doi:10.6041/j.issn.1000-1298.2016.09.054

# 单相对称磁路湿式力矩马达研究

### 孟彬林琼阮健

(浙江工业大学特种装备制造与先进加工技术教育部重点实验室,杭州 310014)

摘要:现有的 2D 阀用电-机械转换器从磁路原理和结构而言均较为复杂,且不能在湿式状态下工作。为此,基于 单相对称磁路设计了一种结构简单、有限转角的新型湿式力矩马达,制作了实验样机并搭建了实验平台,分别基于 磁路解析、数值模拟和实验研究了该马达的力矩-转角特性以及频率响应等主要特性。实验结果和模拟结果基本 相符,显示该马达的矩角特性曲线呈线性关系,且幅值随着电流增加而增大,其静力矩幅值达到 0.042 N·m,实测频 响能够满足直驱式 2D 比例阀和换向阀等的使用要求,适合作为此类场合的电-机械转换器。 关键词:力矩马达;湿式;耐高压;单相对称磁路;2D 阀

中图分类号: TH137.5 文献标识码: A 文章编号: 1000-1298(2016)09-0406-07

## Research on Wet Type Torque Motor Based on Symmetrical Magnetic Circuit with Single-phase Excitation

Meng Bin Lin Qiong Ruan Jian

(Key Laboratory of Special Purpose Equipment and Advanced Processing Technology, Ministry of Education, Zhejiang University of Technology, Hangzhou 310014, China)

Abstract: In order to solve problems that conventional electro-mechanical converter of 2D valve had deficiency of complicated magnetic circuit, intricate structure and lacking high pressure resistance, a torque motor with simple structure, limited working stroke and high pressure resistance was developed based on symmetrical magnetic circuit with single-phase excitation. Working principle and detailed structure were discussed. Prototype motor was fabricated and test rig for static and dynamic characteristics was built. Torque-angle characteristics and frequency response were studied using approaches of magnetic circuit analysis, FEM simulation and experiments. The experimental results were in a close agreement with the simulated results, which indicated the torque-angle characteristic was close to linear relationship and its amplitude increased with excited current. The simulated results don't have hysteresis characteristics since it is a static electro-magnetic simulation. And experimental curves show slight hysteresis, which are mainly due to magnetic hysteresis loops of soft magnetic materials and each static and dynamic frictions existing in the test rig. The maximum static torque reaches about 0.042 N·m and the experimental frequency width can meet requirements of 2D proportional and directional valves. Therefore the proposed torque motor is appropriate to be an electro-mechanical converter of such applications. If proper heat treatment can be performed, the static and dynamic characteristics of torque motor will be further improved.

Key words: torque motor; wet type; high pressure resistance; symmetrical magnetic circuit with singlephase excitation; 2D valve

收稿日期: 2016-06-04 修回日期: 2016-07-05

基金项目:国家自然科学基金项目(51405443)、浙江省自然科学基金项目(LY14E050007)和浙江省科技厅公益性项目 (2016C31G2020039)

作者简介: 孟彬(1979—), 男, 副教授, 博士, 主要从事电液伺服控制研究, E-mail: bin\_meng@ zjut. edu. cn

#### 引言

电-机械转换器是电液伺服/比例控制元件的关 键部件<sup>[1-3]</sup>,其按照衔铁是否允许浸泡在油液里而 被分为干式和湿式两类,湿式电-机械转换器由于其 耐高压设计而得以取消干式结构固有的阀杆上的动 密封,提高了阀的工作可靠性;衔铁工作时可以浸在 油液中,油液会循环带走轭铁和衔铁的部分热量,起 到改善散热的作用;油液的阻尼效应也使得阀切换 时噪声小,工作平稳,延长了使用寿命。因此,具备 湿式耐高压能力的高性能电-机械转换器一直是研 究重点和发展方向<sup>[4-6]</sup>。

