

doi:10.6041/j.issn.1000-1298.2017.03.017

# 基于流固耦合效应的梯级泵站输水管道振动特性分析

张建伟 王涛 曹克磊 江琦 乔鹏帅 许新勇

(华北水利水电大学水利学院, 郑州 450011)

**摘要:**为解决管道结构固有振动特性分析中选取高精度流固耦合模型的方法问题,以景电工程中梯级泵站输水管道为研究对象,运用附加质量法和直接耦合法原理,建立不同的流固耦合模型,对其进行固有模态特征提取,并将求解结果与SSI法模态辨识结果对比。结果表明:直接耦合法模型的结果与SSI法辨识结果吻合得较好,最大误差为3.62%,同阶次的计算精度均优于附加质量模型,频率间隔小,弥补了附加质量模型出现的模态缺失现象;直接耦合模型的计算结果在模拟阶数和精度方面都优于附加质量模型,能较好地反映管道结构的固有振动特性,可在复杂管系结构的动力特性分析中应用。

**关键词:** 梯级泵站; 管道; 振动特性; 附加质量法; 直接耦合法; 模态参数辨识

**中图分类号:** TV31      **文献标识码:** A      **文章编号:** 1000-1298(2017)03-0134-07

## Analysis of Water Pipeline Vibration Characteristics in Cascade Pumping Station Based on Fluid – Solid Coupling Interaction

ZHANG Jianwei WANG Tao CAO Kelei JIANG Qi QIAO Pengshuai XU Xinyong

(College of Water Conservancy, North China University of Water Conservancy and Electric Power, Zhengzhou 450011, China)

**Abstract:** As the basic carrier of long-distance inter-basin water conveyance project of pressure piping, pressure piping is an important part of agricultural engineering and water conservancy projects, which plays an important role in solving the uneven space-time distribution of water resources. The vibration during the operation is the critical problem in the design and safety evaluation of water pipeline. In order to solve the problem of how to improve the precision of the FSI (fluid – solid interaction) model in the natural vibration characteristics analysis of the piping, two different FSI models of a piping in cascade pumping station of Jingdian Project were built, by using the additional mass method and direct coupling method respectively. Then the modal characteristics of two FSI models which were obtained in the natural vibration characteristics analysis were compared with the modal characteristics of the prototype piping identified by stochastic subspace identification (SSI) method. The comparison results show that the simulation results of the model by using direct coupling method were in good agreement with the results identified by SSI method, and the maximum error was 3.62%. In the comparison of calculation accuracy of the same order, the model by using direct coupling method outperforms the model by using additional mass method, making up for the lack of the modes that the additional mass model can not work out. The results show that FSI affects the piping system modal frequency seriously and the model by using direct coupling method is superior to the additional mass model in terms of the order number and precision of the simulation, reflecting the real natural vibration characteristics of liquid conveying piping. This method can be used in the analysis of the dynamic characteristics of complicated pipe systems.

**Key words:** cascade pumping station; pipe; vibration characteristics; additional mass method; direct coupled method; modal parameter identification

### 引言

输水管道在正常运行中,因受水流压力脉动、泵

站机组的动能传递、固-液间的耦合效应等因素影响而产生不同程度的振动,其中水体与管道结构间的相互耦合作用是引起管道系统振动的主要原因,长

收稿日期: 2016-07-14 修回日期: 2016-08-31

基金项目: 国家自然科学基金项目(51679091)和河南省高等学校青年教师资助计划项目(2012GGJS-101)

作者简介: 张建伟(1979—),男,副教授,博士,主要从事水利水电工程研究, E-mail: zjwcivil@126.com

时间、无规律的流固耦合振动会导致管系及其附属系统结构产生松动,严重时会造成灾难性的破坏。

实际工程中常用于输流管道振动特性分析的数值计算方法有特征线法、传递矩阵法、有限元法。其中,特征线法<sup>[1-2]</sup>仅限于单弯管之类的简单管道模型,计算复杂管道流固耦合系统时,往往会因精度低而失真;传递矩阵法<sup>[3-4]</sup>则多应用在短直管道或低频范围内弯管管道的振动特性分析中;而有限元法<sup>[5-6]</sup>因具有适用范围广、计算精度高等优点被广泛应用于求解各种复杂管道的流固耦合问题。运用有限元法进行输流管道动力特性分析的关键是选取有效的固-液物理场处理方法。现有管系振动特性研究中进行固-液物理场处理的方法有附加质量法、顺序耦合法和直接耦合法,不同物理场处理方法的实现过程及模拟精度有较大的差别,有待进一步研究。国内外学者采用不同的物理场处理方法从不同角度对输流管道的动力特性进行了大量研究,并取得了一定的研究成果。MOUSSOU等<sup>[7]</sup>提出了采用附加流体质量法模型求解管道耦合动力特性的建议。冯卫民等<sup>[8]</sup>对不同约束条件下的流固耦合压力管道模型进行了模态计算分析,结果表明流固耦合作用对输流管道的运行有较大的影响,实际计算中不能忽略。李晨阳等<sup>[9]</sup>运用顺序耦合法对考虑流固耦合效应的压力管道动力特性及外声场进行了仿真分析,为解决管道振动噪声控制问题提供新的实现途径。姬贺炯等<sup>[10]</sup>对比了直接耦合模型与附加质量法模型的分析结果,发现直接耦合法模型有新的振动形态出现,且有较高的计算精度。邱明星等<sup>[11]</sup>分析了不同影响因素下管道固有频率的变化规律,建立了一种适用于航空发动机的充液管路固有频率计算模型。

