doi:10.6041/j.issn.1000-1298.2016.01.053

混合高阶傅里叶非圆齿轮驱动的差速泵多目标参数优化

徐高欢[1,2]　陈建能[1,3]　童志鹏[1]

(1.浙江理工大学机械与自动控制学院,杭州 310018;2.浙江水利水电学院机械与汽车工程学院,杭州 310018;
3.浙江省种植装备技术重点实验室,杭州 310018)

摘要:混合高阶傅里叶非圆齿轮驱动的差速泵,排量、脉动率和齿轮不根切最大模数等性能指标影响因素复杂,为了方便快捷地获得最佳参数,建立混合高阶非圆齿轮阶数与差速泵叶片参数的基本关系和混合高阶傅里叶非圆齿轮传动数学模型;建立了排量、脉动率和不根切最大模数的子目标函数,使用功效系数法建立差速泵性能的多目标评价函数,采用遗传算法求解多目标函数,得到相同泵腔尺寸下具有最大排量和最小脉动率的满足不根切最大模数大于 1.5 的混合高阶傅里叶非圆齿轮阶数比和节曲线参数非劣解,优化后的差速泵最小脉动率为 22.04%,排量为3 870.44 mL,相比已有文献,脉动率降低 11.3%,排量增加 3%。

关键词:混合高阶;傅里叶非圆齿轮;差速泵;多目标优化

中图分类号:S49　　**文献标识码**:A　　**文章编号**:1000-1298(2016)01-0383-08

Multi-objective Optimization of Mixed High-order Fourier Non-circular Gear-driven Differential Pump

Xu Gaohuan[1,2]　Chen Jianneng[1,3]　Tong Zhipeng[1]

(1. *College of Mechanical Engineering and Automation*, *Zhejiang Sci-Tech University*, *Hangzhou* 310018, *China*
2. *School of Mechanical and Automotive Engineering*,
Zhejiang University of Water Resources and Electric Power, *Hangzhou* 310018, *China*
3. *Zhejiang Province Key Laboratory of Transplanting Equipment and Technology*, *Hangzhou* 310018, *China*)

Abstract: The mixed high-order Fourier non-circular gear-driven differential pump has some performance indexes such as discharge, flow pulsation and the maximum modulus of non-circular gear undercut which have many complex influential factors. In order to obtain the best parameters, the basic relations between the order of Fourier non-circular gear and parameters of vanes were established. The mixed high-order Fourier non-circular gear transmission model was built. The sub-objective functions of displacement and flow pulsation, and the maximum modulus of non-circular gear undercut were presented. The target evaluation function using the efficacy coefficient method was put forward. And then the multi-objective optimization method was designed based on genetic algorithm to obtain non-inferior solutions when the mixed high-order Fourier non-circular gear-driven differential pump has the maximum capacity and the minimum pulsation rate which meets the requirement that the maximum modulus of non-circular gear undercut was more than 1.5 in the same pump cavity size. The flow pulsation rate of the optimized differential pump was 22.04% and the displacement was 3 870.44 mL. Thus, the flow pulsation rate was decreased by 11.3% and the displacement was increased by 3% compared with the existed study.

Key words: mixed high-order; Fourier non-circular gear; differential pump; multi-objective optimization

收稿日期:2015-05-05　修回日期:2015-08-31

基金项目:国家自然科学基金项目(51305403)、浙江省自然科学基金项目(Y15E050026)、浙江理工大学 521 人次培养计划项目、浙江水利水电学院中青年骨干教师第一层次培养项目和浙江省水利厅重点科技项目(RB1507)

作者简介:徐高欢(1980—),男,博士生,浙江水利水电学院副教授,主要从事现代农业装备研究,E-mail:xugaohuan@sina.com

通信作者:陈建能(1972—),男,教授,博士生导师,主要从事现代农业装备与技术研究,E-mail:jiannengchen@zstu.edu.cn

引言

差速泵通过驱动机构使叶片差速转动实现容积空间大小周期性变化和周向转移,从而完成吸液和排液。实现差速周期性转动的驱动机构类型和参数对差速泵的排量、脉动率等工作性能影响很大。泵的瞬时流量脉动特性对泵的寿命和工作性能有很大影响,同时也影响系统的稳定性和工作精度;泵的排量影响其输送液体的能力,两者是衡量泵性能的重要指标。

非圆齿轮驱动的差速泵在泵腔和叶片尺寸不变情况下,排量和脉动率主要取决于非圆齿轮节曲线,在排量相当的情况下,傅里叶非圆齿轮驱动的差速泵相比偏心圆-非圆齿轮驱动的差速泵,瞬时流量脉动率更低,文献[1-2]已进行了详细研究。但是后续研究发现:傅里叶非圆齿轮驱动的差速泵随脉动率的下降,有些参数下排量变小,非圆齿轮不根切最大模数也变小,影响齿轮负载;主、从非圆齿轮的阶数比对泵性能影响很大(文献[1-2]的主、从非圆齿轮的阶数均为 2)。为了获得具有一定负载的大排量和低脉动率的差速泵,需要分析混合高阶傅里叶非圆齿轮节曲线参数对排量、脉动率等指标的影响,并进行参数优化。文献[2-4]对转动导杆-齿轮式差速泵、万向节齿轮机构驱动差速泵和变形偏心圆-非圆齿轮驱动差速泵进行分析和设计,但是没有对其参数进行优化。

本文建立混合高阶傅里叶非圆齿轮驱动的差速泵的节曲线参数与不根切最大齿轮模数、排量、脉动率的定量分析模型,并建立混合高阶傅里叶非圆齿轮驱动的差速泵多目标参数优化模型。利用遗传算法寻优,得到一组具有一定负载能力、低脉动率的大排量差速泵参数。

