doi:10.6041/j.issn.1000-1298.2017.05.050

柔性并联机器人非线性摩擦动力学建模与速度规划

赵　磊[1,2]　范梦然[3]　赵新华[1,2]　周海波[1,2]　栾倩倩[2]

(1. 天津市先进机电系统设计与智能控制重点实验室, 天津 300384; 2. 天津理工大学
机械工程学院, 天津 300384; 3. 天津艾利安电子科技有限公司, 天津 300401)

摘要: 为了实现柔性并联机器人的高速、高精度控制,基于 Hensens & Kostic 理论,计入关节非线性摩擦力建立了 Lagrange 动力学误差模型,测试了补偿前后机器人的单点定位误差。基于机构最大速度和加速度约束条件,分析了 S 型和常用 T 型 2 种速度规划算法下机器人的位置误差和速度性能。仿真结果表明:T 型速度规划位置和速度跟踪最大误差为 78.1 μm 和 11.4 mm/s,而 S 型速度规划分别是 37.8 μm 和 3.72 mm/s,且 2 个终止点定位误差仅为 8.1 μm 和 8.9 μm;速度性能方面,S 型速度峰值误差变化最大仅为 1.74 mm/s,远小于 T 型速度规划的 6.88 mm/s。可见,在高速下 S 型速度规划算法保证了较高的位置跟踪精度尤其是定位精度,速度尖峰突变小且整体曲线相对平缓,大幅提高了速度跟踪精度和运动平稳性,更易于实现机器人高速、高精度平稳控制。实验测试了机器人连续运动下定点位置误差,仿真所得位置误差小于实测数据,存在 100 μm 左右的误差,但所得结论一致,验证了仿真分析的有效性。

关键词: 柔性并联机器人; 非线性摩擦; 动力学; 速度规划; 误差

中图分类号: TP112; TP203　　**文献标识码**: A　　**文章编号**: 1000-1298(2017)05-0390-07

Nonlinear Friction Dynamic Modeling and Velocity Planning of Flexible Parallel Robot

ZHAO Lei[1,2]　FAN Mengran[3]　ZHAO Xinhua[1,2]　ZHOU Haibo[1,2]　LUAN Qianqian[2]

(1. *Tianjin Key Laboratory of the Design and Intelligent Control of the Advanced Mechatronical System*, *Tianjin* 300384, *China*
2. *School of Mechanical Engineering*, *Tianjin University of Technology*, *Tianjin* 300384, *China*
3. *Tianjin Adrian Electronic Technology Co.*, *Ltd.*, *Tianjin* 300401, *China*)

Abstract: In order to realize control of robot in high speed and accuracy, Lagrange method was applied to deduce dynamic model and nonlinear friction force dynamic compensation model based on Hensens & Kostic theory. The single point positioning error was analyzed before and after compensation. A kind of S type velocity planning method was designed based on the constrain model of maximum speed and acceleration. Performance test in real time was implanted between T and S types velocity control algorithm about position and speed tracing. The experiment data indicated that the maximum position tracking error and speed tracking error of T type velocity planning were increased to 78.1 μm and 11.4 mm/s. But those of S type velocity planning were only 37.8 μm and 3.72 mm/s. Location accuracy of S type planning at two termination points reached 8.1 μm and 8.9 μm. The maximum speed difference of S type planning was 1.74 mm/s which was much smaller than 6.88 mm/s of T type velocity planning. High precision of position control especially termination-point location was ensured by S type velocity planning algorithm. Its peak velocity mutation was much smaller and velocity curve was also smoother compared with that of T type velocity control algorithm. It was demonstrated that speed tracing performance and stability of motion were improved greatly. The contradiction of T type velocity planning existed between high speed movement and high precision control was effectively relieved. So S type velocity planning was much easier to realize the control of robot in high speed and accuracy. In order to verify the correctness of

收稿日期: 2016-09-08　修回日期: 2016-12-07

基金项目: 国家自然科学基金项目(51275353、51275209)、天津市应用基础与前沿技术研究计划重点项目(14JCZDJC39100)、天津市高等学校科技发展基金计划项目(20140401)和天津市智能制造重大科技专项(15ZXZNGX00040、15ZXZNGX00270)

作者简介: 赵磊(1983—),男,讲师,博士,主要从事机电一体化技术研究,E-mail: leizhaotjut@163.com

通信作者: 赵新华(1962—),男,教授,博士生导师,主要从事机器人技术研究,E-mail: xinhuazhao@tjut.edu.cn

the simulation analysis conclusions, position error of robot was tested by laser interferometer under continuous motion at different speeds. Simulation data was less than experiment data. The data error was about 100 μm between simulation and actual measurement. But the conclusions were consistent with the experiment. The validity of the simulation analysis method was verified.

