

基于串联式 Triple-LET 的 LEMs 滑块机构分析

邱丽芳 印思琪 谢仲添 杨德斌

(北京科技大学机械工程学院, 北京 100083)

摘要: 设计了一种基于串联式的 Triple-LET 新型柔性铰链, 给出了该铰链的三维结构, 并对其进行了弯曲等效刚度的理论分析, 推导了该结构形式铰链的弯曲等效刚度计算公式并给出了修正系数。基于修正的弯曲等效刚度理论计算公式, 对设计实例进行了分析计算, 同时建立了该设计实例的有限元仿真模型, 通过理论计算结果和仿真分析结果的比较, 验证了该铰链设计的可行性。将该新型铰链应用于 LEMs 柔顺滑块机构的设计中, 建立了该机构的基于修正弯曲等效刚度的伪刚体模型, 并加工了该串联式 Triple-LET 铰链的滑块机构铍青铜实物模型, 理论计算和实测结果基本一致, 验证了理论模型的正确性和机构设计的可行性, 同时也表明该滑块机构在工作状态具有较大变形, 能保持较好的稳定性。

关键词: Triple-LET 柔性铰链; 弯曲等效刚度; 平面折展机构; 滑块机构; 修正系数

中图分类号: TH122 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1298(2016)06-0381-06

Analysis of Lamina Emergent Slider Mechanisms Based on Series Triple-LET

Qiu Lifang Yin Siqi Xie Zhongtian Yang Debin

(School of Mechanical Engineering, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083, China)

Abstract: A new kind of flexure hinge, which was used on LEMs, named Triple-LET was proposed via connecting three outside LET flexure hinges, and its 3D structure was designed and analyzed. The equivalent bending stiffness of the Triple-LET flexure hinge was deduced and a modified coefficient was presented to optimize the results. Based on the modified formula of equivalent bending stiffness, the theoretical calculation of the design example was deduced, and the finite element simulation model of the design example was established and analyzed. Through comparing theoretical calculation results with finite element simulation results of the design example, the feasibility of the Triple-LET flexure hinge was verified. In order to verify the availability of the new flexure hinge in practical application, the Triple-LET flexure hinge was applied to a lamina emergent slider mechanism. The pseudo-rigid-body model of the lamina emergent slider mechanism was established based on the modified equivalent bending stiffness, and the physical model of the lamina emergent slider mechanism was made of beryllium bronze material based on the series Triple-LET flexure hinge. The theoretical calculation results and experimental results were basically consistent, therefore, the correctness of the theoretical model and the feasibility of the design example were verified, and it also indicated that the lamina emergent slider mechanism can implement large deformation and maintain a good stability in working status.

Key words: Triple-LET flexure hinge; equivalent bending stiffness; lamina emergent mechanisms; slider mechanism; modified coefficient

收稿日期: 2016-01-15 修回日期: 2016-03-02

基金项目: 国家自然科学基金项目(51475037)

作者简介: 邱丽芳(1966—), 女, 教授, 博士, 主要从事机械设计及理论和柔顺机构研究, E-mail: qlf@ustb.edu.cn

通信作者: 杨德斌(1965—), 男, 教授, 博士生导师, 主要从事机械设备状态评价及无线传感器研究, E-mail: ydb@ustb.edu.cn

引言

柔顺机构是通过柔性构件的弹性变形来输出力或运动的机构^[1]。柔顺机构在降低成本和提高性能这两大方面比传统刚性机构具有明显的优势^[2]。平面折展机构(Lamina emergent mechanisms, LEMs)是由薄板材料加工制成,可实现在平面外运动的一类柔顺机构^[3]。LEMs 作为柔性机构的一种重要类型,在电子工业、汽车制造、生物医学、搜救设备和微机电系统(MEMS)等领域有着广泛的应用^[4]。

