

基于 POC 法的多环耦合并联机构拓扑特征分析

沈惠平 邵国为 朱小蓉 朱 伟

(常州大学现代机构学研究中心, 常州 213016)

摘要: 应用基于 POC 集和 SOC 单元的并联机构拓扑结构设计方法(简称 POC 法),对 2 个典型的多环耦合机构进行了拓扑特性分析,分析表明,需要在相应的自由度公式和约束度公式中,减去相应的“耦合次数”,才能计算出正确的机构自由度和耦合度,拓扑特征的总体计算过程、步骤和一般并联机构的拓扑特征分析相同;同时表明,POC 法能有效分析多环耦合并联机构,且物理、几何意义明确,操作简便易懂;多环耦合机构的结构看似复杂,但其耦合度相对较低,其运动学、动力学分析并不很复杂,因此,也具有一定的应用推广价值,当然,其应用的背景本身有待探索。

关键词: 并联机构; POC 法; 多环耦合机构; 耦合次数; 拓扑特性分析

中图分类号: TH112 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1298(2016)04-0349-06

POC Method Based Topology Characteristic Analysis of Multi-loop Coupled Mechanisms

Shen Huiping Shao Guowei Zhu Xiaorong Zhu Wei

(Research Center for Advanced Mechanism Theory, Changzhou University, Changzhou 213016, China)

Abstract: Multi-loop coupled mechanism is a new kind of complicated mechanism which has been used in bio-robot, aviation, refuge and other areas. However, it is deficient in theoretical study. The most basic understanding for a new mechanism is to realize its mobility. Multi-loop coupled mechanism, i. e. , serial-parallel hybrid mechanism, is different from the general parallel mechanism, and the former is coupled with each other among the branch chains. Therefore, the analysis of topology structure characteristic of multi-loop coupled mechanism is much more complex. Using the topological structure synthesis theory for parallel mechanism based on POC set and SOC unit (POC method, for short), the two classic multi-loop coupled mechanisms, symmetrical and asymmetrical ones, were analyzed. The correct degree of freedom and coupling degree could be calculated only if “coupling-number” was subtracted correspondingly by number of degree of freedom (DOF) and constrain degree when using the corresponding DOF formula and constrain formula. The coupling-number meant the coinciding number for over three branch chains, which was similar to the multiple-kinematic joint in the planar linkages. The result demonstrated that POC method can effectively analyze the multi-loop coupled mechanisms, and its physical and geometrical meanings were clear and the operation was simple and easy to understand. The structure of the multi-loop coupled mechanisms was seemingly complex, but its coupling degree was relatively low compared with 6-SPS Stewart-Gough platform with coupling degree of 3, and the kinematics and dynamic analyses were not complex. Therefore, the multi-loop coupled mechanisms have potential application value, and the application background still needs to be explored.

Key words: parallel mechanism; POC method; multi-loop coupled mechanisms; coupling times; topological characteristics analysis

引言

多环耦合机构源于工业生产和生活用品,其设计主要依赖于设计者的灵感、经验,目前人们对多环耦合机构的理论认识还不足,仅有一些学者针对多环耦合机构的自由度和构型开展了基础性的研究^[1-13],但它们的结构不同于一般的并联机构或混联机构^[14-17],其每条支链以某种方式耦合。

以方位特征(Position and orientation characteristic, POC)为设计目标、以有序单开链(Single-open-chain, SOC)为设计单元、以集合论为数学工具的机构拓扑结构设计理论与方法,简称POC法,其主要的概念、基本方程、运算规则及设计步骤,详见文献[18],具有数学方法简单、易于操作、得到非瞬时机构等特点。

文献[19]应用POC法,对34种范例并联机构(即8种著名并联机构及26种被学术界研究较多的机构)进行了拓扑结构分析,分别得到了其拓扑结构特征,并从中总结出具有较好启示作用和参考价值的一些设计规则或应用规律。

本文对2个典型的对称、非对称多环耦合机构的拓扑特征进行分析。

1 POC 法分析并联机构拓扑特性的一般步骤

为节约篇幅,现仅给出运用POC法分析计算DOF、POC集的主要步骤,如下:

- (1)选定动平台的基点 O' 。
- (2)确定支路末端 POC 集(M_{b_i})。
- (3)确定第 1 个独立回路的独立位移方程数 ξ_{L_1} 。

