doi:10.6041/j.issn.1000-1298.2016.S0.002

# 基于 ARMA 的插秧机田间行驶姿态预测

赵润茂[1]　胡　炼[1,2]　罗锡文[1,2]　周　浩[1]　袁琦堡[1]　张　盟[1]

(1. 华南农业大学南方农业机械与装备关键技术教育部重点实验室, 广州 510642;
2. 南方粮油作物协同创新中心, 长沙 410128)

**摘要**: 为减小水田不平度对农业机械精准作业品质的影响,进一步提高农机装备工作效率,从系统控制角度出发,提出将预测算法应用于农机具的姿态补偿控制。在分析自回归滑动平均模型(Auto-regressive and moving average, ARMA)建模原理和适用性的基础上,对车载 GPS/INS 组合导航系统采集的插秧机田间行走侧倾角序列进行 ARMA 建模及提前预测,单次预测时长为 1 s 和 2 s,预测总时长为 30 s;对 GPS/INS 组合导航系统所采集的原始值以 2 Hz、5 Hz 和 10 Hz 3 种频率输出,以比较不同频率的数据建模对姿态预测精度的影响。结果表明:ARMA 模型可有效预测插秧机未来 1 ~ 2 s 内的姿态变化趋势;对于同一频率的样本,提前 2 s 预测精度均低于提前 1 s 预测精度,但差异不明显;以 3 种频率数据分别作样本时 5 Hz 样本预测效果最好,其提前 1 s 预测均方根误差和误差标准差分别为 0.656 7°、0.656 5°,提前 2 s 预测均方根误差和误差标准差分别为 0.671 2°、0.676 9°。

**关键词**: 插秧机; 姿态; 预测; 侧倾角; ARMA

**中图分类号**: S220.1　　**文献标识码**: A　　**文章编号**: 1000-1298(2016)S0-0008-05

# Prediction of Transplanter Attitude in Field Based on ARMA

Zhao Runmao[1]　Hu Lian[1,2]　Luo Xiwen[1,2]　Zhou Hao[1]　Yuan Qibao[1]　Zhang Meng[1]

(1. *Key Laboratory of Key Technology for South Agricultural Machine and Equipment*, *Ministry of Education*, *South China Agricultural University*, *Guangzhou* 510642, *China*
2. *Southern Regional Collaborative Innovation Center for Grain and Oil Crops in China*, *Changsha* 410128, *China*)

**Abstract**: Aiming at reducing the influence caused by uneven fields to the working quality of precision agricultural equipment, lots of agricultural machinery were designed with special mechanisms to profile the farm surface, while the working efficiency is still limited to the response rate of servo and control system. For above reasons, a kind of ARMA (Auto-regressive and moving average) algorithm was put forward and then be applied to predict vehicle attitudes so as to realize compensation control for tractor implement. The theory and applicability of ARMA were analyzed in detail before modelling using roll angle data collected from a working rice transplanter by the Inertia and GNSS measurement system. Finally, a 90 s-length data set was acquired of which the first 60 s data was used to model, while the last 30 s data was designed to make comparison with predicted values. In order to reduce the amount of calculation, the 100 Hz raw data at frequency of 2 Hz, 5 Hz and 10 Hz was output and then predicted the future roll angle of the three sets of data in 1 ~ 2 s respectively. First of all, the different method was deployed to make angle series stationary; secondly, a combining method of box order-search solution and the MLE (Maximum likelihood estimation) was adopted to build models; at last, with the aid of AIC (Akaike information criterion), the final best model was identified after confirming the AIC. For better following of the dynamic trend of rice transplanter attitude and eliminating the negative influence brought

收稿日期: 2016-07-20　修回日期: 2016-08-22

**基金项目**: 公益性行业(农业)科研专项(201203059)、国家自然科学基金项目(31601225)、广东省科技计划项目(2015B020206002)、"十二五"国家科技支撑计划项目(2014BAD07)和广东省自然科学基金项目(2015A030310292)