设计柔顺机构的关键问题之一是设计柔顺铰链^[5]。文献[6]提出了设计 LEMs 铰链的思路;文献[7]介绍了可实现大变形的柔性铰链;文献[8]提出了一种具有 16 个柔性片段能实现 $\pm 90^\circ$ 转动的大变形一体式旋转柔性铰链;文献[9-10]提出了 LET 铰链及其等效刚度模型并进行了有限元分析;文献[11]提出了适用于金属薄板的 RUFF 铰链、TUFF 铰链;文献[12]提出了能够承载较大范围的拉压载荷的 I-LEJ 铰链、T-LEJ 铰链和 IT-LEJ 铰链,但在拉压刚度增加的同时,铰链的变形也受到了限制。

文献[13]分析了各种现有柔性铰链的运动特征、寄生运动和转动中心,总结了基础柔性铰链的性能;文献[14-15]提出了一种具有大转动角度的梳齿形柔性铰链和 S 形柔性铰链;文献[16]提出了一种用于计算铰链弧形片段在弯、扭 2 种变形下所产生的转角积分方法,并设计 LOOP 铰链;文献[17]设计了基于 LET 铰链和 LOOP 铰链类型的平面折展升降机构实例。

文献[18]提出了针对双片段铰链(Dual-segment compliant joints)设计的系统分析方法,设计者可以通过改变柔性部分的角度来改变铰链的性能。文献[19]提出了一种设计静平衡柔性弯曲铰链的系统方法;文献[20]提出了一种用来分析自由度大于输入的柔性机构的数值方法;文献[21]针对柔顺关节轴心漂移引起的误差,提出了一种能够有效提高柔顺关节并联机器人系统运行精度的计算方法。

本文提出一种基于串联式的 Triple-LET 柔性铰链,对其进行性能分析,并将其应用于 LEMs 滑块机构的设计中。

1 Triple-LET 柔性铰链的设计

柔性铰链主要通过柔顺片段的弯曲或扭转来实现变形。基于外 LET 铰链,提出一种串联式的 Triple-LET 柔性铰链,它的主要设计构思是通过将 3 个外 LET 铰链串联,用以分担 LEMs 柔性铰链所

承受的载荷,其结构示意图和受力情况如图 1 所示。根据铰链在转动变形过程中各部分起的主要作用,可以将铰链的结构分成扭转片段和弯曲片段两类。铰链厚度为 t ,总宽度为 w ,总长度为 l ,如图 1、2 所示。

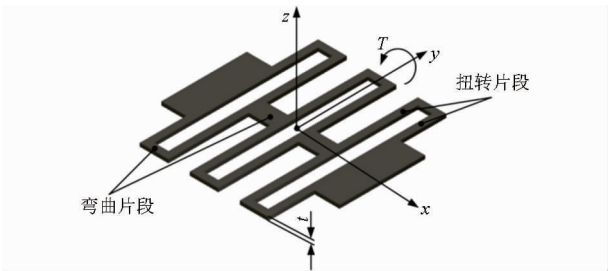


图 1 Triple-LET 柔性铰链的三维模型
Fig. 1 3D model of Triple-LET flexure hinge

串联式的 Triple-LET 柔性铰链尺寸示意图如图 2 所示,铰链是关于中心线对称的,两侧铰链片段完全相同,铰链共有两类扭转片段和两类弯曲片段,扭转片段 1 的长度为 l_{t1} ,宽度为 w_{t1} ,扭转片段 2 的长度为 l_{t2} ,宽度为 w_{t2} ;弯曲片段 1 的长度为 l_{b1} ,宽度为 w_{b1} ,弯曲片段 2 的长度为 l_{b2} ,宽度为 w_{b2} ,由于扭转片段 2 与弯曲片段 2 连接的部分相对于其他片段不会产生明显的变形,为简化计算,可将其视为连接的刚性片段。

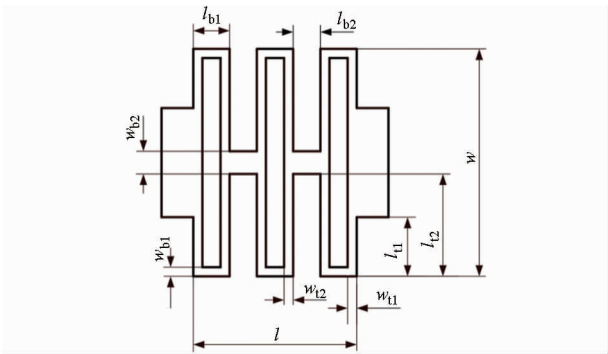


图 2 Triple-LET 柔性铰链尺寸示意图
Fig. 2 Dimension labels of Triple-LET flexure hinge

2 Triple-LET 柔性铰链弯曲等效刚度的推导

根据文献[1],将扭转片段和弯曲片段分别等效为相应的扭转弹簧和弯曲弹簧,根据弹簧串并联等效关系,即可得出整个铰链的弯曲等效刚度 $k_{eq,bend}$ 。基于串联式的 Triple-LET 柔性铰链的等效弹簧模型如图 3 所示。

