最优。本研究构 建的预测模型能在一定程度上预测玉米受污染程 度,但具有一定局限性,即预测精度随污染程度增大 而降低,这种情况可通过增加样本数量对模型进行 优化而得到改善。 46(10): 223 – 228. http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx? flag = 1&file_no = 20151029&journal_id = jcsam. DOI:10.6041/j.issn.1000-1298.2015.10.029.

LI Ronghua, FENG Jing, LI Xiaolong, et al. Heavy metal polluted soil environment assessment and engineering remediation practice in closed smelter in Shanxi province [J/OL]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2015, 46(10): 223 - 228. (in Chinese)

[2] 潘攀,杨俊诚,邓仕槐,等. 土壤-植物体系中农药和重金属污染研究现状及展望[J]. 农业环境科学学报,2011, 30(12):2389-2398.

PAN Pan, YANG Juncheng, DENG Shihuai, et al. Proceedings and prospects of pesticides and heavy metals contamination in soil-plant system[J]. Journal of Agro-Environment Science, 2011, 30(12): 2389 - 2398. (in Chinese)

- [3] SRIVASTAVA V, SARKAR A, SINGH S, et al. Agroecological responses of heavy metal pollution with special emphasis on soil health and plant performances[J]. Frontiers in Environmental Science, 2017, 5: 64.
- [4] RAJKUMAR M, VARA PRASAD M N, FREITAS H, et al. Biotechnological applications of serpentine soil bacteria for phytoremediation of trace metals [J]. Critical Reviews in Biotechnology, 2009, 29(2): 120-130.
- [5] 朱叶青, 屈永华, 刘素红, 等. 重金属铜污染植被光谱响应特征研究[J]. 遥感学报, 2014, 18(2): 335-352. ZHU Varing OU Varghua LUI Subarg et al. Seastral response of wheat and letting to compare pollution [1] Leur
- ZHU Yeqing, QU Yonghua, LIU Suhong, et al. Spectral response of wheat and lettuce to copper pollution [J]. Journal of Remote Sensing, 2014, 18(2): 335-352. (in Chinese)
- [6] SRIDHAR M B B, HAN F X, DIEHL S V, et al. Monitoring the effects of arsenic and chromium accumulation in Chinese brake ferm (*Pteris vittata*) [J]. International Journal of Remote Sensing, 2007, 28(5): 1055 – 1067.
- [7] 王明常,应申,任福,等.基于稳健估计的白桦叶片铜元素含量反演[J].武汉大学学报(信息科学版),2017,42(5): 637-642.

WANG Mingchang, YING Shen, REN Fu, et al. Inversion model for the copper element in birch leaves based on robust estimation [J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2017, 42(5): 637-642. (in Chinese)

 [8] 杨可明,汪国平,付萍杰,等. HHT 时频分析土壤光谱的重金属铜离子污染信息提取模型[J]. 光谱学与光谱分析, 2018, 38(2): 564 - 569.
 YANG Keming, WANG Guoping, FU Pingjie, et al. A model on extracting the pollution information of heavy metal copper ion based on the soil spectra analyzed by HHT in time-frequency[J]. Spectroscopy and Spectral Analysis, 2018, 38(2): 564 -569. (in Chinese)

[9] 何汝艳, 乔小军, 蒋金豹, 等. 小波法反演条锈病胁迫下冬小麦冠层叶片全氮含量[J]. 农业工程学报, 2015, 31(2): 141-146.

