

# 平面折展升降柔顺机构设计<sup>\*</sup>

邱丽芳 陈家兴 张九俏 杨德斌

(北京科技大学机械工程学院, 北京 100083)

**摘要:** 基于微型升降机构的工作原理,设计了一种平面折展升降柔顺机构,建立了该机构的伪刚体模型,利用虚功原理推导出平面折展升降机构的输入载荷与输出位移关系的计算公式。设计了基于 LET 铰链和 LOOP 铰链类型的平面折展升降机构实例,并对其中包含弧形片段的 LOOP 柔性铰链的弯扭耦合等效刚度进行了研究,分析得到其弯扭耦合等效刚度计算公式,通过 2 个设计实例的理论计算和有限元仿真分析,验证了理论公式和仿真模型的正确性。设计了基于 LOOP 铰链的升降机构的实物模型,计算、仿真分析和测试结果表明,该机构可产生较大提升量并且仍能保持良好的精度,达到了设计目标。

**关键词:** 平面折展机构 伪刚体模型 虚功原理 有限元仿真 LOOP 铰链

**中图分类号:** TH122      **文献标识码:** A      **文章编号:** 1000-1298(2015)10-0370-06

## Design of Lamina Emergent Elevator Mechanism

Qiu Lifang Chen Jiaying Zhang Jiuxiao Yang Debin

(School of Mechanical Engineering, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083, China)

**Abstract:** A lamina emergent elevator mechanism was designed based on the principle of micro-elevator mechanism. Pseudo-rigid-body model of the elevator mechanism was established. The calculation formula of force-deflection relationship was derived based on the principle of virtual work. A lamina emergent elevator mechanism with LET hinge and LOOP hinge was designed and two kinds of elevator mechanism were studied. The bending and torsional equivalent coupled stiffness of LOOP flexible hinge which contains arc segment was studied and the calculation formula of the equivalent coupled stiffness was derived. The analysis of theoretical calculation and finite element simulation of the two designed examples showed that the theoretical calculation formula and the simulation model were correct. A physical model of the elevator mechanism based on LOOP flexible hinge was established and its function was tested. Calculation, simulation analysis and test results prove that this elevator mechanism can produce large lifting capacity with high accuracy in operating state and the slider displacement of the elevator mechanism has good input and output relationship with the rising displacement of the platform. The goal of design was reached.

**Key words:** Lamina emergent mechanisms Pseudo-rigid-body model Principle of virtual work Finite element simulation LOOP hinge

### 引言

柔性机构是一种通过构件自身变形来传递力、运动和能量的机构<sup>[1]</sup>,是一种免装配机构<sup>[2]</sup>。根据弹性变形集中区域的不同分为集中柔度、分布柔度、不完全分布柔度的全柔性机构<sup>[3]</sup>。平面折展机构

收稿日期: 2014-12-29 修回日期: 2015-02-04

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金资助项目(51475037)

作者简介: 邱丽芳,教授,主要从事机械设计及理论和柔顺机构研究,E-mail: qlf@ustb.edu.cn

通讯作者: 杨德斌,教授,博士生导师,主要从事机械状态评价及无线传感器研究,E-mail: ydb@ustb.edu.cn

(Lamina emergent mechanisms, LEMs)可看作是一种集中柔度的全柔性机构,可实现平面外运动<sup>[4]</sup>,优点是无摩擦磨损和运动副间隙,制造工序简单方便<sup>[5]</sup>。

现今已有很多利用刚体替代综合法(Rigid-body replacement synthesis design approach)<sup>[6-9]</sup>设计的 LEMs 机构的应用实例<sup>[10-13]</sup>。如文献[10]的多层 LEMs 水杯架,文献[11]的 LEMs 升降台,文献[12]的微型注射器,文献[13]设计双四边形机构为提升平台的 LEMs 机构等。文献[14]设计了一种开槽薄壁柔顺关节,并进行了相关的实验。文献[15]提出了运动规划及控制方法,极大地提高了柔顺并联机器人的运动精度。

