doi:10.6041/j.issn.1000-1298.2016.09.051

给定 6R 闭链的八杆机构四位置综合

韩建友 曹彦平 崔光珍

(北京科技大学机械工程学院,北京 100083)

摘要: 在给定 6R 闭链上添加 2 个 RR 杆形成 32 种单自由度八杆机构。首先依据扩展布氏曲线理论求出解曲线, 在解曲线上添加 2 个 RR 杆得到了所要综合的八杆机构。由于解曲线上的每一点都可以作为添加 RR 杆的点,因 此可以得到无穷多解。通过把解曲线进行变换可以得到表示无穷多解的解平面,称为解域。根据闭链上添加的两 个 RR 杆是否相关,把解域分为 2 类。采用杆组法对机构进行分类并进行运动分析。根据机构是否能顺序通过给 定闭链的 4 个位置判断机构是否有缺陷,去掉解域中有缺陷的机构就得到了机构的可行解域。在可行解域中,根 据机构的原动件可转动的角度范围,将原动件为曲柄和非曲柄的机构进行区分。解域综合方法可使设计者能更直 观、准确地选择满足要求的机构,提高了设计效率。最后,通过一个八杆机构的综合示例具体说明了该类四位置综 合的过程及结果。

关键词:八杆机构;6R闭链;四位置综合;解曲线;解域 中图分类号:TH112.1 文献标识码:A 文章编号:1000-1298(2016)09-0382-07

Synthesis of Eight-bar Linkage for Specified 6R Loop through Four Positions

Han Jianyou Cao Yanping Cui Guangzhen

(School of Mechanical Engineering, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083, China)

Abstract: There are 32 ways in which the two RR constraints are added to the 6R loop to form 1-DOF eight-bar linkage. First, the solution curve was obtained based on expanding burmester curve theory. Then the eight-bar linkage can be synthesized by adding two RR constraints on the solution curves. Each point on the solution curve can be viewed as the added RR constraint, so infinitely many solutions can be got. The solution curve can be converted into the solution plane which presents infinitely many solutions. The solution plane was called solution region. The solution region was divided into two categories according to whether the two added RR constraints were related. The linkages were classified by the method of Assur group. The motion of eight-bar linkage was analyzed by the iterative position analysis method which relegated the four-bar Assur groups or six-bar Assur groups to several two-bar Assur groups. Whether a linkage could be defected depends on if it can sequently move through the four positions of 6R loop. After the defect linkages were removed, the feasible solution region can be got. In the solution region, the feasible linkage can be classified into two types, the crank and the non-crank, according to the rotatable angle range of the driving link. The solution region synthesis theory makes designers choose the feasible linkage directly and accurately, so the design efficiency was improved. In addition, eight-bar linkage can achieve more movement function compared with six-bar linkage and fourbar linkage. The synthesis of eight-bar linkage for 6R loop through four positions makes the solution region synthesis theory more perfectly, provides more choices for designer and lays the foundation for the application of eight-bar linkage in practice. Finally, an example of eight-bar linkage specifies the four positions synthesis.

Key words: eight-bar linkage; 6R loop; four positions synthesis; solution curve; solution region

收稿日期: 2016-04-12 修回日期: 2016-06-20

基金项目: 国家自然科学基金项目(51275034)

作者简介: 韩建友(1956—), 男, 教授, 博士生导师, 主要从事机构分析与综合理论、机构动力平衡等研究, E-mail: jyhan@ ustb. edu. cn