根据弹簧的串并联规则,分析 Triple-LET 柔性铰链的等效弹簧系统,可以得到铰链在转动时的等效弹簧刚度为

$$k_{eq,bend} = \frac{2k_{eq1}k_{eq2}k_{b2}}{2k_{b2}k_{eq2} + 4k_{eq1}k_{eq2} + k_{eq1}k_{b2}} \quad (1)$$

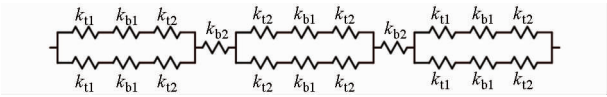


图 3 Triple-LET 柔性铰链等效弹簧关系示意图

Fig. 3 Associated spring model diagram of Triple-LET flexure hinge

其中
$$k_{eq1} = \frac{k_{t1} k_{t2} k_{b1}}{k_{b1} k_{t2} + k_{t1} k_{t2} + k_{t1} k_{b1}} \quad (2)$$

$$k_{eq2} = \frac{k_{t2} k_{b1}}{2k_{b1} + k_{t2}} \quad (3)$$

$$k_{b1} = \frac{E w_{b1} t^3}{12 l_{b1}} \quad (4)$$

$$k_{b2} = \frac{E w_{b2} t^3}{12 l_{b2}} \quad (5)$$

$$k_{t1} = w_{t1} t^3 \frac{G}{l_{t1}} \left[\frac{1}{3} - 0.21 \frac{t}{w_{t1}} \left(1 - \frac{t^4}{12 w_{t1}^4} \right) \right] \quad (6)$$

$$k_{t2} = w_{t2} t^3 \frac{G}{l_{t2}} \left[\frac{1}{3} - 0.21 \frac{t}{w_{t2}} \left(1 - \frac{t^4}{12 w_{t2}^4} \right) \right] \quad (7)$$

$$G = \frac{E}{2(1 + \sigma)} \quad (8)$$

式中 k_{eq1} ——第 1 个和第 3 个环状片段的等效弹簧刚度
 k_{eq2} ——第 2 个环状片段的等效弹簧刚度
 G ——材料剪切模量
 E ——材料弹性模量 σ ——材料泊松比

表 1 Triple-LET 柔性铰链转角仿真值、理论值以及误差与修正

参数	转矩 $T/(N \cdot mm)$									
	30	60	90	120	150	180	210	240	270	300
转角理论值 θ_{eq}/rad	0.100 2	0.200 5	0.300 7	0.400 9	0.501 2	0.601 4	0.701 7	0.801 9	0.902 1	1.002 4
转角仿真值 θ_A/rad	0.096 0	0.192 0	0.288 0	0.384 0	0.480 0	0.576 0	0.671 9	0.767 9	0.863 9	0.959 9
误差 $\delta/\%$	-4.19	-4.24	-4.22	-4.22	-4.23	-4.22	-4.25	-4.24	-4.23	-4.24
转角修正值 θ'_{eq}/rad	0.095 9	0.191 8	0.287 8	0.383 7	0.479 6	0.575 5	0.671 5	0.767 4	0.863 3	0.959 2
修正后误差 $\delta'/\%$	0.08	0.08	0.08	0.08	0.08	0.08	0.07	0.07	0.07	0.07