1 混合高阶傅里叶非圆齿轮驱动的差速泵

1.1 混合高阶差速泵工作原理

混合高阶非圆齿轮是指主、从非圆齿轮的阶数比不是 1∶1的非圆齿轮副(如阶数比为 1∶2、2∶3、3∶4 等)。混合高阶傅里叶非圆齿轮驱动的差速泵主要由 2 对参数相同但初始相位角不同的混合高阶傅里叶非圆齿轮和多片差速叶片组成。

以 2 阶对 3 阶傅里叶非圆齿轮驱动的差速泵为例,傅里叶非圆齿轮驱动的差速泵如图 1 所示。2 阶的第一、第二傅里叶非圆齿轮初始安装角相差 90°并同轴作匀速转动,分别驱动 3 阶的第一、第二从动非圆齿轮作周期性非匀速转动并各自带动第一叶轮和第二叶轮旋转,B 腔处于吸液口 1 时,第一叶轮转速快于第二叶轮,B 腔容积增大吸入液体,D、F 腔容积同时增大,从吸液口 2、3 吸入液体;此时 A、C、E 腔容积减小,分别从排液口 1、2、3 排出液体;随着叶片旋转,B、D、F 腔内液体逆时针转移,分别转到吸液口 1 和排液口 2、吸液口 2 和排液口 3、吸液口 3 和排液口 1 之间位置时形成密闭空间,由于节曲线连续且至少一阶可导,不会出现一段时间等速,因此叶片继续保持差动,B、D、F 腔会出现短时困液,此时第二叶轮上的 3 个单向阀打通邻近腔泄压[1],随着转动继续进行,B、D、F 腔将转到排液口,满液的腔体容积开始减小,液体在这里排出,A、C、E 腔将转到吸液口,排空的腔体容积开始增大,吸入液体。该过程周而复始,实现液泵功能。

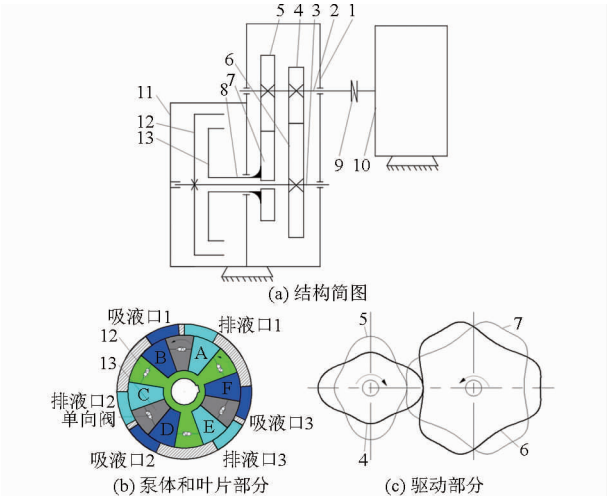


图 1 2 阶对 3 阶傅里叶非圆齿轮驱动的差速泵简图

Fig. 1 Differential pump driven by two-order to three-order Fourier noncircular gear

1. 齿轮箱 2. 输入轴 3. 输出轴 4. 第一傅里叶非圆齿轮 5. 第二傅里叶非圆齿轮 6. 第一从动非圆齿轮 7. 第二从动非圆齿轮 8. 轴套 9. 联轴器 10. 电动机 11. 泵体 12. 第一叶轮 13. 第二叶轮

1.2 阶数与差速泵叶片参数的基本关系

如图 2 所示,差速泵的叶片数量、初始相位和展角由从动非圆齿轮阶数决定,叶片旋转周期由主、从动轮阶数比决定,叶片旋转一周差速泵的吸、排液次数等于 2 倍的从动非圆齿轮阶数平方。阶数与叶片参数具体关系:

叶片数量为

$$n_Y = 2n_2 \tag{1}$$

式中 n_2——从动傅里叶非圆齿轮节曲线阶数

相邻叶片的初始相位差为

$$\Delta\theta = \frac{\pi}{n_2} \tag{2}$$

叶片的展角为

$$\theta_Y = \frac{\pi}{2n_2} + \frac{\Delta\delta}{180}\pi \tag{3}$$

式中　$\Delta\delta$——叶片展角与进、出口展角差值，通常取 1°～2°

叶片的旋转周期为

$$T_Y = 2\frac{n_2}{n_1}\pi \tag{4}$$

式中　n_1——主动傅里叶节曲线阶数

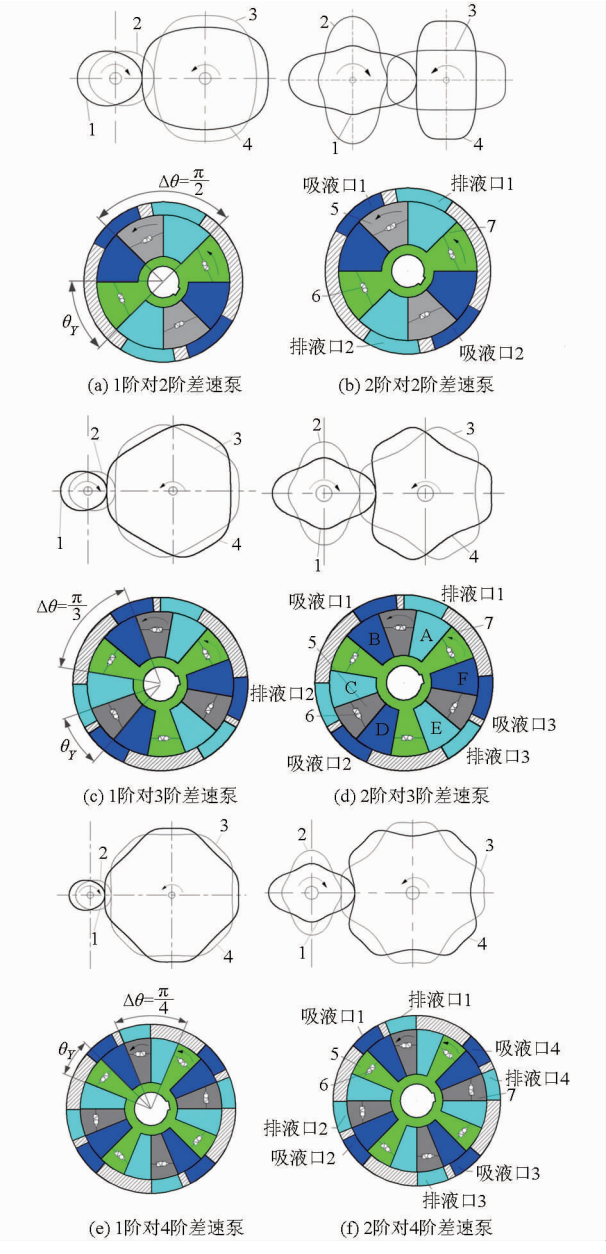


图 2　不同阶数傅里叶非圆齿轮驱动的差速泵叶片、排吸液口及节曲线示意图

Fig. 2　Vane, outlet, inlet and pitch curves of differential pump driven by different orders Fourier noncircular gear

1. 第一傅里叶非圆齿轮　2. 第二傅里叶非圆齿轮　3. 第二从动非圆齿轮　4. 第一从动非圆齿轮　5. 第二叶轮　6. 单向阀　7. 第一叶轮

2　混合高阶傅里叶非圆齿轮传动数学模型

2.1　混合高阶傅里叶非圆齿轮节曲线方程

第一（2 阶）、第二（高阶）傅里叶非圆齿轮（3 阶）的节曲线数学模型表示为[5]

$$r_1(\varphi_1) = \begin{cases} a_0 + a_1\cos(n_1\varphi_1) + b_1\sin(n_1\varphi_1) + \\ \quad a_2\cos(2n_1\varphi_1) + b_2\sin(2n_1\varphi_1) \quad \left(\varphi_1 \in \left(0, \dfrac{\pi}{n_1}\right)\right) \\ a_0 + a_1\cos\left(n_1\left(\dfrac{2\pi}{n_1} - \varphi_1\right)\right) + b_1\sin\left(n_1\left(\dfrac{2\pi}{n_1} - \varphi_1\right)\right) + \\ \quad a_2\cos\left(2n_1\left(\dfrac{2\pi}{n_1} - \varphi_1\right)\right) + b_2\sin\left(2n_1\left(\dfrac{2\pi}{n_1} - \varphi_1\right)\right) \\ \quad \left(\varphi_1 \in \left(\dfrac{\pi}{n_1}, 2\pi\right)\right) \end{cases} \tag{5}$$

$$r_3(\varphi_3) = \begin{cases} a_0 + a_1\cos\left(n_1\left(\varphi_3 + \dfrac{\pi}{2}\right)\right) + b_1\sin\left(n_1\left(\varphi_3 + \dfrac{\pi}{2}\right)\right) + \\ \quad a_2\cos\left(2n_1\left(\varphi_3 + \dfrac{\pi}{2}\right)\right) + b_2\sin\left(2n_1\left(\varphi_3 + \dfrac{\pi}{2}\right)\right) \\ \quad \left(\varphi_3 \in \left(0, \dfrac{\pi}{n_1}\right)\right) \\ a_0 + a_1\cos\left(n_1\left(\dfrac{2\pi}{n_1} - \left(\varphi_3 + \dfrac{\pi}{2}\right)\right)\right) + b_1\sin\left(n_1\left(\dfrac{2\pi}{n_1} - \right.\right. \\ \quad \left.\left.\left(\varphi_3 + \dfrac{\pi}{2}\right)\right)\right) + a_2\cos\left(2n_1\left(\dfrac{2\pi}{n_1} - \left(\varphi_3 + \dfrac{\pi}{2}\right)\right)\right) + \\ \quad b_2\sin\left(2n_1\left(\dfrac{2\pi}{n_1} - \left(\varphi_3 + \dfrac{\pi}{2}\right)\right)\right) \\ \quad \left(\varphi_3 \in \left(\dfrac{\pi}{n_1}, 2\pi\right)\right) \end{cases} \tag{6}$$

式中　φ_1——第一傅里叶非圆齿轮转角，rad

φ_3——第二傅里叶非圆齿轮转角，rad

a_0、a_1、a_2、b_1、b_2 分别为傅里叶节曲线参数 1、2、3、4、5。

式(5)、(6)涉及的参数及节曲线如图 3 所示。

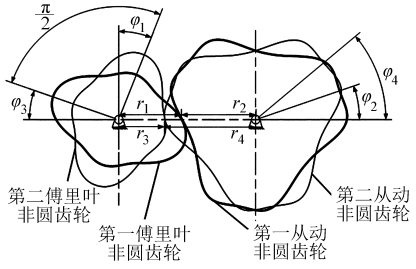


图 3　2 阶对 3 阶傅里叶非圆齿轮啮合图

Fig. 3　Two engagements of two-order to three-order Fourier noncircular gear pairs