引言

平面四杆机构位置综合问题[1-4]已经得到较多 研究,四杆机构及其演化形式在生产实践中也得到 了广泛应用。但是,随着科学技术的发展,机构综合 研究水平的提高,多杆机构的应用研究亦日益增多, 例如,Watt-Ia型六杆转向机构、单自由度的六杆和 八杆机构手指的应用可能性研究[5-7],以及多杆机 构膝关节、折叠床等研究也取得了成果^[8-10]。文 献[11]在3R开链上添加RR杆综合形成单自由度 六杆机构,通过雅可比矩阵行列式值的符号变化以 及运动连续性进行缺陷判断。文献[12]提出了将 Stephenson -Ⅲ型六杆机构分解为四杆机构和一个 Ⅱ级杆组,然后求解其运动区域的方法。文献[13] 在给定 4R 开链上添加 3 个 RR 杆,综合生成八杆机 构,采用机架转换的方法对机构进行运动分析,通过 保持二杆组叉积符号不变进行缺陷判断。 SONAWALE 等^[14]研究了给定 6R 闭链的八杆机构 五位置综合的问题。但是,五位置综合得到的是有 限的机构解,设计者的选择具有局限性,有时得不到 所需要的解。本文区别于文献[14],研究给定 6R 闭链的八杆机构四位置综合问题,四位置综合可以 得到无穷多解,为设计者提供更多选择。在给定6R 闭链上添加 2 个 RR 杆,综合生成 32 种单自由度的 八杆机构,与给定 3R 开链的六杆机构的四位置综 合相比,得到的机构种类更多。八杆机构与六杆机 构、四杆机构相比能实现更多的运动功能。如,可以 给定机架的位置或多个连杆以及连架杆的运动(包 括速度、加速度等)。本文在四杆、六杆和部分八杆 机构解域综合方法的基础上,提出给定 6R 闭链的 八杆机构四位置综合问题的解域综合方法,完善多 杆机构的解域综合方法,为该类机构的应用提供一 个可行的综合方法,为设计者设计新产品提供更广 阔的机构选择平台。

1 八杆机构构成

图 1 为 6R 闭链, *M* 为执行件。要得到单自由 度的八杆机构, 需要在闭链上添加 2 个 RR 杆。本 文参照文献[14]添加构件, 得到 32 种八杆机构。



依次添加2个RR杆,第2个添加杆与第1个 添加杆不相关时形成17种八杆机构,如图2所示; 第2个添加杆与第1个添加杆相关时得到15种八 杆机构,如图3所示。

因此,在闭链上添加2个构件共得到32种八杆 机构。



图 2 添加 2 个不相关构件的八杆机构 Fig. 2 Linkages obtained by adding two independent RR constraints to the 6R loop

2 解域构成

本文给定 6R 闭链的 4 个位置,参照文献[11] 综合生成 2 个 RR 添加杆,采用解曲线分段方法建 立解域。解域建立具体步骤为:

(1)计算添加杆上铰链点所在的解曲线

根据给定闭链上各构件的4个位置计算得到添加杆7上铰链点 a 所在的解曲线 ab - a,如图4 所示。设铰链点 a 的 x 坐标为已知量,令 x 以一定步 长依次取值,得到关于 y 的三次方程,根据求根公 式,得到相应的解,点(x,y)即为解曲线 ab - a 上的 点,把这些点用直线连接便得到了解曲线 ab - a。 根据解曲线方程的定义及推导过程,同时得到了添







加杆 7 上铰链点 b 所在的解曲线 ab - b。同理,可以 得到添加杆 8 上铰链点 c、d 所在的解曲线 cd - c 和 cd - d,如图 4 所示。



(2)计算解曲线上可行区段,并对其进行分段

如果解曲线 ab - a上的点在铰链点 a 的限定范 围内,并且与该点对应的解曲线 ab - b上的点也在 其限定范围内,那么该点为可行点。首先根据铰链 点 $a \downarrow b$ 的限定范围计算得到解曲线 $ab - a \space b ab - b$ 可行 区段,然后把可行 区段进行分段,具体见文 献[6]。同样,计算解曲线 cd - c和 cd - d上的可行 区段,并对其进行分段。由于解曲线 ab - a(cd - c)上的点与解曲线 ab - b(cd - d)上的点——对应,所 以,以下仅对解曲线 ab - a和 cd - c进行讨论。

(3)建立解域

把解曲线 ab - a 和 cd - c 上的可行区段首先按 照区段排列,然后将各个区段内所有点的 x 坐标按 从小到大的顺序依次排列分别向横、纵坐标轴映射, 建立解域。因此,解域内的每一点的横纵坐标值分 别代表铰链点 a、c 的 x 坐标,根据第一步内容得到 相应 y 的坐标与该点对应的铰链点 b、d 的位置坐 标。也就是说解域内每一点都代表添加的 2 个构 件,即选取解域内每一点都可以得到一个八杆机构。

(4)解域分类

对于添加 2 个不相关构件的八杆机构,如图 2a 所示,计算得到的解曲线 ab - a 与解曲线 cd - c 不 相关,对于解域内任意一点 (a_x, c_x) ,其横纵坐标值 相互独立,如图 5a 所示。对于添加 2 个相关构件的 八杆机构,如图 3a 所示,计算得到的解曲线 cd - c与解曲线 ab - a 相关。解域内任意一个横坐标 a_x 对 应一条直线 $x = a_x$,该直线为铰链点 a 对应的解曲线 cd - c上可行区段内所有点的 x 坐标向 y 轴映射所 得,如图 5b 所示。在该解域内,对于任意一点 $(a_x, c_x), 纵坐标的值 c_x 依赖于横坐标 a_x 。因此,根$ 据闭链上添加的 2 个构件是否相关,把解域分为 2 类。



