

# 广义互斥约束的 Petri 网死锁避免监控器设计\*

刘久富<sup>1</sup> 周建勇<sup>1</sup> 刘文良<sup>1</sup> 刘海阳<sup>2</sup> 杨忠<sup>1</sup> 王志胜<sup>1</sup>

(1. 南京航空航天大学自动化学院, 南京 210016; 2. 东南大学电子信息工程学院, 南京 211189)

**摘要:** 研究了 Petri 网的柔性制造加工系统中的死锁避免问题。为了保证死锁避免和资源最大允许利用, 提出了基于广义互斥约束的 Petri 网最优监控器的设计方法, 探寻以线性不等式的形式表示的初步约束集, 通过可达性分析和初步约束集建立可达树得出合法标识集和死锁标识集, 对分离出的标识建立混合整数线性规划模型, 运用分支定界法得到补充监控库所的广义互斥约束模型作为最优监控器。最后, 以某柔性制造系统为例, 建立了 Petri 网模型, 结合零件加工过程中资源的占用和释放, 对柔性制造系统进行控制器设计, 设计的控制器拥有更严格的约束和更简化的模型, 对死锁标识的避免是充分的, 验证了该算法的有效性。

**关键词:** Petri 网 监控器 死锁避免 广义互斥约束

**中图分类号:** TP311; TP393 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1298(2015)08-0327-06

## Design of Supervisor of Petri Nets Based on Generalized Mutual Exclusion Constraints

Liu Jiufu<sup>1</sup> Zhou Jianyong<sup>1</sup> Liu Wenliang<sup>1</sup> Liu Haiyang<sup>2</sup> Yang Zhong<sup>1</sup> Wang Zhisheng<sup>1</sup>

(1. College of Automation, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China

2. College of Electronic Science and Engineering, Southeast University, Nanjing 211189, China)

**Abstract:** The deadlock avoidance policy of flexible manufacturing system (FMS) was investigated. In order to achieve deadlock avoidance policy and the most use of resource, the method of designing optimal supervisor based on generalized mutual exclusion constraints was presented, the preliminary constrains in the form of linear inequalities were explored, the legal marking set and boundary illegal marking set were gained by reachability analysis and the mixed integer linear programming was built to obtain generalized mutual exclusion constraints as the optimal supervisor by branch and bound method. The system model of FMS was built with Petri net. Based on the occupation and release of resource in the machining process, research was made on application in robot processing system. Both the proposed method and the ones in other literature were adopted to model the process and make comparisons of control performance. The result showed that the optimal supervisors generated from the algorithm could gain stricter constrains and more simplified model, and achieve deadlock avoidance policy that can forbid illegal markings with a maximally permissive way, which proved the effectiveness of the proposed method.

**Key words:** Petri nets Supervisors Deadlock avoidance Generalized mutual exclusion constraints

### 引言

在 Petri 网中, 监督控制可以被用于执行多种规范, 如共享资源的能力, 同时允许的最大工件数, 死

锁避免和可控性等。这些规范共同定义了一组合法可达标识  $\mathcal{L}$ , 通过强制执行一个基于状态的控制问题来设计一个含约束 Petri 网的可达集的控制。通常运用广义互斥约束来执行, 适当的与 PN 模型的

变迁相连,利用监控库所构成PN控制器。

针对死锁避免策略的监控器设计颇受关注<sup>[1-2]</sup>,因此,设计同时具有最大允许度和死锁避免的监控器显得尤为重要。Cordone等<sup>[3-7]</sup>提出了一个有效的监控器设计方法,基于一个以广义互斥约束将非法标识集从整个合法标识集向多个子集的合适分离,通过分支定界法<sup>[8-11]</sup>有效解决分类的系统探索问题。

本文将约束建模和监控设计步骤统一起来。通过可达性分析生成合法标识集 $\mathcal{L}$ 和死锁标识集 $u$ ,死锁标识是可以通过一个变迁触发从 $\mathcal{L}$ 可达的。通过禁止死锁标识,将无法达到后续的非合法标志。生成过程保证存在多个行为要求时关于给定规范的合法标识 $\mathcal{L}$ 的极大性。

## 1 Petri网与广义互斥约束的分类问题

### 1.1 Petri网概念

定义1:  $PN = (P, T, F, \mathbf{M}_0, W)$  为Petri网(Petri Net, PN), 其中,  $P = \{P_1, P_2, \dots, P_n\}$  称为库所(place)集合;  $T = \{T_1, T_2, \dots, T_n\}$  称为变迁(transition)集合;  $F = I \cup O$ , 称为弧的集合, 其中  $I$  称为输入弧,  $O$  称为输出弧;  $\mathbf{M}_0: P \rightarrow \{0, 1, \dots\}$ , 称为初始标识(initial marking), 用托肯(token)标识;  $W: F \rightarrow \mathbf{N}$  称为PN上的权函数, 表示资源消耗量或生产量。