2.2 混合高阶傅里叶非圆齿轮传动比方程

第一傅里叶非圆齿轮与第一从动非圆齿轮的传动比以及第二傅里叶非圆齿轮与第二从动非圆齿轮的传动比为[6-8]

$$i_{21}=\begin{cases}\dfrac{a-a_0+a_1\cos(n_1\varphi_1)+b_1\sin(n_1\varphi_1)+a_2\cos(2n_1\varphi_1)+b_2\sin(2n_1\varphi_1)}{a_0+a_1\cos(n_1\varphi_1)+b_1\sin(n_1\varphi_1)+a_2\cos(2n_1\varphi_1)+b_2\sin(2n_1\varphi_1)} \\ \quad\left(\varphi_1\in\left(0,\dfrac{\pi}{n_1}\right)\right) \\ \dfrac{a-a_0+a_1\cos\left(n_1\left(\dfrac{2\pi}{n_1}-\varphi_1\right)\right)+b_1\sin\left(n_1\left(\dfrac{2\pi}{n_1}-\varphi_1\right)\right)+a_2\cos\left(2n_1\left(\dfrac{2\pi}{n_1}-\varphi_1\right)\right)+b_2\sin\left(2n_1\left(\dfrac{2\pi}{n_1}-\varphi_1\right)\right)}{a_0+a_1\cos\left(n_1\left(\dfrac{2\pi}{n_1}-\varphi_1\right)\right)+b_1\sin\left(n_1\left(\dfrac{2\pi}{n_1}-\varphi_1\right)\right)+a_2\cos\left(2n_1\left(\dfrac{2\pi}{n_1}-\varphi_1\right)\right)+b_2\sin\left(2n_1\left(\dfrac{2\pi}{n_1}-\varphi_1\right)\right)} \\ \quad\left(\varphi_1\in\left(\dfrac{\pi}{n_1},2\pi\right)\right)\end{cases} \tag{7}$$

$$i_{43}=\begin{cases}\dfrac{a-a_0+a_1\cos\left(n_1\left(\varphi_3+\dfrac{\pi}{2}\right)\right)+b_1\sin\left(n_1\left(\varphi_3+\dfrac{\pi}{2}\right)\right)+a_2\cos\left(2n_1\left(\varphi_3+\dfrac{\pi}{2}\right)\right)+b_2\sin\left(2n_1\left(\varphi_3+\dfrac{\pi}{2}\right)\right)}{a_0+a_1\cos\left(n_1\left(\varphi_3+\dfrac{\pi}{2}\right)\right)+b_1\sin\left(n_1\left(\varphi_3+\dfrac{\pi}{2}\right)\right)+a_2\cos\left(2n_1\left(\varphi_3+\dfrac{\pi}{2}\right)\right)+b_2\sin\left(2n_1\left(\varphi_3+\dfrac{\pi}{2}\right)\right)} \\ \quad\left(\varphi_3\in\left(0,\dfrac{\pi}{n_1}\right)\right) \\ \dfrac{a-a_0+a_1\cos\left(n_1\left(\dfrac{2\pi}{n_1}-\left(\varphi_3+\dfrac{\pi}{2}\right)\right)\right)+b_1\sin\left(n_1\left(\dfrac{2\pi}{n_1}-\left(\varphi_3+\dfrac{\pi}{2}\right)\right)\right)+a_2\cos\left(2n_1\left(\dfrac{2\pi}{n_1}-\left(\varphi_3+\dfrac{\pi}{2}\right)\right)\right)+b_2\sin\left(2n_1\left(\dfrac{2\pi}{n_1}-\left(\varphi_3+\dfrac{\pi}{2}\right)\right)\right)}{a_0+a_1\cos\left(n_1\left(\dfrac{2\pi}{n_1}-\left(\varphi_3+\dfrac{\pi}{2}\right)\right)\right)+b_1\sin\left(n_1\left(\dfrac{2\pi}{n_1}-\left(\varphi_3+\dfrac{\pi}{2}\right)\right)\right)+a_2\cos\left(2n_1\left(\dfrac{2\pi}{n_1}-\left(\varphi_3+\dfrac{\pi}{2}\right)\right)\right)+b_2\sin\left(2n_1\left(\dfrac{2\pi}{n_1}-\left(\varphi_3+\dfrac{\pi}{2}\right)\right)\right)} \\ \quad\left(\varphi_3\in\left(\dfrac{\pi}{n_1},2\pi\right)\right)\end{cases} \tag{8}$$

式中 a——傅里叶非圆齿轮副的中心距

根据从动非圆齿轮的阶数 n_2，在主、从非圆齿轮节曲线弧长之比满足$\dfrac{n_1}{n_2}$条件下，运用进退法求得 a[9-10]。

3 差速泵参数优化目标函数建立

为降低瞬时流量脉动率，需要 2 个差速泵并联使用，并联的 2 个差速泵相位差为$\dfrac{\pi}{2n_2}$。差速泵优化的最优目标分别是排量最大、脉动率最小和齿轮不根切最大模数 $m_{max}>1.5$（轮齿要有一定承载能力，模数要足够大，对于开式齿轮传动，根据经验方法初选模数要大于 0.02 倍的中心距[11]，而傅里叶非圆齿轮副的中心距一般是 2 倍的 a_0，本文的 a_0 取值在 30 左右，因此根据标准模数表 m_{max}要大于 1.5）。排量子目标和脉动率子目标分别求解最大和最小值，而子目标 m_{max}是有效边界问题，目标评价函数适合使用功效系数法[12]。

3.1 差速泵排量子目标函数建立

双泵并联的排量为[1,13-14]

$$Q=2\times10^{-3}n_2^2h(\Delta\psi_{max}-\Delta\psi_{min})(R^2-r^2) \tag{9}$$

式中 $\Delta\psi_{max}$——相邻叶片最大夹角，rad

$\Delta\psi_{min}$——相邻叶片最小夹角，rad

R——叶片半径，取 90 mm

r——叶轮轴半径，取 20 mm

h——叶片厚度，取 50 mm

为了便于比较，泵体基本尺寸按文献[1]取值。

排量的功效系数为

$$d_1=\begin{cases}0 & (Q\leqslant Q_{min}) \\ \dfrac{Q-Q_{min}}{Q_{max}-Q_{min}} & (Q_{min}<Q<Q_{max}) \\ 1 & (Q=Q_{max})\end{cases} \tag{10}$$