Key words: flexible parallel robot; nonlinear friction; dynamics; velocity planning; error

引言

并联机器人由多条运动支链同时控制末端执行器，抵消了串联机构存在的误差累积效应[1-4]。从机构学角度分析，并联机构具有运动惯量低、负载能力强、刚度大等优点，弥补了串联机器人的不足[5-7]。对于高精密控制系统而言，工作精度和系统稳定性是重要的技术指标，故降低误差，提高系统运动的稳定性和快速性非常重要[8-9]。目前，除了柔性机构自身的结构误差和大尺寸连杆弹性变形外，柔性机构驱动关节的非线性摩擦力对机器人的精度、运动的平稳性和快速性的影响越加突出[10-13]。本文基于 Hensens & Kostic 理论建立 6 杆并联机器人 Lagrange 非线性摩擦动力学误差模型，并测试补偿前后机器人的单点定位误差和 S 型与常用梯形（T 型）两种速度规划算法下机器人的位置和速度跟踪误差。

1　Lagrange 非线性摩擦动力学误差建模

1.1　并联机器人结构

少自由度并联机器人具有明显的经济特性，其结构简单、易于控制，已经被广泛应用到工业领域中[14-15]。对大范围、具有大尺寸连杆的机器人，在高速运动下大尺寸连杆的弹性变形尤为突出，大量学者针对机构的柔性问题做了深入研究并取得重要成果。然而，在并联机器人连续轨迹运动控制中，关节摩擦尤其是主动关节摩擦力是影响位置精度和运动平稳性的重要因素[10]。图 1 为柔性平面 6 杆并联机器人。



图 1　6 杆并联机器人

Fig. 1　Parallel robot of six poles

该并联机器人主要由 6 个连杆构成，其中包含 3 个驱动杆和 3 个被动杆，3 个被动连杆终端连接处为控制终端。3 个伺服电动机固定于工作平台上，每个驱动连杆均由伺服电动机驱动，控制终端实现二维空间的平动。

基于图 1 所示的机器人结构，其空间坐标系建立如图 2 所示。3 个基座 D1、D2 和 D3 分别固定于 XOY 工作平面内，其中 D1 和 D2 分别位于 Y 轴和 X 轴上。如图 2 所示，设 $D_i(x_{Di}、y_{Di})(i=1,2,3)$ 分别为 3 个基座上驱动电动机对应坐标；$B_i(x_{Bi}, y_{Bi})(i=1,2,3)$ 为被动副关节坐标，6 个杆件的理论长度分别为 $L_{D1}、L_{D2}、L_{D3}、L_{B1}、L_{B2}、L_{B3}$，$O(x_o, y_o)$ 为控制终端坐标，$\theta_i(i=1,2,3)$ 为驱动角，$\theta_{Bi}(i=1,2,3)$ 为被动角。

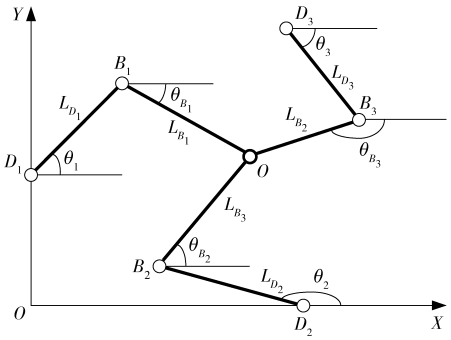

图 2　并联机器人坐标系

Fig. 2　Coordinate system of parallel robot

1.2　Lagrange 动力学建模

对于一个多刚体并联机器人，其 Lagrange 函数等于动能与势能之差，即

$$L = T - U \tag{1}$$

式中　L——Lagrange 函数

T——系统总动能　　U——系统总势能

$Z_{Di}(x_{cdi}, y_{cdi})$ 和 $Z_{Bi}(x_{cbi}, y_{cbi})$ 为驱动杆和被动杆重心。机器人单支链结构如图 3 所示。

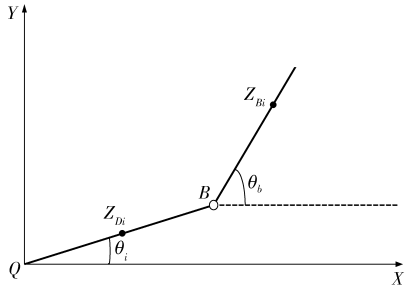

图 3　单支链结构

Fig. 3　Structure of single chain

则驱动杆和被动杆动能分别为

$$T_D = \frac{1}{2} I_D \dot{\boldsymbol{\theta}}^2 + \frac{1}{2} m_D (\dot{x}_{cdi} + \dot{y}_{cdi}) \tag{2}$$

$$T_B = \frac{1}{2} I_B \dot{\theta}_b^2 + \frac{1}{2} m_B (\dot{x}_{cbi} + \dot{y}_{cbi}) \tag{3}$$