定义2: 在Petri网的标识 $\mathbf{M}$ 下, 如果资源子集 $R_D \in R$ 满足如下2个条件: ① $R_D$ 中所有资源被占用, 即 $M(p_r) = 0, r \in R_D$ 。②所有占用 $R_D$ 中资源的操作都在等待 $R_D$ 中其他的资源, 即对于操作 $p_q \in \{p_q \mid R(p_q) \in R_D, M(p_q) > 0\}$ , 存在 $(p_q^*) r \in \{p_r \mid r \in R_D\}$ 。则称 $R_D$ 处于死锁状态,  $\mathbf{M}$ 被称为死锁标识, 记为 $M_D$ 。

### 1.2 Petri网的行为规范

Petri网系统 $\langle N, \mathbf{m}_0 \rangle$ 的可达集为 $R(N, \mathbf{m}_0)$ , 可达图为有向图 $RG = (V, A)$ , 其中 $V = R(N, \mathbf{m}_0)$ 是节点集,  $A \subseteq (V \times V)$ 为弧集合, 通过标签函数 $h: A \rightarrow T$ 与PN变迁相连。Petri网在可达图的强连通量<sup>[12]</sup>(SCC)下无限发展下去以致 $|S| \geq 2$ 。如果没有弧 $(\mathbf{m}', \mathbf{m}'') \in A$ , 其中 $\mathbf{m}' \in S, \mathbf{m}'' \in V \setminus S$ , 可达图的一个强连通量定义为“终端”。 $|S| = 1$ 的可达图的终端强连通量 $(S, A_S)$ 是一个死锁状态。

由上可定义无死锁即可达图的所有强连通量都有严格大于1的基。

当Petri网含不可控变迁时, 需要限制PN可达集为合法标识集 $(T = T_c \cup T_u, T_c \cap T_u = \Phi)$ , 其中 $T_c$ 和 $T_u$ 分别定义了可控变迁和不可控变迁)。

定义3: 给定Petri网, 其中 $T_c \neq \Phi$ 。定义网的不可控子网为消除 $T_c$ 中的每一个变迁后获得的子网, 记为 $N_u$ 。

显而易见,  $R(N_u, \mathbf{m}) \subseteq R(N, \mathbf{m})$ 。

定义4: 合法标识集 $\mathcal{L} \subseteq \mathbf{N}^p$ 是关于标识Petri网 $\langle N, \mathbf{m}_0 \rangle$ 行为可控的, 如果 $\cup_{\mathbf{m} \in \mathcal{L}} R(N_u, \mathbf{m}) \subseteq \mathcal{L}$ , 其中 $N_u$ 是Petri网的不可控子集。

如果禁止标识都不是通过激发一个只包含不可控变迁的序列从任一标识 $\mathbf{m} \in \mathcal{L}$ 可达的,  $\mathcal{L}$ 是不可控的。一个简单确保可控性但可能受限的条件是避免所有直接从监控库所到不可控变迁的弧, 使得后者不能被控制器禁用。

### 1.3 基于广义互斥约束的分类问题

广义互斥约束(Generalized mutual exclusion constraints, GMEC)表示为 $(\mathbf{L}, \mathbf{k})$ , 其中 $\mathbf{L} \in \mathbf{N}^p, n^p$ 是Petri网中库所个数,  $\mathbf{k} \in \mathbf{N}$ , 定义了可行解 $M(\mathbf{L}, \mathbf{k}) = \{\mathbf{x} \in \mathbf{N}^p \mid \mathbf{L}^T \mathbf{x} \leq \mathbf{k}\}$ , 广义互斥约束组 $(\mathbf{L}, \mathbf{k})$ 定义了可行域<sup>[13]</sup> $M(\mathbf{L}, \mathbf{k}) = \cap_{i=1}^{n_c} M(\mathbf{L}_i, k_i)$ , 其中 $\mathbf{L} = [\mathbf{L}_1^T, \mathbf{L}_2^T, \dots, \mathbf{L}_{n_c}^T]^T, \mathbf{k} = [k_1, k_2, \dots, k_{n_c}]^T$ 。

在柔性制造系统(FMS)中, 多个操作对有限资源的竞争会导致死锁状态。以一组广义互斥约束 $(\mathbf{L}, \mathbf{k})$ 作为一个分类器, 将 $M(\mathbf{L}, \mathbf{k})$ 中的标识从可达标识里分离出来。将可达集分成集合 $\mathcal{L}$ 和 $u$ , 并分别定义为合法集和死锁标识集。如果 $\mathcal{L} \subseteq M(\mathbf{L}, \mathbf{k})$ 并且 $M(\mathbf{L}, \mathbf{k}) \cap u = \emptyset$ , 线性分类器强制执行 $\mathcal{L}$ 。

定义5: 令Petri网变迁集合 $T = T_c \cup T_u$ 其中 $T_c \cap T_u = \emptyset$ , 定义不可控子网 $N_u$ 的关联矩阵为 $\mathbf{C}_u$ 。令 $\mathcal{L}$ 为一组合法标识,  $(\mathbf{L}', \mathbf{k}')$ 为一组广义互斥约束, 使得 $R(N_c, \mathbf{m}_0) = \mathcal{L}$ , 其中 $N_c$ 定义为 $(\mathbf{L}', \mathbf{k}')$ 监控实现生成的受控网;  $\mathbf{L}' \mathbf{C}_u \leq \mathbf{0}$ 。那么 $\mathcal{L}$ 被认为是结构可控的。