为了有效克服液动力从而获得理想的静动态特 性,人们通常将伺服/比例阀设计成导控式的多级结 构。在众多的结构创新中,基于阀芯双运动自由度 (Two dimensional,2D)设计的流量放大机构将原本 分立的导控级和功率级合二为一,集成于单个阀芯 上,其结构简单、动态响应快、抗污染能力强,可构成 换向、比例和伺服阀等全系列 2D 电液控制元件,在 航空航天、军用武器、船舶、大型电站、钢铁、材料试 验机和振动台等领域中得到了相当程度的应 用<sup>[7-9]</sup>。2D 阀由于其独特的工作原理,需要使用旋 转式电-机械转换器,其一般选用混合式步进电动 机。混合式步进电动机的磁路对称,但由于定子径 向分相而不具备湿式耐高压能力[10-11],导致其无法 与 2D 阀阀体相连而构成较为简单的直驱式 2D 阀, 不利于结构创新。笔者曾提出一种轴向分相的双相 旋转电磁铁,其输出力矩大,动态响应也较快,还能 做成湿式耐高压的结构,缺陷是单永磁体结构无法 保持对称磁路,本体和驱动电路较为复杂<sup>[12]</sup>。以上 两类电--机械转换器均从电动机的思路发展而来,为 保持动子可连续旋转,励磁相至少要两相以上。而 2D 阀阀芯只需要小角度的有限转角即可,因此其现 有电-机械转换器无论是从磁路原理或结构上而言, 都存在着进一步改进提升的空间。

本文基于单相对称磁路提出一种结构简单、有 限转角的新型湿式力矩马达,制作实验样机并搭建 实验平台,分别通过磁路解析、数值仿真和实验研究 讨论该马达的矩角特性以及频率响应等静动态特 性。

#### 1 磁路原理与马达结构

在设计双向作动的电-机械转换器时,磁路的对称性是需要重点考虑的问题,因其涉及工作精度问题。图1所示为单相励磁的轴向对称磁路,对应到 具体结构时由衔铁和定子部件等组成,衔铁外圆均 布若干个矩形小齿,定子部件由4段轭铁构成,其内圆面下端也均布与轭铁外圆相同数量的小齿。其中第1轭铁和第2轭铁之间、第3轭铁和第4轭铁之间需各自错齿半个齿距角,随后第2轭铁和第3轭铁相互扣合包容励磁线圈构成励磁相。第1轭铁和第2轭铁之间、第3轭铁和第4轭铁之间各自放置一个永磁体作为极化磁场源。如在控制线圈中通入大小可调的电流,其产生的励磁磁场与极化磁场在气隙下相互叠加,便可得到与控制电流大小成正比的双向衔铁角位移。图2所示为基于该磁路的单相励磁力矩马达结构示意图。



图 1 单相励磁的轴向对称磁路 Fig. 1 Axial symmetrical magnetic circuit with single-phase excitation

1.第1 轭铁
 2.第2 轭铁
 3. 左永磁体
 4. 励磁线圈
 5.第3
 轭铁
 6.第4 轭铁
 7. 右永磁体
 8. 衔铁



Fig. 2 Schematic of torque motor structure

1、3、7、8、11、12、13、16.0型密封圈 2.前端盖 4.衔铁轴 5.第4轭铁 6.右永磁体 9.保持架 10.励磁线圈 14.衔铁 15.后端盖 17. 左永磁体 18.第1 轭铁 19.第2 轭铁 20.第 3 轭铁

上述的结构有如下优点:

(1)具有湿式耐高压能力:相比于传统的径向 磁路,轴向的磁路结构可以采用O形密封圈对转子 容腔进行密封,从而使得油液能够进入转子腔,使其 成为湿式耐高压的电-机械转换器。这种采用O型 密封圈的湿式耐高压设计方法,相比传统比例电磁 铁的焊接密封而言,无需焊接工序,也降低了成本。

(2) 磁路对称:相比于之前的单永磁体结构,由 于左右永磁体对称布置,该马达的磁路是对称的,因 此无论往哪个方向旋转,其矩角特性都是对称的,从 而保证了电--机械转换器的工作精度。

(3)结构简单:相比于双相励磁结构,单线圈励 磁可以有效降低驱动电路的复杂性,减小成本;虽然 单相励磁中衔铁角位移被限制在半个齿距角之内, 但在设计时可以根据工作行程的需要来设计齿距角 大小。

#### 2 数学建模与仿真

#### 2.1 磁路解析

为获得力矩马达的静态矩角特性方程,分析关 键结构和运行参数对其的影响,采用等效磁路法进 行建模分析。假设系统中的铁磁材料工作在线性 区,定转子铁芯磁导率为无穷大,可认为磁路中的磁 压降就主要集中在工作气隙上。基于以上假设可得 到和图1对应的等效磁路图,如图3所示。