①确定第 1 个独立回路的独立位移方程数

$$\xi_{L_1} = \dim. \{ M_{b_1} \cup M_{b_2} \}$$

②确定由第 1、2 条支路组成的子并联机构的自由度($F_{(1-2)}$)及动平台的 POC 集($M_{Pa(1-2)}$)

$$F_{(1-2)} = \sum_{i=1}^m f_i - \sum_{j=1}^2 \xi_{L_j}$$
$$M_{Pa(1-2)} = M_{b_1} \cap M_{b_2}$$

(4)确定第 j 个独立回路的独立位移方程数 ξ_{L_j} ($j=1, 2, \dots, v$)。

①确定第 j 个独立回路的独立位移方程数

$$\xi_{L_j} = \dim. \{ M_{Pa(1-j)} \cup M_{b(j+1)} \}$$

②确定前($j+1$)条支路组成的子并联机构自由度($F_{(1-(j+1))}$)

$$M_{Pa(1-(j+1))} = M_{Pa(1-j)} \cap M_{b(j+1)}$$

- (5)确定并联机构 DOF。
- (6)确定并联机构动平台的 POC 集。

2 基于 POC 法的多环耦合机构的拓扑分析

2.1 对称多环耦合机构拓扑特性的分析

2.1.1 机构描述

如图 1 所示,一种对称多环耦合机构^[20],它由动平台 1、静平台 0 及 3 条对称分布且相互耦合的混合支链组成,第 1、2、3 条子并联机构支链

$$SOC_1 \{ -P_{11} \perp R_{12} \parallel R_{13} \parallel R_{23} \parallel R_{22} \perp P_0 - \}$$
$$SOC_2 \{ -P_{31} \perp R_{32} \parallel R_{33} \parallel R_{43} \parallel R_{42} \perp P_0 - \}$$
$$SOC_3 \{ -P_{51} \perp R_{52} \parallel R_{53} \parallel R_{63} \parallel R_{62} \perp P_0 - \}$$

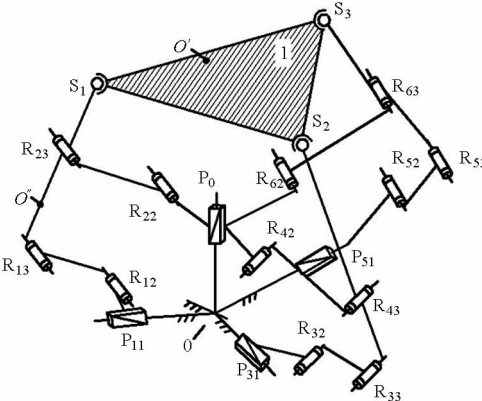


图 1 1T3R 对称多环耦合机构

Fig. 1 1T3R symmetrical multi-loop coupled mechanism

通过中间支链 $SOC \{ -P_0 - \}$ 使各子并联支路支链之间相连接,使支链之间相互耦合。各支链与动平台 1 通过 3 个球副 S_1 、 S_2 、 S_3 连接,与静平台 0 通过 4 个驱动副 P_0 、 P_{11} 、 P_{31} 、 P_{51} 连接,从而构成一个 4 自由度多环耦合机构。

2.1.2 自由度计算及 POC 集分析

(1) 机构的拓扑结构

如图 1 所示,3 条拓扑结构具有相同的混合支链(HSOC): $HSOC \{ -(P_i \perp R_i \parallel R_i \parallel R_i \perp P_0) - S_i - \}$,且在 P_0 处的“耦合次数”为 2。所谓的“耦合次数”,指 3 条支链以上的重合次数,相当于 3 个构件以上构成的“复合运动副”。设动平台上任意一点 O' 为基点。

(2) 确定 HSOC 末端构件的 POC 集

(3) 确定第一条 HSOC 支链的等效 SOC 末端构件的 POC 集

- ①设子并联机构(图 1)上动平台的基点 O'' 。
- ②确定子并联机构支路末端构件的 POC 集。

易知,末端构件的 POC 集为

$$M_{S_i} = \begin{bmatrix} l^2 (\perp R_{i2}) \\ r^1 (\parallel R_{i2}) \end{bmatrix} \quad (i=1, 2, 3, 4, 5, 6)$$