式中 Q_{min}——差速泵最小排量，mL

Q_{max}——差速泵最大排量，mL

表 1、2、3 的节曲线参数值以文献[1]（文献[1]的节曲线参数通过手工调整得到最好参数）为基础进行设置研究对子目标的影响。节曲线参数的变化对排量子目标 d_1 的影响见表 1。n_1、a_1、a_2、b_2 增大 d_1 随着增大；n_2、a_0 增大 d_1 随着减小；b_1 对 d_1 作用不明显。

表 1　节曲线参数对排量子目标的影响

Tab. 1　Influence of section curve parameters on target of displacement

变化的参数	参数变化序号				
	Ⅰ	Ⅱ	Ⅲ	Ⅳ	Ⅴ
n_1	1	2	3	4	
d_1	0.68	0.74	0.8	0.85	
n_2	2	3	4		
d_1	0.68	0.65	0.63		
a_0	23	25	27	29	31
d_1	0.69	0.68	0.66	0.64	0.63
a_1	2	4	6	8	10
d_1	0.56	0.63	0.71	0.78	0.84
a_2	2	4	6	8	10
d_1	0.67	0.68	0.68	0.69	0.69
b_1	0.01	0.05	0.5	1	2
d_1	0.67	0.67	0.66	0.66	0.66
b_2	0.01	0.05	0.5	1	2
d_1	0.67	0.67	0.68	0.71	0.74

3.2　差速泵脉动率子目标函数建立

双泵并联的瞬时流量为[1,13-14]

$$q_2 = 10^{-3}h\omega(R^2 - r^2)\left[\left|i_{21}(\varphi_1) - i_{43}(\varphi_1)\right| + \left|i_{21}\left(\varphi_1 + \frac{\pi}{4}\right) - i_{43}\left(\varphi_1 + \frac{\pi}{4}\right)\right|\right] \tag{11}$$

其中

$$\omega = \frac{\mathrm{d}\varphi_1}{\mathrm{d}t} \tag{12}$$

式中　$\mathrm{d}\varphi_1$——第一傅里叶非圆齿轮瞬时转角，rad

ω——输入轴角速度，取 1 000 rad/s

瞬时流量脉动率为

$$\sigma = \frac{q_2}{q_{2\max} - q_{2\min}} \times 100\% \tag{13}$$

式中　$q_{2\max}$——双泵最大瞬时流量，mL

$q_{2\min}$——双泵最小瞬时流量，mL

脉动率的功效系数为

$$d_2 = \begin{cases} 0 & (\sigma \geqslant 100) \\ 1 - \dfrac{\sigma}{100} & (0 \leqslant \sigma < 100) \end{cases} \tag{14}$$

节曲线参数的变化对脉动率子目标 d_2 的影响见表 2。n_1、a_2 增大 d_2 随着增大；n_2、a_0、b_1、b_2 增大 d_2 随着减小；a_1 对 d_2 作用不明显。

3.3　齿轮不根切最大模数子目标函数建立

主动轮和从动轮曲率半径的计算公式[9-10]为

$$\rho_1 = \frac{a\left[1 + \left(\dfrac{i'_{21}}{1 + i_{21}}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}}{1 + i_{21} + i''_{21}} \tag{15}$$

$$\rho_2 = \frac{ai\left[1 + \left(\dfrac{i'_{21}}{1 + i_{21}}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}}{1 + i_{21} - i_{21}i''_{21} + i'^2_{21}} \tag{16}$$

表 2　节曲线参数对脉动率子目标的影响

Tab. 2　Influence of pitch curve parameters on target of pulse rate

变化的参数	参数变化序号				
	Ⅰ	Ⅱ	Ⅲ	Ⅳ	Ⅴ
n_1	1	2	3	4	
d_2	0.73	0.76	0.78	0.80	
n_2	2	3	4		
d_2	0.73	0.69	0.66		
a_0	23	25	27	29	31
d_2	0.74	0.73	0.72	0.71	0.71
a_1	2	4	6	8	10
d_2	0.69	0.73	0.73	0.73	0.73
a_2	2	4	6	8	10
d_2	0.71	0.77	0.83	0.86	0.87
b_1	0.01	0.05	0.5	1	2
d_2	0.74	0.73	0.72	0.70	0.69
b_2	0.01	0.05	0.5	1	2
d_2	0.73	0.73	0.64	0.54	0.37

式中　ρ_1——主动轮曲率半径

ρ_2——从动轮曲率半径

i'_{21}——传动比一阶导数

i''_{21}——传动比二阶导数

非圆齿轮节曲线的最小曲率半径为

$$\rho_{\min} = \min(\rho_1(\varphi_1), \rho_2(\varphi_1)) \tag{17}$$

不产生根切时允许齿轮的最大模数 $m_{\max}$ 的条件为

$$m_{\max} \leqslant \frac{\rho_{\min}\sin^2\alpha_0}{h_{\alpha_0}} \tag{18}$$

当 $\alpha_0 = 20°$，$h_{\alpha_0} = 1$ 时，不产生根切时允许齿轮的最大模数 $m_{\max}$ 为

$$m_{\max} = 0.117\rho_{\min}$$

$m_{\max}$ 的功效系数为

$$d_3 = \begin{cases} 0 & (m_{\max} < 1.5) \\ 1 & (m_{\max} \geqslant 1.5) \end{cases} \tag{19}$$

节曲线参数的变化对不根切最大齿轮模数子目标 d_3 的影响见表 3。$d_3 = 0$ 表示节曲线参数计算得到的 $m_{\max} < 1.5$，齿轮容易出现根切，不适合承担负载，不能采用；$d_3 = 1$ 表示节曲线参数计算得到的 $m_{\max} \geqslant 1.5$，齿轮具有常规承载能力，可以采用。n_1、n_2 增加对 d_3 不利，因此主、从非圆齿轮较合理的阶数是 1 阶对 2 阶或对 3 阶；a_0 增加对 d_3 增大有利；而 a_1、a_2、b_2 增大，d_3 减小；b_1 对 d_3 影响不明显。