铰链受到转矩 T 作用下产生转角的仿真值与理论值之间的误差为

$$\delta = \frac{\theta_A - \theta_{eq}}{\theta_{eq}} \times 100\% \quad (10)$$

式中 θ_A ——转角仿真值 θ_{eq} ——转角理论值
经过大量不同材料、不同尺寸的 Triple-LET 柔性铰链的分析计算可知,铰链弯曲转角的相对误差均保持恒定,仿真值与理论值变化趋势基本一致,呈线性关系。因此在铰链的弯曲等效刚度中引入修正系数 α ,对 $k_{eq, bend}$ 进行修正,修正后等效刚度用 $k'_{eq, bend}$ 表示,即

$$k'_{eq, bend} = k_{eq, bend} \alpha \quad (11)$$

3 Triple-LET 柔性铰链的实例分析

3.1 尺寸设计及弯曲等效刚度计算

Triple-LET 柔性铰链受到如图 1 所示 y 方向的转矩 T 时,有

$$T = k_{eq, bend} \theta \quad (9)$$

式中 T ——作用在柔性铰链上的转矩, $N \cdot mm$
 θ ——铰链的弯曲角度, rad

选取铍青铜作为 Triple-LET 柔性铰链的材料,其弹性模量 $E = 128 \text{ GPa}$,泊松比 $\sigma = 0.29$,屈服强度为 $[s_y] = 1\,170 \text{ MPa}$ 。选取铰链厚度 $t = 1 \times 10^{-3} \text{ m}$,铰链尺寸为 $36 \text{ mm} \times 50 \text{ mm}$,即铰链宽度 $w = 50 \text{ mm}$,铰链长度 $l = 36 \text{ mm}$ 。

考虑到欲使铰链旋转时主要角位移发生在弯曲片段,还有加工的可行性,设计 Triple-LET 柔性铰链厚度为 $t = 1 \text{ mm}$,扭转片段 1 的参数为: $l_{t1} = 13 \text{ mm}$, $w_{t1} = 2 \text{ mm}$,扭转片段 2 的参数为: $l_{t2} = 22.5 \text{ mm}$, $w_{t2} = 2 \text{ mm}$,弯曲片段 1 的参数为: $l_{b1} = 8 \text{ mm}$, $w_{b1} = 2 \text{ mm}$,弯曲片段 2 的参数为: $l_{b2} = 6 \text{ mm}$, $w_{b2} = 5 \text{ mm}$ 。将以上数据代入式(1)中,得到 Triple-LET 柔性铰链等效刚度为 $k_{eq, bend} = 3.039\,3 \times 10^{-3} \text{ N} \cdot \text{m}/\text{rad}$ 。将铰链的等效刚度代入式(9),即得到铰链在不同转矩作用下的弯曲角度,如表 1 所示。

则修正后

$$\theta'_{eq} = \frac{T}{k'_{eq, bend}} \quad (12)$$

$$\delta' = \frac{\theta_A - \theta'_{eq}}{\theta'_{eq}} \times 100\% \quad (13)$$

式中 θ'_{eq} ——修正后转角理论值
 δ' ——修正后相对误差
 α ——修正系数

经过对大量不同尺寸 Triple-LET 柔性铰链的实例计算分析结果的线性拟合,得到修正系数基本一致,取经验值 $\alpha = 1.045$ 。利用式(11)可得铍青铜材料的 Triple-LET 柔性铰链的修正弯曲等效刚度为 $k'_{eq, bend} = 0.312\,75 \text{ N} \cdot \text{m}/\text{rad}$,由式(12)、(13)得到

修正后的理论转角及修正值与理论值的误差如表 1 所示,可以看出修正后的相对误差较小,说明修正系数 α 有效。

3.2 有限元仿真及验证

为验证理论计算的正确性,在 Abaqus 软件中建立基于串联式的 Triple-LET 柔性铰链的有限元仿真模型,铰链材料为铍青铜,当施加弯矩为 $T = 300\text{ N}\cdot\text{mm}/\text{rad}$ 时的铰链变形云图如图 4 所示,此时铰链转角约为 $\pi/3$,应力云图如图 5 所示。由图 5 可知,此时铰链的所受最大应力为 843.6 MPa ,小于屈服强度 $[s_y] = 1\,170\text{ MPa}$,因而不会发生塑性变形,符合设计要求。