其中 $\dot{\boldsymbol{\theta}} = [\dot{\theta}_1 \quad \dot{\theta}_2 \quad \cdots \quad \dot{\theta}_n]^{\mathrm{T}}$

式中 $\dot{\boldsymbol{\theta}}$——驱动关节速度向量

I_D、I_B——2 个连杆相对于重心的转动惯量

m_D、m_B——连杆质量

由串联机构运动学关系有

$$\begin{cases} x_{cdi} = r_d \cos\theta \\ y_{cdi} = r_d \sin\theta \\ x_{cbi} = L_{Di} \cos\theta + r_b \cos\theta_b \\ y_{cdi} = L_{Di} \sin\theta + r_b \sin\theta_b \end{cases} \tag{4}$$

式中 r_d——驱动杆重心 Z_{Di} 到点 Q 的距离

r_b——被动杆重心 Z_{Bi} 到点 B 的距离

令驱动杆和被动杆杆长均为 l,则并联机器人的 Lagrange 函数为

$$L = \sum_{i=1}^{3} L_i \tag{5}$$

其中 $L_i = \frac{1}{2}\varepsilon_i \dot{\theta}_i^2 + \frac{1}{2}\mu_i \dot{\theta}_{bi}^2 + \kappa_i \cos(\theta_i - \theta_{bi}) \dot{\theta}_i \dot{\theta}_{bi}$

$$\begin{cases} \varepsilon_i = I_{Di} + m_{Di} r_{di}^2 + m_{Bi} l^2 \\ \mu_i = I_{Bi} + m_{Bi} r_{bi}^2 \\ \kappa_i = m_{Bi} l r_{bi} \end{cases} \quad (i = 1,2,3) \tag{6}$$

式中 L_i——支链 i 的拉格朗日函数

忽略闭链约束内力的 Lagrange 方程为

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \frac{\partial L}{\partial \dot{\boldsymbol{\theta}}} - \frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{\theta}} = \boldsymbol{\tau} \tag{7}$$

将式(5)代入式(7)可得 Euler - Lagrange 方程

$$\boldsymbol{M}\ddot{\boldsymbol{\theta}} + \boldsymbol{M}\dot{\boldsymbol{\theta}} - \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\theta}} \left(\frac{1}{2} \dot{\boldsymbol{\theta}}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{M} \dot{\boldsymbol{\theta}} \right) + \frac{\partial \boldsymbol{U}}{\partial \boldsymbol{\theta}} = \boldsymbol{\tau} \tag{8}$$

整理得 $$\boldsymbol{M}\ddot{\boldsymbol{\theta}} + \boldsymbol{C}\dot{\boldsymbol{\theta}} + \boldsymbol{G} = \boldsymbol{\tau} \tag{9}$$

其中 $$\boldsymbol{C} = \dot{\boldsymbol{M}} - \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\theta}} \left(\frac{1}{2} \dot{\boldsymbol{\theta}}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{M} \right)$$

式中 $\boldsymbol{C}$——科里奥利矩阵

$\boldsymbol{G}$——重力矩阵 $\boldsymbol{M}$——惯性矩阵

对于 m 条支链和 n 个关节的并联机构,其闭链约束条件为

$$\boldsymbol{H}(\boldsymbol{\theta}) = \boldsymbol{H}(f_1(\boldsymbol{\theta}) \quad f_2(\boldsymbol{\theta}) \quad \cdots \quad f_m(\boldsymbol{\theta}))^{\mathrm{T}} = 0 \tag{10}$$

又并联机器人在工作空间内任意一点的速度约束条件

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{H}(\boldsymbol{\theta})}{\mathrm{d}t} = \boldsymbol{S}(\boldsymbol{\theta}) \dot{\boldsymbol{\theta}} = 0 \tag{11}$$

式中 $\boldsymbol{S}(\boldsymbol{\theta})$——速度约束矩阵

故加速度约束条件为

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{S}(\boldsymbol{\theta})}{\mathrm{d}t} = \boldsymbol{S}\ddot{\boldsymbol{\theta}} + \dot{\boldsymbol{S}}\dot{\boldsymbol{\theta}} = 0 \tag{12}$$

则含有约束内力系统的动力学模型为

$$\boldsymbol{M}\ddot{\boldsymbol{\theta}} + \boldsymbol{C}\dot{\boldsymbol{\theta}} + \boldsymbol{G} = \boldsymbol{\tau} + \boldsymbol{S}^{\mathrm{T}}\eta \tag{13}$$