上述基于输流管道振动问题的研究多数局限于短直或无岔管影响的简单管式结构,对于有效的固-液物理场处理方法在复杂管式结构(变管径、有岔管等)动力特性方面的应用研究却很少。本文以景电工程二期三泵站2号管道为研究对象,对不同的流固耦合模型进行模态计算分析,并将计算结果与随机子空间识别(Stochastic subspace identification, SSI)计算的模态参数对比,评判出适合复杂管式结构分析的流固耦合模型,以期为后续研究者选取合理的动力计算模型提供理论参考。

## 1 基本理论

### 1.1 附加质量法

附加质量法是一种考虑水体对结构作用的简化动力分析计算方法,它将动水压力等效为质量附加

在结构上,达到等效的动力响应。由于方法简单、计算方便,这种方法的应用十分广泛,在大坝、桥梁、储液罐等的有限元模拟中都有采用<sup>[12-14]</sup>。

管道结构的运动微分方程为

$$M_e^s \ddot{u} + C_e^s \dot{u} + K_e^s u = F_e^s \quad (1)$$

式中  $M_e^s$ ——管道结构整体质量矩阵

$C_e^s$ ——管道结构的阻尼矩阵

$K_e^s$ ——管道结构的刚度矩阵

$u$ 、 $\dot{u}$ 、 $\ddot{u}$ ——管道结构位移向量、速度向量、加速度向量

$F_e^s$ ——管道结构整体所受的外荷载矩阵

考虑水体对管道附加质量的系统振动有限元方程为

$$(M_e^s + M_a) \ddot{u} + (C_e^s + C_a) \dot{u} + (K_e^s + K_a) u = F_e^s \quad (2)$$

式中  $M_a$ 、 $C_a$ 、 $K_a$ ——由水体作用引起的附加质量、附加阻尼、附加刚度矩阵

理想流体阻尼力比较小,可以忽略,如果同时忽略水体对于结构刚度的影响,即  $K_a = O$  ( $O$  为零矩阵),式(2)可以简化为

$$(M_e^s + M_a) \ddot{u} + C_e^s \dot{u} + K_e^s u = F_e^s \quad (3)$$

### 1.2 直接耦合法

假设液体是无粘、可压缩的理想液体,没有不规则流动,平均密度和压力相同。液体的动量方程和连续性方程可以简化为声场波动方程

$$\frac{1}{C^2} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} - \nabla^2 P = 0 \quad (4)$$

其中

$$C = \sqrt{k/\rho_0}$$

式中  $C$ ——流体介质中的声速

$\rho_0$ ——流体平均密度

$k$ ——流体的体积模量

$P$ ——声压  $t$ ——时间

$\nabla^2$ ——拉普拉斯算子

$\nabla^2 P$ —— $P$  的梯度的散度

通过 Galerkin 法对方程离散化就可以得到单元矩阵;在式(4)两边同乘一个声压变化值  $\delta P$ ,然后在整个流体域内积分。根据假设,在界面法向上,流体声压梯度与结构的法向加速度和流体密度的乘积大小相同。再将上述关系代入积分式中得到

$$\int_V \frac{1}{C^2} \delta P \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} dV + \int_V (L^T \delta P)(LP) dV = - \int_S \rho_0 \delta P n^T \left( \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \right) dS \quad (5)$$

式中  $V$ ——整个流体域

$S$ ——流体与结构的界面

$n$ ——界面的单位法向量

$L, L^T$ ——梯度和散度的矩阵

将式(5)对声压和结构的位移进行离散,并表示为

$$M_e^p \ddot{P}_e + K_e^p P_e + M_e^{Ps} \ddot{u}_e = O \quad (6)$$

其中

$$M_e^p = \frac{1}{C^2} \int_V N N^T dV$$

$$K_e^p = \int_V B^T B dV \quad B = LN^T$$

$$M_e^{Ps} = \rho_0 \int_S N n^T \bar{N}^T dS$$

式中  $M_e^p$ ——流体质量矩阵

$K_e^p$ ——流体刚度矩阵

$P_e$ ——节点声压向量

$N$ ——声压形函数

$\bar{N}$ ——位移形函数

$u_e$ ——节点位移向量

为考虑流固界面处的能量损耗,需在方程中加入一个损耗项,变为考虑界面能量损耗的声波离散方程,即

$$M_e^p \ddot{P}_e + C_e^p \dot{P}_e + K_e^p P_e + M_e^{Ps} \ddot{u}_e = O \quad (7)$$