3 运动分析方法与缺陷判别

3.1 运动分析方法

任何平面机构都可以分解为原动件、基本杆组 和机架3部分。自由度F=0且不能再分的运动链 (构件组)称为基本杆组。本文中所有八杆机构均 以构件1为原动件,构件6为机架。在机构运动分 析过程中,根据机构所含基本杆组类型把32种机构 分为3种类型,如图2和图3所示,蓝色框内机构共 有4种,每种机构包含3个二杆组,把此种机构称为 I类八杆机构;绿色框内的机构共有8种,每种机构 包含1个四杆组和1个二杆组,把此种机构称为II 类八杆机构,红色框内机构共有20种,每种机构包 含1个六杆组,把此种机构称为III类八杆机构。本 文中涉及到的基本杆组包括二杆组、四杆组和六杆 组,如图6所示。



Fig. 6 Assur groups contained in synthetic linkages

杆组具有运动确定性,即杆组的外副若与运动 已知的构件相连接,则杆组中每一构件的运动都是 确定的。本文基于杆组法对机构进行运动分析。将 基本杆组的位置分析过程编为子程序,在对机构进 行运动分析时,直接调用该子程序。Ⅰ、Ⅱ类八杆机 构包含多个杆组,对机构运动分析时首先调用与机 架、原动件相连接的杆组,求得该杆组中所有内铰链 的位置坐标,再根据其他杆组外铰链点的已知性依 次调用。对于Ⅲ类八杆机构,直接调用六杆组子程 序即可求得机构中所有铰链点的位置坐标。二杆组 的位置分析可直接调用已编好的子程序^[15]。根据 型转化法[15-16],复杂杆组可以转化为多个简单的构 件或二杆组。因此,本文通过多次调用二杆组的标 准程序对四杆组和六杆组进行位置分析。图7所示 为2个基本杆组的型转化过程,图 7a 中 $A_B C$ 是 与原动件或者机架相连的外铰链点,用实心圆表示, 解除外铰链点 A,把铰链点 D 虚拟为已知,于是杆组 就分解成了如图 7b 所示的简单杆组,依次调用二杆 组的子程序解得图 7a 所示杆组的各个铰链点的位 置,最后根据误差情况修正铰链点D的虚拟位置坐 标。图7c、7d为一个六杆组的型转化过程。同理,

> $-l_2\sin\theta_2$ $-l_3\sin\theta_3$ $l_4 \sin \theta_4$ $-l_4\cos\theta_4$ $l_2 \cos\theta_2$ $l_3\cos\theta_3$ 0 $l_8 \sin(\theta_4 + \beta)$ 0 |A| =0 $-l_8\cos(\theta_4+\beta)$ 0 0 0 0 0 0 0

整理式(10),得

$$|\mathbf{A}| = l_2 l_3 l_7 l_8 l_{10} l_{11} \sin(\theta_2 - \theta_3) \cdot \sin(\theta_1 + \theta_2 - \theta_2) \sin(\gamma + \theta_2 - \theta_2)$$
(11)

可求得其他复杂杆组的内铰链点的位置坐标,详见 文献[17-18]。



Fig. 7 Type conversion process of Assur groups

3.2 缺陷判别

以图 8 所示的八杆机构为例。首先对其进行位置分析,得到位置分析方程和雅可比矩阵。由图 8 得到矢量方程

$$\boldsymbol{l}_{op} + \boldsymbol{l}_{pq} + \boldsymbol{l}_{qr} - \boldsymbol{l}_{en} - \boldsymbol{l}_{nr} - \boldsymbol{l}_{oe} = 0 \quad (1)$$

$$\boldsymbol{l}_{oa} + \boldsymbol{l}_{ab} - \boldsymbol{l}_{oe} - \boldsymbol{l}_{en} - \boldsymbol{l}_{nb} = 0 \tag{2}$$

$$\boldsymbol{l}_{oc} + \boldsymbol{l}_{cd} - \boldsymbol{l}_{oe} - \boldsymbol{l}_{ed} = 0 \tag{3}$$

将式(1)~(3)分别向
$$x_y$$
坐标轴投影,得
 $l_1\cos\theta_1 + l_2\cos\theta_2 + l_3\cos\theta_3 - l_5\cos\theta_5 - l_4\cos\theta_4 - l_{oex} = 0$
(4)