Howell 等提出了 2 种最基本的 LEMs 柔性铰链——外 LET 柔性铰链和内 LET 柔性铰链,并推导了 2 种铰链的弯曲等效刚度<sup>[16-17]</sup>。文献[18]对包含弧形片段的圆环铰链进行了初步研究。文献[19]设计了高柔度的 S 形铰链。文献[20]介绍了一种微型升降机构,本文在此基础上将其转换为 LEMs 升降机构,推导机构的输入载荷与输出位移的计算公式,设计基于 2 种不同类型铰链的平面折展升降机构,即外 LET 铰链和直梁与直圆组合的 LOOP 柔性铰链,通过理论计算和有限元仿真分析,对机构进行研究,并对其中包含弧形片段的 LOOP 柔性铰链的弯扭耦合等效刚度进行研究。

### 1 升降机构的设计

根据文献[18]介绍的微型升降机构,在其工作原理的基础上设计出 LEMs 升降机构,其结构如图 1 所示。

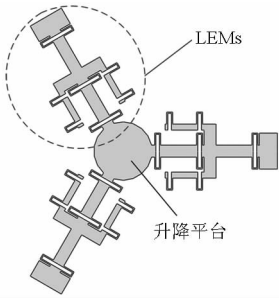


图 1 LEMs 升降机构

Fig. 1 Lamina emergent elevator mechanism

升降机构由 3 个完全相同的 LEMs 部分和升降平台组成,其中 3 个 LEMs 呈环形排列,相互之间夹角为 120°,环形排列的 3 个机构保证了升降平台只能在竖直方向移动,对升降机构进行分析时只需研究其中一个机构即可,如图 2 所示。

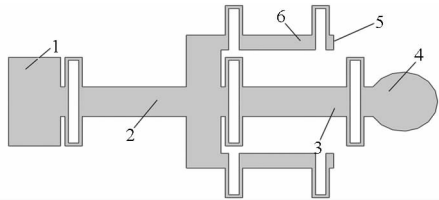


图 2 LEMs 放大图

Fig. 2 Enlarged drawing of LEMs

1. 滑块 1 2. 连杆 r1 3. 连杆 r3 4. 升降台(滑块 2) 5. 固定支撑端 6. 支撑杆 r2

### 2 升降机构伪刚体模型的建立

图 1 和图 2 所示为基于外 LET 铰链的升降机构,图 2 所示 LEMs 包含 2 个对称的支撑杆 r2,其伪刚体模型中表示为一个杆件即可,支撑杆 r2 两端连接处均为半外 LET 铰链,故伪刚体模型中铰链 k2、k3 均表示 2 个并联的半铰。而连杆 r1 和连杆 r3 两端均为完整的外 LET 铰链,如图 3 所示。

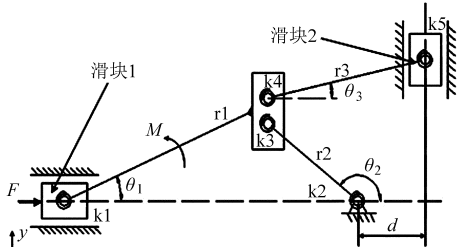


图 3 LEMs 伪刚体模型

Fig. 3 Pseudo-rigid-body model of LEMs

初始状态机构所有杆件均在同一平面内,当转矩  $M$  作用于连杆 r1 时,滑块 1 水平移动,滑块 2 竖直移动,如图 3 所示。

升降机构伪刚体模型的总虚功方程为

$$\delta W = F\delta Z + M\delta\theta_1 + \sum_{i=1}^5 T_i\delta\psi_i \quad (1)$$

$F$  为作用于滑块 1 上的推力

$$\mathbf{F} = Fi \quad (2)$$

$$\mathbf{Z} = (r_1 + r_2 - (r_1\cos\theta_1 - r_2\cos\theta_2))\mathbf{i} \quad (3)$$

$$\delta\mathbf{Z} = (r_1\sin\theta_1\delta\theta_1 - r_2\sin\theta_2\delta\theta_2)\mathbf{i} \quad (4)$$