**作者简介**: 赵润茂(1990—),男,博士生,主要从事水田激光平地技术与机具研究,E-mail: Zhrm_2007@163.com

**通信作者**: 胡炼(1984—),男,副研究员,主要从事农业机械与装备设计、智能检测与控制技术研究,E-mail: lianhu@scau.edu.cn

by the increasing amount of sample data, the on-line modelling method that older sample data was substituted constantly by new observational values in the modeling process was needed. By using three groups of sample data, prediction of rice transplanter attitude in future 1 ~ 2 s was conducted utilizing Matlab, meanwhile, the whole predicting time was 30 s. The results showed that: the validity of ARMA model in predicting attitude trend of farm vehicles was proven; for all the three sets of angle samples, 2 s predicting error shows larger than 1 s predicting error; the 5 Hz roll angle series showed the best predicting effect, with 1 s RMSE (root mean square error) and std (Standard deviation) of 0.656 7°and 0.656 5°, and 2 s RMSE and std of 0.671 2° and 0.676 9° respectively.

**Key words**: transplanter; attitude; prediction; roll angle; ARMA

## 引言

由于水田土壤承载能力空间分布的差异性，加之农田硬底层深浅不一、崎岖不平、常分布有坑洼沟坎，引起农业机械行走姿态变化频繁，进一步影响作业机具运动姿态变化，导致农机作业品质和效率不高，尤其在宽幅作业时，车辆倾斜对机具姿态影响更显著。随着自动化技术在农业机械中的应用，现代农机具正朝着智能化方向发展，部分农机具已设计有田面仿形作业机构或耕深自动调节装置，如：水田激光平地机平地铲的高程与自动调平控制系统[1-2]；基于 GNSS 的农业机械导航中采用 IMU 或 AHRS 减少农田的不平整对定位精度的影响[3]；宽幅喷雾机通过传感技术和电液控制技术实现喷杆与作业冠层平行仿形作业等[4-5]，但作业效率仍受限于控制和伺服系统的响应迟滞等而难以提高。

自回归滑动平均（Auto-regressive and moving average，ARMA）是一种时间序列分析方法，无需知道农业机械运动的状态方程和田间路谱先验信息，仅利用农业机械本身姿态历史数据就可实现预测。ARMA 模型也应用于陀螺仪漂移建模[6-9]、机械零件故障诊断[10-12]等工程实践。周俊等[13-14]建立了 GPS 定位误差的 AR 模型，试验验证该模型可提高 GPS 定位精度；利用 AR 建模对汽车运动姿态角进行预测可以提高汽车行驶主动安全、减少交通事故[15-17]；对 AR 参数实时估计与在线修正，还可实现船舶运动姿态预报与减摇控制[18-19]。本文在分析 ARMA 原理及适用性的基础上，以插秧机田间行驶侧倾角为例，利用 Matlab 对插秧机田间行驶姿态序列进行建模，预测未来 1 ~ 2 s 内插秧机侧倾角变化，并给出结果分析。

## 1　材料与方法

### 1.1　插秧机运动姿态信息采集

实验地点为华南农业大学岑村实验基地，使用洋马 VP6D 型插秧机搭载牛津技术解决方案有限公司生产的 GPS/INS 组合导航系统（Inertia +，100/250 Hz 输出，横滚精度 0.03° 1$\sigma$）采集插秧机田间行驶姿态信息，如图 1 所示。系统固连在插秧机后轴上方中间位置，通过网线与计算机实时通信。



图 1　GPS/INS 组合导航系统

Fig. 1　GPS/INS navigation system

采用 Inertia + 自带的数据后处理软件从系统采集的姿态序列中选取多段进行分析，以其中一段 90 s 侧倾角值为例，采用 2 Hz、5 Hz 和 10 Hz 3 种频率输出数据。插秧机田间运动一般可分解为 6 个独立自由度，分别是沿直角坐标系的三轴平动与绕坐标系的三轴转动。根据实际经验，插秧机的 6 个运动自由度中，对机具精准作业品质影响较大的主要是插秧机的侧倾与俯仰，本研究以侧倾角数据分析插秧机田间行走姿态的自回归递推特性，其中 2 Hz 频率输出的采样数据如图 2 所示，样本长度为 180 个（前 60 s 用于建模，后 30 s 用于预测对比）。

