doi:10.6041/j.issn.1000-1298.2017.07.003

基于方向 A* 算法的温室机器人实时路径规划

张　文[1,2]　刘　勇[1]　张超凡[1,2]　张　龙[1]　夏营威[1]

(1. 中国科学院合肥物质科学研究院应用技术研究所, 合肥 230031; 2. 中国科学技术大学, 合肥 230026)

摘要: 针对复杂环境下的温室机器人路径规划问题,重点研究了生成路径的平滑设计、碰撞检测和算法实时性,提出一种方向 A* 算法。首先采用"视野线"平滑原则优化路径,消除锯齿效应并避免部分碰撞;其次应用"圆弧—直线—圆弧"转弯策略,避免机器人本体宽度影响;最后基于二叉堆加速算法,提升算法计算效率。仿真实验结果表明,方向 A* 算法满足平滑要求且能有效避免碰撞,加速算法平均提速 4 ~ 7 倍。同时,机器人在真实实验环境下能实现安全自主导航,跟踪误差小于 0.15 m,验证了所提方法的可行性。

关键词: 温室机器人; 路径规划; 方向 A* 算法; 二叉堆

中图分类号: TP242.6　　**文献标识码**: A　　**文章编号**: 1000-1298(2017)07-0022-07

Real-time Path Planning of Greenhouse Robot Based on Directional A* Algorithm

ZHANG Wen[1,2]　LIU Yong[1]　ZHANG Chaofan[1,2]　ZHANG Long[1]　XIA Yingwei[1]

(1. *Institute of Applied Technology*, *Hefei Institutes of Physical Science*, *Chinese Academy of Sciences*, *Hefei* 230031, *China*
2. *University of Science and Technology of China*, *Hefei* 230026, *China*)

Abstract: Because of the existing problems in path planning of greenhouse robot under complex environment, a directional A* algorithm was proposed. This method was focused on the smooth design, collision detection and the algorithm efficiency. Firstly, the "line of sight" solutions were used to smooth the path for getting rid of the zigzag effect and collisions. Secondly, the "arc - line - arc" turning methods were applied to avoid the width of the greenhouse robot in path finding. At last, some basic optimizations based on the binary heap were carried out to speed up the directional A* algorithm. Simulation and comparison results between the improved A* algorithm and traditional one showed that the proposed method was more efficient. It can not only meet the requirements of smooth, but also predict collision after proceeding with turning strategy. At the same time, the accelerating algorithm based on the binary heap made the path finding 4 ~ 7 times faster. Moreover, a path planning and tracking test was carried out in laboratory environment, where a simulation greenhouse was built. The results verified that the tracking precision can keep in a small range and the greenhouse robot can run without collision when the navigation path was given by the proposed algorithm, which proved the effectiveness and feasibility of the directional A* algorithm.

Key words: greenhouse robot; path planning; directional A* algorithm; binary heap

引言

路径规划是温室机器人实现自主导航的核心问题,指在具有障碍物的环境下,按照一定的评价标准,搜索一条从起始状态(位置和姿态)到目标状态的最优或次优的安全无碰撞路径[1-3]。根据环境感知信息的不同程度,目前路径规划方法主要分为两类:一是基于已知环境信息的全局路径规划方法(人工势场法[4]、栅格法[5]、A* 算法);二是基于实时传感器数据的局部路径规划方法(D* 算法[6]、遗

收稿日期: 2016-11-16　修回日期: 2016-12-11

基金项目: "十二五"国家科技支撑计划项目(2015BAI01B00)、安徽省科技重大专项计划项目(15CZZ02019)和安徽省创新型省份建设专项资金项目(15CZJ07008)

作者简介: 张文(1987—),男,博士生,主要从事机器人视觉研究,E-mail: zhangwen@aiofm.ac.cn

通信作者: 夏营威(1985—),男,副研究员,博士,主要从事机器视觉及机器人研究,E-mail: xiayw@aiofm.ac.cn

传算法[7]、蚁群算法[8])。

A* 算法是一种基于启发式函数的全局路径规划方法,适用于二次规划[9]。但传统 A* 算法忽略了动态环境变化和机器人本体信息,易舍弃部分点而生成次优结果,造成拐点多、路径长,不利于运动控制及路径跟踪[10]。BOISSONNAT 等[11]最早采用直线—圆弧平滑算法消除跳变,路径在一定程度上得到平滑。TROCATO 等[12]利用微分改进 A* 算法,大大减少转折次数,然而由于涉及大量数学计算及推导,未能兼顾算法实时性。王殿君[13]基于栅格编码信息,动态获取旋转方向及角度,但未考虑未知障碍物信息和机器人本体宽度。