式中  $r_1$ 、 $r_2$ ——连杆 r1、r2 的长度

$\mathbf{i}$ ——推力方向的单元向量

$M$  为作用于连杆 r1 上的力矩

$$\mathbf{M} = Mk \quad (5)$$

式中  $\mathbf{k}$ ——力矩方向的单元向量

与铰链处的力矩  $T_i$  有关的 Lagrangian 坐标为  $\psi_i$ ,有

$$T_i = -k_i\psi_i \quad (6)$$

$$\psi_1 = \theta_1 - \theta_{10} \quad (7)$$

$$\psi_2 = \theta_2 - \theta_{20} \quad (8)$$

$$\psi_3 = \theta_1 - \theta_{10} - (\theta_2 - \theta_{20}) \quad (9)$$

$$\psi_4 = \theta_1 - \theta_{10} - (\theta_3 - \theta_{30}) \tag{10}$$

$$\psi_5 = \theta_3 - \theta_{30} \tag{11}$$

其中  $\theta_{10} = 0 \quad \theta_{20} = \pi \quad \theta_{30} = 0$

式中  $\theta_{30}$ ——弹簧未变形时机构的位置

$$\delta\psi_1 = \delta\theta_1 \tag{12}$$

$$\delta\psi_2 = \delta\theta_2 \tag{13}$$

$$\delta\psi_3 = \delta\theta_1 - \delta\theta_2 \tag{14}$$

$$\delta\psi_5 = \delta\theta_3 \tag{15}$$

将式(2)~(15)代入式(1),得到

$$\delta W = A\delta\theta_1 + B\delta\theta_2 + C\delta\theta_3 \tag{16}$$

其中  $A = Fr_1\sin\theta_1 + M - k_1\theta_1 - k_3(\theta_1 - \theta_2 + \pi) -$

$$k_4(\theta_1 - \theta_3)$$

$$B = -Fr_2\sin\theta_2 - k_2(\theta_2 - \pi) + k_3(\theta_1 - \theta_2 + \pi)$$

$$C = k_4(\theta_1 - \theta_3) - k_5\theta_3$$

式中  $k_1 \sim k_5$ ——铰链 k1~k5 的等效弹簧刚度

由机构的几何关系可以得出

$$r_1\sin\theta_1 = r_2\sin\theta_2 \tag{17}$$

$$-r_2\cos\theta_2 + d = r_3\cos\theta_3 \tag{18}$$

式中  $r_3$ ——连杆 r3 的长度

对式(17)、(18)求导,得

$$d\theta_1 = \frac{r_2\cos\theta_2}{r_1\cos\theta_1}d\theta_2 \quad d\theta_3 = -\frac{r_2\sin\theta_2}{r_3\sin\theta_3}d\theta_2$$

将上述两式代入式(16),应用虚功原理,得到

$$A\frac{r_2\cos\theta_2}{r_1\cos\theta_1} + B - C\frac{r_2\sin\theta_2}{r_3\sin\theta_3} = 0 \tag{19}$$

式(19)可由 Matlab 软件求解,得出载荷和转角的关系,则可得到上升位移  $h_i$  为

$$h_i = r_1\sin\theta_1 + r_3\sin\theta_3 \tag{20}$$

3 升降机构载荷和位移关系分析

3.1 基于 LET 铰链的升降机构

为了验证第 2 节推导出的公式的正确性,利用 ABAQUS 软件建模仿真。根据 Chen、Howell 等导出的外 LET 铰链的扭转等效刚度公式,外 LET 铰链的扭转刚度为

$$k_{eq} = \frac{2k_{il}k_{bl}}{k_{il} + 2k_{bl}} \tag{21}$$

$$k_{bl} = \frac{EL_{BW}t^3}{12L_{BL}} \tag{22}$$

其中

$$k_{il} = L_{TW}t^3 \frac{G}{L_{TL}} \left[ \frac{1}{3} - 0.21 \frac{t}{L_{TW}} \left( 1 - \frac{t^4}{12L_{TW}} \right) \right] \tag{23}$$

式中  $E$ ——弹性模量  $G$ ——剪切模量  
半外 LET 的扭转等效刚度为外 LET 扭转等效刚度的 1/2,即

$$k_{eq} = \frac{k_{il}k_{bl}}{k_{il} + 2k_{bl}} \tag{24}$$

其他符号意义见图 4 所示半外 LET 铰链的尺寸示意图。

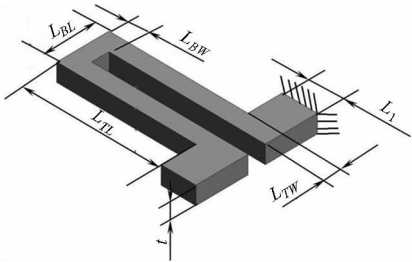


图 4 半 LET 铰链尺寸示意图

Fig. 4 Dimension labels of half-LET

升降机构材料选取铍青铜,其性能参数如表 1 所示。

表 1 铍青铜的基本性能参数

Tab.1 Basic performance parameters of beryllium bronze

| 材料名称 | 密度 $\rho$<br>/( $\text{g} \cdot \text{cm}^{-3}$ ) | 弹性模量<br>$E/\text{GPa}$ | 泊松比 $\mu$ | 屈服强度<br>$\sigma_s/\text{MPa}$ |
|------|---------------------------------------------------|------------------------|-----------|-------------------------------|
| 铍青铜  | 8.3                                               | 128                    | 0.29      | 1 035                         |