HE Ruyan, QIAO Xiaojun, JIANG Jinbao, et al. Retrieving canopy leaf total nitrogen content of winter wheat by continuous wavelet transform [J]. Transactions of the CSAE, 2015, 31(2): 141-146. (in Chinese)

- [10] WANG J, WANG T, SHI T, et al. A wavelet-based area parameter for indirectly estimating copper concentration in carex leaves from canopy reflectance[J]. Remote Sensing, 2015, 7(11): 15340-15360.
- [11] 杜华强,金伟,葛宏立,等. 用高光谱曲线分形维数分析植被健康状况[J]. 光谱学与光谱分析, 2009, 29(8): 2136-2140.
 DU Huaqiang, JIN Wei, GE Hongli, et al. Using fractal dimensions of hyperspectral curves to analyze the healthy status of vegetation[J]. Spectroscopy and Spectral Analysis, 2009, 29(8): 2136-2140. (in Chinese)
- [12] 黄芝.水稻重金属污染胁迫遥感监测特征尺度研究[D].北京:中国地质大学(北京), 2017.
 HUANG Zhi. Deriving the characteristic scale for heavy metal stress monitoring in rice based on the remote sensing data[D].
 Beijing: China University of Geosciences (Beijing), 2017. (in Chinese)
- [13] 程龙,杨可明,王晓峰,等.作物重金属铜污染的 HHT 边际谱特征与污染预测模型[J].中国环境科学,2018, 38(1):340-347.

CHENG Long, YANG Keming, WANG Xiaofeng, et al. Characteristic changes of HHT marginal spectra and pollution predicting models on crop polluted by the heavy metal copper[J]. China Environmental Science, 2018, 38(1); 340-347. (in Chinese)

- [14] DRAGOMIRETSKIY K, ZOSSO D. Variational mode decomposition [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2014, 62(3): 531-544.
- [15] 贾亚飞,朱永利,王刘旺,等. 基于 VMD 和多尺度熵的变压器内绝缘局部放电信号特征提取及分类[J]. 电工技术学报,2016,31(19):208-217.
 JIA Yafei, ZHU Yongli, WANG Liuwang, et al. Feature extraction and classification on partial discharge signals of power transformers based on VMD and multiscale entropy[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2016,31(19):208-217. (in Chinese)
- [16] 王建国,陈帅,张超. 基于 VMD 与多特征融合的齿轮故障诊断方法[J]. 机械传动, 2017, 41(3): 160 165.
 WANG Jianguo, CHEN Shuai, ZHANG Chao. Fault diagnosis method of gear based on VMD and multi-feature fusion[J].
 Journal of Mechanical Transmission, 2017, 41(3): 160 165. (in Chinese)
- [17] 刘长良,武英杰,甄成刚. 基于变分模态分解和模糊 C 均值聚类的滚动轴承故障诊断[J]. 中国电机工程学报, 2015, 35(13): 3358-3365.
 LIU Changliang, WU Yingjie, ZHEN Chenggang. Rolling bearing fault diagnosis based on variational mode decomposition and fuzzy C means clustering[J]. Proceedings of the CSEE, 2015, 35(13): 3358-3365. (in Chinese)
- [18] 钱林,康敏,傅秀清,等. 基于 VMD 的自适应形态学在轴承故障诊断中的应用[J]. 振动与冲击, 2017, 36(3): 227-233.
- QIAN Lin, KANG Min, FU Xiuqing, et al. Application of adaptive morphology in bearing fault diagnosis based on VMD[J]. Journal of Vibration and Shock, 2017, 36(3): 227 - 233. (in Chinese)
- [19] 陈慧,张磊,熊国良,等. 滚动轴承的 MSE 和 PNN 故障诊断方法[J]. 噪声与振动控制, 2014, 34(6): 169-173. CHEN Hui, ZHANG Lei, XIONG Guoliang, et al. Fault diagnosis of rolling bearings using MSE and PNN[J]. Noise and Vibration Control, 2014, 34(6): 169-173. (in Chinese)
- [20] 杨松山,周灏,赵海洋,等. 基于 LMD 多尺度熵与 SVM 的往复压缩机轴承故障诊断方法[J]. 机械传动, 2015, 39(2):119-123.

YANG Songshan, ZHOU Hao, ZHAO Haiyang, et al. Fault diagnosis method for the bearing of reciprocating compressor based on LMD multiscale entropy and SVM[J]. Journal of Mechanical Transmission, 2015, 39(2): 119-123. (in Chinese)