式中 η——约束因子,表示约束内力

式(13)等号两侧左乘 $\boldsymbol{J}^{\mathrm{T}}$ 可消去约束力项 $\boldsymbol{S}^{\mathrm{T}}\eta$,整理可得

$$\boldsymbol{M}_s \ddot{\boldsymbol{\theta}} + \boldsymbol{C}_s \dot{\boldsymbol{\theta}} + \boldsymbol{G}_s = \boldsymbol{\tau}_s \tag{14}$$

其中 $\boldsymbol{M}_s = \boldsymbol{J}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}\boldsymbol{J}$ $\boldsymbol{C}_s = \boldsymbol{J}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{M}\dot{\boldsymbol{J}} + \boldsymbol{C}\boldsymbol{J})$ $\boldsymbol{\tau}_s = \boldsymbol{J}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\tau}$

由于被控终端在平面内运动,故忽略重力势能 $\boldsymbol{G}$,由式(14)可得

$$(\boldsymbol{J}^{\mathrm{T}})^{+} (\boldsymbol{M}_s \ddot{\boldsymbol{\theta}} + \boldsymbol{C}_s \dot{\boldsymbol{\theta}}) = \boldsymbol{\tau} \tag{15}$$

1.3 非线性摩擦力动力学误差建模

式(15)建立了机器人系统含约束内力的实际动力学模型,但忽略了关节摩擦力。在动态轨迹运动控制中,主动关节摩擦力是影响其精度和动力学性能的主要因素[16-18]。因此,建立精确的非线性摩擦力误差补偿模型尤为重要。文献[10]基于 Hensens & Kostic 理论,提出了一种非线性指数函数的近似摩擦力模型

$$f(\dot{\boldsymbol{\theta}}) = k_v \dot{\boldsymbol{\theta}} + \sum_{n=1}^{2} f_n \left(1 - \frac{2}{1 + \mathrm{e}^{2m_n \dot{\boldsymbol{\theta}}}} \right) \tag{16}$$

可得非线性摩擦力动力学误差模型为

$$(\boldsymbol{J}^{\mathrm{T}})^{+} (\boldsymbol{M}_s \ddot{\boldsymbol{\theta}} + \boldsymbol{C}_s \dot{\boldsymbol{\theta}}) + k_v \dot{\boldsymbol{\theta}} + \sum_{n=1}^{2} f_n \left(1 - \frac{2}{1 + \mathrm{e}^{2m_n \dot{\boldsymbol{\theta}}}} \right) = \boldsymbol{\tau}_\theta \tag{17}$$

令 $(\boldsymbol{J}^{\mathrm{T}})^{+} (\boldsymbol{M}_s \ddot{\boldsymbol{\theta}} + \boldsymbol{C}_s \dot{\boldsymbol{\theta}}) = \boldsymbol{E}$,则优化函数为

$$f = \sum_{j=1}^{N} \sum_{i=1}^{3} (\tau_{\theta i}^j - k_f E_i^j - k_{vi} \dot{\theta}_i^j - Z) \tag{18}$$

其中 $Z = f_{1i} \left(1 - \frac{2}{1 + \mathrm{e}^{2m_{1i}\dot{\theta}_i^j}} \right) + f_{2i} \left(1 - \frac{2}{1 + \mathrm{e}^{2m_{2i}\dot{\theta}_i^j}} \right)$

式中 $\dot{\theta}_i^j$——第 i 个关节第 j 个驱动副的角速度

k_{vi}——粘滞摩擦系数

$\tau_{\theta i}^j$、E_i^j——第 j 个位置下第 i 个驱动关节力矩与动力学力矩

k_f——动力学力矩 E_i^j 的比例系数

f_{1i}、f_{2i}——库仑摩擦力和 Stribeck 摩擦力幅值

m_{1i}、m_{2i}——S 型函数对库仑摩擦和 Stribeck 摩擦力曲线近似度

2 非线性摩擦动力学误差补偿与速度规划

2.1 非线性摩擦力误差补偿

式(18)共有 16 个待标定误差参数,在工作空间内共采集 21 个位置点。为不失一般性,其中边界

点 10 个，工作空间中心部分 11 个点。应用最小二乘法可求解 16 个误差参数。结构参数如表 1 所示，误差标定结果见表 2。

表 1　机器人结构参数

Tab. 1　Structure parameters of robot　mm

参数	关节 i		
	1	2	3
D_i	(0,200)	$(200\sqrt{3},0)$	$(200\sqrt{3},400)$
L_{Di}	245	245	245
L_{Bi}	245	245	245