③确定第 1 个独立回路(子并联机构的独立回路)的独立位移方程数 ξ_{L_1} ,易知

$$\xi_{L_1} = \dim. \left\{ \left[\begin{matrix} t^2 (\perp R_{12}) \\ r^1 (\parallel R_{12}) \end{matrix} \right] \cup \left[\begin{matrix} t^2 (\perp R_{22}) \\ r^1 (\parallel R_{22}) \end{matrix} \right] \right\} =$$
$$\dim. \left\{ \left[\begin{matrix} t^2 (\perp R_{12}) \\ r^1 (\parallel R_{12}) \end{matrix} \right] \right\} = 3$$

④确定子并联机构 DOF。

第 1 个子并联机构的耦合次数为 1。

$$F_{Sub-pa_1} = \sum_{i=1}^m f_i - \sum_{j=1}^1 \xi_{L_j} = 6 - 1 - 3 = 2$$

⑤确定子并联机构动平台 POC 集

$$M_{Sub-pa_1} =$$
$$\left[\begin{matrix} t^2 (\perp R_{11}) \\ r^1 (\parallel R_{11}) \end{matrix} \right] \cap \left[\begin{matrix} t^2 (\perp R_{14}) \\ r^1 (\parallel R_{14}) \end{matrix} \right] = \left[\begin{matrix} t^2 (\perp R_{11}) \\ r^1 (\parallel R_{11}) \end{matrix} \right]$$

⑥确定 HSOC 的等效 SOC 末端构件的 POC 集

$$M_{b_1} = \left[\begin{matrix} t^2 (\perp R_{11}) \\ r^1 (\parallel R_{11}) \end{matrix} \right] \cap \left[\begin{matrix} t^2 (\perp \rho_1) \\ r^3 \end{matrix} \right] = \left[\begin{matrix} t^3 \\ r^3 \end{matrix} \right]$$

(4)同理,确定第 2、3 独立回路(子并联机构的独立回路)的独立位移方程数 ξ_{L_2} 、 ξ_{L_3}

$$\xi_{L_2} = 3 \quad \xi_{L_3} = 3$$

(5)第 2、3 子并联机构的 DOF、POC 集

$$F_{Sub-pa_2} = 2$$
$$M_{Sub-pa_2} = \left[\begin{matrix} t^2 (\perp R_{31}) \\ r^1 (\parallel R_{31}) \end{matrix} \right] \quad M_{b_2} = \left[\begin{matrix} t^3 \\ r^3 \end{matrix} \right]$$
$$F_{Sub-pa_3} = 2$$

$$M_{Sub-pa_3} = \left[\begin{matrix} t^2 (\perp R_{51}) \\ r^1 (\parallel R_{51}) \end{matrix} \right] \quad M_{b_3} = \left[\begin{matrix} t^3 \\ r^3 \end{matrix} \right]$$

(6)确定第 4 个独立回路的独立位移方程数 ξ_{L_4}
该回路的耦合次数为 1。

$$\xi_{L_4} = \dim. \{ M_{b_1} \cup M_{b_2} \} = \dim. \left\{ \left[\begin{matrix} t^3 \\ r^3 \end{matrix} \right] \cup \left[\begin{matrix} t^3 \\ r^3 \end{matrix} \right] \right\} =$$
$$\dim. \left\{ \left[\begin{matrix} t^3 \\ r^3 \end{matrix} \right] \right\} = 6$$

$$F_{(1-4)} = \sum_{i=1}^m f_i - \sum_{j=1}^3 \xi_{L_j} = 17 - 1 - 12 = 4$$

$$M_{Pa(1-4)} = \left[\begin{matrix} t^3 \\ r^3 \end{matrix} \right] \cap \left[\begin{matrix} t^3 \\ r^3 \end{matrix} \right] = \left[\begin{matrix} t^1 (\parallel P_0) \\ r^3 \end{matrix} \right]$$

(7)确定第 5 个独立回路的独立位移方程数 ξ_{L_5}

$$\xi_{L_5} = \dim. \{ M_{Pa(1-5)} \cup M_{b_3} \} =$$
$$\dim. \left\{ \left[\begin{matrix} t^1 (\parallel P_0) \\ r^3 \end{matrix} \right] \cup \left[\begin{matrix} t^3 \\ r^3 \end{matrix} \right] \right\} = \dim. \left\{ \left[\begin{matrix} t^3 \\ r^3 \end{matrix} \right] \right\} = 6$$