本文在分析传统 A* 算法的基础上,重点研究生成路径的平滑设计、碰撞检测和算法实时性,提出一种方向 A* 算法,并应用于中国科学院贝贝机器人本体,旨在实现复杂温室环境下的自主导航功能。

1　基于方向 A* 算法的路径规划

本文提出的方向 A* 算法主要涉及 A* 算法的后处理方法,首先对生成路径进行“视野线”平滑,在消除锯齿效应的同时兼顾碰撞问题;其次应用“圆弧—直线—圆弧”转弯策略,避免机器人本体宽度影响;最后基于二叉堆提高数据交互效率,以满足机器人实时计算要求。

1.1　传统 A* 算法分析

传统 A* 算法结合 BFS 算法和 Dijkstra 算法的优点,通过定义估价函数来评估代价而确定最优路径。估价函数为

$$f(n)=g(n)+h(n) \tag{1}$$

式中　n——待扩展的节点

$g(n)$——起始点到当前节点的实际代价值

$h(n)$——当前点到目标点的估计代价值,即启发函数

$f(n)$——从起始点经过节点 n 到达目标点的最优代价解的估计代价[14-15]

A* 算法的基本思想是通过设置合适的启发函数,全面评估各扩展搜索节点的代价值,通过比较各扩展节点的代价值,选取代价最小节点加以扩展,直至到达目标点。针对栅格化环境地图的路径搜索,一般选用曼哈顿距离或欧几里得距离作为启发函数[16]。

1.2　“视野线”平滑准则

由于传统 A* 算法依据 8 邻域搜索节点,必然会产生锯齿效应,造成路径折线长、拐点多(图 1a)。常规平滑算法常在转弯时采取惩罚机制,会减少部分拐点(图 1b),但依然会存在 45°斜坡,欠平滑且导航耗时。

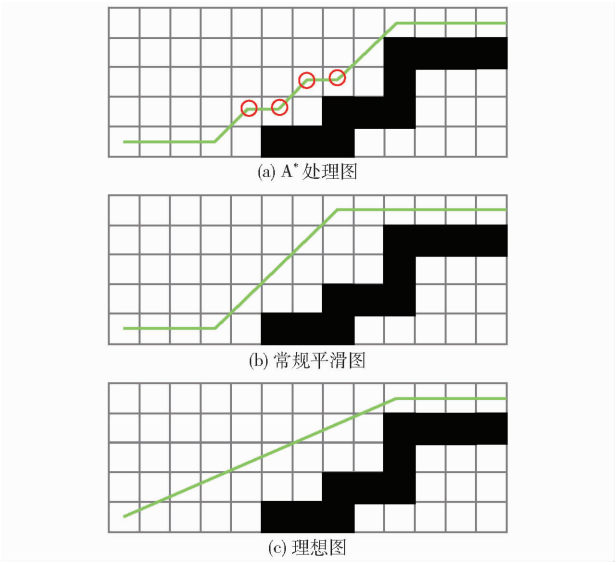


图 1　不同方法下的锯齿效果对比图

Fig. 1　Contrast of zigzag images after different methods

为获取图 1c 中的最优路径,提出一种“视野线”平滑算法:对当前节点,视野范围所能到达的最远节点直接连通并舍弃中间节点,依此继续分析直至扫描路径结束。具体实施步骤如下:

(1)传统 A* 算法处理后,沿生成路径依次分析各节点。

(2)路径起始点为 startpos,startpos - > next 为 currentpos。

(3)如果 currentpos 的子节点存在,则继续,否则跳至步骤(7)。

(4)GoThrough(startpos,currentpos - > next)得返回值,若为真值则继续,否则跳至步骤(6)。

(5)将 currentpos 赋值为 currentpos - > next 并删除 currentpos 之前指向的节点,跳至步骤(3)。

(6)startpos 赋值为 currentpos,currentpos 赋值为 currentpos - > next,跳至步骤(3)。

(7)路径平滑结束。

其中,函数 GoThrough(posA,posB)在 posA 和 posB 之间按照固定间隔(通常 1/5 栅格长度)采样,依次检查各样本点:机器人以当前点为质心,1/2 机器人宽为探索范围,判断其 4 邻域是否碰撞障碍栅格,若没有则返回真值,反之为假。根据“视野线”平滑路径后,图 1a 中多余的红圈拐点予以消除,得到图 1c 所示路径。