其中

$$C_e^p = \frac{\beta}{C} \int_S N N^T dS$$

式中  $C_e^p$ ——流体阻尼矩阵

$\beta$ ——能量损失系数

在流固耦合问题中,将流固交界面的流体压力荷载加入到结构有限元方程中,即

$$M_e^s \ddot{u}_e + C_e^s \dot{u}_e + K_e^s u_e = F_e^s + F_e^f \quad (8)$$

其中

$$F_e^f = \int_S \bar{N} N^T n dS P_e$$

令  $R_e = \int_S \bar{N} N^T n dS$  得到  $F_e^f = R_e P_e$ , 结构动力有限元方程就可以写为

$$M_e^s \ddot{u}_e + C_e^s \dot{u}_e + K_e^s u_e - R_e P_e = F_e^s \quad (9)$$

最后合并结构振动方程和流体波动方程可以得到<sup>[15]</sup>

$$\begin{bmatrix} M_e^s & O \\ M_e^{Ps} & M_e^p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{u}_e \\ \ddot{P}_e \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_e^s & O \\ O & C_e^p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u}_e \\ \dot{P}_e \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_e^s & K_e^{Ps} \\ O & K_e^p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_e \\ P_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_e^s \\ O \end{bmatrix} \quad (10)$$

其中

$$K_e^{Ps} = -R_e$$

## 2 工程实例

### 2.1 工程概况

景泰川电力提灌工程(简称景电工程)是一项大型梯级泵站提水灌溉工程,具有高扬程、大流量等特点,整个工程共3部分组成:景电一期工程、景电

二期工程及景电二期延伸工程。其中景电二期工程地跨甘肃省景泰、古浪两县,灌区内常年干旱、多风沙,严重制约当地农林经济的发展。该工程总干渠长 99.62 km, 泵站 13 级, 渠道建筑物总计达 298 座, 提水设计流量  $18 \text{ m}^3/\text{s}$ , 总扬程 713 m, 设计灌溉面积  $3.47 \times 10^4 \text{ hm}^2$ 。

景电工程二期三泵站 2 号管道为多机单管布置形式, 这种布置形式在大型泵站中较多采用, 且 2 号管在运行过程中存在明显的振动现象, 并伴有较大的噪声, 因此以该管道为对象研究振动问题具有代表性和普遍性。2 号管道的平面布置如图 1 所示。

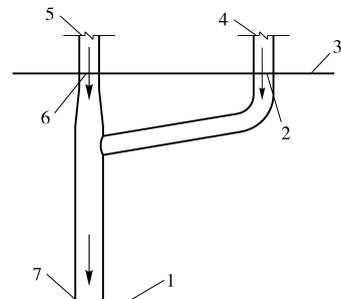


图 1 2 号管道平面布置图

Fig. 1 Plane layout of No. 2 pipeline

1. 镇墩 2, 6. 进水口 3. 墙体 4, 5. 机组 7. 出水口

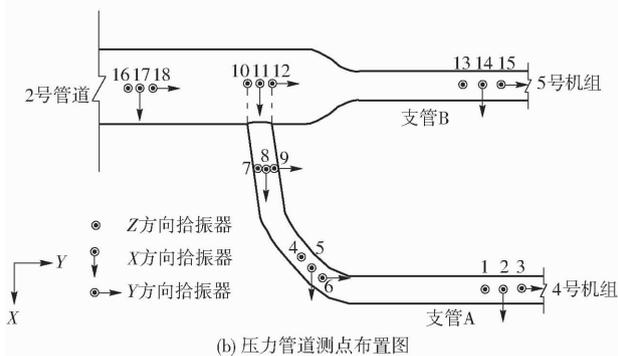
### 2.2 原型管道模态参数辨识

以 2 号压力管道为研究对象进行工作模态参数识别: 试验采用耐冲击的 DP 型地震式低频振动传感器, 该拾振器设有小速度、中速度、大速度和加速度 4 个挡位, 具有体积小、质量轻、使用方便、动态范围大和一机多用的特点, 根据管道的工作振动特点, 选用中速度挡位, 该挡位下水平拾振器的灵敏度范围在  $7.394 \sim 7.543 \text{ V} \cdot \text{s}/\text{m}$  之间, 垂直拾振器的灵敏度范围在  $6.729 \sim 6.920 \text{ V} \cdot \text{s}/\text{m}$  之间。18 个拾振器 3 个一组, 分为 6 组, 布置在管道的 6 个测点上, 每个测点的 3 个拾振器分别沿管道的径向、轴向和铅垂方向布置, 现场测点布置和压力管道测点具体布置如图 2 所示。