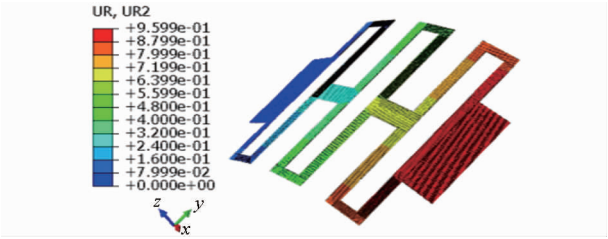


图 4 Triple-LET 柔性铰链转角变形云图
Fig. 4 FEA model of Triple-LET flexure hinge showing deflected position under bending condition

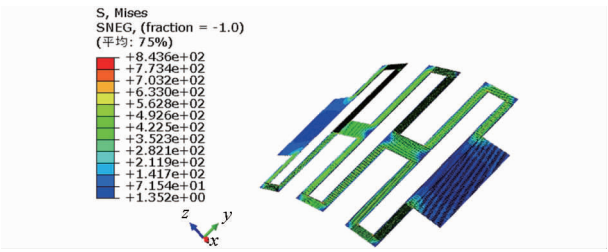


图 5 Triple-LET 柔性铰链应力变形云图
Fig. 5 FEA model of Triple-LET flexure hinge showing stress under bending condition

分别对 Triple-LET 柔性铰链施加不同的转矩,所得转角仿真值及其与理论计算值相对误差如表 1 所示。根据表 1 中的数据,绘制出材料为铍青铜的 Triple-LET 柔性铰链在不同的弯矩作用下,铰链转角理论值、修正值和仿真值的变化趋势图如图 6 所示。由表 1 和图 6 可以看出, Triple-LET 柔性铰链在转矩作用下发生弯曲时,产生的转角与理论值趋势基本一致,与计算修正值几乎重合,仿真刚度在铰链较大变形范围内基本保持不变,铰链转角与所受弯矩保持着很好的线性度,这证明 Triple-LET 柔性铰链的转动精度比较可靠。在本实例中,仿真转角与理论修正转角的相对误差在 1% 以内,并且当铰链所受弯矩逐渐变大时,理论计算值与有限元仿真值的误差基本保持不变,证明了理论计算方法的正确性与有限元分析法的可行性。

分析产生误差的主要原因有:①在有限元分析

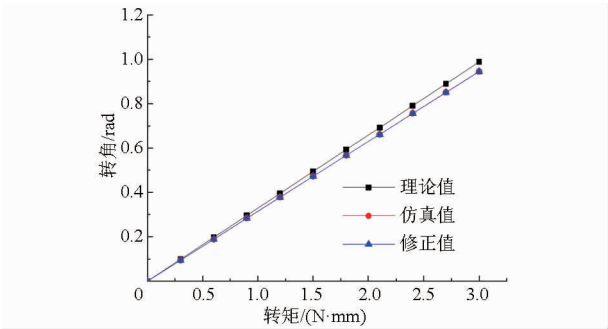


图 6 Triple-LET 柔性铰链在不同弯矩下转角理论值、修正值与仿真值变化曲线

Fig. 6 Trend chart of theoretical, corrected and simulated bending angles of Triple-LET under different bending moments

过程中,当载荷逐渐加大时,铰链的各部分片段实际上发生了不同程度的变形,再继续加载,各片段在耦合载荷下的变形会与理想状态下的纯弯曲变形产生偏差。②在理论计算中,各片段的尺寸是固定的,但是实际上连接片段与扭转片段相混合的这一部分界限比较模糊,它的变形会使理论计算相对于实际情况产生一定的偏差。③在理论计算中,由于铰链是对称结构,默认其转动中心在中点,但是在实际发生变形时,其转动中心位置并不精确,因此也会使理论与实际差生偏差。

4 基于 Triple-LET 柔性铰链的滑块机构设计与分析

设计基于 Triple-LET 柔性铰链的 LEMs 滑块机构,其尺寸示意图如图 7 所示,伪刚体模型如图 8 所示,输入转矩作用于长度为 r_2 杆上,利用能量守恒定律推导理论位移和转角。其中,使用铍青铜材料的 Triple-LET 柔性铰链构型尺寸如前,铰链厚度 $t = 0.5 \times 10^{-3}\text{ m}$,则根据理论计算式(1)~(11),铰链的理论弯曲刚度为 $k_{\text{eq,bend}} = 4.357 \times 10^{-2}\text{ N}\cdot\text{m}/\text{rad}$,修正理论弯曲刚度为 $k'_{\text{eq,bend}} = 4.5748 \times 10^{-2}\text{ N}\cdot\text{m}/\text{rad}$ 。