1.3　“圆弧—直线—圆弧”转弯策略

1.3.1　增加合理的转弯

“视野线”平滑准则固然能优化路径,但当机器人本体过大或遭遇拐点栅格时,往往无法通过。因此,本文将引入合理的转弯方法,避免突然变向和碰

撞,这种思想最早用于处理游戏地图中的人工智能问题。

首先,应理解转弯半径概念。假如机器人向右后行驶时,一般主动轮会先向右或向左旋转到限制位,行进时将产生一段圆弧,此圆的半径即转弯半径。倘若机器人处于图 2 的某起始点(Origin)并具有方向,需前行至目标点(Destination),最短路径有且仅有 2 种(图 2 绿线部分):按转弯半径右转,直到"视野线"看到目标点,然后继续前进;同理得左转方式。

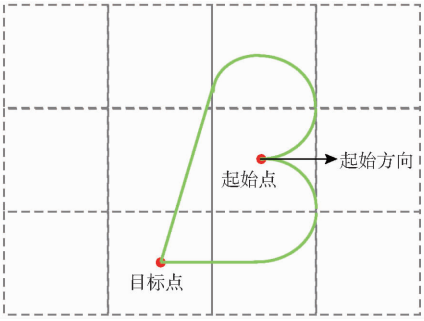


图 2 两种最短路径规划图

Fig. 2 Planning image of two shortest paths

为计算路径长度,将右转路线表示为图 3,并根据几何关系说明。图 3 中,r 为转弯半径,P 为转弯时的圆心。若起始点按图示方向右转,P 的方向和位置为

$$\begin{cases} d_P = d_O - 90 \\ x_P = x_O + r\cos d_P \\ y_P = x_O + r\cos d_P \end{cases} \tag{2}$$

式中 d_P——P 相对于起始点的方向角

d_O——起始点的方向角

x_P、y_P——点 P 的横坐标和纵坐标

x_O、y_O——起始点的横坐标和纵坐标

然后计算点 P 到目标点的距离

$$\begin{cases} d_x = x_D - x_P \\ d_y = y_D - y_P \\ l = \sqrt{d_x^2 + d_y^2} \end{cases} \tag{3}$$

式中 d_x——点 P 和目标点横坐标之间的差值

d_y——点 P 和目标点纵坐标之间的差值

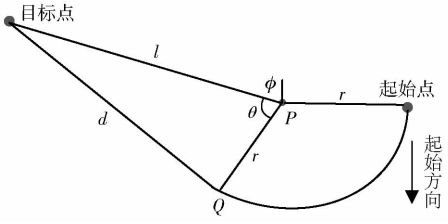


图 3 右转路径长度计算示意图

Fig. 3 Schematic diagram of calculating length of right turn path

x_D、y_D——起始点的横坐标和纵坐标

l——点 P 和目标点的距离

判断 l 与半径 r 的大小,若 l 小于半径 r,则目标点在圆内,永远无法到达。Q 为离开圆弧开始直线距离的点,根据三角关系,可以获取 Q 到目标点的距离及 l 和 r 的夹角

$$\begin{cases} d = \sqrt{l^2 - r^2} \\ \theta = \arccos(r/l) \end{cases} \tag{4}$$

式中 d——Q 到目标点的距离

θ——l 与 r 的夹角

最后,计算点 Q 的方向和位置

$$\begin{cases} \phi = \arctan(d_y/d_x) \\ x_Q = x_P + r\cos(\phi + \theta) \\ y_Q = y_P + r\sin(\phi + \theta) \end{cases} \tag{5}$$

式中 ϕ——点 Q 转动时的方向角

x_Q、y_Q——点 Q 的横坐标和纵坐标

同理,左转路线可依此计算,但有 2 处区别:一是 P 的方向加上 90°,二是计算点 Q 坐标时,用 $\theta - \phi$ 取代 $\theta + \phi$。计算完成后,比较 2 种转弯方式路径长度,短的路径即最终选取路径。

1.3.2 "圆弧—直线—圆弧"策略

应用方向 A* 算法规划最短路径时,仅已知起始点方向、位置和转弯半径显然不足,为防止碰撞及获取下次起始点的方向,还需考虑到达目标点时的方向。因此,扩展上述转弯方法,提出一种"圆弧—直线—圆弧"转弯策略。

增加确定的到达方向后,出现图 4 中 4 种可能的路径方式。可以看出,到达目标点时,也有类似出发点一样的圆弧来保证方向的正确性。此时,各路径方案中都有固定的 3 段:第 1 段圆弧、中间