图 5 万龙与达寺双槛路图



图中 F<sub>。</sub>——永磁体向外提供的等效磁动势

Λ ... → 永磁体磁导

Φ<sub>m</sub>──永磁体向外提供的工作磁通

 $\Lambda_{a}$ 、 $\Lambda_{b}$ 、 $\Lambda_{c}$ 、 $\Lambda_{d}$ ——气隙  $a \sim d$ 下的磁导

*i*——励磁线圈的绕组电流

N-----线圈的匝数

为便于推导,根据磁路的线性叠加原理,可以将 图 3 分解成如图 4 所示的 3 个磁路图。

图中 *U*<sub>cb</sub>、*U*<sub>cc</sub>——气隙 b 和 c 下的由电流单独励磁 引起的气隙磁压降

U<sub>pm3</sub>、U<sub>pm4</sub>——由右永磁体单独励磁引起的气 隙磁压降

当定子和衔铁上的齿为均匀分布时,衔铁每转 过一个齿距角,马达的磁路完整地变化一个周期,因 此一个机械齿距角实际上对应 2π 的电气齿距角, 如图 5 所示,可以表示为

$$\begin{cases} \theta_{t} = 2\pi/Z_{r} \\ \theta_{e} = Z_{r}\theta \end{cases}$$
(1)

式中 Z<sub>r</sub>——衔铁齿数 θ<sub>e</sub>——定子和衔铁齿中心线夹角的电角度



Fig. 4 Linear decomposition of equivalent magnetic circuit



Fig. 5 Correspondence between mechanical and

electrical tooth pitch angle

θ,——定子和衔铁的齿距角

θ----定子和衔铁齿中心线夹角的机械角度

假定定子和衔铁各个齿下的气隙磁导均可由 Fourier级数分解成各次谐波分量,略去一阶以上的 谐波分量,则定子和衔铁各个齿下的气隙磁导 *A* 可 以写为

$$\begin{cases} A_{a} = A_{0} + A_{1} \cos \theta_{e} \\ A_{b} = A_{0} - A_{1} \cos \theta_{e} \\ A_{c} = A_{0} - A_{1} \sin \theta_{e} \\ A_{d} = A_{0} + A_{1} \sin \theta_{e} \end{cases}$$
(2)

式中 10---气隙磁导的恒定分量

Λ1——气隙磁导的一阶谐波分量幅值

按照经典的电磁学理论,电磁力矩可以通过求 得系统总磁共能后对衔铁转角求导获得。在线性叠 加条件下,可以写出电磁铁的总磁共能为

$$w' = \frac{1}{2} \left( U_{a}^{2} \Lambda_{a} + U_{b}^{2} \Lambda_{b} + U_{c}^{2} \Lambda_{c} + U_{d}^{2} \Lambda_{d} \right)$$
 (3)

式中  $U_a \cup U_b \cup U_c \cup U_d$  一 一 气隙 a ~ d 下的磁压降

w'——电磁铁的磁共能

衔铁的输出力矩可以写为

$$T = \frac{Z_{\rm r}}{2} \left( U_{\rm a}^2 \frac{\partial A_{\rm a}}{\partial \theta_{\rm e}} + U_{\rm b}^2 \frac{\partial A_{\rm b}}{\partial \theta_{\rm e}} + U_{\rm c}^2 \frac{\partial A_{\rm c}}{\partial \theta_{\rm e}} + U_{\rm d}^2 \frac{\partial A_{\rm d}}{\partial \theta_{\rm e}} \right)$$
(4)

式中 T——衔铁的总输出力矩

 $T_a \ T_b \ T_c \ T_d$  一一气隙 a ~ d 下的输出力矩

如图 4a 所示,当电流单独励磁时,b 和 c 气隙 下的磁压降可以写为

$$\begin{cases} U_{cc} = \frac{\Lambda_{b}}{\Lambda_{b} + \Lambda_{c}} Ni \\ U_{cb} = \frac{\Lambda_{c}}{\Lambda_{b} + \Lambda_{c}} Ni \end{cases}$$
(5)