以 4 号、5 号机组正常运行实测工况, 测试采样频率 204.8 Hz, 采样时间为 1 500 s。基于数据驱动的随机子空间算法是近年来常用的辨识精度较高的模态参数辨识方法<sup>[16-17]</sup>, 采用该辨识方法对现场实测数据进行处理得到管道结构的动力特性。为提高模态辨识精度, 减少虚假模态干扰, 首先利用小波阈值-EMD 联合滤波<sup>[18]</sup>技术处理实测数据, 凸显结构振动特性, 图 3 为测点 13 降噪前后时程线, 由图 3 可知信号经滤波处理后, 大部分强噪声基本滤除; 然后将降噪后的信号构造 Hankel 矩阵, 利用奇异熵增量理论确定系统阶次, 如图 4 所示, 当奇异谱



(a) 现场测试图



(b) 压力管道测点布置图

图 2 现场测试和测点平面布置图

Fig. 2 Picture of field test and measuring point layout

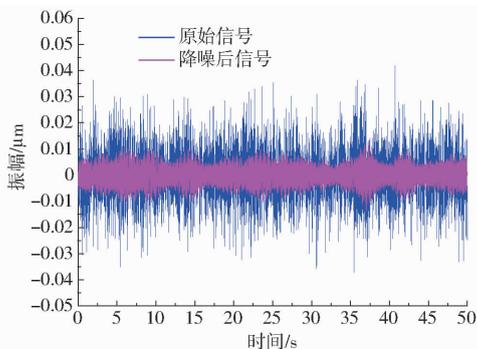


图 3 测点 13 降噪前后信号时程图

Fig. 3 Time history curves comparison of signal at point 13

阶次为 12 阶时,对应的奇异熵增量开始逐渐趋于平稳,剔除系统非模态项和共轭项之后,得到管道系统有效振动阶次为 6 阶。

为避免某一时间段内数据计算结果的偶然性,对同工况下实测的 1500 s 数据,每隔 100 s 选取 50 s 数据进行 SSI 辨识,共得 10 组模态辨识结果,每一组数据分别计算得到前 6 阶模态频率,利用稳定图法<sup>[19]</sup>对这 10 组计算结果求每一阶频率均值。稳定图横坐标为频率,纵坐标为试验组数,在稳定图中标记每一组模态识别得到的前 6 阶频率,将 10 组模态辨识结果依次标记完成,频率稳定图如图 5 所示。根据图 5 标记的 10 组试验前 6 阶频率结果,计算每一阶频率均值作为管道结构最终结果。

### 2.3 管道结构有限元建模

结合工程设计资料,采用附加质量原理和直接耦合法原理,建立了 2 种不同耦合形式的管道结构三维有限元模型,管道直接耦合法模型及不同水体

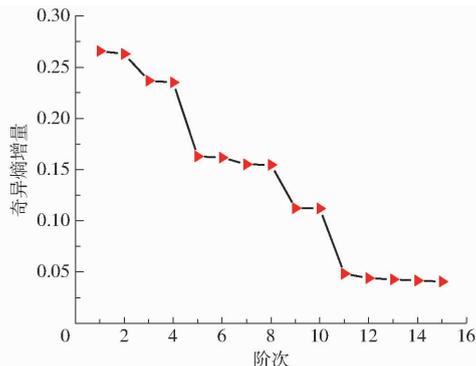


图 4 奇异熵增量随奇异谱阶次变化曲线

Fig. 4 Curve between increment of singular entropy and order

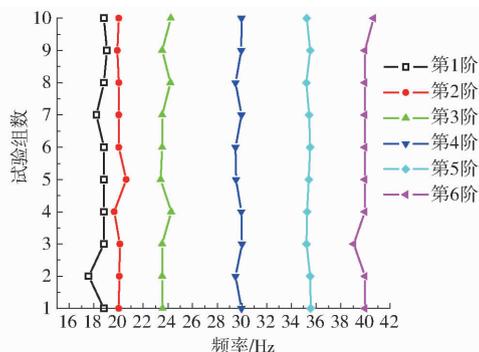


图 5 管道模态频率稳定图

Fig. 5 Stabilization diagram of modal frequency of pipe

耦合形式断面图如图 6、7 所示。直接耦合法模型采用 solid185 三维实体单元模拟管道结构,内部流体介质则采用 fluid30 三维声学流体单元模拟。考虑到直接耦合法固-液物理场处理方法的特殊性及计算的难易程度,流体模拟时需对 fluid30 单元属性进行设置<sup>[20]</sup>:与管道内壁面直接接触的耦合层单元 (fluid30) 属性设为 present,表示 fluid30 为 8 节点六面体单元,且每个节点有 3 个平移自由度和 1 个压力自由度;不与实体结构接触的流体单元属性设为 absent,则节点自由度的个数降为 1,仅有压力自由度。耦合计算时流固两相介质间的相互作用需通过 FSI 耦合界面实现,使耦合面上单元 (结构和流体) 节点具有相同的位移和压力。附加质量模型中管道结构的模拟方法与直接耦合法一致,水体耦合效应通过在管壁节点上添加 mass21 单元实现。为提高计算结果的精确度,流固耦合模型均采用扫略法和映射法进行网格划分。直接耦合法模型共有 44 516 个单元,其中结构单元 7 412 个,流体单元 37 104 个;附加质量模型共有单元 12 641 个 (结构单元 6 040 个, mass21 单元 6 601 个)。