(8)确定机构的自由度

如上所述,易知该机构的耦合次数为 2。

$$F = F_{(1-5)} = \sum_{i=1}^m f_i - \sum_{j=1}^4 \xi_{L_j} = 27 - 2 - 21 = 4$$

(9)确定并联机构动平台的 POC 集

$$M_{Pa} = M_{Pa(1-5)} = \left[\begin{matrix} t^1 (\parallel P_0) \\ r^3 \end{matrix} \right] \cap \left[\begin{matrix} t^3 \\ r^3 \end{matrix} \right] = \left[\begin{matrix} t^1 (\parallel P_0) \\ r^3 \end{matrix} \right]$$

即该机构能产生一平移三转动输出,此结果与文献[19]计算结果一致。

2.1.3 耦合度 k 的计算

(1)确定 SOC₁

$$SOC_1 \{ -P_{11} \perp R_{11} \parallel R_{12} \parallel R_{13} \parallel R_{13} \perp P_0 - \}$$

(2)确定 SOC₁的约束度 Δ_1

第 1 个单开链的耦合次数为 1。

$$\Delta_1 = \sum_{i=1}^{m_1} f_i - I_1 - \xi_{L_1} = 6 - 1 - 2 - 3 = 0$$

同理, $\Delta_2 = 0, \Delta_3 = 0$ 。

(3)确定 SOC₄

$$SOC_4 \left\{ - (P_{11} \perp R_{12} \parallel R_{13} \parallel R_{23} \parallel R_{22} \perp P_0) - S_{11} - S_{21} - \right. \\ \left. - (P_{31} \perp R_{32} \parallel R_{33} \parallel R_{43} \parallel R_{42} \perp P_0) - \right\}$$

(4)确定 SOC₄的约束度 Δ_4

第 4 个单开链的耦合次数为 1。

$$\Delta_4 = \sum_{i=1}^{m_4} f_i - I_4 - \xi_{L_4} = 11 - 1 - 3 - 6 = 1$$

(5)确定 SOC₅

$$SOC_5 \{ S_{31} - (P_{51} \perp R_{52} \parallel R_{53} \parallel R_{63} \parallel R_{62} \perp P_0) - \}$$

(6)确定 SOC₅ 的约束度 Δ_5

第 5 个单开链的耦合次数为 1。

$$\Delta_5 = \sum_{i=1}^{m_5} f_i - I_5 - \xi_{L_5} = 7 - 1 - 1 - 6 = -1$$

(7)确定机构包含的 BKC 及其耦合度 κ

该机构只包含一个 BKC,其耦合度为

$$\kappa = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^v |\Delta_j| = \frac{1}{2} (|+1| + |-1|) = 1$$

2.1.4 拓扑结构特征

该机构的拓扑结构特征如表 1 所示。

表 1 1T3R 对称多环耦合机构拓扑结构特征

Tab.1 Topological characteristics of 1T3R symmetrical multi-loop mechanism

POC 集	自由度	BKC 数目	机构耦合度	制造性
$\left[\begin{matrix} t^1 \\ r^3 \end{matrix} \right]$	4	1	1	复杂

2.2 非对称多环耦合机构的拓扑特性分析

2.2.1 机构描述

如图 2 所示为一种非对称多环耦合机构^[10],各运动链与静平台 0 之间通过 3 个驱动副 P_1 、 P_2 、 P_3 连接,其中, P_1 、 P_3 轴线相互平行, P_1 、 P_2 轴线相互垂直。运动链与动平台 1 之间通过 3 个转动副 R_{15} 、 R_{25} 、 R_{32} 连接,初始位形下,动平台的 3 个 R 副垂直于静