### 1.2　插秧机侧倾角 ARMA 模型结构

插秧机田间行走姿态观测值是按时间顺序排列的一组数据，表征插秧机车身姿态的动态变化过程，因此可采用时间序列方法进行分析，ARMA 是目前较为常用的一种拟合模型。ARMA($n$,$m$)模型具有结构

$$X(t)=\varphi_1 x_{t-1}+\varphi_2 x_{t-2}+\cdots+\varphi_n x_{t-n}-\theta_1 a_{t-1}-\theta_2 a_{t-2}-\cdots-\theta_m a_{t-m}+a_t \quad (1)$$

式中　$\varphi_i$——自回归系数，$i=1,2,\cdots,n$

$\theta_j$——滑动平均系数，$j=1,2,\cdots,m$

$n$、$m$——模型阶次

$a_t$——白噪声序列，$a_t \sim \mathrm{NID}(0,\sigma_a^2)$，$\sigma_a^2$ 为白噪声方差

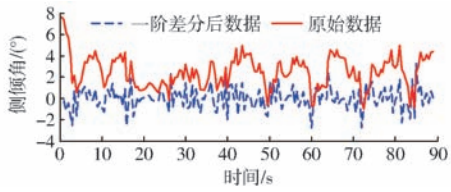


图 2 插秧机侧倾角度值及其差分序列

Fig. 2 Roll angle and its first-order difference value

从式(1)可以看出,对 ARMA 模型而言,它在时刻 $t$ 相应的侧倾角 $X(t)$ 不仅与其以前 $n$ 个时刻的自身值有关,而且还与其前 $m$ 个时刻进入系统的扰动存在着一定的依存关系[20]。

特别地,在式(1)中,当 $\theta_j=0$ 时,则退化为

$$X(t)=\varphi_1 x_{t-1}+\varphi_2 x_{t-2}+\cdots+\varphi_n x_{t-n}+a_t \quad (2)$$

式(2)称为 $n$ 阶自回归模型,记为 AR($n$)。

当 $\varphi_i=0$ 时,则退化为

$$X(t)=a_t-\theta_1 a_{t-1}-\theta_2 a_{t-2}-\cdots-\theta_m a_{t-m} \quad (3)$$

式(3)称为 $m$ 阶滑动平均模型,记为 MA($m$)。所以,AR($n$)模型和 MA($m$)模型是 ARMA($n$,$m$)模型的特例,统称为 ARMA 模型。

### 1.3 插秧机侧倾角数据平稳性处理

ARMA 模型的建模对象要求是平稳的时间序列,然而原始侧倾角序列为非平稳时间序列,因此先采用差分法对侧倾角数据进行平稳化处理以消除使序列不平稳的成分,待建模并完成预测后再将所得结果进行逆差分运算,获得对原始侧倾角的预测估计值。

对原始侧倾角数据的一阶差分结果如图 2 所示,为检验一阶差分序列的平稳性,对差分后数据求均值和方差函数,结果如图 3 所示。当采样时间满足一定长度时,序列均值方差基本趋于常数,说明对插秧机侧倾角数据进行一阶差分满足 ARMA 建模的平稳性要求。