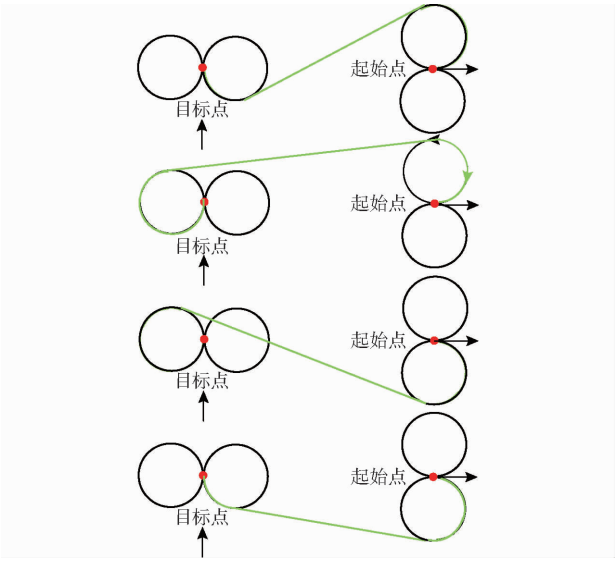


图 4 具有固定方向的 4 种转弯路径

Fig. 4 Four turning paths with a fixed direction

直线段和第 2 段圆弧，故为“圆弧—直线—圆弧”策略。

对于图 4 的情况，采取类似图 3 同样的计算方法能够较易得到起始点和目标点的位置，但关键是如何获取离开第 1 段圆弧和到达第 2 段圆弧时各点的方位和角度。一般，需考虑两种情况。第 1 种是离开起始点和到达目标点转弯时，绕圆心旋转在同一方向，例如图 5 中都是顺时针方向。此时，P_1 到 P_2 的蓝色连线与其正下方的绿线具有相同的长度和斜率，可以得到

$$\begin{cases} l_{P_1P_2} = l_{AB} \\ k_{P_1P_2} = k_{AB} \\ \theta_{arc1} = \arctan k_{AB} \\ \theta_{arc2} = \theta_{arc1} \end{cases} \tag{6}$$

式中　$l_{P_1P_2}$——点 P_1 到 P_2 的距离

l_{AB}——点 A 到点 B 的距离

$k_{P_1P_2}$——直线 P_1P_2 的斜率

k_{AB}——直线 AB 的斜率

θ_{arc1}——离开第 1 段圆弧时的角度

θ_{arc2}——到达第 2 段圆弧时的角度

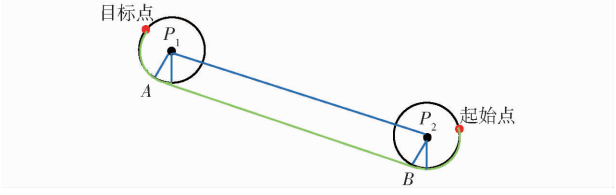


图 5　路径搜索时以相同方向转弯示意图

Fig. 5　Traveling around both circles in the same direction

第 2 种是离开起始点和到达目标点转弯时，方向是相对的，例如图 6 中离开是顺时针方向，到达是逆时针方向。为简化计算，相对目标圆作相同圆（圆心 P_3）与其正切于点 B，此时第 3 圆与起始圆的关系就演变成第 1 种情况。在 $\triangle P_1P_2P_3$ 中，可得

$$\begin{cases} l_{P_2P_3} = 2r \\ \theta_1 = \arccos(2r/l_{P_1P_2}) \\ \theta_{AB} = \arctan k_{P_1P_2} \pm (90 - \theta_1) \end{cases} \tag{7}$$

式中　$l_{P_2P_3}$——点 P_2 到 P_3 的距离

θ_1——P_2P_3 与 P_2P_1 的夹角

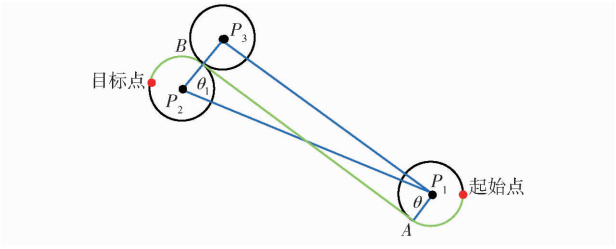


图 6　路径搜索时以相对方向转弯示意图

Fig. 6　Traveling around both circles in opposite direction

θ_{AB}——直线 AB 与 x 坐标轴夹角

至此，可以获取离开第 1 段弧和到达第 2 段弧的角度。

综上所述，对于已知位置和方向的起始点和目标点，能够实时计算 4 种可能路径来获取最短路径，并避免机器人本体宽度造成的碰撞。同时，可以获取当前路径中任意时刻的位置和方向。

1.4　方向 A* 平滑算法

为平滑路径、避免碰撞，本文在上述基础上扩展为更为复杂的方向 A* 算法。首先，在传统的二维栅格地图基础上增加方向维度，使得地图中的各节点具有潜在的 8 个罗盘方向（N、S、E、W、NE、NW、SE、SW），例如某节点可表示为［X = 45，Y = 65，$Orientation$ = SE］。同时“视野线”准则中搜索判断函数将扩展为 GoThrough（posA，directionA，posB，directionB），给定相应的起始和最终方向。另外，对相应的数据结构和改进的启发函数作出说明：