平台 0。此机构有 4 个运动链(I、II、III、IV)相互耦合,构成了 4 自由度非对称多环耦合机构。

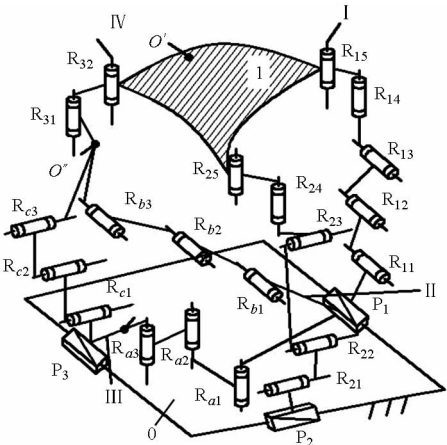


图 2 3T1R 非对称多环耦合机构

Fig. 2 3T1R asymmetrical multi-loop coupled mechanism

2.2.2 自由度计算及 POC 集分析

(1) 机构的拓扑结构

如图 2 所示,该机构的第 1、2 条支链的拓扑结构为 $SOC\{-P_i \parallel R_{i1} \parallel R_{i2} \parallel R_{i3} \perp R_{i4} \parallel R_{i5} -\}$, $i=1, 2$ 。第 3 条支链为混合支链(HSOC),由支链 $SOC\{-P_3 -\}$ 和支链 $SOC\{-P_1 \perp R_{a1} \parallel R_{a2} \parallel R_{a3} -\}$ 并联后,组成第 1 个子并联机构;与支路 $SOC\{-R_{c1} \parallel R_{c2} \parallel R_{c3} -\}$ 串联后组成第 1 个混合支链 HSOC₁ 与 $SOC\{-P_1 \perp R_{b1} \parallel R_{b2} \parallel R_{b3} -\}$ 并联,组成第 2 个子并联机构后与 $SOC\{-R_{31} \parallel R_{32} -\}$ 串联,组成第 2 个混合支链 HSOC₂,组成混合支链(HSOC)。图 2 所示的非对称多环耦合机构的“耦合次数”为 2。

(2) 设动平台上任意一点 O' 为基点

(3) 确定 HSOC 支链的等效 SOC 末端构件的 POC 集

①选定第 1 个子并联机构动平台的基点 O'',如图 2 所示。

②确定第 1 条子并联机构支链末端的 POC 集。
易知,末端构件的 POC 集分别为

$$M_{S_1} = \begin{bmatrix} t^2(\perp R_{a1}) \\ r^1(\parallel R_{a1}) \end{bmatrix}$$
$$M_{S_2} = \begin{bmatrix} t^1 \parallel P_3 \\ r^0 \end{bmatrix}$$

③确定第 1 个独立回路(子并联机构的独立回路)的独立位移方程数 ξ_{L_1}

$$\xi_{L_1} = \dim. \{M_{S_1} \cup M_{S_2}\} =$$
$$\dim. \left\{ \begin{bmatrix} t^2(\perp R_{a1}) \\ r^1(\parallel R_{a1}) \end{bmatrix} \cup \begin{bmatrix} t^1 \parallel P_3 \\ r^0 \end{bmatrix} \right\} =$$
$$\dim. \left\{ \begin{bmatrix} t^2(\perp R_{a1}) \\ r^1(\parallel R_{a1}) \end{bmatrix} \right\} = 3$$

④确定第 1 个子并联机构的 DOF。

第 1 个独立回路的耦合次数为 1。

$$F_{Sub-pa_1} = \sum_{i=1}^m f_i - \sum_{j=1}^1 \xi_{L_j} = (5-1) - 3 = 1$$

⑤确定第 1 个子并联机构动平台 POC 集

$$M_{Sub-pa_1} = M_{S_1} \cap M_{S_2} =$$
$$\begin{bmatrix} t^2(\perp R_{a1}) \\ r^1(\parallel R_{a1}) \end{bmatrix} \cap \begin{bmatrix} t^1 \parallel P_3 \\ r^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t^1 \parallel P_3 \\ r^0 \end{bmatrix}$$

确定 HSOC₁ 的等效 SOC 末端构件的 POC 集

$$M_{b_3} = \begin{bmatrix} t^1 \parallel P_3 \\ r^0 \end{bmatrix} \cup \begin{bmatrix} t^2(\perp R_{c1}) \\ r^1(\parallel R_{c1}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t^2(\perp R_{c1}) \\ r^1(\parallel R_{c1}) \end{bmatrix}$$

⑥设第 2 个子并联机构动平台的基点 O'''。

⑦确定第 2 个子并联机构支链末端构件的 POC 集。

易知,末端构件的 POC 集分别为

$$M_{S_3} = M_{b_3} = \begin{bmatrix} t^2(\perp R_{c1}) \\ r^1(\parallel R_{c1}) \end{bmatrix}$$
$$M_{S_4} = \begin{bmatrix} t^3 \\ r^1(\parallel R_{b1}) \end{bmatrix}$$