边界条件设置:管道原型设计中 2 个进口通过墙体与厂房内的泵机连接、出口一端伸入镇墩 (图 1),模拟计算中均将其视为固定端约束。

模型参数选取:压力钢管密度为 7 850 kg/m<sup>3</sup>,弹性

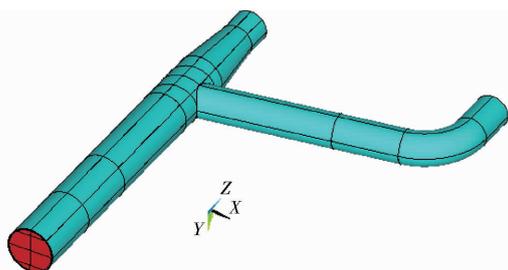


图6 2号管道几何模型

Fig. 6 Geometric model of No. 2 pipeline

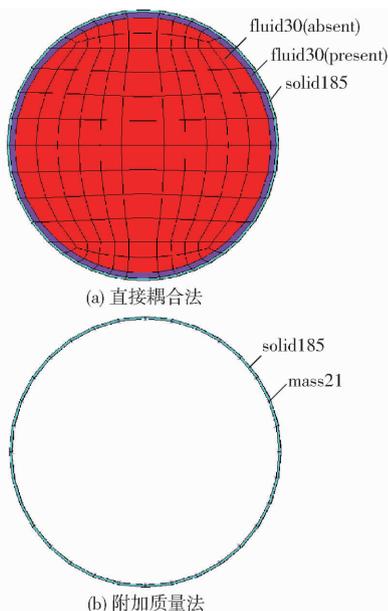


图7 流固耦合模型断面图

Fig. 7 Sectional views of fluid-solid interaction model

模量 206 GPa,泊松比 0.25;管内三维声学流体的声波传播速度为 1 460 m/s,密度为 1 000 kg/m<sup>3</sup>。

## 2.4 模态计算与试验验证分析

模态计算分析能够有效地反映出结构的固有动力特性,其结果是结构安全评价的依据,也是结构动力分析的基础。研究中依据不同耦合模型的耦合振动原理,运用不同的模态求解方法进行结构的固有模态参数提取。附加质量模型采用高精度、适用范围广、低耗时的分块兰索斯法,而直接耦合法模型则依据自身耦合振动特性采用运行程序简单、运算量小、计算精度高的非对称算法。不同模型的模态计算结果如表 1 所示。 $f_0$  为空管模型的模态频率, $f_1$  为含流体但不考虑流固耦合作用模型的模态频率, $f_2$  为附加质量模型的模态频率, $f_3$  为直接耦合法模型的模态频率, $f_4$  为 SSI 方法识别的试验模态频率。 $\delta_1$  为附加质量模型频率与实测频率的误差, $\delta_2$  为直接耦合模型频率与实测频率的误差。

由表 1 中可知:不考虑流固耦合作用时管道结构模态频率与空管管道的模态频率差别不大,且明显都大于考虑流固耦合作用管道的模态频率,研究

表 1 无管道模型、附加质量模型、直接耦合法模型模态频率以及 SSI 分析频率对比

Tab. 1 Comparison of vacuum pipeline model, additional mass model, direct coupling model and SSI

模态阶次	频率/Hz					误差/%	
	$f_0$	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$f_4$	$\delta_1$	$\delta_2$
1	37.593	37.604	18.292	18.501	18.94	3.42	2.29
2	45.243	45.044	22.018	20.775	20.05	9.80	3.62
3	54.587	54.400	26.938	23.322	24.01	12.19	2.87
4	67.201	66.045		30.448	30.05		1.33
5	94.120	91.101	33.163	35.006	35.95	7.75	2.63
6	111.490	111.000	45.361	40.420	39.99	13.43	1.08

结果与文献[21]一致。考虑流固耦合后管道结构基频降幅达到了 50% 左右,说明固-液物理场间的相互耦合作用对结构固振动特性有较大影响,仿真计算中若不予考虑则会降低模拟结果的可信度、精确度,实际工程动力特性分析中不能忽略。