同样,当左永磁体单独励磁时,其气隙磁压降可 以写为

$$\begin{cases} U_{pm1} = F_{c} \frac{\Lambda_{b} + \Lambda_{c}}{\Lambda_{a} + \Lambda_{b} + \Lambda_{c}} \\ U_{pm2} = F_{c} \frac{\Lambda_{a}}{\Lambda_{a} + \Lambda_{b} + \Lambda_{c}} \end{cases}$$
(6)

由于左右永磁体的对称布置,可以得到

$$\begin{cases} U_{pm1} = U_{pm4} \\ U_{pm2} = U_{pm3} \end{cases}$$
(7)

各个气隙下的电磁力矩可以写成

$$\begin{cases} T_{a} = \frac{1}{2} U_{pm1}^{2} \frac{\partial \Lambda_{a}}{\partial \theta} \\ T_{b} = \frac{1}{2} (U_{pm2} + U_{pm3} + U_{cb})^{2} \frac{\partial \Lambda_{b}}{\partial \theta} \\ T_{c} = \frac{1}{2} (U_{pm2} + U_{pm3} - U_{cc})^{2} \frac{\partial \Lambda_{c}}{\partial \theta} \\ T_{d} = \frac{1}{2} U_{pm4}^{2} \frac{\partial \Lambda_{d}}{\partial \theta} \end{cases}$$
(8)

将式(2)~(7)代人式(8)后化简,考虑到  $3\Lambda_0 \gg \Lambda_1$ ,且略去 sin $\theta$ 和 cos $\theta$ 的高次项,可得到马达 力矩的表达式为

$$T = K_1 F_c^2 + K_2 F_c Ni + K_3 (Ni)^2$$
(9)

其中 
$$K_1 = -\frac{(2\Lambda_0^2\Lambda_1 + \Lambda_1^3)\sin\theta + 2\Lambda_0^2\Lambda_1\cos\theta}{9\Lambda_0^2}$$
 (10)

$$K_2 = -\frac{2\Lambda_0\Lambda_1(\cos\theta + \sin\theta)}{2\Lambda_0 - \Lambda_1(\sin\theta + \cos\theta)}$$
(11)

$$K_3 = -\frac{2\Lambda_0^2\Lambda_1(\sin\theta - \cos\theta)}{4\Lambda_0^2 + \Lambda_1^2 - 4\Lambda_0\Lambda_1(\sin\theta + \cos\theta)} \quad (12)$$

式中 K<sub>1</sub> — 永磁力矩系数 K<sub>2</sub> — 混合力矩系数 K<sub>3</sub> — 电磁力矩系数

由上述推导过程可知,马达的输出力矩可以分为3部分:永磁力矩、混合力矩和电磁力矩。其中永 磁力矩和电流无关,大小和永磁体磁势 F。的平方成 正比,方向和衔铁旋转方向相反,是主要的阻力矩来 源;混合力矩是马达力矩的主要部分,其大小和永磁 体磁势 F。线圈匝数 N 及电流 *i* 的乘积成正比;电 磁力矩则和永磁体无关,大小只和线圈匝数 N 与电 流 *i* 的乘积成正比。除此之外,力矩大小还和衔铁 齿数、气隙磁导参数有关,增加衔铁齿数、优化气隙 磁导参数等均可提升输出力矩<sup>[13-14]</sup>。

#### 2.2 有限元模拟

由于马达永磁体的轴向极化磁场和径向电流励 磁磁场彼此交错,其作用机理较为复杂。为深入揭 示并验证其工作原理,基于 Ansoft Maxwell 平台作电 磁场的三维有限元模拟<sup>[15]</sup>。图 6 所示为与图 1 磁 路图对应的各个气隙下马达磁场的分布剖面图,可 以看到由于绝大部分磁场在  $\delta_b$ 和  $\delta_c$ 下叠加,因此这 两个气隙下的轭铁和衔铁磁场密度明显要比  $\delta_a$ 和  $\delta_a$ 的大;又由于磁场在  $\delta_c$ 下相互增强,在  $\delta_b$ 下相互抵 消而减弱,因此前者的轭铁和衔铁磁场密度更大。 从电磁设计角度而言,轭铁齿根部磁场强度最大,衔 铁齿端次之;衔铁由于被设计成空心杯结构以减小 转动惯量,则杯壁厚度也是关键参数,需要在转动惯 量和磁饱和之间作合理的折中选择。