3.4　差速泵目标评价函数建立

目标评价函数 d 由 d_1、d_2、d_3 3 个功效系数求几何平均得到，该方法不会使某一个目标最差，也可以

表 3 节曲线参数对不根切最大齿轮模数的影响

Tab. 3 Influence of pitch curve parameters on target of maximum modulus of non-circular gear undercut

变化的参数	参数变化序号				
	Ⅰ	Ⅱ	Ⅲ	Ⅳ	Ⅴ
n_1	1	2	3	4	
d_3	1	0	0	0	
n_2	2	3	4		
d_3	1	1	0		
a_0	23	25	27	29	31
d_3	0	1	1	1	1
a_1	2	4	6	8	10
d_3	1	1	1	0	0
a_2	2	4	6	8	10
d_3	1	0	0	0	0
b_1	0.01	0.05	0.5	1	2
d_3	1	1	1	1	1
b_2	0.01	0.05	0.5	1	2
d_3	1	1	0	0	0

避免随机因素的影响,各目标尽可能接近各自的最优值。具体表达式为

$$d = \sqrt[3]{d_1 d_2 d_3} \tag{20}$$

d_1 越大排量越大,d 越大;d_2 越大脉动率越低,d 越大;$d_3 = 0$ 表示 $m_{max} < 1.5$,此时节曲线参数不可接受;$d_3 = 1$ 表示 $m_{max} \geqslant 1.5$,此时节曲线可接受。差速泵优化过程就是寻找使目标值 d 最大的节曲线参数值非劣解的过程。

4 差速泵驱动机构参数优化

4.1 参数优化流程

以差速泵的排量、瞬时流量脉动率、齿轮不根切最大模数 m_{max} 为目标,以参数基本边界为约束,运用遗传算法优化出理想驱动系统参数和差速泵结构参数的非劣解,再从非劣解集中选择合适排量、脉动率和不根切最大齿轮模数的节曲线参数以及泵参数进行机构设计[15-17]。

4.2 差速泵优化软件编写

根据所建立的傅里叶非圆齿轮驱动的差速泵排量计算方程、脉动率计算方程、不根切最大齿轮模数 m_{max} 计算方程以及目标评价函数,采用 Matlab 编写优化软件,如图 4。

通过人机交互,优化出差速泵结构参数和傅里叶函数的参数 a_0、a_1、a_2、b_1、b_2 非劣解集。

4.3 参数优化

(1)参数约束边界的确定

根据目标评价函数表达式,d_3 的取值具有否决权,因此先从表 3 挑选可接受的节曲线参数和边界,

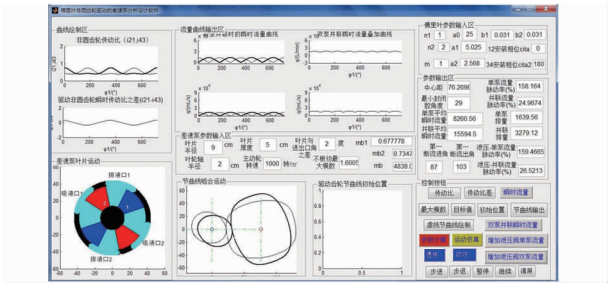


图 4 差速泵遗传算法优化软件

Fig. 4 GA optimization software of differential pump

再由表 1 和表 2 考察对 d_1、d_2 的影响,阶数取值为 $n_1 = 1$,$n_2 \in (2,3)$;a_0 选取 20 以上的值;a_1 增大对排量增大、脉动率减小作用明显,但对 m_{max} 有减小作用,考虑到 a_0 对 m_{max} 增大作用明显,a_1 选取 2 ~ 12 之间的值;a_2 增大对排量增大,脉动率减小作用明显,a_2 选取 2 ~ 5 的值;b_1 选取 0.01 ~ 2 之间的值;b_2 选取 0.01 ~ 0.5 之间的值。

(2)设置遗传算法参数

种群数 20 个,遗传代数 200 代,变量二进制位数 20,种群个体选择比例 0.9,交叉率 0.85,变异概率前 100 代取 0.1,后 100 代取 0.02,遗传代数为优化终止条件。

将遗传算法的参数及边界条件输入程序,计算得到节曲线参数非劣解,具体如表 4 所示。

4.4 结果分析和对比

表 4 中序号 1 ~ 10 的数据是 1 阶对 2 阶节曲线非劣解,序号 11 ~ 20 的数据是 1 阶对 3 阶节曲线非劣解。分析优化结果可知,1 阶对 3 阶的排量比 1 阶对 2 阶的排量大约多 30%,但是脉动率增加了大约 23%,且 m_{max} 也有所下降,根切可能性增加,影响齿轮负载能力,这与排量增加不匹配。因此 1 阶对 2 阶节曲线非劣解更符合实际需求。序号为 10 的节曲线参数对应的差速泵在排量、脉动率和 m_{max} 都达到最优,为最优傅里叶非圆齿轮节曲线参数。为了进一步说明最优解的有效性,表 5 将文献[1]的2 阶对 2 阶数据、1 阶对 3 阶的最优数据和 1 阶对 2 阶最优数据进行比较,发现 2 阶对 2 阶是最差的,结合表 4 数据分析结果,1 阶对 2 阶综合性能是最优的,节曲线外形更加光顺有利于传动,由于从动齿轮阶数变小引起的排量减少可以通过增加泵的输入转速来提高。

表 4 序号为 10 的参数设计出的差速泵为最优差速泵,泵的瞬时流量曲线、节曲线形状和泵进出口分布分别如图 5、6、7 所示,瞬时流量曲线平滑,脉动不明显;节曲线形状过渡平顺,没有突变,有利于平稳传动;泵进出口间隔 18°,有足够厚度防止进出口因压力差引起贯通。