设计外 LET 铰链的尺寸如表 2 所示。

表 2 外 LET 铰链尺寸

Tab.2 Dimension labels of LET mm

| 参数 | $L_{TL}$ | $L_{TW}$ | $L_{BL}$ | $L_{BW}$ | $L_1$ | $t$ |
|----|----------|----------|----------|----------|-------|-----|
| 数值 | 40       | 4        | 20       | 4        | 20    | 0.5 |

将铰链各参数值代入式(21)~(23)中,得到外 LET 铰链扭转等效刚度  $k_1 = k_2 = k_3 = k_4 = k_5 = k_{eq} = 140.34 \text{ N} \cdot \text{mm}/\text{rad}$ 。机构杆件的尺寸设计为  $r_1 = 185 \text{ mm}$ ,  $r_2 = 100 \text{ mm}$ ,  $r_3 = 140 \text{ mm}$ 。

将以上数据代入式(17)~(20)中,若  $F = 0, M$  取不同值,得到升降机构理论上升位移  $h_i$ ,同时进行有限元仿真,得到升降机构仿真位移  $h_a$ ,二者数值及误差如表 3 所示。

表 3 基于 LET 的 LEMs 输入弯矩  $M$  与平台上升位移  $h$  关系

Tab.3 Force-deflection of LEMs based on LET

| 参数                   | $M/(\text{N}\cdot\text{mm})$ |      |      |      |      |       |       |       |       |       |
|----------------------|------------------------------|------|------|------|------|-------|-------|-------|-------|-------|
|                      | 10                           | 20   | 30   | 40   | 50   | 60    | 70    | 80    | 90    | 100   |
| 理论位移 $h_i/\text{mm}$ | 1.88                         | 3.76 | 5.64 | 7.52 | 9.39 | 11.27 | 13.24 | 15.01 | 16.88 | 18.75 |
| 仿真位移 $h_a/\text{mm}$ | 1.94                         | 3.73 | 5.50 | 7.25 | 8.97 | 10.76 | 12.50 | 14.24 | 15.98 | 17.72 |
| 相对误差/%               | 3.19                         | 0.80 | 2.48 | 3.59 | 4.47 | 4.53  | 5.59  | 5.13  | 5.33  | 5.49  |

由表 3 可以看出,输入转矩  $M$  与平台上升位移呈线性关系,仿真值与理论值的最大相对误差为 5.59%。

此时转矩  $M$  的范围为 10 ~ 100 N·mm,平台上升位移最大值为 18 mm 左右,为了验证在平台上升更大位移的情况下公式是否适用,将转矩  $M$  的范围设为 100 ~ 500 N·mm,结果如表 4 所示。

表 4 基于 LET 的 LEMs 输入弯矩  $M$  与  
平台上升位移  $h$  关系

Tab.4 Force-deflection of LEMs based on LET

| 参数            | $M/(N \cdot mm)$ |       |       |       |       |
|---------------|------------------|-------|-------|-------|-------|
|               | 100              | 200   | 300   | 400   | 500   |
| 理论位移 $h_t/mm$ | 18.75            | 37.17 | 54.98 | 71.90 | 87.72 |
| 仿真位移 $h_a/mm$ | 17.72            | 35.09 | 52.07 | 69.92 | 86.65 |
| 相对误差/%        | 5.49             | 5.60  | 5.30  | 2.75  | 1.21  |

由表 4 可以看出,输入转矩  $M$  与平台上升理论位移  $h_t$ 、仿真位移  $h_a$  均呈线性关系,仿真值与理论值的相对误差未超过 6%。图 5、图 6 所示分别为输入转矩为 400 N·mm 时机机构的位移云图和应力云图。由应力云图可以看出,应力最大出现在 k3 铰链处,最大应力为 264 MPa,远小于屈服强度 1 350 MPa。