图 7 所示为绕组电流分别为 0.05、0.1、0.2 A 下,模拟得到的马达在 -4.5°~4.5°转角范围内的 矩角特性曲线,可以看到电磁力矩随着转角的增加 而线性增加,其对应的最大静力矩分别为 0.014、 0.024、0.048 N·m 左右。在磁场没有饱和的情况下, 力矩幅值和电流基本成正比,矩角特性波形有轻微 的凸凹点存在,这是因绕组电流较小时高次谐波的



图 6 各个气隙下的磁场分布剖面图 Fig. 6 Sectional view of magnetic field distribution for each air gap





影响造成的。

#### 3 实验

为验证前述磁路解析及有限元模型的正确性, 制作了力矩马达的实验样机并搭建如图 8 所示的实 验台架,其中马达、扭矩传感器和伺服电动机均通过 连接板被固定于台架底座上,马达通过联轴器与扭 矩传感器的输出轴相连,扭矩传感器则通过联轴器 与伺服电动机相连,由于马达工作行程很小,伺服电 动机尾部装有角位移传感器,其采用无接触式磁旋 转编码器 AS5045,分辨率可达到 0.087 9°,足以对 伺服电动机角位移构成高精度的闭环控制。实验时 通过专用控制器对伺服电动机进行转子角位移和相 电流的双闭环反馈控制,伺服电动机带动马达旋转 到指定角度,激光位移传感器则用来测试样机的频 率响应。

#### 3.1 静态特性实验

静态特性实验主要是测试马达在不同励磁电流 下的矩角特性关系。实验时通过专用控制器中双闭 环反馈算法(位移和电流)控制伺服电动机转至所 需工作转角并在此保持住这个角度,随后给马达通 电并保持电流不变,通过伺服电动机后置的角位移 传感器和扭矩传感器即可测出该电流下马达转角和 力矩的关系,改变伺服电动机的旋转角度和实验样 机的绕组电流便可得到矩角特性的实验结果。

图 9 所示为绕组电流分别为 0.05、0.1、0.2 A 下,实测得到的马达在 -4.5°~4.5°转角范围内的 矩角特性曲线,考虑到有限元模型与实际样机之间 的材料特性参数差异和测试手段的限制,可以认为 模拟结果和实验结果大体上是相符的,实测的电磁 力矩随着转角的增加而线性增加,其对应的最大静 力矩比有限元模拟的略小,其分别为 0.014、0.022、 0.041 N·m 左右,力矩幅值和电流基本成正比;有限 元数值模拟由于是静磁场仿真,因此结果不存在滞 环,而实测的各条曲线均存在轻微的滞环,其原因是 由于软磁材料(电工纯铁 DT4)的磁滞以及台架存 在各种静动摩擦。电工纯铁的磁滞和其加工方式及 后续热处理关系很大,然而在本研究中不具备热处 理的条件,这在一定程度上也导致了滞环的出现。

#### 3.2 动态特性实验

动态特性实验主要是测试马达的频率特性。实验在图8所示的测试系统上进行,需外加信号发生



图 8 马达实验台架 Fig. 8 Test rig for motor 1. 角位移传感器 2. 伺服电动机 3. 扭矩传感器 4. 马达样机 5. 联轴器 6. 铜片



器,首先将马达与扭矩传感器断开,调整激光位移传 感器的光点使其对准马达衔铁轴前段粘贴的铜片以 测得衔铁角位移,信号发生器用来产生马达所需的 正弦波输入信号,两路输出信号分别输至记忆示波 器记录输出。图 10 所示为 0.1 Hz 和 10 Hz 两种正 弦波信号下实测得到的频率响应曲线,可以看到样 机在低频段时输出信号能够良好地跟随输入信号的 变化,在中频段也具有较好的频率响应,马达的动态 性能可以满足直驱式 2D 比例阀和换向阀的工程使 用要求(1~10 Hz 范围内)。另外,由于马达的气隙 取得较小,加上其加工装配精度所限,轭铁和衔铁之