 $l_1 \sin\theta_1 + l_2 \sin\theta_2 + l_3 \sin\theta_3 - l_5 \sin\theta_5 - l_4 \sin\theta_4 - l_{oey} = 0$ (5)

$$l_6 \cos(\theta_1 - \alpha_1) - l_8 \cos(\theta_4 + \beta) - l_5 \cos\theta_5 + l_7 \cos\theta_6 - l_8 = 0$$

$$l_8 = 0$$

$$(6)$$

$$l_6 \sin(\theta_1 - \alpha_1) - l_8 \sin(\theta_4 + \beta) - l_5 \sin\theta_5 + l_7 \sin\theta_6 - l_{oev} = 0$$

$$(7)$$

$$l_9 \cos(\theta_1 - \alpha_2) - l_{11} \cos(\theta_5 + \gamma) + l_{10} \cos\theta_7 - l_{oex} = 0$$

$$l_{9}\sin(\theta_{1} - \alpha_{2}) - l_{11}\sin(\theta_{5} + \gamma) + l_{10}\sin\theta_{7} - l_{oey} = 0$$

其中 $l_{oex} = e_x - o_x$ $l_{oey} = e_y - o_y$ 式中 $o(o_x, o_y) (e(e_x, e_y))$ — 机构的固定铰链点及 其坐标

将式(4)~(9)分别对
$$\theta_2 \ \theta_3 \ \theta_4 \ \theta_5 \ \theta_6 \ \theta_7$$
求导,
得到雅可比矩阵行列式

当|A|=0时,机构处于奇异位形。所以,如果 机构在运动过程中存在奇异位形,那么该机构存在 缺陷。本文中,机构缺陷判断的过程为:



Fig. 8 Parameters for eight-bar linkage

(1)计算给定 4 个位置的雅可比矩阵行列式, 得到 | **A**₁ | 、| **A**₂ | 、| **A**₃ | 、| **A**₄ | 。 | **A**_i | (*i* = 1,2,3,4)的 符号如果不相同,机构存在运动缺陷;如果相同,则 需要根据下一步运动连续性进一步判断机构是否存 在运动缺陷。

(2)机构输入角度从第1位置开始以一定的步 长连续取值,如果机构在到达给定第2个位置之前, |A|的符号发生变化,则机构存在缺陷。如果机构 在第1位置到第2位置运动过程中,|A|的符号不 变,但是当机构输入角度等于给定第2位置输入角 度时,机构实际到达的位置与给定位置不同,则机构 也存在缺陷。同样,可以判断机构从第2位置到第 3位置以及从第3位置到第4位置的缺陷情况。

如果机构从第1位置到第4位置不存在运动缺陷,则该机构为可行机构。在可行机构中,如果机构 原动件可转动角度范围为360°,把该机构标注为原 动件为曲柄的八杆机构;如果机构原动件可转动角 度范围未满360°,把该机构标注为原动件为非曲柄 的八杆机构。对解域内所有的八杆机构进行上述缺 陷判别,即可得到可行解域。

4 综合示例

综合如图 8 所示的八杆机构类型。已知 6R 闭 链的 4 个位置参数如表 1 所示,铰链点 a、b、c、d 的 坐标限定范围如表 2 所示,图 9 为表 1、表 2 给定参 数的示意图。表 1 中 L 为杆长, P_i表示机构所处的 第 *i* 个位置。表 2 中 A_i、B_i、C_i、D_i(*i*=1,2)分别表示 图 9 中限定框 A、B、C、D 左下角和右上角坐标。杆 *ab* 上铰链点 *a*、*b* 的位置坐标和杆 *cd* 上铰链点 *c*、*d* 的位置坐标为综合示例待求参数。

根据表 1 给定参数,按照第 2 节综合方法,综合 生成添加杆 7,得到如图 10 所示解曲线 ab - a 与 ab - b,同样,综合生成杆 8 时,得到如图 11 所示解 曲线 cd - c 与 cd - d。根据表 2 铰链点的限定范围,计 算得到解曲线 ab - a 的有效区段 $a_1 \in [0.2,11.4]$ 、 $a_{II} \in [41.6,70.6]$ 。同样,计算得到解曲线 cd - c 的 有效区段 $c_1 \in [45.8,49.8]$ 、 $c_{II} \in [18.8,49.8]$,分