图 5 基于 LET 的 LEMs 位移云图

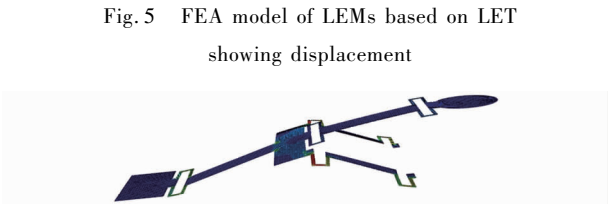


图 6 基于 LET 的 LEMs 应力云图

Fig.6 FEA model of LEMs based on LET showing stress

3.2 基于 LOOP 铰链的升降机构

升降机构运动的关键部分在于材料和柔性铰链,在材料选定的情况下,铰链的刚度影响输入输出关系,而铰链的刚度又取决于铰链的形状和尺寸,因此设计直梁与直圆组合柔性铰链(简称 LOOP 铰链)替代外 LET 铰链,其尺寸示意如图 7 所示。

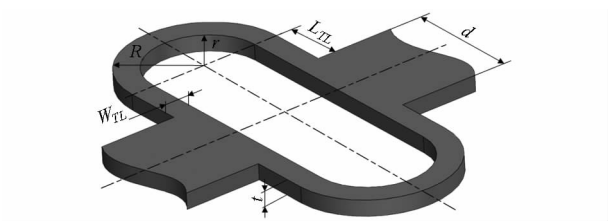


图 7 LOOP 尺寸示意图

Fig.7 Dimension labels of LOOP

该铰链包含弧形片段,其产生的总转角为弯曲角度  $\theta_b$  与扭转角度  $\theta_t$  之和,求出总和即可得到相应刚度  $k_n$ 。求取弧形片段弯曲角度  $\theta_b$  可将片段沿  $x$  轴方向分成  $N$  份,利用积分的方法求得  $N$  份弯曲角度之和  $\theta_b$ 。同样方法,求取弧形片段扭转角度  $\theta_t$  可将片段沿  $y$  轴方向分成  $N$  份,利用积分的方法求得  $N$  份扭转角度之和  $\theta_t$ 。因此

$$\theta_b = \frac{12T}{Et^3} \left( \int_0^r \frac{1}{\sqrt{R^2 - x^2} - \sqrt{r^2 - x^2}} dx + \int_r^R \frac{1}{\sqrt{R^2 - x^2}} dx \right) \tag{25}$$

$$\theta_t = \frac{T}{G} \left( \int_r^R \frac{1}{\sqrt{R^2 - y^2} t^3 - 0.21t^4} dy + \int_0^r \frac{1}{\frac{1}{3}(\sqrt{R^2 - y^2} - \sqrt{r^2 - y^2})t^3 - 0.21t^4} dy \right) \tag{26}$$

式中  $T$ ——在铰链处的力矩

LOOP 铰链弧形片段弯扭耦合等效刚度为

$$k_n = \frac{T}{\theta_b + \theta_t} \tag{27}$$

LOOP 铰链直梁部分的等效刚度为

$$k_m = W_{TL} t^3 \frac{G}{L_{TL}} \left[ \frac{1}{3} - 0.21 \frac{t}{W_{TL}} \left( 1 - \frac{t^4}{12W_{TL}} \right) \right] \tag{28}$$

则 LOOP 铰链的总刚度为

$$k_{eq} = \frac{k_m k_n}{k_m + k_n} \tag{29}$$

材料仍选用铍青铜,机构杆件的长度不变。铰链的尺寸如表 5 所示,代入式 (25) ~ (29),求得 LOOP 铰链的等效刚度  $k_{eq}$  为 161.83 N·mm/rad。

表 5 LOOP 铰链尺寸

Tab.5 Dimension labels of LOOP

| 参数 | $R$ | $r$ | $L_{TL}$ | $W_{TL}$ | $d$ | $t$ |
|----|-----|-----|----------|----------|-----|-----|
| 数值 | 10  | 6   | 30       | 4        | 40  | 0.5 |