2 种耦合模型采用不同的固-液物理场处理方法来反映水体对结构的作用,直接耦合法模型的计算结果与辨识结果吻合度高,且误差精度也能满足工程要求,而附加质量法模型的结果较实测值有较大偏差,说明直接耦合法能够很好地解决固-液间的耦合效应,可在管道结构的动力特性分析中应用。

与 SSI 法模态辨识结果对比,附加质量法模型的频率误差为 3.42% ~ 13.43%;而直接耦合法的误差为 1.08% ~ 3.62%,同阶次误差精度均比附加质量法高,最大误差相差 9.81 个百分点。对不同结果进行误差分析知:直接耦合法模型的计算精度更高,与辨识结果拟合得更好。

相比直接耦合法模型计算结果,附加质量模型出现了低阶模态缺失现象,不利于管道结构正常运行工况下的健康评估。研究中模态缺失现象与文献[10]的规律一致,验证了固-液耦合模型的正确性。限于篇幅,仅分析了结构的前 6 阶模态,更高阶次的缺失现象不再给予说明。模态缺失的主要原因:附加质量法仅能模拟水体对结构的一阶效应,不能真实反映流-固两相介质之间的相互作用,且得出的各阶固有频率间隔较大,相邻模态重叠较少。

直接耦合法和附加质量法管道模型的前 6 阶振型如图 8 所示。

对比不同耦合模型的振型图知:

附加质量模型的振型形态与空管振型形态(限于篇幅,没有列出)基本一致,该现象主要是因附加质量模型只是一种简单的线性流固耦合模型,不能够准确反映结构的振型形态;直接耦合法模型新增的第 4 阶振型在管道主管段中部产生了水平方向振