Tab. 1 Four positional parameters of 6R loop

表 1

给定闭链的4个位置参数

参数	杆件				
	op	pq	qr	rn	ne
<i>L</i> /mm	150	308	215	112	180
$P_1/({}^\circ)$	90	35.8	338.2	63.4	56.3
$P_2/(^\circ)$	120	36.2	351.2	74.4	71.7
$P_3/(\circ)$	150	38.1	6.7	79.5	88.0
$P_4/(^\circ)$	180	41.6	22.3	80.6	102.4

表 2 铰链点 a,b,c,d 的限定范围

Tab.2 Ranges of joints a, b, c, d

A_1	B_1	C_1	D_1
(0,0)	(150,100)	(-80,-10)	(200,30)
A_2	B_2	C_2	D_2
(80,140)	(400,320)	(200,140)	(400,340)



Fig. 10 Solution curves of ab - a and ab - b

别将解曲线 ab - a 和 cd - c 上的有效区段 Ⅰ、Ⅱ 向 横纵坐标轴投影,建立解域。根据第3节对解域内 机构进行运动缺陷判别,由于图8所示八杆机构由 3个二杆组构成,所以可以通过保持二杆组叉积符 号不变进行缺陷分析。

最终,得到图 12 所示的解域图。选取解域内每 一点都可以得到一个八杆机构。在解域内任取点 K₁(10.0,44.8),可得与之对应的机构,如图 13a 所 示,取点 K₂(50.2,40.8),可得如图 13b 所示的对应 机构。点 K₁、K₂对应的铰链点 a、b、c、d 如表 3 所示。





Fig. 11 Solution curves of cd - c and cd - d



Fig. 13 Synthesized linkages

表 3 K_1 、 K_2 对应的铰链点参数

Tab. 3 Parameters of joints corresponding to K_1 and K_2

铰链点	K_1	<i>K</i> ₂
a	(10.0,95.918)	(50.2,75.765)
b	(167.102,169.510)	(371.242,159.892)
с	(44.8,63.401)	(40.8,50.728)
d	(361.830,131.931)	(361.672,107.134)

本文的研究内容为应用基础理论与方法的研究。 这些理论和方法的研究成果解决了给定闭链运动的 八杆机构的设计问题,因此,可应用于已知如图1所 示的闭链上一个构件或者多个构件的若干位置及其 他构件杆长和角度设计一个横向和纵向运动范围较 大,机架位置也给定的八杆机构。例如,折叠床(主要 给定构件3和构件4的4个位置、其他构件杆长及角 度可以给定,也可以计算得到)、振动筛(主要给定构 件3的4个位置、其他构件杆长及角度)以及给定平 面四自由度4R机械手机构的4个位置用单自由度八 杆机构实现的设计问题。此外,还有一些潜在的其他 应用场合。随着八杆机构的设计理论与方法的日益 成熟,该类机构将在某些工程中的机构设计问题中得 到推广和应用。本文重点研究普遍适用的设计理论 与方法,没有给出具体应用实例。

5 结论

(1)通过对此类综合所得的构型进行分析,得到了 32 种八杆机构构型(全部八杆机构构型共有153 种)。

(2)通过对 32 种机构构型进行分析,给出了全部机构解域的建立方法和建立过程,并得到了全部 解域共分成 2 类的结论。

(3)给出了杆组构型分类方法。综合出的32种 八杆机构共含有2种四杆组和7种六杆组(见图6, 153种八杆机构中共含有10种六杆组)。同时,引入 了高级杆组降级为二级杆组的迭代位置分析方法,对 各类杆组都只调用二级杆组的求解程序,完成了对机 构进行位置分析和缺陷判定的自动求解过程。

(4)对各种构型,在其运动分析自动完成的基础上,仍先根据雅可比矩阵对给定四位置点进行分支与回路缺陷判定。去除雅可比矩阵行列式值变号的部分,对保留部分进行运动分析检查,直至得到可行域,并根据构型有无曲柄对可行域分类。

(5)给出的机构综合示例表明,本文给出的方法是行之有效的。所编制的给定闭链4个位置的八杆机构综合程序具有通用性,易于掌握。上述结果补充和完善了八杆机构的综合理论与方法,对机构的综合及应用研究具有一定的推进作用。