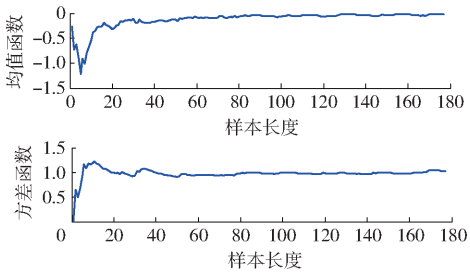


图 3 一阶差分序列均值方差图

Fig. 3 Mean value and variance of first-order difference data

### 1.4 参数估计与定阶

在模型结构确定后,需利用 GPS/INS 组合导航系统采集得到的插秧机侧倾角序列 $\{X(t)\}$($t=1,2,\cdots,N$)信息拟合出适用的 ARMA($n$,$m$)模型,即确定阶数 $n$ 与 $m$,估计出 $n$ 个自回归参数 $\varphi_1$、$\varphi_2$、$\cdots$、$\varphi_n$ 和 $m$ 个移动平均参数 $\theta_1$、$\theta_2$、$\cdots$、$\theta_m$。常用的参数估计算法有:矩估计、非线性最小二乘估计、广义最小二乘估计和极大似然估计等[21],其中极大似然估计法[22]的信息利用率与估计精度高,可直接利用 Matlab 求解,因此选择该算法估计模型参数。由于 GPS/INS 组合导航系统对插秧机姿态信息的采集实时进行,建模预测采用的历史样本数据个数持续增加,导致系统计算速度下降,为消除这种影响,有效提高对插秧机田间工作动态特性的跟踪能力和姿态预测的准确性,采用实时在线的建模方案:完成一次侧倾角预测后,利用最新采集的一定长度的连续侧倾角序列重新估计模型参数,以重估参数更新模型后进行下一次预测。

由于对插秧机侧倾角预测模型的阶次无任何先验信息,因此,采用 Box 建模方案[23]进行全平面搜索:从 $k=1$ 开始,先后利用序列 $\{X(t)\}$ 偏自相关函数、自相关函数的截尾特性(详见表 1)分别判断模型是否可被 $k$ 阶 AR($k$)、MA($k$)拟合,若无截尾现象出现,则从 $n=1$、$m=1$ 开始拟合 ARMA($n$,$m$)模型,直至上限 $n$ 与 $m$ 满足[24]

$$0\leqslant n,m\leqslant\sqrt{N} \quad (4)$$

或

$$0\leqslant n,m\leqslant\frac{N}{10} \quad (5)$$

式中 $N$——样本长度

表 1 ARMA($n$,$m$)模型的序列特征

Tab. 1 Character of ARMA($n$,$m$) series

| 模型 | 自相关函数 | 偏自相关函数 |
|---|---|---|
| AR($n$) | 拖尾 | 截尾 |
| MA($m$) | 截尾 | 拖尾 |
| ARMA($n$,$m$) | 拖尾 | 拖尾 |

拟合出插秧机侧倾角预测的各阶 ARMA 模型后,需从中选择确定最佳模型,最常用的模型定阶方法为艾克信息准则(Akaike information criterion, AIC),其准则函数为

$$\mathrm{AIC}(n,m)=N\ln\sigma^2+2(n+m+1) \quad (6)$$

式中 $\sigma^2$——拟合模型残差方差

式(6)说明 AIC 计算值综合了插秧机侧倾角预测模型的残差大小与拟合模型时待定参数的个数(阶数),是一种最佳准则函数法,因此使准则函数达到极小值时的模型是最佳模型。

## 2 结果与分析

利用工作状态下插秧机侧倾角序列前 60 s 数据的 2 Hz 输出样本,分别提前 1 s 和 2 s 进行预测,单次预测步长与样本频率、预测时长之间的关系为

$$l = ft \tag{7}$$

式中　$f$——样本频率　　$t$——单次预测时长

采样时长 60 s、输出频率为 2 Hz 时共有样本数据 120 个，根据式(4)、(5)确定 Box 检索的模型上限为(10,10)，结合极大似然估计，拟合出对 2 Hz 样本第 61 s 侧倾角提前 1 s(2 步)预测的 ARMA(1,0)至 ARMA(10,10)模型，并计算各阶 AIC 值，结果如图 4 所示。当 AIC 值最小时，阶数 $n=3$、$m=3$，确定合适的时间序列模型为 ARMA(3,3)。此时，模型参数 $\varphi=(0.774\ 55,\ -0.801\ 84,0.652\ 32)$，$\theta=(-0.985\ 49,1.050\ 9,-0.930\ 83)$，即

$$X(61)=0.774\ 55x_{60}-0.801\ 84x_{59}+0.652\ 32x_{58}-0.985\ 49a_{60}+1.050\ 9a_{59}-0.930\ 83a_{58}+a_{61} \tag{8}$$