表 2　非线性摩擦力动力学误差标定结果

Tab. 2　Error calibration result of nonlinear friction dynamics

参数	关节 i		
	1	2	3
k_{vi}	1.632	2.351	0.803
f_{1i}	2.146	−0.702	−1.687
f_{2i}	−0.534	−0.143	0.884
m_{1i}	0.542	−15.610	−0.769
m_{2i}	−17.065	5.368	10.086
k_f		403.712	

采样点以 T 型速度控制进行采样，用表 2 标定结果进行非线性摩擦力动力学误差补偿，得到 21 个采样点补偿前后的定位误差曲线如图 4 所示。

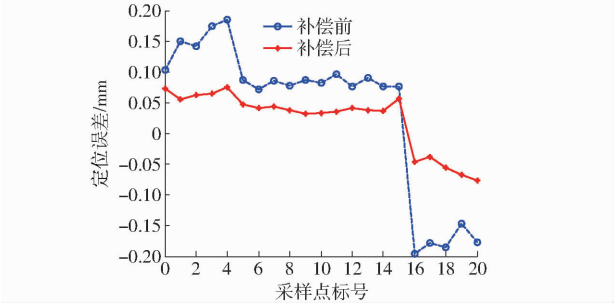

图 4　定位误差曲线

Fig. 4　Curves of location error

从补偿前后对比曲线看出机器人补偿前后在边界点的定位误差较大，远高于工作空间内中心部分的定位误差。补偿前，边界处正向和负向最大定位误差分别为 185 μm 和 −196 μm，补偿后为 75 μm 和 −77 μm；而工作空间中心处 11 个采样点经补偿后定位误差分布在 32 ~ 47 μm。故通过非线性摩擦力补偿可降低机器人整个空间内的定位误差。

2.2　机器人速度规划

由于机器人工作时的路径常为连续运动轨迹，而单点定位误差只能反映其重复性精度指标，故对机器人进行连续轨迹下实时速度和位置跟踪精度的仿真分析，为保证仿真结果的合理性，需要确定机构的最大速度和加速度。

2.2.1　机器人最大速度和加速度约束模型

6 杆并联机器人在 W 工作空间内的速度和加速度限制主要由速度雅可比矩阵 $\boldsymbol{J}$ 和惯性矩阵 $\boldsymbol{M}$ 决定，由文献[10]可知其最大速度和加速度约束模型为

$$V_{\max}=\left(\min_{\theta\in W}\frac{1}{\rho_{\max}(\boldsymbol{J}^{+})}\right)\frac{\omega_{\max}}{n} \tag{19}$$

$$A_{\max}=\left(\min_{\theta\in W}\rho_{\max}(\boldsymbol{M}_s^{-1}\boldsymbol{J}^{\mathrm{T}})\right)\ n\,\|\tau_\theta\|_{\max} \tag{20}$$

式中　$\rho_{\max}(\boldsymbol{J}^{+})$——在工作空间 W 内 $\boldsymbol{J}^{+}$ 矩阵的最大奇异值

$\rho_{\max}(\boldsymbol{M}_s^{-1}\boldsymbol{J}^{\mathrm{T}})$——在工作空间 W 内矩阵 $\boldsymbol{M}_s^{-1}\boldsymbol{J}^{\mathrm{T}}$ 的最大奇异值

W——在规定路径下所有采样点位置坐标的集合

$\|\tau_\theta\|_{\max}$——驱动器输出力矩欧氏 2 范数的最大值

n——减速比

$\omega_{\max}$——电动机的最大角速度

2.2.2　运动路径与速度规划

随着对机器人运动稳定性和控制精度的提高，多种速度规划算法逐渐被广泛应用到高精密机器人控制中[19-20]。设定机器人运动路径为连续折线，如图 5 所示。从起始点 E_1 经点 E_2 到终止点 E_3，仿真测试 S 型和 T 型速度规划算法下的位置和速度跟踪性能，具体速度规划控制模型详见文献[20]，这里不做赘述。

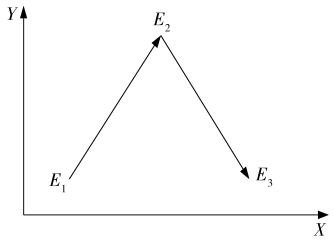

图 5　机器人运动路径

Fig. 5　Motion path of robot

测试步骤如下：

(1) 设 (x_q,y_q) 和 (x_e,y_e) 分别为起始点和终止点的坐标，每段期望轨迹与 x 轴正向的夹角为 $\varphi=\arctan(2(y_e-y_q,x_e-x_q))$。