求解方程组 (17) ~ (20),得到升降机构理论上上升位移  $h_t$ ,同时进行有限元仿真,得到升级机构仿真位移  $h_a$ ,两者数值及相对误差如表 6 所示。同样,将输入转矩  $M$  的范围设为 100 ~ 500 N·mm,结果如表 7 所示。

由表 7 可看出,当输入转矩 200 N·mm 时,仿真值与理论值的相对误差为 6.17%。图 8 所示为平台上升 69.9 mm 时机机构的应力云图。对比图 6 和图 8,在同样的平台上升位移,基于 LET 升降机构的最大应力 264 MPa 略大于基于 LOOP 升降机构的最大应力 261.5 MPa。最大应力均出现在铰链 k3 处,均小于

表 6 基于 LOOP 的 LEMs 输入弯矩  $M$  与平台上升位移  $h$  关系  
Tab.6 Force-deflection of LEMs based on LOOP

| 参数            | $M/(N \cdot mm)$ |      |      |      |      |       |       |       |       |       |
|---------------|------------------|------|------|------|------|-------|-------|-------|-------|-------|
|               | 10               | 20   | 30   | 40   | 50   | 60    | 70    | 80    | 90    | 100   |
| 理论位移 $h_t/mm$ | 1.84             | 3.67 | 5.50 | 7.34 | 9.17 | 11.00 | 12.83 | 14.66 | 16.48 | 18.30 |
| 仿真位移 $h_a/mm$ | 1.89             | 3.63 | 5.34 | 7.05 | 8.75 | 10.45 | 12.14 | 13.83 | 15.52 | 17.21 |
| 相对误差/%        | 2.72             | 1.09 | 2.91 | 3.95 | 4.58 | 5.00  | 5.38  | 5.66  | 5.83  | 5.96  |

表 7 基于 LOOP 的 LEMs 输入弯矩  $M$  与  
平台上升位移  $h$  关系  
Tab.7 Force-deflection of LEMs based on LOOP

| 参数            | $M/(N \cdot mm)$ |       |       |       |       |
|---------------|------------------|-------|-------|-------|-------|
|               | 100              | 200   | 300   | 400   | 500   |
| 理论位移 $h_t/mm$ | 18.30            | 36.30 | 53.72 | 70.31 | 85.88 |
| 仿真位移 $h_a/mm$ | 17.21            | 34.06 | 50.90 | 67.81 | 84.77 |
| 相对误差/%        | 5.96             | 6.17  | 5.25  | 3.56  | 1.29  |

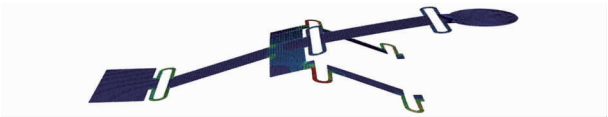


图 8 基于 LOOP 的 LEMs 应力云图

Fig.8 FEA model of LEMs based on LOOP showing stress  
屈服强度 1 350 MPa。2 个实例均符合设计要求。  
由图 6 和图 8 应力在铰链处的分布值可以看出，  
LET 铰链在直角处具有应力集中现象，而 LOOP 铰  
链的过渡圆弧可改善应力集中，但效果不太明显，原  
因是其变形主要集中在扭转片段。

由以上分析可看出，理论计算与仿真结果基本  
一致，一定程度上验证了理论公式的正确性，其最大  
相对误差大约在 6% 左右，略大于 5%，主要原因是：  
①理论计算中未考虑 LEMs 杆的变形。②铰链受拉  
压载荷的影响，存在转动中心漂移的现象。

4 基于 LOOP 铰链的升降机构实物测试

基于 3.2 节升降机构的设计实例，考虑机构尺  
寸以及材料尺寸的限制，按原机构尺寸 1/4 进行加  
工制造。分别取升降机构杆件长度为  $r_1 = 46\text{ mm}$ ，  
 $r_2 = 25\text{ mm}$ ， $r_3 = 35\text{ mm}$ ，LOOP 铰链尺寸如表 8 所示，  
选取表 1 所示铍青铜材料，经北京科技大学加工中  
心进行加工制造，采用激光切割工艺加工而成的机  
构实物初始状态如图 9 所示，机构展开状态如图 10  
所示。滑块位移  $s$  为 5 mm 测得平台上升位移  $h$  为  
23.26 mm。同时建立机构有限元仿真模型如图 11  
所示，仿真得到滑块位移  $s$  为 5 mm 时平台上升位移