参考文献

- 1 HAN Jianyou, QIAN Weixiang. On the solution of region-based planar four-bar motion generation [J]. Mechanism and Machine Theory, 2009, 44(2):457-465.
- 2 钱卫香,韩建友.实现连架杆给定角位移的机构综合方法[J].农业机械学报,2009,40(5):222-226. QIAN Weixiang, HAN Jianyou. Synthesis method for planar four-bar linkages given angle displacements of rotating links[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2009, 40(5): 222-226. (in Chinese)
- 3 YANG Tong, HAN Jianyou, YIN Lairong. A unified synthesis method based on solution regions for four finitely separated and mixed "Point-Order" position [J]. Mechanism and Machine Theory, 2011,46(11):1719-1731.
- 4 杨通,韩建友. 复合四位置刚体导引机构综合的研究[J]. 农业机械学报,2011,42(3):203-207. YANG Tong, HAN Jianyou. Rigid-body guidance mechanism synthesis through four mixed positions [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery,2011,42(3):203-207. (in Chinese)
- 5 韩建友,李人武,杨通,等. Watt-I型六杆刚体导引机构的解域综合方法[J]. 工程科学学报,2015, 37(5): 655-660. HAN Jianyou, LI Renwu, YANG Tong, et al. Solution region synthesis approach of a Watt-I six-bar rigid-body guidance mechanism [J]. Chinese Journal of Engineering, 2015, 37(5): 655-660. (in Chinese)
- 6 HAN Jianyou, YANG Tong. On the solution of region-based planar six-bar motion generation for four finitely separated position [C] // Proceedings of the ASME 2012 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference, 2012: 441 - 449.
- 7 崔光珍,韩建友,杨通.基于解域综合理论的八杆机构综合方法[J].东北大学学报:自然科学版,2015,36(7):1010-1014.

CUI Guangzhen, HAN Jianyou, YANG Tong. The synthesis method of eight-bar linkage based on solution region synthesis theory [J]. Journal of Northeastern University: Natural Science, 2015, 36(7): 1010-1014. (in Chinese)

- 8 Al-ARAIDAH O, BATAYNEH W, DARABSEH T. Conceptual design of a single DOF human-like eight-bar leg mechanism [J]. Jordan Journal of Mechanical and Industrial Engineering, 2011, 5(4): 285 - 289.
- 9 GIESBRECHT D. Design and optimization of a one-degree-of-freedom eight-bar leg mechanism for a walking machine [D]. Winnipeg, CAN: University of Manitoba, 2010.
- 10 MCCARTHY J M, SOH G S. Geometric design of linkages [M]. 2nd ed. New York: Springer, 2011.
- 11 韩建友,崔光珍,杨通.六杆机构四位置运动生成的解域综合理论与方法[J].北京航空航天大学学报,2014,40(9): 1170-1175.

HAN Jianyou, CUI Guangzhen, YANG Tong. The solution region synthesis theory and method of six-bar linkages with 4-position motion generation [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2014, 40(9):1170 -1175. (in Chinese)

- 12 WATANABE K, KATOH H. Identification of motion domains of planar six-link mechanisms of the Stephenson-type [J]. Mechanism and Machine Theory, 2014, 39(10): 1081-1099.
- 13 崔光珍,韩建友,杨通. 给定 4R 开链的八杆机构解域综合理论与方法[J]. 农业机械学报, 2015,46(4): 331-337.
 CUI Guangzhen, HAN Jianyou, YANG Tong. Solution region synthesis method of eight-bar linkages for 4R open chain [J].
 Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2015, 46(4): 331-337. (in Chinese)
- 14 SONAWALE K H, MCCARTHY J M. Synthesis of useful eight-bar linkages as constrained 6R loops [C] // Proceedings of the ASME 2014 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference, 2014, 5A: VO5AT08A076 - 1 - 13.
- 15 曹惟庆. 连杆机构的分析与综合[M]. 2版. 北京:科学出版社, 2002.
- 16 韩建友. 高等机构学[M]. 2 版. 北京:机械工业出版社, 2015.
- 17 卢天齐.含第二类六杆复杂杆组的八杆机构的位置分析方法研究及软件开发[D].北京:北京科技大学,2015.
 LU Tianqi. The position analysis research and software development of eight-bar mechanisms including the second type of complex six-bar groups [D]. Beijing: University of Science and Technology Beijing, 2015. (in Chinese)
- 18 张倩倩. 含第一类六杆复杂杆组的八杆机构位置分析方法研究及软件开发[D]. 北京:北京科技大学,2015. ZHANG Qianqian. Analysis method of location analysis of eight bar mechanisms with the first kind of six bar linkages and software development [D]. Beijing: University of Science and Technology Beijing, 2015. (in Chinese)