图 10 实测的频率响应曲线 Fig. 10 Measured frequency response curve

间偶尔会出现摩擦触碰,使得其频率响应曲线波形 出现轻度的凹坑及扭曲。

#### 4 结论

(1)基于单相对称磁路提出了一种结构简单、有限转角的新型湿式力矩马达。制作了实验样机并搭建 了实验平台,分别通过磁路解析、数值仿真和实验讨论 了该马达的矩角特性以及频率响应等静动态特性。实验结果和仿真结果基本相符,显示该马达的矩角特性 波形呈线性关系,且幅值随着电流增加而增大,其最大静力矩达到 0.042 N·m,实验频宽能够满足直动式 2D 比例阀和换向阀等的使用要求(1~10 Hz范围内),适合作为此类场合的电-机械转换器。

(2)马达使用的软磁材料为电工纯铁 DT4,一 般而言需要在加工完后进行热处理以整理磁畴获得 较优的磁性能。然而在本研究中不具备热处理的条 件,在未来研究中应改善热处理条件,马达的输出力 矩和静动态特性可进一步得到提升。

参考文献

- 1 雷天觉. 新编液压工程手册[M]. 北京:北京理工大学出版社,1998.
- 2 成大先. 机械设计手册单行本:液压控制[M].5 版. 北京:化学工业出版社, 2010.
- 3 李松晶, 鲍文. 磁流体对伺服阀力矩马达动态特性的影响[J]. 机械工程学报, 2008, 44(12): 137-142.
- LI S J, BAO W. Influence on dynamic characteristics of a hydraulic servo-valve torque motor due to magnetic fluids [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2008, 44(12): 137 142. (in Chinese)
- 4 DING C, DING F, ZHOU X, et al. Novel pressure-resistant oil-immersed proportional actuator for electrohydraulic proportional control valve [J]. ASME Journal of Mechanical Design, 2013, 135(12):125001-125001-5.
- 5 崔剑,丁凡,李其朋,等.电液伺服转阀耐高压双向旋转比例电磁铁[J].机械工程学报,2008,44(9):230-235.
- CUI J, DING F, LI Q P, et al. High-pressure bi-directional rotary proportional solenoid for rotary servo valve [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2008, 44(9): 230-235. (in Chinese)
- 6 满军. 耐高压高速开关电-机械转换器关键技术研究 [D]. 杭州:浙江大学, 2011. MAN J. Research on key technology of high-pressure high-speed on-off electro-mechanical converter. [D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2011. (in Chinese)

- 7 阮健,裴翔,李胜. 2D 数字换向阀[J]. 机械工程学报,2000,36(3):65-68. RUAN J, PEI X, LI S. 2D electro-hydraulic digital directional valve [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2000, 36 (3):65-68. (in Chinese)
- 8 RUAN J, BURTON R, UKRAINETZ P. An investigation into the characteristic of a two dimensional "2D" flow control valve [J]. ASME Journal of Dynamic Systems Measurement and Control, 2002, 124(1): 214 220.
- 9 阮健,李胜,裴翔,等.数字阀的分级控制及非线性[J].机械工程学报,2005,41(11):91-97. RUAN J, LI S, PEI X, et al. Stage control and nonlinearites of digital valves [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2005,41(11):91-97. (in Chinese)
- 10 坂本正文(日本).步进电动机应用技术[M]. 王自强,译. 北京:科学出版社, 2010.
- ACARNELY P. Stepping motors: a guide to theory and practice [M]. 4th ed. London: Institution of Electrical Engineers, 2002.
   孟彬, 阮健, 李胜. 阀用耐高压旋转电磁铁特性研究 [J]. 农业机械学报,2012,43(12):240-245,256.
- MENG B, RUAN J, LI S. Characteristics of electromagnet with high pressure resistance for valve [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2012, 43(12): 240-245, 256. (in Chinese)
- 13 JUNG D S, LIM S B, KIM K C, et al. Optimization for improving static torque characteristic in permanent magnet stepping motor with claw poles [J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2007, 43(4): 1577 1580.
- 14 RAJAGOPAL K R, SINGH B, SINGH B P. Optimal tooth-geometry for specific performance requirements of a hybrid stepper motor [J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2003, 39(5): 3010-3012.
- 15 倪光正,杨仕友,钱秀英,等. 工程电磁场数值计算 [M]. 北京:机械工业出版社,2006.