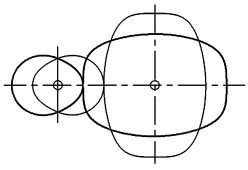
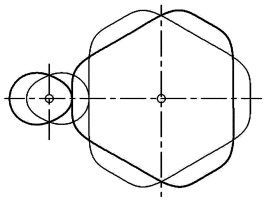
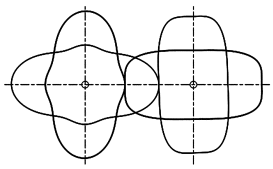
表 4　节曲线参数非劣解及对应的排量、脉动率和 m_{max}

Tab. 4　Non-inferior solution of section curve parameter and corresponding displacement, pulse rate and m_{max}

序号	n_1	n_2	a_0	a_1	a_2	b_1	b_2	排量/mL	脉动率/%	m_{max}/mm
1	1	2	34.873	11.689	4.996	0.011	0.025	3 870.44	22.55	1.53
2			35.127	11.531	4.995	0.025	0.018	3 816.69	22.18	1.57
3			35.097	11.690	4.996	0.011	0.010	3 870.44	22.04	1.55
4			35.114	11.689	4.999	0.010	0.010	3 870.44	22.04	1.56
5			35.129	11.690	4.996	0.011	0.010	3 870.44	22.06	1.56
6			35.129	11.690	4.254	0.011	0.010	3 870.44	23.79	1.66
7			35.121	11.689	4.997	0.022	0.014	3 870.44	22.10	1.56
8			35.097	11.999	4.996	0.011	0.025	3 870.44	22.58	1.52
9			35.122	11.689	4.254	0.011	0.010	3 870.44	23.79	1.66
10			35.097	11.690	4.996	0.011	0.010	3 870.44	22.04	1.55
11	1	3	34.315	10.710	4.975	0.066	0.012	5 321.86	27.66	1.51
12			34.283	10.713	4.975	0.066	0.012	5 321.86	27.65	1.51
13			34.283	10.713	4.975	0.066	0.012	5 321.86	27.65	1.51
14			34.283	10.713	4.967	0.016	0.011	5 321.86	27.60	1.51
15			34.283	10.711	4.967	0.016	0.011	5 321.86	27.61	1.51
16			34.279	10.715	4.931	0.066	0.011	5 321.86	27.70	1.52
17			34.311	10.633	4.975	0.066	0.012	5 321.86	27.67	1.52
18			34.311	10.720	4.972	0.067	0.012	5 321.86	27.66	1.51
19			34.338	10.711	4.975	0.066	0.012	5 321.86	27.66	1.51
20			34.283	10.713	4.975	0.066	0.012	5 321.86	27.65	1.51

表 5　不同阶数比差速泵的最优性能比较

Tab. 5　Comparison of optimal performance of different order Fourier non-circular gear-driven differential pumps

序号	1	2	3
阶数比	1 阶对 2 阶	1 阶对 3 阶	2 阶对 2 阶
节曲线图			
排量/mL	3 870.44	5 321.86	3 757.60
脉动率/%	22.04	27.66	24.80
m_{max}/mm	1.55	1.51	0.79

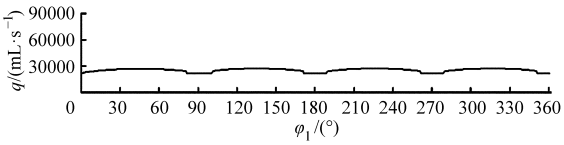


图 5　最优瞬时流量曲线

Fig. 5　Optimal instantaneous flow curve

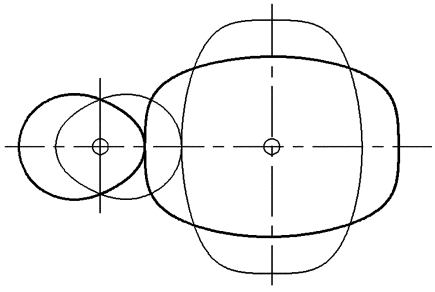


图 6　最优 1 阶对 2 阶傅里叶非圆齿轮副节曲线

Fig. 6　Optimal one-order to two-order Fourier non-circular gear pitch curves

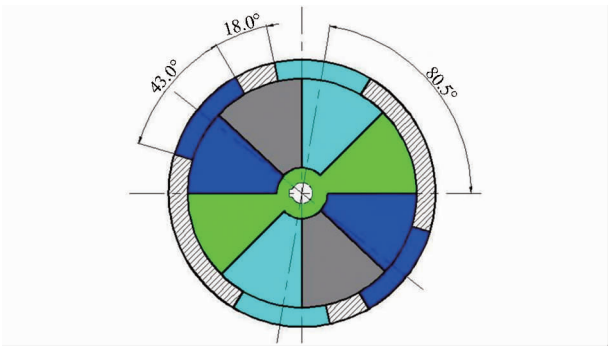


图 7　最优的差速泵进出口分布

Fig. 7　Optimal distribution of differential pump inlets and outlets

5　结论

(1)提出混合高阶傅里叶非圆齿轮驱动的差速泵,并分析阶数与泵结构参数的基本关系。

(2)建立了混合高阶傅里叶非圆齿轮驱动的差速泵的排量、瞬时流量脉动率和不根切最大齿轮模数子目标函数,利用功效系数法建立目标评价函数,编写分析软件进行参数影响分析,并获得节曲线参数边界,运用遗传算法编写多目标优化软件获得非劣解集。

(3)对文献[1]的数据、1 阶对 2 阶最优数据和 1 阶对 3 阶的最优数据进行比较,发现 1 阶对 2 阶具有理想的性能,最优差速泵的排量达到 3 870.44 mL,比文献[1]的设计排量增加 3%;脉动率为 22.04%,比文献[1]的脉动率降低 11.3%。该优化结果为设计高性能差速泵提供了基础数据。