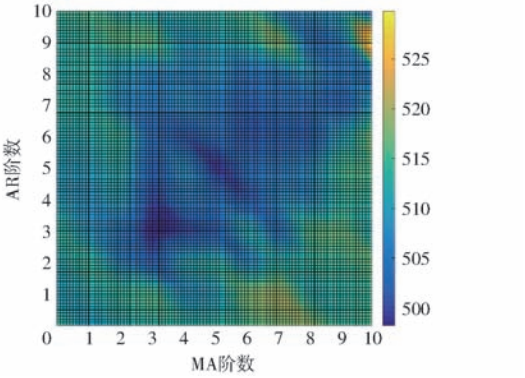


图 4　各阶模型 AIC 计算结果

Fig. 4　AIC values for each model

在完成对第 61 s 侧倾角的预测后，用一定长度的新观测值代替上组样本数据，重新估计模型参数并建模进行下一次预测，连续预测 30 次得到一系列提前 1 s 预测值，即 61 s 至 90 s 插秧机侧倾角的提前 1 s 预测数据。同理对 2 Hz 样本进行侧倾角提前 2 s(4 步)预测，并将预测值与姿态传感器实测值进行比较，结果如图 5 所示。由图 5 可知，利用 ARMA 对插秧机侧倾角 2 Hz 样本的预测角度与实测角度整体趋势一致。

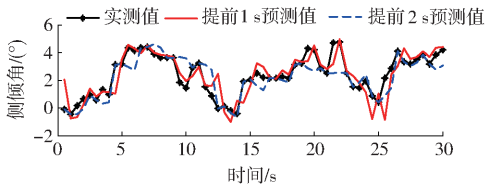


图 5　侧倾角预测值与实测值对比

Fig. 5　Contrast of predicting values and measurement

更换样本数据对 5 Hz、10 Hz 样本分别提前 1 s、2 s 进行预测，并计算 3 种频率样本预测值的均方根误差(RMSE)和误差标准差(std)，结果如表 2 所示。对同一频率样本下侧倾角的预测，其提前 2 s 预测精度均低于提前 1 s 精度，但差异不明显。主要因为预测步长正比于单次预测时长，而在所有向前 $l$ 步长的单次预测中，仅当 $l=1$ 时，辨识模型使用的样本数据全为观测值，随着外推步数的增加，构建模型时所采用的样本数据中预估值比例逐渐增加，从而造成了误差积累。2 Hz、5 Hz 和 10 Hz 的 3 组不同频率数据的预测结果显示，5 Hz 样本的预测结果最好，其提前 1 s 预测 RMSE 和 std 分别为 0.656 7°和 0.656 5°，提前 2 s 预测 RMSE 和 std 分别为 0.671 2°和 0.676 9°。因为 2 Hz 样本数据量小，提供的模型信息有限，而 10 Hz 样本单次预测长度达到 5 步和 10 步，误差积累较大。

**表 2　插秧机侧倾角预测结果**

**Tab. 2　Results of roll angle prediction for rice transplanter**

| 输出频率/ | 均方根误差/(°) | | 误差标准差/(°) | |
|---|---|---|---|---|
| Hz | 1 s | 2 s | 1 s | 2 s |
| 2 | 0.856 1 | 0.857 2 | 0.863 3 | 0.839 9 |
| 5 | 0.656 7 | 0.671 2 | 0.656 5 | 0.676 9 |
| 10 | 1.059 6 | 1.269 3 | 0.959 9 | 0.988 8 |

## 3　结论

(1)对采集到的工作状态下插秧机侧倾角度序列进行了时序分析，建立了插秧机侧倾角度序列的 ARMA 模型，采用插秧机田间作业侧倾角数据进行了仿真分析，结果表明 ARMA 模型可有效预测田间行走车辆未来 1 s 和 2 s 的姿态变化趋势。