表 8 LOOP 铰链尺寸

| Tab.8 Dimension labels of LOOP |     |     |          |          |     | mm  |
|--------------------------------|-----|-----|----------|----------|-----|-----|
| 参数                             | $R$ | $r$ | $L_{TL}$ | $W_{TL}$ | $d$ | $t$ |
| 数值                             | 2.5 | 1.5 | 7        | 1        | 10  | 0.5 |

$h_a$  为 22.4 mm。仿真测试结果与实物测量结果相对  
误差为 3.70%，因此基于 LOOP 铰链的升降机构能  
够实现预期的功能。

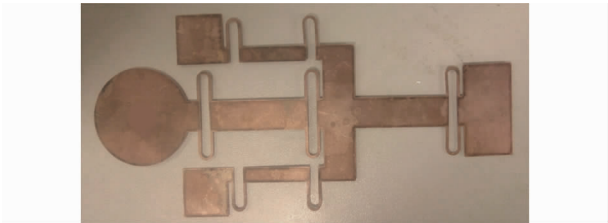


图 9 LEMS 升降机构初始状态实物图

Fig.9 Lamina emergent elevator  
mechanism in original state

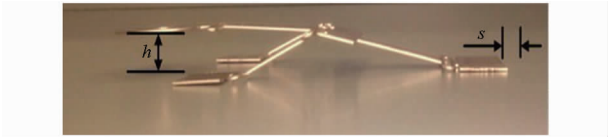


图 10 LEMS 升降机构展开状态实物视图

Fig.10 Lamina emergent elevator mechanism  
in its operating state



图 11 LEMS 升降机构运动仿真图

Fig.11 FEA model of lamina emergent elevator  
mechanism in its operating state

5 结论

- (1) 基于已有的微型升降机构，设计了一种平面折展升降机构。建立了该机构的伪刚体模型，利用虚功原理推导了机构的输入载荷和输出位移的关系式。
- (2) 设计了基于 LET 和 LOOP 铰链的平面折展升降机构实例。对两实例进行理论和有限元仿真分析，验证了理论计算公式的正确性。
- (3) 对包含弧形片段的 LOOP 柔性铰链的弯扭耦合等效刚度进行了研究，分析得到其弯扭耦合等效刚度计算公式。
- (4) 设计了基于 LOOP 铰链的升降机构的实物模型，测试结果表明基于 LOOP 铰链的升降机构的滑块位移与平台上升位移有很好的输入输出关系，并能保持良好的精度，达到了设计目的。