（1）算法的数据结构：转弯策略使用的结构体 LineSegment 将包含 3 种离散线段，即 1.3.2 节中提到的第 1 段圆弧、中间直线段和第 2 段圆弧，结构体包含 3 个成员变量，分别为圆弧标志位、线段长度及起始位置坐标。如果线段是直线，则记录角度；如果线段是圆弧，则记录转弯圆的圆心、圆弧所包含的弧度、圆弧开始角度或结束角度。

（2）改进的启发函数：传统 A* 算法中采用曼哈顿距离作为启发函数，易造成目标点各方向权值相同而增加搜索时间。因此，采用 1.3 节中所述的最短曲线路径来替换，从而保证目标方向的权值最大化。

方向 A* 算法仍以“视野线”平滑步骤顺序进行，在步骤（4）时，首先基于改进的启发函数尝试“圆弧—直线—圆弧”转弯策略的曲线路径，如果成功则用扩展的 GoThrough 函数检测是否覆盖障碍栅格，继续 1.2 节中步骤（5）～（7）直至平滑结束，最终获取避免碰撞的最短平滑路径。

1.5　基于二叉堆的加速方法

方向 A* 算法一般以 8 邻域搜索，图 7 中，如果转弯半径过大，不可能在获取 $a \rightarrow b \rightarrow c \rightarrow d$ 路径的同时不碰到障碍栅格，唯一的方法是获得 $a \rightarrow d$ 的直接路径。所以，必须扩大搜索范围，采用 24 邻域方向 A* 算法甚至 48 邻域。这种扩展方法伴随的最大问题是耗时，为此本文将采用一种基于二叉堆的加速方法。

方向 A* 算法中，在 OpenList 里搜寻式（1）中拥有最小 F 值的节点是延缓算法效率的最大问题之一。因此，OpenList 中数据的存储方式将直接影响算法速度。二叉堆是完全二叉树，其最小堆的堆序

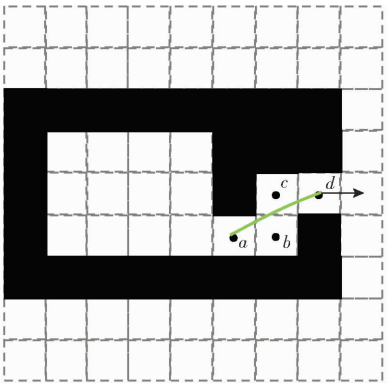


图 7 8 邻域方向 A* 算法无法识别的路径

Fig. 7 Legal curved path which cannot be found by directional-8 algorithm

性始终维持根节点最小,从而保证本文算法搜索 F 值的时间复杂度为 $O(1)$[17]。

一个合格的二叉堆如图 8a 所示,为省去指针问题,将其简化成图 8b 中的一维数组。根节点位置为 1(位置 0 用于标记),第 n 个节点的子节点的位置分别为 $2n+1$ 和 $2n+2$。添加新节点(位置为 m)时将其置于数组末端,然后与父节点(位置为 $(m-1)/2$)比较,若小则交换,直至父节点不再比它大或已到达位置 1。删除数组第 1 个节点,然后把最后一个位置的节点置顶,依次与子节点比较直至满足关系。相较传统排序算法的 $O(n)$ 时间复杂度,上述操作压缩为 $O(lgn)$。

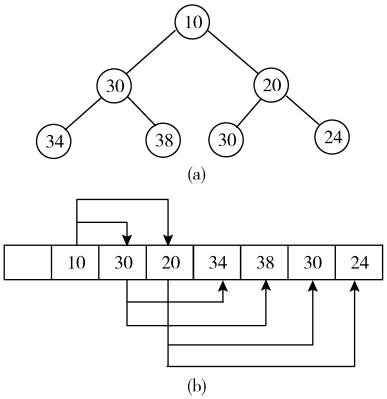


图 8 二叉堆结构及数组形式

Fig. 8 Structures of binary heap and its array form

对于固定尺寸的栅格地图(假设长 m、宽 n),方向 A* 算法所需的二叉堆数组 OpenList 长度最大为 $m \times n$,最小节点为 OpenList[1]。该数组存储了扫描节点的 F 值,但并未给出当前栅格的地图坐标。为此,用下述方法改进:① 每次扫描后,增加 nodeChecked 变量,存入 OpenList 数组。②将真实 F 值存入相同大小的 Fcost 数组,nodeChecked 为数组编号。③当前扫描节点的坐标值分别用相同大小的 openX 和 openY 数组记录。