(2)对插秧机田间作业侧倾角原始数据以 2、5、10 Hz 3 种频率分别输出建模并进行提前 1 s 和 2 s 预测，结果表明，5 Hz 样本的预测结果最好，其提前 1 s 预测 RMSE 和 std 分别为 0.656 7°和 0.656 5°，提前 2 s 预测的为 0.671 2°和 0.676 9°，而对同一频率样本下侧倾角的预测，其提前 2 s 预测精度均低于提前 1 s 预测精度，但差异不明显。

(3)基于 ARMA 模型的插秧机侧倾角预测算法在 5 Hz 输出样本时提前 2 s 预测效果较好。为进一步提高田间插秧机姿态预测实时性，应优化模型参数估计与定阶算法，以提高插秧机运动姿态预测算法运算速度及开展多轴预测研究。

## 参　考　文　献

1　胡炼，罗锡文，林潮兴，等. 1PJ－4.0 型水田激光平地机设计与试验[J]. 农业机械学报，2014，45(4)：146－151.
HU Lian，LUO Xiwen，LIN Chaoxing，et al. Development of 1PJ－4.0 laser leveler installed on a wheeled tractor for paddy field [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery，2014，45(4)：146－151. (in Chinese)

2　华南农业大学. 一种作业机具自动调平系统及其控制方法：中国，104206063 B[P]. 2016－04－27.

3 华南农业大学. 一种农业机械导航的组合定位方法:中国,101082493 B[P]. 2011 - 01 - 19.

4 尹翔宇. 变喷杆喷雾机喷杆自动仿形系统的研究[D]. 南京:南京林业大学,2015.
YIN Xiangyu. The study of automatic profiling system for shiftable boom sprayer[D]. Nanjing:Nanjing Forestry University,2015. (in Chinese)

5 魏新华,邵菁,缪丹丹,等. 喷杆式喷雾机喷杆高度及平衡在线调控系统[J]. 农业机械学报,2015,46(8):66 - 71.
WEI Xinhua,SHAO Jing,MIAO Dandan,et al. Online control system of spray boom height and balance[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery,2015,46(8):66 - 71. (in Chinese)

6 杨金显. 微惯性测量系统关键技术研究[D]. 哈尔滨:哈尔滨工程大学,2008.
YANG Jinxian. Key technology research for micro inertia measurement system[D]. Harbin:Harbin Engineering University,2008. (in Chinese)

7 白俊卿,张科,卫育新. 光纤陀螺随机漂移建模与分析[J]. 中国惯性技术学报,2012,20(5):621 - 624.
BAI Junqing,ZHANG Ke,WEI Yuxin. Modeling and analysis of fiber optic gyroscope random drifts[J]. Journal of Chinese Inertial Technology,2012,20(5):621 - 624. (in Chinese)

8 吴富梅. GNSS/INS 组合导航误差补偿与自适应滤波理论的拓展[J]. 测绘学报,2011,40(3):401.
WU Fumei. Error compensation and extension of adaptive filtering theory in GNSS/INS integrated navigation[J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica,2011,40(3):401. (in Chinese)

9 YANG P, LI Q. Kalman filtering of MEMS gyro based on time-series model[C]//Proceedings of the 9th International Conference on Electronic Measurement & Instruments, 2009: 2 - 367 - 2 - 370.

10 从飞云,陈进,董广明. 基于谱峭度和 AR 模型的滚动轴承故障诊断[J]. 振动、测试与诊断,2012,32(4):538 - 541.
CONG Feiyun,CHEN Jin,DONG Guangming. Spectral kurtosis and AR model based method for fault diagnosis of rolling bearings[J]. Journal of Vibration,Measurement & Diagnosis,2012,32(4):538 - 541. (in Chinese)

11 杜占龙,李小民. 基于多渐消因子强跟踪 UKF 和约束 AR 模型的故障估计与预测[J]. 控制与决策,2014,29(9):1667 - 1672.
DU Zhanlong,LI Xiaomin. Fault estimation and prediction based on multiple fading factors strong tracking UKF and constrained AR model[J]. Control and Decision,2014,29(9):1667 - 1672. (in Chinese)

12 HAROUN S, SEGHIR A N, HAMDANI S,et al. AR model of the torque signal for mechanical induction motor faults detection and diagnosis[C]//2015 3rd International Conference on Control, Engineering & Information Technology, 2015:1 - 5.