## 参 考 文 献

- 1 Midha A, Norton T W, Howell L L. On the nomenclature, classification, and abstractions of compliant mechanisms[J]. ASME Journal of Mechanical Design, 1994, 116(1): 270 – 279.
- 2 胡俊峰, 徐贵阳, 郝亚洲. 基于动态特性的复合桥式微动平台优化设计[J]. 农业机械学报, 2014, 45(1): 306 – 312.  
Hu Junfeng, Xu Guiyang, Hao Yazhou. Optimization design of a compound bridge-type micro-stage based on its dynamic characteristics[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2014, 45(1): 306 – 312. (in Chinese)
- 3 邱丽芳, 翁海珊, 俞必强, 等. 不完全分布柔度全柔性机构拟柔性模型研究[J]. 农业机械学报, 2009, 40(4): 189 – 192.  
Qiu Lifang, Weng Haishan, Yu Biqiang, et al. Imitate-compliant-body model for fully compliant mechanisms of incomplete distributed compliance[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2009, 40(4): 189 – 192. (in Chinese)
- 4 Albrechtsen N B, Magleby S P, Howell L L. Identifying potential applications for lamina emergent mechanisms using technology push product development [C] // ASME 2010 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference, 2010, 2: 513 – 521.
- 5 王雯静, 余跃庆, 王华伟. 柔顺机构国内外研究现状分析[J]. 机械设计, 2007, 24(6): 1 – 4.  
Wang Wenjing, Yu Yueqing, Wang Huawei. Analysis on the research status of compliant mechanism at home and abroad[J]. Journal of Machine Design, 2007, 24(6): 1 – 4. (in Chinese)
- 6 Olsen B M. A design framework that employs a classification scheme and library for compliant mechanism design[D]. Provo: Brigham Young University, 2010.
- 7 Berglund M D, Magleby S P, Howell L L. Design rules for selecting and designing compliant mechanisms for rigid-body replacement synthesis[C] // Proceedings of the ASME International Design Engineering Technical Conferences, 2000.
- 8 Howell L L, Midha A. Loop-closure theory for the analysis and synthesis of compliant mechanisms[J]. ASME Journal of Mechanical Design, 1996, 118(1): 121 – 125.
- 9 于靖军, 裴旭, 毕树生, 等. 柔性铰链机构设计方法的研究进展[J]. 机械工程学报, 2010, 46(13): 2 – 13.  
Yu Jingjun, Pei Xu, Bi Shusheng, et al. State-of-arts of design method for flexure mechanisms[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2010, 46(13): 2 – 13. (in Chinese)
- 10 邱丽芳, 楚红岩, 杨德斌, 等. 基于伪刚体模型的多层 LEMs 建模与仿真[J]. 农业机械学报, 2013, 44(9): 255 – 260.  
Qiu Lifang, Chu Hongyan, Yang Debin, et al. Modeling and simulation of multi-layered lamina emergent mechanisms based on pseudo-rigid-body[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2013, 44(9): 255 – 260. (in Chinese)
- 11 Gollnick P S, Magleby S P, Howell L L. An introduction to multilayer lamina emergent mechanisms[J]. ASME Journal of Mechanical Design, 2011, 133(8): 081006.
- 12 Shannon A Zirbel, Quentin T Aten, Melanie Easter. Compliant constant-force micro-mechanism for enabling dual-stage motion [C] // ASME 2012 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference, 2012, 4: 191 – 198.
- 13 胡锋, 邱丽芳, 周杰, 等. 高平行度双稳态夹持机构设计与分析[J]. 工程科学学报, 2015, 37(4): 522 – 527.  
Hu Feng, Qiu Lifang, Zhou Jie, et al. Design and analysis of bi-stable grasper mechanisms highly parallel to the ground[J]. Chinese Journal of Engineering, 2015, 37(4): 522 – 527. (in Chinese)
- 14 余跃庆, 马兰, 崔忠伟, 等. 并联机器人开槽薄壁柔顺关节设计与实验[J]. 农业机械学报, 2014, 45(5): 284 – 290.  
Yu Yueqing, Ma Lan, Cui Zhongwei, et al. Design and experimental study of open thin-walled flexure joints[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2014, 45(5): 284 – 290. (in Chinese)
- 15 田浩, 余跃庆, 吕强. 片簧型柔顺并联机器人运动规划与轨迹跟踪技术[J]. 农业机械学报, 2015, 46(3): 372 – 378.  
Tiao Hao, Yu Yueqing, Lü Qiang. Motion planning and trajectory tracking of parallel robot with leaf compliant joint[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2015, 46(3): 372 – 378. (in Chinese)
- 16 Jacobsen J O, Chen G M, Howell L L, et al. Lamina emergent torsional (LET) joint[J]. Mechanism and Machine Theory, 2009, 44(11): 2098.
- 17 Aten Q T, Jensen B D, Howell L L. Geometrically non-linear analysis of thin-film compliant MEMS via shell and solid elements [J]. Finite Elements in Analysis and Design, 2012, 49(1): 70 – 77.
- 18 邱丽芳, 韦志鸿, 徐金梧. 新型平面折展机构柔性铰链等效刚度分析[J]. 机械工程学报, 2014, 50(17): 25 – 30.  
Qiu Lifang, Wei Zhihong, Xu Jinwu. Analysis of equivalent stiffness of new LEMs flexure hinge[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2014, 50(17): 25 – 30. (in Chinese)
- 19 邱丽芳, 孟天祥, 张九俏, 等. 平面折展机构 S 形柔性铰链设计与试验[J]. 农业机械学报, 2014, 45(9): 323 – 328.  
Qiu Lifang, Meng Tianxiang, Zhang Jiupiao, et al. Design and test of lamina emergent mechanisms S-shaped flexure hinge[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2014, 45(9): 323 – 328. (in Chinese)
- 20 Kimberly A Jensen, Craig P Lusk, Larry L Howell. Force relationships for an XYZ micromanipulator with three translational degrees of freedom[C] // ASME 2004 Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference, 2004, 2: 69 – 76.