(2) W 空间内，基于所有采样点位置坐标可计算 $\boldsymbol{J}^{+}$ 矩阵和 $\boldsymbol{M}_s^{-1}\boldsymbol{J}^{\mathrm{T}}$ 矩阵的奇异值，根据驱动电动机参数，由式(19)和式(20)得到最大速度 $v_{\max}$ 和最大加速度 $a_{\max}$，则 S 型速度规划下加加速度为 $4a_{\max}^2/v_{\max}$，如表 3 所示。

(3) 令 $s(t)$ 为 S 型曲线加速或 T 型(梯形)运动位移函数，故期望运动轨迹下采样点在 x 和 y 轴上的理论位置如下

$$\begin{cases} x(t) = x_q + s(t)\cos\phi \\ y(t) = y_q + s(t)\sin\phi \end{cases} \tag{21}$$

(4)S 型曲线加速或 T 型加速下理论速度和加速度,则在 x 和 y 向的速度和加速度分别为

$$\begin{cases} v_x(t) = v(t)\cos\phi \\ v_y(t) = v(t)\sin\phi \\ a_x(t) = a(t)\cos\phi \\ a_y(t) = a(t)\sin\phi \end{cases} \tag{22}$$

(5)设采样时间 T_c 为 0.01 s,$t = iT_c$,i 为采样点个数;期望轨迹运动时间 T 由 $s(t)$ 和步骤(2)中的速度和加速度求得,则采样点个数 $i = T/T_c$。

(6)机器人实际速度 $v'(t)$ 和位置 $s'(t)$ 可由传感器反馈数据获得,则任意时刻 t 的速度和位置跟踪误差分别为

$$\begin{cases} \Delta e_{v(t)} = v(t) - v'(t) \\ \Delta e_{s(t)} = s(t) - s'(t) \end{cases} \tag{23}$$

表 3 速度规划参数

Tab. 3 Parameters of velocity planning

运动轨迹	最大速度/(m·s^{-1})	最大加速度/(m·s^{-2})	加加速度/(m·s^{-3})	S 型运动时间/s	T 型运动时间/s
E_1—E_2	0.410 6	7.012 4	479.043	0.254 2	0.180 4
E_2—E_3	0.506 8	8.510 5	571.654	0.223 6	0.158 1

3 实验

6 杆并联机器人 3 个驱动电动机减速比 n 均为 100,最大角速度 ω_{max} = 367 rad/s,速度规划参数及完成路径轨迹时间见表 3,仿真测试了以 0.4 m/s 和 0.5 m/s 的速度完成 E_1—E_2 和 E_2—E_3 段运动轨迹。

由表 3 可得:由于 S 型速度规划相比 T 型速度规划多了加加速和减减速运动,在完成相同运动路径下,轨迹所用时间大于 T 型速度规划,快速性上相对较差。

图 6 仿真结果表明:T 型速度规划下跟踪误差最大值为 46.1 μm,远大于 S 型速度规划的 21.2 μm;此外,T 型速度规划下在终止点 E_2 定位误差为 35.4 μm,而 S 型速度规划仅为 8.1 μm;从速度性能上看,T 型最大速度误差达到 8.42 mm/s,比 S 型最大速度误差大了 6.32 mm/s。整段路径 S 型速度规划的位置跟踪和速度跟踪精度均优于 T 型速度规划,尤其是定位精度高。如图 7 所示,速度和加速度增加后,2 种速度规划下机器人完成 E_2—E_3 段路径运动时间减少,但位置精度和速度跟踪性能均下降。由表 4 和表 5 数据可知:T 型速度规划算法的最大位置误差和速度误差增至 78.1 μm 和 11.4 mm/s,比 E_1—E_2 段增加了 32 μm 和 2.98 mm/s;而 S 型最大位置和速度误差仅为 37.8 μm 和 3.72 mm/s;T 型控制算法下,速度增加后 E_3 终止点定位误差扩大至 42.2 μm,远大于 S 型规划下的 8.9 μm,定位精度低。