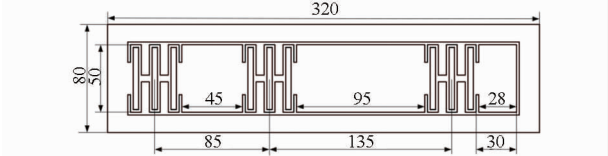


图 7 基于 Triple-LET 柔性铰链的平面折展柔顺滑块机构示意图(单位:mm)
Fig. 7 Dimension labels of lamina emergent slider mechanisms based on Triple-LET flexure hinge (unit:mm)

根据能量守恒原理和几何关系得出

$$M\theta_1 - \frac{1}{2}k_1\theta_1^2 - \frac{1}{2}k_3\theta_2^2 - \frac{1}{2}k_2(\theta_1 + \theta_2)^2 = 0 \quad (14)$$

$$r_2\sin\theta_1 = r_3\sin\theta_2 \quad (15)$$

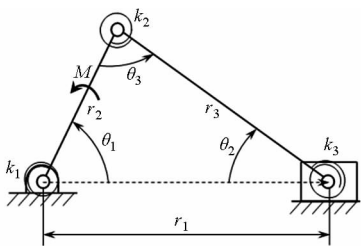


图 8 基于 Triple-LET 柔性铰链的平面折展柔顺滑块机构的伪刚体模型

Fig. 8 Pseudo-rigid-body model of lamina emergent slider mechanisms based on Triple-LET flexure hinge

$$r_1 = r_2 \cos \theta_1 + r_3 \cos \theta_2 \tag{16}$$

$$\Delta x = r_2 + r_3 - r_1 \tag{17}$$

式中 M ——作用在长度为 r_2 杆上的转矩
 $k_1、k_2、k_3$ ——等效弹簧刚度, $k_1 = k_2 = k_3$
 $\theta_1、\theta_2$ ——长度为 r_2 杆和长度为 r_3 杆的转角
 Δx ——滑块位移
由式(15)可以得出

$$\theta_2 = \arcsin \frac{r_2 \sin \theta_1}{r_3}$$

代入式(14),得到

$$M\theta_1 - \frac{1}{2}k_1\theta_1^2 - \frac{1}{2}k_3\left(\arcsin \frac{r_2 \sin \theta_1}{r_3}\right)^2 - \frac{1}{2}k_2\left(\theta_1 + \arcsin \frac{r_2 \sin \theta_1}{r_3}\right)^2 = 0 \tag{18}$$

由 Matlab 软件求解式(18),可得力矩为 50、60、70、80、90、100 N·mm 时的曲柄转角 θ_1 ,从而求得 θ_2 ,代入式(16)、(17)可得出滑块位移 Δx ,得到数值如表 2 所示。

表 2 基于 Triple-LET 柔性铰链的 LEMs 滑块机构曲柄转角的理论值、实测值及误差							
Tab. 2 Theoretically calculated and measured rotation angles of lamina emergent slider mechanisms based on Triple-LET flexure hinge and their relative errors							
参数	滑块位移 Δx /mm						
	5.1	7.4	10.1	13.3	17.0	21.2	
转角理论值 $\theta_1'/(^\circ)$	15.6	18.8	22.1	25.5	28.9	32.4	
转角实测值 $\theta_1/(^\circ)$	16.0	19.5	22.5	26.0	29.5	33.0	
转角相对误差/%	2.38	3.40	1.73	2.09	2.06	1.68	

经北京科技大学线切割中心进行加工制造,选取厚度为 0.5 mm 的铍青铜材料,采用线切割工艺进行加工平面折展滑块机构,尺寸如图 7 所示。机构实物的初始状态如图 9 所示;对滑块施加推力,机构的工作状态如图 10 所示;滑块运行时的位移 Δx 和角度 θ_1 如图 11 所示。为了进一步验证理论计算公式的正确性,测量得到实物在滑块位移 Δx 时的曲柄转角 θ_1 ,如表 2 所示。