⑧确定第 2 个独立回路(子并联机构的独立回路)的独立位移方程数 ξ_{L_2}

$$\xi_{L_2} = \dim. \{M_{S_3} \cup M_{S_4}\} =$$
$$\dim. \left\{ \begin{bmatrix} t^2(\perp R_{c1}) \\ r^1(\parallel R_{c1}) \end{bmatrix} \cup \begin{bmatrix} t^3 \\ r^1(\parallel R_{b1}) \end{bmatrix} \right\} =$$
$$\dim. \left\{ \begin{bmatrix} t^3 \\ r^2(\parallel \diamond(R_{c1}, R_{b1})) \end{bmatrix} \right\} = 5$$

⑨确定第 2 个子并联机构的 DOF

$$F_{Sub-pa_2} = \sum_{i=1}^m f_i - \sum_{j=1}^2 \xi_{L_j} = 11 - 1 - 8 = 2$$

⑩确定第 2 个子并联机构的动平台 POC 集

$$M_{Sub-pa_2} = M_{S_3} \cap M_{S_4} =$$
$$\begin{bmatrix} t^2(\perp R_{c1}) \\ r^1(\parallel R_{c1}) \end{bmatrix} \cap \begin{bmatrix} t^3 \\ r^1(\parallel R_{b1}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t^2(\perp R_{c1}) \\ r^0 \end{bmatrix}$$

⑪确定 HSOC₂ 的等效 SOC 末端构件的 POC 集

$$M_{b_4} = \begin{bmatrix} t^2(\perp R_{c1}) \\ r^0 \end{bmatrix} \cup \begin{bmatrix} t^2(\perp R_{32}) \\ r^1(\parallel R_{32}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t^3 \\ r^1(\parallel R_{32}) \end{bmatrix}$$

⑫确定 HSOC 的等效 SOC 末端构件的 POC 集

$$M_{b_5} = M_{b_4} = \begin{bmatrix} t^3 \\ r^1(\parallel R_{32}) \end{bmatrix}$$

(4) 确定第 4、5 支链末端构件的 POC 集

$$M_{b_i} = \begin{bmatrix} t^3 \\ r^2(\parallel \diamond(R_{i1}, R_{i2})) \end{bmatrix} \quad (i=1, 2)$$

(5) 确定第 3 个独立回路的独立位移方程数

ξ_{L_3}

第3个独立回路的耦合次数为2。

$$\xi_{L_3} = \dim. \{ M_{b_1} \cup M_{b_2} \} =$$
$$\dim. \left\{ \left[r^2 (\parallel \diamond (R_{11}, R_{12})) \right] \cup \right.$$
$$\left. \left[r^2 (\parallel \diamond (R_{21}, R_{22})) \right] \right\} = \dim. \left\{ \left[r^3 \right] \right\} = 6$$
$$F_{(1-4)} = \sum_{i=1}^m f_i - \sum_{j=1}^1 \xi_{L_j} = 12 - 2 - 6 = 4$$
$$M_{Pa(1-4)} = \left[r^2 (\parallel \diamond (R_{11}, R_{12})) \right] \cap$$
$$\left[r^2 (\parallel \diamond (R_{21}, R_{22})) \right] = \left[r^3 (\parallel R_{15}) \right]$$

(6) 确定第4个独立回路的独立位移方程数

ξ_{L_4}

$$\xi_{L_4} = \dim. \{ M_{Pa(1-4)} \cup M_{b_3} \} =$$
$$\dim. \left\{ \left[r^1 (\parallel R_{15}) \right] \cup \left[r^1 (\parallel R_{32}) \right] \right\} =$$
$$\dim. \left\{ \left[r^1 (\parallel R_{32}) \right] \right\} = 4$$

即该机构能产生三平移—转动输出,此结果与
原文献[10]的计算结果一致。

(7) 确定机构的自由度
机构的耦合次数为2。

$$F = F_{(1-3)} = \sum_{i=1}^m f_i - \sum_{j=1}^3 \xi_{L_j} = 24 - 2 - 18 = 4$$

(8) 确定并联机构动平台的POC集

$$M_{Pa} = M_{Pa(1-3)} =$$
$$\left[r^1 (\parallel R_{15}) \right] \cap \left[r^1 (\parallel R_{32}) \right] = \left[r^1 (\parallel R_{32}) \right]$$