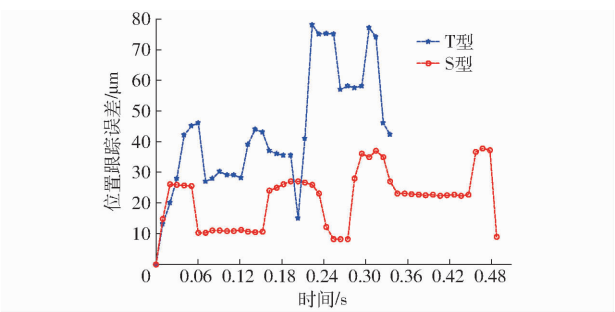

图 6 位置跟踪误差曲线

Fig. 6 Tracking error curves of position

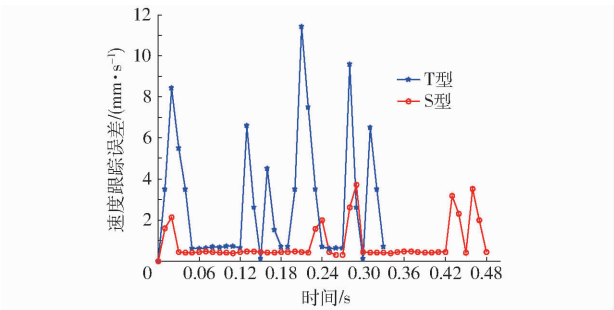

图 7 速度跟踪误差曲线

Fig. 7 Tracking error curves of velocity

表 4 位置误差

Tab. 4 Error of position μm

速度规划算法	E_2 点位置误差	E_3 点位置误差	E_1—E_2 段最大位置误差	E_2—E_3 段最大位置误差
T 型	35.4	42.2	46.1	78.1
S 型	8.1	8.9	2.12	37.8

表 5 速度峰值误差

Tab. 5 Error of peak velocity mm/s

速度规划算法	E_1—E_2 段最大速度峰值	E_1—E_2 段最小速度峰值	E_2—E_3 段最大速度峰值	E_2—E_3 段最小速度峰值
T 型	8.42	4.52	11.40	6.60
S 型	2.12	1.98	3.72	3.18

上述仿真分析结果是忽略了机器人结构误差如连杆加工误差和电动机零位安装误差等因素,为了进一步获得机器人实际控制精度,采用激光干涉仪进行运动轨迹的跟踪实验如图 8 所示。

由于实际检测难以获得连续运动下如仿真分析



图 8　激光干涉仪

Fig. 8　Laser interferometer

中以 10 ms 为采样周期各点位置坐标，故给出两种不同速度规划算法下 E_2 和 E_3 点的定位误差。为了保证两次规划算法下起始点零位的一致性即 E_1 的位置相同，记录第 1 次测试前激光干涉仪示数，第 2 次测试前调整与第 1 次记录数据差值为4 μm 以内定义为位置重合，如图 9 所示。

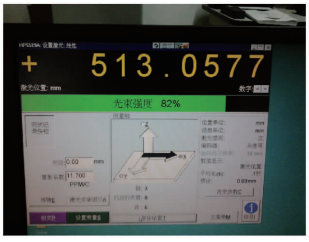

图 9　起点 E_1 位置数据

Fig. 9　Position data of start point E_1

表 6 可得实际定位点误差明显高于忽略结构误差后的仿真结果。以0.4 m/s的速度完成 E_1—E_2 点第 1 段路径，两种速度规划算法所测得 E_2 和 E_3 点实际位置误差分别为 123.8 μm 和 84.2 μm，比仿真结果增加了 88.4 μm 和 76.1 μm；以 0.5 m/s 的速度完成 E_2—E_3 点第 2 段路径所得 E_3 点终止点位置误差分别为 171.6 μm 和 128.6 μm，比仿真结果增加了 129.4 μm 和 119.7 μm。可见，随着速度的增加，机器人精度逐渐降低，误差越来越大；仿真数据与实验数据存在 100 μm 左右的误差，但结论一致，验证了仿真结果的正确性。

表 6　定点位置误差数据

Tab. 6　Error of position　　μm

速度算法	E_2 点位置误差	E_3 点位置误差	E_1 点（路径原点）位置
T 型	123.8	171.6	51 305.77
S 型	84.2	128.6	51 305.42

4　结论

（1）仿真结果表明：S 型速度规划算法下柔性并联机器人位置和速度跟踪精度均高于 T 型速度规划算法，且 S 型速度规划有效保证了速度的连续，利于减小速度转换时产生的速度峰值突变。

（2）机器人速度增加后，T 型速度规划下机器人的最大位置误差和速度峰值误差达到 78.1 μm 和 11.4 mm/s，高于 S 型速度规划，机器人高速与高精度控制矛盾更为突出。

（3）S 型速度尖峰值相差仅为 1.74 mm/s，远小于 T 型速度规划的 6.88 mm/s，且速度曲线更为平滑，机器人运动平稳性更好。

（4）经非线性摩擦力误差补偿，可降低机器人的单点定位误差；在位置跟踪误差测试中，仿真与实测数据存在 100 μm 左右的误差，但仿真分析所得结论与实验一致，验证仿真分析方法的正确性。

（5）S 型速度规划算法大幅提高了机器人连续轨迹的位置精度和运动平稳性，有效缓解了高速与高精度控制之间的矛盾，更易于实现柔性并联机器人高速、高精度的平稳控制。

参　考　文　献

1　刘红军，龚民，赵明扬. 一种四自由度并联机构的误差分析及其标定补偿[J]. 机器人，2005，27(1)：6－9.
LIU Hongjun，GONG Min，ZHAO Mingyang. Error analysis and calibration of a 4-DOF parallel mechanism [J]. Robot，2005，27(1)：6－9. (in Chinese)

2　MENG Y，ZHUANG H. Autonomous robot calibration using vision technology [J]. Robotics and Computer Integrated Manufacturing，2007，23(4)：436－446.