由表 2 可知,在 LEMs 滑块机构产生一定位移



图 9 LEMs 滑块机构初始状态实物图
Fig. 9 Physical model of lamina emergent slider mechanisms in original state



图 10 LEMs 滑块机构展开状态实物图
Fig. 10 Physical model of lamina emergent slider mechanisms in expanded state



图 11 LEMs 滑块机构的展开状态实物主视图
Fig. 11 Physical model of lamina emergent slider mechanisms in operating state

情况下,曲柄转角的理论值和实测值基本一致,误差在 5% 以内,验证了理论计算公式的正确性。随着转矩增大,曲柄转角随之增大,但转角理论值与实测值之间的相对误差有增大有减小,可能主要是由测量误差引起的,且相对误差总体变小,是因为铰链发生大变形时,实际测量值的测量误差相对变小所引起的。

另外,由表 2 可知,将 Triple-LET 柔性铰链应用于滑块机构中,可以实现较大的滑块位移,当滑块位移 Δx 为 21.2 mm 时,测得曲柄的角度 θ_1 为 33° 。在 Abaqus 中建立 LEMs 滑块机构的有限元模型,如图 12 所示,仿真得到滑块位移 Δx 为 21.6 mm 时曲柄的角度 θ_1 为 31.38° ,结果基本一致,因此 Triple-LET 柔性铰链能够实现预期的功能。



图 12 平面折展滑块机构的运行仿真图
Fig. 12 FEA model of lamina emergent slider mechanisms in operating state

本文基于 Triple-LET 柔性铰链的 LEMs 滑块机构的尺寸参数与文献[13]中基于 S 形柔顺铰链的 LEMs 滑块机构相同,文献[13]中滑块位移 Δx 为 76.2 mm 时测得角度 θ_1 为 65.50° ,本文实例中,滑

块位移 Δx 为 76.2 mm 时测得角度 θ_1 为 67.50° , 结果基本一致, 表明铰链与机构的设计可行。

5 结论

(1) 设计了一种基于串联式的 Triple-LET 柔性铰链, 对其弯曲等效刚度进行了理论公式推导并进行修正, 通过有限元仿真分析, 验证了公式的正确

性。同时验证了设计实例能够满足设计要求, 在许用应力范围内能够实现较大的转角, 同时具有较小的误差。

(2) 制作了基于 Triple-LET 柔性铰链的 LEMs 滑块机构的实物模型, 通过理论值、实测值和仿真值的比较, 表明 Triple-LET 柔性铰链能够实现预期的变形, 该机构具有较大变形, 达到了设计目的。