2.2.3 耦合度k计算

(1) 确定SOC₁

$$SOC_1 \{ -P_1 \perp R_{a1} \parallel R_{a2} \parallel R_{a3} \perp P_3 - \}$$

(2) 确定约束度Δ₁

第1条单开链耦合次数为1。

$$\Delta_1 = \sum_{i=1}^{m_1} f_i - I_1 - \xi_{L_1} = 5 - 1 - 2 - 3 = -1$$

(3) 确定SOC₂

$$SOC_2 \{ -R_{c1} \parallel R_{c2} \parallel R_{c3} \perp R_{b3} \parallel R_{b2} \parallel R_{b1} \perp P_1 - \}$$

(4) 确定约束度Δ₂

第2条单开链的耦合次数为1。

$$\Delta_2 = \sum_{i=1}^{m_2} f_i - I_2 - \xi_{L_2} = 7 - 1 - 1 - 5 = 0$$

(5) 确定SOC₃

$$SOC_3 \{ -R_{31} \parallel R_{32} \parallel R_{15} \parallel R_{14} \perp R_{13} \parallel R_{12} \parallel R_{11} \perp P_1 - \}$$

(6) 确定约束度Δ₃

第3条单开链耦合次数为1。

$$\Delta_3 = \sum_{i=1}^{m_3} f_i - I_3 - \xi_{L_3} = 8 - 1 - 1 - 6 = 0$$

(7) 确定SOC₄

$$SOC_4 \{ -P_2 \parallel R_{21} \parallel R_{22} \parallel R_{23} \perp R_{24} \parallel R_{25} - \}$$

(8) 确定约束度Δ₄

第4条单开链耦合次数为0。

$$\Delta_4 = \sum_{i=1}^{m_4} f_i - I_4 - \xi_{L_4} = 6 - 1 - 4 = 1$$

(9) 确定机构包含的BKC及其耦合度κ

该机构只包含1个BKC,其耦合度为

$$\kappa = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^v |\Delta_j| = \frac{1}{2} (|-1| + |0| + |0| + |1|) = 1$$

2.2.4 拓扑结构特征

该机构的拓扑结构特征,如表2所示。

表2 3T1R非对称多环耦合机构的拓扑特征
Tab.2 Topological characteristics of 3T1R
asymmetrical multi-loop coupled mechanism

POC集	自由度	BKC数目	机构耦合度	制造性
$\left[\begin{matrix} t^3 \\ r^1 \end{matrix} \right]$	4	1	1	复杂

3 结论

(1)多环耦合机构不同于一般并联机构和混联机构,其连接动平台与静平台的运动支链是相互耦合的。但POC法同样适合于多环耦合机构的拓扑分析,且分析原理简单、易懂,只要按照计算一般并联机构的步骤,在相应的公式中将自由度与约束度数目分别减去对应的耦合次数,即可正确计算出多环耦合机构的自由度与耦合度。

(2)提出了“耦合次数”的概念,它是指3条支链以上的重合次数,相当于3个构件以上构成的“复合运动副”。利用“耦合次数”的概念,可以有效地分析出各运动支链之间耦合的关系,计算出的自由度、耦合度结果与原文献计算的结果一致,克服了耦合结构带来的困难,从而降低了分析多环耦合并联机构的难度。

参 考 文 献

1 THIERRY L, GOSSELIN C M. Polyhedra with articulated faces[C] // Proceedings of 12th IFToMM World Congress, Besancon, France, Jun. 18 - 21, 2007.