图 9 为更改后的存储结构。

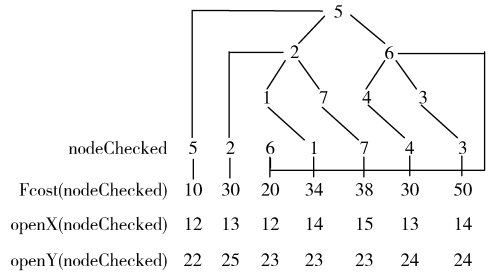


图 9 改进的二叉堆结构

Fig. 9 Structure of improved binary heap

当需要添加新的节点到 OpenList 中时,计算该点 F 值,递增 NodeChecked 和 num of OpenList 变量,并将已更改的 NodeChecked 赋值给数组 OpenList(num of OpenList)。然后与其父亲节点比较 Fcost(OpenList( ))值,若较大则上滤结束,否则交换位置并继续类似比较,直到上滤至合适位置或位置 1。

当路径优化到已经搜索的节点时,需要删除最小 F 值节点并加入到 CloseList 中。将 OpenList(num of OpenList)赋值给 OpenList(1),变量 num of OpenList 递减。然后与其 2 个子节点比较 Fcost(OpenList( ))值,若其值最小则下滤结束,否则与较小子节点交换位置,继续与新子节点比较直至循环结束。

2 仿真

本文所述算法在计算机(Intel Core i5 - 4200U 处理器,4.00 GB RAM)Ubuntu14.04 操作系统环境下,基于 ROS 框架的 Stage 仿真环境中编程实现。假设单元栅格为边长 1 m,地图尺寸为 20 m × 20 m,机器人本体最大半径为 0.4 m,转弯半径为 0.5 m,碰撞检测间隔为 0.2 m。模拟规划时,起点坐标为(6,15),终点坐标为(3,17)。

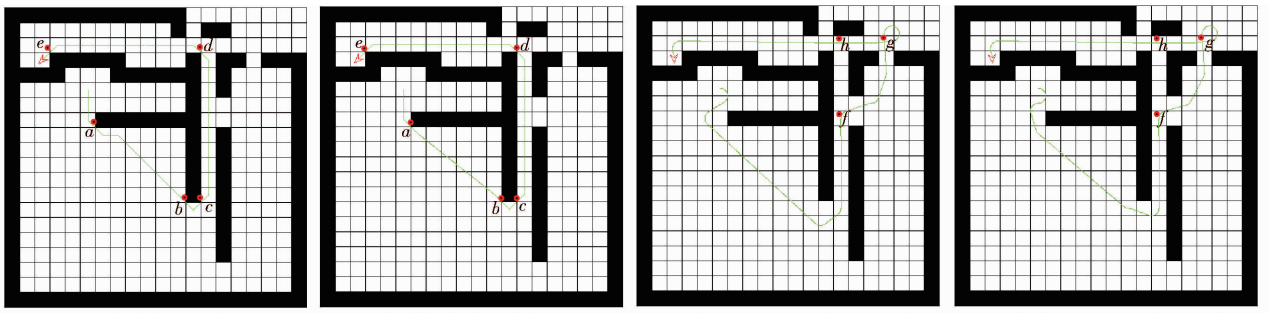
2.1 传统 A* 算法与方向 A* 算法性能对比

在模拟地图中,分别使用传统 A* 算法、“视野线”平滑算法、8 邻域方向 A* 算法和 24 邻域方向 A* 算法进行路径规划,优化效果如图 10 所示。

对比搜索结果可知,“视野线”平滑算法一定程度上减少了路径拐点和过多折线,但并未根据机器人本体信息考虑目标方向,造成 A* 算法中碰撞点($a \sim e$)依然存在。增加转弯策略的方向 A* 算法避免碰撞的同时,检测到 h 点转弯的不合法性,重新规划了路径,从点 f 出发绕行,通过点 g 处的右转弯到达目标点。另外,24 邻域方向 A* 算法较 8 邻域方向 A* 算法,搜索范围更广,优化了最短路径。

2.2 加速方法对效率的影响

24 邻域甚至 48 邻域方向 A* 算法固然能符合平滑特性,但搜索范围的增加及转弯策略的应用,大



(a) A*算法路径规划图　(b)"视野线"平滑算法路径规划图　(c) 8邻域方向A*算法路径规划图　(d) 24邻域方向A*算法路径规划图

图 10　不同优化方法的路径规划图

Fig. 10　Path planning graphs of different optimization methods

大增加了时间消耗。因此，基于本文提出的加速方法，对图 10 中的仿真环境，分别对 A* 算法、8 邻域方向 A* 算法、24 邻域方向 A* 算法和 48 邻域方向 A* 算法进行实验验证（表 1）。