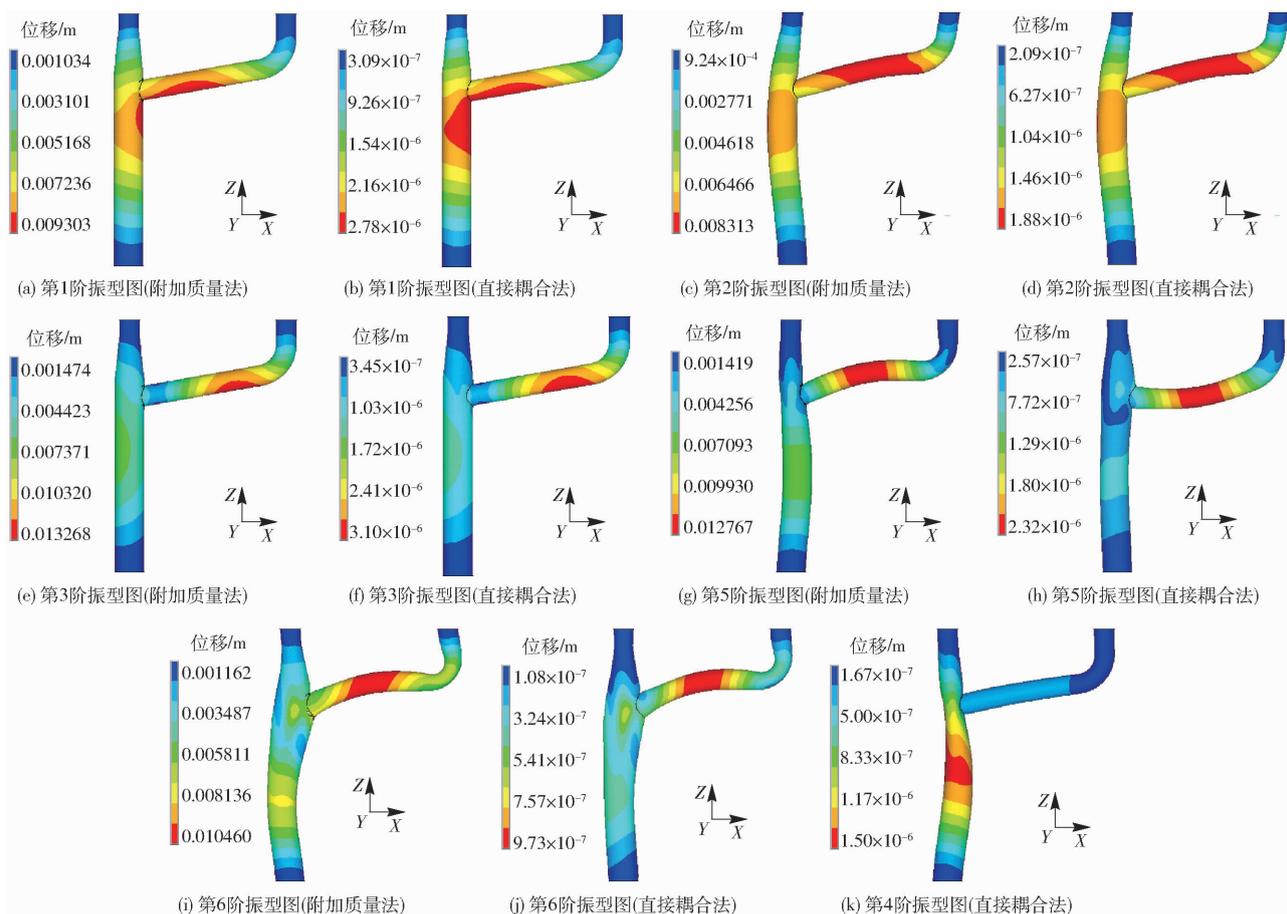


图8 管道结构振型图

Fig. 8 Model diagrams of pipe structure

动,且振动形态与第2阶类似,结构固有特性分析中应给予重视。

2号管道的振型主要以横向振动为主,但相对于简单直管的横向振动复杂了许多。管道结构的主振区位于主支管交接的部位(第1阶振型),振幅最大,对结构的安全不利。实际工程中应在该处设置镇墩来限制因管内水流突变所引起的振动和位移;但该管道主支管交接部位距离墙体较近,考虑温度应力作用并没有设置镇墩,输水期间需通过有效的减振措施保证管系结构的长久、安全运行,同时也为同类工程的减振设计提供理论参考。

### 3 结论

(1)与SSI法模态辨识试验结果对比,附加质量法模型的频率误差为3.42%~13.43%;而直接耦合法的误差为1.08%~3.62%,且同阶次误差精度均比附加质量法高,最大误差相差9.81个百分点。对不同结果进行误差分析知:直接耦合法的计算精度更高,与辨识结果拟合得更好。

(2)直接耦合法模型避免了固有动力特性分析中的模态缺失现象,能更精准地反映结构的固有振动特性。

### 参 考 文 献

- 杨超, 范士娟. 管材参数对输水管流固耦合振动的影响[J]. 振动与冲击, 2011, 30(7):210-213.  
YANG Chao, FAN Shijuan. Influence of pipe parameters on fluid-structure coupled vibration of a fluid-conveying pipe [J]. Journal of Vibration and Shock, 2011, 30(7):210-213. (in Chinese)
- KERAMAT A, TIJSSELING A S, HOU Q, et al. Fluid-structure interaction with pipe-wall viscoelasticity during water hammer [J]. Journal of Fluids & Structures, 2012, 28(1):434-455.
- 焦宗夏, 华清, 于凯. 传输管道流固耦合振动的模态分析[J]. 航空学报, 1999, 20(4):316-320.  
JIAO Zongxia, HUA Qing, YU Kai. Frequency domain analysis of vibrations in liquid-filled piping systems [J]. Acta Aeronauticae Astronautica Sinica, 1999, 20(4):316-320. (in Chinese)
- 张智勇, 沈荣瀛, 王强. 充液管道系统的模态分析[J]. 固体力学学报, 2001, 22(2):143-149.  
ZHANG Zhiyong, SHEN Rongying, WANG Qiang. The modal analysis of the liquid-filled pipe system [J]. Chinese Journal of Solid Mechanics, 2001, 22(2):143-149. (in Chinese)