13 周俊,张鹏,刘成良. 基于时间序列分析的卡尔曼滤波组合导航算法[J]. 农业工程学报,2010,26(12):254 - 258.
ZHOU Jun, ZHANG Peng, LIU Chengliang. Kalman filtering for integrated navigation based on time series analysis[J]. Transactions of the CSAE,2010,26(12):254 - 258. (in Chinese)

14 周俊,张鹏,宋百华. 农业机械导航中的 GPS 定位误差分析与建模[J]. 农业机械学报,2010,41(4):189 - 192.
ZHOU Jun,ZHANG Peng,SONG Baihua. Analysis and modeling of GPS positioning error for navigation of agricultural machinery[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery,2010,41(4):189 - 192. (in Chinese)

15 罗石,张欢欢,朱长顺. 基于姿态预测的线控转向变传动比侧翻控制的研究[J]. 科学技术与工程,2014,14(17):113 - 117.
LUO Shi,ZHANG Huanhuan,ZHU Changshun. The research on roll control by variable transmission ratio based on the forecast position parameters[J]. Science Technology and Engineering,2014,14(17):113 - 117. (in Chinese)

16 穆桂脂. 基于 AR 模型及 MLR 模型的汽车行驶姿态预测[J]. 山东农业大学学报:自然科学版,2014,45(2):204 - 209.
MU Guizhi. Forecast for vehicle driving posture based on AR model and MLR model[J]. Journal of Shandong Agricultural University:Natural Science Edition,2014,45(2):204 - 209. (in Chinese)

17 刘军,王素梅,何国国,等. 基于自回归模型的汽车姿态角在线预测系统[J]. 计算机工程,2011,37(13):202 - 204.
LIU Jun, WANG Sumei,HE Guoguo,et al. On-line prediction system of vehicle attitude angle based on auto-regressive model[J]. Computer Engineering,2011,37(13):202 - 204. (in Chinese)

18 彭秀艳. 船舶运动姿态在线预报及仿真技术研究[D]. 哈尔滨:哈尔滨工程大学,2006.
PENG Xiuyan. On-line prediction and simulation technique research on ship motion attitude[D]. Harbin:Harbin Engineering University,2006. (in Chinese)

19 马洁. 船舶运动姿态预报与控制方法研究[D]. 哈尔滨:哈尔滨工程大学,2006.
MA Jie. Research on ship movement prediction and anti-roll control method[D]. Harbin:Harbin Engineering University,2006. (in Chinese)

20 周毅. 时间序列模型辨识方法及其仿真研究[D]. 无锡:江南大学,2008.
ZHOU Yi. Time-series model identification and simulations[D]. Wuxi:Jiangnan University,2008. (in Chinese)

21 首招勇,杨媛媛. 时间序列问题的建模方法和过程[J]. 数学理论与应用,2012,32(1):112 - 120.
SHOU Zhaoyong,YANG Yuanyuan. On the modeling of time series[J]. Mathematical Theory and Application,2012,32(1):112 - 120. (in Chinese)

22 ANDREW A. Asymptotic theory for ARCH models: estimation and testing[J]. Econometric Theory,1986,2(1):107 - 131.

23 杨叔子,吴雅,轩建平. 时间序列分析的工程应用(上册)[M]. 武汉: 华中科技大学出版社: 265 - 266.

24 李瑞莹,康锐. 基于 ARMA 模型的故障率预测方法研究[J]. 系统工程与电子技术,2008,30(8):1588 - 1591.
LI Ruiying,KANG Rui. Research on failure rate forecasting method based on ARMA model[J]. Systems Engineering and Electronics,2008,30(8):1588 - 1591. (in Chinese)