表 1　不同方法的加速前后效率对比

Tab. 1　Contrast of algorithm efficiency before and after acceleration　ms

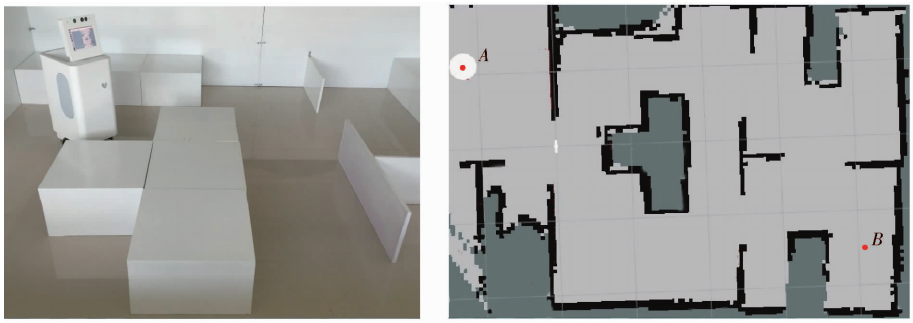
方法	A* 算法	8 邻域方向 A* 算法	24 邻域方向 A* 算法	48 邻域方向 A* 算法
不加速	0.04	248	835	1 268
加速	0.06	64	117	188

表 1 的实验结果表明，基于二叉堆的加速方法能平均提速 4 ~ 7 倍，可以有效提高算法效率，尤其是在方向 A* 算法扩大邻域搜索范围，使得局部搜索节点大量增加的情况。当前测试地图尺寸只有 20 m × 20 m，若该方法应用于实际环境中，提速效果将更为显著。

3　真实环境下的实时路径规划

为验证方向 A* 算法的可行性，将其用于贝贝机器人本体并在温室模拟地图中进行路径规划及轨迹跟踪试验。机器人贝贝是中国科学院合肥物质科学研究院研发的系统，基于 Gmapping 方法构建的实际地图及真实场景如图 11 所示。其中，规划路径的起点为温室入口点 $A(3.99, -1.38)$，目标点为模拟某培养间的点 $B(-0.99, 1.14)$。

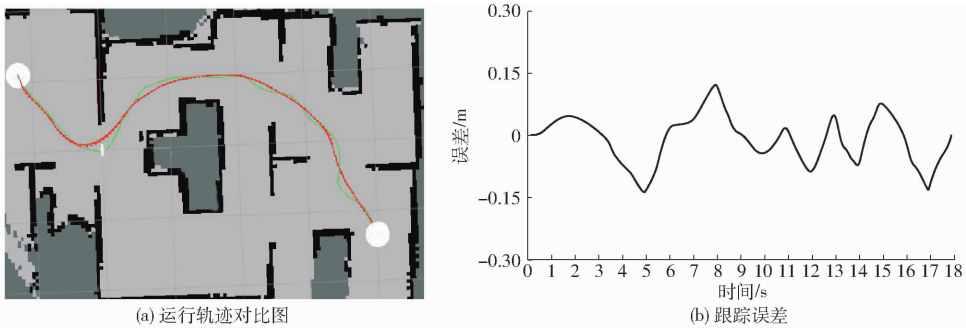
试验过程中，机器人系统将实时记录方向 A* 算法规划的路径（图 12a 中绿色曲线）和实际运行轨迹（图 12a 中红色曲线）。观察可知，机器人基本按照规划路径成功抵达目标，路线不能重合的地方



(a) 实际场景　(b) 栅格地图

图 11　实际场景及构建地图

Fig. 11　Actual scene and grid map



(a) 运行轨迹对比图　(b) 跟踪误差

图 12　实际运行轨迹对比及机器人跟踪误差曲线

Fig. 12　Comparison between path searched and tracking error curve during tracking test

主要因为机器人转弯时加速度造成的惯性所致。分析实时跟踪数据(图 12b),机器人的实际跟踪误差始终小于 0.15 m,满足实际需求。

4 结论

(1)针对温室机器人路径规划问题,从生成路径的平滑设计、碰撞检测和算法实时性出发,提出一种方向 A* 算法,结合“视野线”平滑原则和“圆弧—直线—圆弧”转弯策略,并辅以二叉堆加速方法。

(2)仿真结果表明,相较传统 A* 算法,方向 A* 算法的转弯策略及方向性,在平滑路径的同时兼顾了机器人本体的碰撞问题,更加符合实际需求。同时,增加的加速方法也进一步提高效率,保证了算法的实时性。

(3)通过模拟温室环境下的机器人试验,表明真实机器人的路径跟踪误差保持在 0.15 m 以内,验证了本文提出的方向 A* 算法在温室机器人路径规划中的可行性。

参 考 文 献

1 ZHOU Zhiping, NIE Yunfeng, GAO Min. Enhanced ant colony optimization algorithm for global path planning of mobile robots[C]// 2013 5th International Conference on Computational and Information Sciences, 2013: 698 – 701.