- 5 王世忠,于石声,赵阳. 流体输送管道的固-液耦合特性[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2002, 34(2):241-244.  
WANG Shizhong, YU Shisheng, ZHAO Yang. Solid-liquid coupling characteristics of fluid-conveying pipes[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2002, 34(2):241-244. (in Chinese)
- 6 叶红玲,邵沛泽,陈宁,等. 流固耦合输流管系统的动力学分析及参数影响[J]. 北京工业大学学报, 2015,41(2):167-173.  
YE Hongling, SHAO Peize, CHEN Ning, et al. Dynamic analysis and parameters' influences on fluid-structure interaction in a fluid-filled pipes system [J]. Journal of Beijing University of Technology, 2015,41(2):167-173. (in Chinese)
- 7 MOUSSOU P, VAUGRANTE P, GUIVARCH M, et al. Coupling effects in a two elbows piping system[C]// Proceedings of the 7th International Conference on Flow Induced Vibrations, 2000:579-586.
- 8 冯卫民,宋立,肖光宇. 基于ADINA的压力管道流固耦合分析[J]. 武汉大学学报:工学版, 2009, 42(2):264-267.  
FENG Weimin, SONG Li, XIAO Guangyu. Coupling analysis of fluid-structure interaction in pressure pipes based on ADINA[J]. Engineering Journal of Wuhan University, 2009, 42(2):264-267. (in Chinese)
- 9 李晨阳,李维嘉,李铁成. 流固耦合作用下液压管道声场数值仿真[J]. 舰船科学技术, 2011, 33(4):25-29.  
LI Chenyang, LI Weijia, LI Tiecheng. Numerical analysis of sound field of hydraulic pipe considering fluid-structure interaction [J]. Ship Science and Technology, 2011, 33(4):25-29. (in Chinese)
- 10 姬贺炯,白长青,韩省亮. 输流管道耦合动力特性分析[J]. 噪声与振动控制, 2013,33(5):10-14.  
JI Hejiong, BAI Changqing, HAN Shengliang. Analysis of dynamic characteristics of fluid-structure interaction in fluid-filled pipes[J]. Noise and Vibration Control, 2013,33(5):10-14. (in Chinese)
- 11 邱明星,陈志英,王建军,等. 充液管路固有频率试验与计算分析[J]. 推进技术, 2013,34(11):1537-1542.  
QIU Mingxing, CHEN Zhiying, WANG Jianjun, et al. Experiment and numerical analysis of natural frequency for liquid-filled pipe[J]. Journal of Propulsion Technology, 2013,34(11):1537-1542. (in Chinese)
- 12 刘焕忠,李青,庄苗,等. 发展附加质量模型应用于储液罐的动力分析[J]. 工程力学, 2005,22(增刊1):161-171.  
LIU Huanzhong, LI Qing, ZHUANG Zhuo, et al. Development of added mass model and application to dynamic analysis of cylindrical tanks [J]. Engineering Mechanics, 2005,22(Supp.1):161-171. (in Chinese)
- 13 王铭明,陈健云,徐强,等. 不同高度重力坝动水压力分析及 Westergaard 修正公式研究[J]. 工程力学, 2013,30(12):65-70.  
WANG Mingming, CHEN Jianyun, XU Qiang, et al. Study on different height gravity hydrodynamic pressure and Westergaard correction formula[J]. Engineering Mechanics, 2013,30(12):65-70. (in Chinese)
- 14 张国明,宋波. 动水压力对深水桥梁性能设计的影响[J]. 北京科技大学学报, 2009, 31(9):1086-1094.  
ZHANG Guoming, SONG Bo. Effect of hydrodynamic pressure on performance-based design of a deepwater bridge[J]. Journal of University of Science and Technology Beijing, 2009, 31(9):1086-1094. (in Chinese)
- 15 白长青,周进雄,闫桂荣. 截锥型薄壁结构声振耦合动力特性分析[J]. 应用力学学报, 2010,27(1):28-32.  
BAI Changqing, ZHOU Jinxiong, YAN Guirong. Dynamic characteristics analysis of a truncated conical thin-walled shell with acoustic-structure coupling[J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 2010, 27(1):28-32. (in Chinese)
- 16 张建伟,张翌娜,赵瑜. 泄流激励下水工结构应变模态参数时域识别研究[J]. 水力发电学报, 2012,31(3):199-203.  
ZHANG Jianwei, ZHANG Yi'na, ZHAO Yu. Study on strain modal parameters identification of hydraulic structure in time domain under discharge excitations[J]. Journal of Hydroelectric Engineering, 2012,31(3):199-203. (in Chinese)
- 17 常军,张启伟,孙利民. 稳定图方法在随机子空间识别模态参数中的应用[J]. 工程力学, 2007,24(2):39-44.  
CHANG Jun, ZHANG Qiwei, SUN Limin. Application of stabilization diagram for modal parameter identification using stochastic subspace method[J]. Engineering Mechanics, 2007,24(2):39-44. (in Chinese)
- 18 张建伟,江琦,朱良欢,等. 基于改进 HHT 的泵站管道工作模态辨识[J]. 农业工程学报, 2016,32(2):71-76.  
ZHANG Jianwei, JIANG Qi, ZHU Lianghuan, et al. Modal parameter identification for pipeline of pumping station based on improved Hilbert-Huang transform[J]. Transactions of the CSAE, 2016,32(2):71-76. (in Chinese)
- 19 张建伟,康迎宾,张翌娜,等. 基于泄流响应的高拱坝模态参数辨识与动态监测[J]. 振动与冲击, 2010,29(9):146-150.  
ZHANG Jianwei, KANG Yingbin, ZHANG Yi'na, et al. Modal parameter identification and dynamic monitoring of high arc dam under vibration response induced by flow discharge [J]. Journal of Vibration and Shock, 2010,29(9):146-150. (in Chinese)
- 20 姬贺炯,白长青,韩省亮. 输流管道动力有限元建模及实验研究[J]. 应用力学学报, 2013,30(3):422-427.  
JI Hejiong, BAI Changqing, HAN Shengliang. Dynamic finite element modeling and experimental research of the fluid-filled pipeline[J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 2013,30(3):422-427. (in Chinese)
- 21 俞树荣,马璐,余龙. 弯曲输流管道流固耦合动力特性分析[J]. 噪声与振动控制, 2015,35(4):43-47.  
YU Shurong, MA Lu, YU Long. Analysis of dynamic characteristics of fluid-structure interaction in curved infusion pipelines[J]. Noise and Vibration Control, 2015,35(4):43-47. (in Chinese)