- 2 DING X L, YANG Y, DAI J S. Topology and kinematic analysis of color-changing ball[J]. Mechanism and Machine Theory, 2011, 46(1): 67 – 81.
- 3 CAMPOS A, BUDDE C. A type synthesis method for hybrid robot structures[J]. Mechanism and Machine Theory, 2008, 43(8): 984 – 995.
- 4 ZENG Q, FANG Y. Algorithm for topological design of multi-loop hybrid mechanisms via logical proposition [J]. Robotica, 2011, 30(4): 599 – 612.
- 5 ZENG Q, FANG Y, EHMANN K F. Topological structural synthesis of 4-DOF serial-parallel hybrid mechanisms[J]. ASME Journal of Mechanical Design, 2011, 133(9): 090910081 – 090910089.
- 6 曾强. 具有串并混联形式与变自由度特性的空间多环机构的拓扑设计方法[D]. 北京: 北京交通大学, 2012: 81 – 133.
ZENG Qiang. Topological design methods of spatial multi-loop mechanisms with serial-parallel hybrid forms and kinematotropic properties[D]. Beijing: Beijing Jiaotong University, 2012: 81 – 133. (in Chinese)
- 7 ZENG Qiang, FANG Yuefa, KORNEF F Ehmman. Design of a novel 4-DOF kinema totropic hybrid parallel manipulator [J]. ASME Journal of Mechanical Design, 2011, 133(12): 1210061 – 1210069.
- 8 ZENG Q, FANG Y F. Structural synthesis of serial parallel hybrid mechanisms based on representation and operation of logical matrix[J]. ASME Journal of Mechanisms and Robotics, 2009, 1(4): 041003 – 1 – 10.
- 9 李端玲, 戴建生, 张启先, 等. 一种变腕机构 – 魔术花球的自由变分析[J]. 机械工程学报, 2002, 38(9): 12 – 16.
LI Duanling, DAI Jiansheng, ZHANG Qixian, et al. Mobility of a kind of metamorphic mechanism-magic ball [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2002, 38(9): 12 – 16. (in Chinese)
- 10 刘婧芳, 黄晓鸥, 余跃庆, 等. 多环耦合机构末端件自由度计算的等效法[J]. 机械工程学报, 2014, 50(23): 13 – 19.
LIU Jingfang, HUANG Xiaou, YU Yaoqing, et al. Equivalent method of output mobility calculation for a novel multi-loop coupled mechanism[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2014, 50(23): 13 – 19. (in Chinese)
- 11 ZOPPI M, ZLATANOV D, MOLFINO R. On the velocity analysis of interconnected chains mechanisms[J]. Mechanism and Machine Theory, 2006, 41(11): 1346 – 1358.
- 12 WEI G, CHEN Y, DAI J S. Synthesis, mobility, and multifurcation of deployable polyhedral mechanisms with radially reciprocating motion[J]. ASME Journal of Mechanical Design, 2014, 136(9): 0910031 – 09100312.
- 13 黄真, 刘婧芳, 李艳文, 等. 论机构自由度: 寻找了 150 年的自由度通用公式[M]. 北京: 科学出版社, 2011: 5 – 110.
- 14 DAI J S, LI D, ZHANG Q, et al. mobility analysis of a complex structured ball based on mechanism decomposition and equivalent screw system analysis[J]. Mechanism and Machine Theory, 2004, 39(4): 445 – 458.
- 15 沈惠平, 赵海彬, 邓嘉鸣, 等. 基于自由度分配和方位特征集的混联机器人机型设计方法及应用[J]. 机械工程学报, 2011, 47(23): 56 – 64.
SHEN Huiping, ZHAO Haibin, DENG Jiaming, et al. Type design method and the application for hybrid robot based on freedom distribution and position and orientation characteristic set[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2011, 47(23): 56 – 64. (in Chinese)
- 16 YAN Changya, GAO Feng, GUO Weizhong. Coordinated kinematic modeling for motion planning of heavy-duty manipulators in an integrated open-die forging centre[J]. Proc. IMech E, Part B: Journal of Engineering Manufacture, 2009, 223(10): 1299 – 1313.
- 17 沈惠平, 孙驰宇, 朱小蓉, 等. 以基本运动链为单元的并联机构拓扑结构设计[J]. 农业机械学报, 2015, 46(12): 337 – 345.
SHEN Huiping, SUN Chiyu, ZHU Xiaorong, et al. A practical method for topological structure design of parallel mechanisms based on the basic kinematic chains as well as position and orientation characteristic [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2015, 46(12): 337 – 345. (in Chinese)
- 18 杨廷力, 刘安心, 罗玉峰, 等. 机器人机构拓扑结构设计[M]. 北京: 科学出版社, 2012.
- 19 沈惠平, 尹洪波, 李菊, 等. 基于方位特征方法的范例并联机构的拓扑特征分析及其启示与应用[J]. 机械工程学报, 2015, 51(13): 101 – 116.
SHEN Huiping, YIN Hongbo, LI Ju, et al. Position and orientation characteristic based method and enlightenment fortology characteristic analysis of typical parallel mechanisms and its application[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2015, 51(13): 101 – 116. (in Chinese)
- 20 QU Haibo, GUO Sheng. Topology and mobility variations of a novel redundant reconfigurable parallel mechanism[M] // DING Xilun, KONG Xianwen, DAI Jian S. Advances in Reconfigurable Mechanisms and Robots II, 2015: 223 – 233.