3　LI Xinghua，CHEN Bo，QIU Zurong. The calibration and error compensation techniques for an articulated arm CMM with two parallel rotational axes [J]. Measurement，2013，46(1)：603－609.

4　XIA Guisuo，LIAO Cheng，FU Yanjun. Calibration and uncertainty evaluation of double parallel-joint coordinate measuring machine[J]. Optics and Precision Engineering，2014，22(5)：1227－1234.

5　JORGE S，JUAN-JOS A，JOS A Y. Kinematic parameter estimation technique for calibration and repeatability improvement of articulated arm coordinate measuring machine[J]. Precision Engineering，2008，32(4)：251－268.

6　潘海鸿，杨微，陈琳，等. 全程 S 曲线加减速控制的自适应分段 NURBS 曲线插补差不算法[J]. 中国机械工程，2010，21(2)：190－195.
PAN Haihong，YANG Wei，CHEN Lin，et al. Adaptive Piecewise NURBS curve interpolator algorithm for entireness process S-curve ACC/DEC Control [J]. China Mechanical Engineering，2010，21(2)：190－195. (in Chinese)

7　SADJADIAN H，TAGHIRAD H D. Comparison of different methods for computing the forward kinematics of a redundant parallel

manipulator [J]. Journal of Intelligent and Robotic Systems,2005, 44(3):225 – 246.

8 LI Jie, YU Liandong, Sun Jingqi, et al. A kinematic model for parallel-joint coordinate measuring machine [J]. Journal of Mechanisms and Robotics, 2013, 5(4):1585 – 1606.

9 JORGE S, JUAN-JOS A, JOS A Y. Kinematic parameter estimation technique for calibration and repeatability improvement of articulated arm coordinate measuring machine[J]. Precision Engineering, 2008,32(4):251 – 268.

10 丛爽,尚伟伟. 并联机器人——建模、控制优化与应用[M]. 北京:电子工业出版社,2010.

11 姜丽忠,赵跃宇. 作大范围运动柔性结构的耦合动力学[M]. 北京:科学出版社,2007.

12 ZHANG Qinghua, ZANG Xianmin. Dynamic modeling and analysis of planar 3-RRR flexible parallel robot [J]. Journal of Vibration Engineering, 2013,26(2): 239 – 245.

13 张策. 机械动力学[M]. 北京:高等教育出版社,2015.

14 卢菊洪,潘芳伟,贺利乐,等. 新型 6 自由度并联机器人误差补偿[J]. 机械科学与技术,2010, 27(1):44 – 47.
LU Juhong, PAN Fangwei, HE Lile, et al. Error compensation of a novel 6-DOF parallel robot [J]. Journal of Machine Design, 2010,27(1):44 – 47. (in Chinese)

15 蔡自兴. 机器人学[M]. 北京:清华大学出版社,2000.

16 MANINI N, BRAUN O M, TOSATTI E, et al. Friction and nonlinear dynamics[J]. Journal of Physics Condensed Matter, 2016, 28(29):293001.

17 ROHIT S F, VIJYANT A S, HARISH P T. Statistical analysis of tracking and parametric estimation errors in a 2-link robot based on Lyapunov function[J]. Nonliear Dynamics,2015,10(1):217 – 238.

18 BENCE K, GEZA S, FERENC T. A novel potential field method for path planning of mobile robots by adapting animal motion attributes[J]. Robotics and Autonomous Systems,2016,8(82):24 – 34.

19 孙树杰,林浒,于东. 一种高速高精的路径动态前瞻规划算法[J]. 机械工程学报,2016, 52(11): 170 – 176.
SUN Shujie, LIN Hu, YU Dong. A look-ahead path planning algorithm with high speed and high precision [J]. Journal of Mechanical Engineering,2016,52(11):170 – 176. (in Chinese)

20 杨亮亮,许守金,史伟民. 始末速度不为零的 S 型加减速时间规划算法研究[J]. 机械工程学报,2016,52(23):199 – 206.
YANG Liangliang, XU Shoujin, SHI Weimin. Research on S type acceleration and deceleration time planning algorithm with beginning and end speed non-zero[J]. Journal of Mechanical Engineering,2016, 52(23):199 – 206. (in Chinese)