参 考 文 献

1 徐高欢,陈建能,张国凤. 傅里叶非圆齿轮驱动的四叶片差速泵设计及特性分析[J]. 农业机械学报,2014,45(12):80 - 87.
Xu Gaohuan, Chen Jianneng, Zhang Guofeng. Design and performance analysis of fourier non-circular gear-driven differential pump[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2014,45(12):80 - 87. (in Chinese)

2 陈明,王广林,刘福利, 等. 叶片差速泵偏心圆-非圆齿轮驱动系统的研究[J]. 机械工程学报,2005,41(3):98 - 101.
Chen Ming, Wang Guanglin, Liu Fuli, et al. Study of eccentric circular-noncircular gears driving system of differential velocity vanes pump [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering,2005,41(3):98 - 101. (in Chinese)

3 陈明,訾进锋,张勇, 等. 万向节-齿轮机构驱动的叶片差速泵[J]. 机械科学与技术,2006,25(11):1298 - 1300,1379.
Chen Ming, Zi Jinfeng, Zhang Yong, et al. Study of a differential velocity vane pump driven by Hooke's joints[J]. Mechanical Scince and Technology,2006,25(11):1298 - 1300,1379. (in Chinese)

4 陈明,张勇,訾进锋,等. 转动导杆-齿轮机构驱动叶片差速泵[J]. 机械工程学报,2006,42(增刊 1):54 - 58.
Chen Ming, Zhang Yong, Zi Jinfeng, et al. Differential velocity vane pump driven by rotating guide-bar-gear mechanism[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2006,42(Supp. 1):54 - 58. (in Chinese)

5 杨茂祥,雷昌毅,陈建能, 等. 一种具有傅里叶函数节曲线的非圆齿轮副:中国, ZL201220265860.4[P]. 2012 - 06 - 04.
Yang Maoxiang, Lei Changyi, Chen Jianneng, et al. Non-circular gear pairs with a Fourier function section curve: China, ZL201220265860.4[P]. 2012 - 06 - 04. (in Chinese)

6 徐高欢,王瑞,陈建能,等. 傅里叶非圆齿轮驱动的四叶片差速泵:中国, ZL201420053198.5[P]. 2014 - 07 - 23.
Xu Gaohuan, Wang Rui, Chen Jianneng, et al. Fourier non-circular gear-driven differential 4-vane pump: China, ZL201420053198.5[P]. 2014 - 07 - 23. (in Chinese)

7 李健,王乐炯,徐高欢,等. 傅里叶非圆齿轮驱动的六叶片差速泵:中国, ZL201420052513.2[P]. 2014 - 01 - 27.
Li Jian, Wang Lejiong, Xu Gaohuan, et al. Fourier non-circular gear-driven differential 6-vane pump: China, ZL201420052513.2[P]. 2014 - 01 - 27. (in Chinese)

8 夏旭东,吴兴锋,徐高欢,等. 傅里叶非圆齿轮驱动的八叶片差速泵:中国, ZL201420053348.2[P]. 2014 - 07 - 23.
Xia Xudong, Wu Xingfeng, Xu Gaohuan, et al. Fourier non-circular gear-driven differential 8-vane pump: China, ZL201420053348.2[P]. 2014 - 07 - 23. (in Chinese)

9 吴序堂,王贵海. 非圆齿轮传动及其应用[J]. 机械设计,1995,12(7):39 - 42.

10 吴序堂. 非圆齿轮及非运速比传动[M]. 北京:机械工业出版社,1997:1 - 5.

11 李文正. 渐开线直齿圆柱齿轮设计中模数及齿数的选择[J]. 现代制造技术与装备,2013(6):23 - 24.
Li Wenzheng. Involute spur gear teeth design modulus and choice of gear teeth number[J]. Modern Manufacturing Technology and Equipment, 2013(6):23 - 24. (in Chinese)

12 雷英杰,张善文,李续武,等. 遗传算法工具箱及应用[M]. 西安:西安电子科技大学出版社,2014:140 - 141.

13 陈明,李丽伟,焦映厚, 等. 四叶片差速泵的理论研究[J]. 机械工程学报,2002,38(11):66 - 70.
Chen Ming, Li Liwei, Jiao Yinghou, et al. Theoretical study of differential velocity 4-vane pump [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering,2002,38(11):66 - 70. (in Chinese)

14 陈明,李丽伟,魏莉, 等. 六叶片差速泵工作原理及设计理论的研究[J]. 机械科学与技术,2003,22(6):861 - 864.
Chen Ming, Li Liwei, Wei Li, et al. Study of differential velocity vane pump[J]. Mechanical Science and Technology,2003,22(6):861 - 864. (in Chinese)

15 李永博,孙国祥,楼恩平,等. 基于 CFD 模型的温室温度多指 GA 优化控制[J]. 农业机械学报,2013,44(3):186 - 191.
Li Yongbo, Sun Guoxiang, Lou Enping, et al. Multi-index GA optimal control of greenhouse temperature based on CFD model [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2013,44(3):186 - 191. (in Chinese)

16 孟庆宽,张漫,仇瑞承,等. 基于改进遗传算法的农机具视觉导航线检测[J]. 农业机械学报,2014,45(10):39 - 46.
Meng Qingkuan, Zhang Man, Qiu Ruicheng, et al. Navigation line detection for farm machinery based on improved genetic algorithm[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery,2014,45(10):39 - 46. (in Chinese)

17 焦俊,陈无畏,王继先,等. 基于遗传算法的自动引导车自适应变结构控制[J]. 农业机械学报,2008,39(7):114 - 118.
Jiao Jun, Chen Wuwei, Wang Jixian, et al. Automated guided vehicle self-adaptive variable structure control based on genetic algorithm[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery,2008,39(7):114 - 118. (in Chinese)