参考文献

- 1 HOWELL L L. Compliant mechanisms[M]. Berlin: Springer Netherlands, 2012.
- 2 王雯静, 余跃庆, 王华伟. 柔顺机构国内外研究现状分析[J]. 机械设计, 2007, 24(6): 1-4.
WANG Wenjing, YU Yueqing, WANG Huawei. The domestic and foreign research situation of compliant mechanisms[J]. Journal of Machine Design, 2007, 24(6): 1-4. (in Chinese)
- 3 ALBRECHTSEN N B, MAGLEBY S P, HOWELL L L. Identifying potential applications for lamina emergent mechanisms using technology push product development[C]//ASME 2010 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference, 2010: 513-521.
- 4 JACOBSEN J O, HOWELL L L, MAGLEBY S P. Components for lamina emergent mechanisms [C]//ASME 2007 International Mechanical Engineering Congress and Exposition (IMECE 2007), 2007:165-174.
- 5 WILDING S E, HOWELL L L, MAGLEBY S P. Spherical lamina emergent mechanisms [J]. Mechanism and Machine Theory, 2012, 49: 187-197.
- 6 JACOBSEN J O, WINDER B G, HOWELL L L, et al. Lamina emergent mechanisms and their basic elements [J]. Journal of Mechanisms and Robotics, 2010, 2(1): 298-320.
- 7 TREASE B P, MOON Y M, KOTA S. Design of large-displacement compliant joints [J]. Journal of Mechanical Design, 2005, 127(4): 788-798.
- 8 FOWLER R M, MASELLI A, PLUIMERS P, et al. Flex-16: a large-displacement monolithic compliant rotational hinge[J]. Mechanism and Machine Theory, 2014, 82: 203-217.
- 9 JACOBSEN J O, CHEN G, HOWELL L L, et al. Lamina emergent torsional (LET) joint [J]. Mechanism and Machine Theory, 2009, 44(11): 2098-2109.
- 10 ATEN Q T, JENSEN B D, HOWELL L L. Geometrically non-linear analysis of thin-film compliant MEMS via shell and solid elements [J]. Finite Elements in Analysis and Design, 2012, 49(1): 70-77.
- 11 FERRELL D B, ISAAC Y F, MAGLEBY S P, et al. Development of criteria for lamina emergent mechanism flexures with specific application to metals [J]. ASME Journal of Mechanical Design, 2011, 133(3): 586-599.
- 12 WILDING S E, HOWELL L L, MAGLEBY S P. Introduction of planar compliant joints designed for combined bending and axial loading conditions in lamina emergent mechanisms [J]. Mechanism and Machine Theory, 2012, 56: 1-15.
- 13 DELIMONT I L, MAGLEBY S P, HOWELL L L. Evaluating compliant hinge geometries for origami-inspired mechanisms[J]. ASME Journal of Mechanisms & Robotics, 2015, 7(1):011009-011009-8.
- 14 邱丽芳, 孟天祥, 张九俏, 等. 梳齿形柔性铰链的设计与分析[J]. 东北大学学报:自然科学版, 2014, 35(9): 1316-1320.
QIU Lifang, MENG Tianxiang, ZHANG Jiuqiao, et al. Design and analysis of comb-shaped flexure joint [J]. Journal of Northeastern University: Natural Science, 2014, 35(9): 1316-1320. (in Chinese)
- 15 邱丽芳, 孟天祥, 张九俏, 等. 平面折展机构 S 形柔性铰链设计与试验[J]. 农业机械学报, 2014, 45(9):323-328.
QIU Lifang, MENG Tianxiang, ZHANG Jiuqiao, et al. Design and test of lamina emergent mechanisms s-shaped flexure hinge [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2014, 45(9): 323-328. (in Chinese)
- 16 张九俏. 直梁与直圆柔性铰链分析与应用[D]. 北京: 北京科技大学, 2014.
ZHANG Jiuqiao. Analysis and application of straight beam and straight circular flexure hinge [D]. Beijing: University of Science and Technology Beijing, 2014. (in Chinese)
- 17 邱丽芳, 陈家兴, 张九俏, 等. 平面折展升降柔顺机构设计[J]. 农业机械学报, 2015, 46(10): 370-375.
QIU Lifang, CHEN Jiaxing, ZHANG Jiuqiao, et al. Design and analysis of lamina emergent elevator mechanism [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2015, 46(10): 370-375. (in Chinese)
- 18 DELIMONT I L, MAGLEBY S P, HOWELL L L. A family of dual-segment compliant joints suitable for use as surrogate folds [J]. ASME Journal of Mechanical Design, 2015, 137(9): 092303-092303-10.
- 19 MERRIAM E G, HOWELL L L. Non-dimensional approach for static balancing of rotational flexures[J]. Mechanism & Machine Theory, 2015, 84:90-98.
- 20 ATEN Q T, ZIRBEL S A, JENSEN B D, et al. A numerical method for position analysis of compliant mechanisms with more degrees of freedom than inputs [C]//ASME 2010 International Design Engineering Technical Conferences & Computers and Information in Engineering Conference, 2010: 1-12.
- 21 田浩, 余跃庆, 吕强. 片簧型柔顺并联机器人运动规划与轨迹跟踪技术[J]. 农业机械学报, 2015, 46(3):372-378.
TIAN Hao, YU Yueqing, LÜ Qiang. Motion planning and trajectory tracking of parallel robot with leaf compliant joint [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2015, 46(3):372-378. (in Chinese)