2 陆新华,张桂林. 室内服务机器人导航方法研究[J]. 机器人,2003,25(1):80 – 87.
LU Xinhua, ZHANG Guilin. Summarization on indoor service robot navigation[J]. Robot, 2003, 25(1): 80 – 87. (in Chinese)

3 ZAMIRIAN M, KAMYAD A V, FARAHI M H. A novel algorithm for solving optimal path planning problems based on parametrization method and fuzzy aggregation[J]. Physics Letters A, 2009, 373(38): 34 – 39.

4 张建英,赵志萍,刘暾. 基于人工势场法的机器人路径规划[J]. 哈尔滨工业大学学报,2006,38(8): 1306 – 1309.
ZHANG Jianying, ZHAO Zhiping, LIU Dun. A path planning method for mobile robot based on artificial potential field[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2006, 38(8): 1306 – 1309. (in Chinese)

5 祝继华,周颐,王晓春,等. 基于图像配准的栅格地图拼接方法[J]. 自动化学报, 2015, 41(2): 285 – 294.
ZHU Jihua, ZHOU Yi, WANG Xiaochun, et al. Grid map merging approach based on image registration[J]. Acta Automatica Sinica, 2015, 41(2): 285 – 294. (in Chinese)

6 STENTZ A. Optimal and efficient path planning for partially-known environments [C]// Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation, 1994: 3310 – 3317.

7 HU Yanrong, SIMON X Y. A knowledge based genetic algorithm for path planning of a mobile robot[C]// Proceedings of the 2004, IEEE international Conference on Robotics & Automation, 2004: 4350 – 4355.

8 MOHD M, MATTHEW W, NICHOLAS K T. Ant colony robot motion planning[C]// Eurocon 2005, IEEE, 2005: 213 – 216.

9 王红卫,马勇,谢勇,等. 基于平滑 A* 算法的移动机器人路径规划[J]. 同济大学学报:自然科学版,2010,38(11):1647 – 1650,1655.
WANG Hongwei, MA Yong, XIE Yong, et al. Mobile robot optimal path planning based on smoothing A* algorithm[J]. Journal of Tongji University: Natural Science, 2010, 38(11): 1647 – 1650, 1655. (in Chinese)

10 单伟,孟正大. 基于改进 A* 算法的平滑路径设计[J]. 东南大学学报:自然科学版,2010,40(增刊 1):155 – 161.
SHAN Wei, MENG Zhengda. Smooth path design for mobile servise robots based on improved A* algorithm[J]. Journal of Southeast University: Natural Science Edition, 2010, 40(Supp. 1): 155 – 161. (in Chinese)

11 BOISSONNAT J D, CEREZO A, LOBLOND J. Shortest paths of bounded curvature in the plane[C]// Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation, 1992: 2315 – 2320.

12 TROCATO K I, DORST L. Differential A*[J]. IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering, 2002, 14(6): 1218 – 1229.

13 王殿君. 基于改进 A* 算法的室内移动机器人路径规划[J]. 清华大学学报:自然科学版,2012,52(8):1085 – 1089.
WANG Dianjun. Indoor mobile-robot path planning based on an improved A* algorithm[J]. Journal of Tsinghua University: Science and Technology, 2012, 52(8): 1085 – 1089. (in Chinese)

14 周文卷. 复杂环境下自主移动机器人路径规划方法的研究[D]. 长春:吉林大学,2014.

15 GIUSEPPEE C, MARCELLO F, GIACOMO L. A network flow based heuristic approach for optimising AGV[J]. Journal of Intelligent Manufacturing, 2013, 24(2): 405 – 419.

16 马飞,杨皞岫,顾青,等. 基于改进 A* 算法的地下无人铲运机导航路径规划[J/OL]. 农业机械学报,2015,46(7):303 – 309. http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx? file_no=20150743&flag=1. DOI: 10.6041/j.issn.1000-1298.2015.07.043.
MA Fei, YANG Haoshen, GU Qing, et al. Navigation path planning of unmanned underground LHD based on improved A* algorithm[J/OL]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2015, 46(7): 303 – 309. (in Chinese)

17 杨泳,户佐安,何金海. 路径诱导系统中双向启发式 A* 算法研究[J]. 计算机工程与应用,2014,50(16):54 – 56,71.
YANG Yong, HU Zuoan, HE Jinhai. Research of bidirectional heuristic A* algorithm in route guide system[J]. Computer Engineering and Applications, 2014, 50(16): 54 – 56, 71. (in Chinese)