为了最大限度将一个不可控规范 $\mathcal{L}_c$ 减为可控 $\mathcal{L}_c$ , 暂时忽略可逆性, 活性等规范同时实现的问题, 先满足可控性行为要求。为了达到该目的, 必须避免达到集合 $\mathcal{L}_{uc} = \{\mathbf{m} \in \mathcal{L}_c \mid \mathbf{m}[\sigma > \mathbf{m}', \mathbf{m}' \notin \mathcal{L}_c, \sigma \in T_u^*]\}$ 。 $\mathcal{L}$ 的可控子集类 $\Omega(\mathcal{L}_c) = \{\kappa \subseteq \mathcal{L}_c \mid \kappa \text{ 是可控的}\}$ 允许一个唯一且非空的极大元素。定义可控子集 $\mathcal{L}_c = \sup \Omega(\mathcal{L}_c) = \mathcal{L}_c \setminus \mathcal{L}_{uc}$ 为最大可控子集, 提供了合法标识集的上界。

在这种情况下, 可以采取强制执行属于类别 $\Omega_{n_c}(\mathcal{L}_c) = \{\kappa \subseteq \mathcal{L}_c \mid \exists \mathbf{L}'' \in \mathbf{Z}^{n_c \times n_p}, \mathbf{k}'' \in \mathbf{Z}^{n_c}: R(N_c, \mathbf{m}_0) = \kappa, \kappa \text{ 是可控的}\}$ 的子集 $\kappa \subseteq \mathcal{L}_c$ , 其中 $N_c$ 为 $(\mathbf{L}'', \mathbf{k}'')$ 监控实现产生的受控网,  $\Omega_{n_c}$ 代表了由一组 $n_c$ 维线性不等式实现的 $\mathcal{L}_c$ 的可控子集的集合。

定理1<sup>[14]</sup>: 给定Petri网系统 $\langle N, \mathbf{m}_0 \rangle$ , 令 $\mathcal{L}$ 为一

个不可控合法标识集,类  $\Omega_{nc}(\mathcal{L})$  在并集下是非封闭且非空的。

推论 1: 给定 Petri 网系统  $\langle N, m_0 \rangle$ , 令  $\mathcal{L}$  为一个不可控合法标识集, 集合  $\Omega_{nc}(\mathcal{L})$  的最大元素存在且不一定唯一。

证明: 集合  $\Omega_{nc}(\mathcal{L})$  的最大元素存在因为这个类非空, 集合  $\Omega_{nc}(\mathcal{L})$  的最大元素不一定唯一因为这个类在并集下非封闭。

由推论 1 可知, 如果通过一组广义互斥约束  $(L_j, k_j)$  强制执行  $\mathcal{L}$  的最大可控子集  $\kappa_j$ , 就能阻止 Petri 网系统达到  $\kappa \setminus \kappa_j$  的合法标识, 其中  $\kappa = \cup_j \kappa_j$  是  $\mathcal{L}$  的所有最大可控子集。

定理 2<sup>[15]</sup>: 标识集  $\mathcal{L}$  和  $u$  存在分类器的充要条件是不存在标识  $m \in u$  使得  $m \in P_{\mathcal{L}}$ , 其中  $P_{\mathcal{L}}$  是  $\mathcal{L}$  的凸包。

设计线性分类器可以理解为寻找一个可以用适当的集合  $u_i, i = 1, 2, \dots, n_c$  最优的覆盖死锁标识集  $u$ , 并对每一个子集都存在一个广义互斥约束将它与  $\mathcal{L}$  分离。事实上, 广义互斥约束的结果集提供了一个将  $\mathcal{L}$  与  $u$  分离的线性分类器。

## 2 基于 GMEC 的死锁监控器设计方法

生产系统的 PN 建模通常是一个渐进的过程, 其中不同类型的约束在生产序列中逐步执行。因此, 当得到满足所有要求的最终系统时, 并不能保证包含最小数量的用以执行约束的监控库所。为了获得一个非冗余模型, 在寻找所有约束集的最优监控集合时, 需要运用一个集成过程。

这个过程包括 2 步:

(1) 确定合法集  $\mathcal{L}$  和死锁标识集  $u$ 。集合  $\mathcal{L}$  是包含  $m_0$  的  $R(N, m_0)$  的最大子集, 使得  $\mathcal{L}$  中的所有标识都从  $m_0$  可达, 并且遵守所有静态和行为约束, 此时 PN 演变限制在  $\mathcal{L}$  里面。通过禁止死锁标识, 将不再会有后续的死锁标识可达。

(2) 确定一个最小的线性分类器  $(L, k)$  (如果存在的话), 将  $u$  从  $\mathcal{L}$  分离出来, 使得对所有的  $i$  有  $\mathcal{L} \subseteq M(L, k)$  并且  $M(L, k) \cap u = \Phi$ , 分类器的性能依据控制库所个数和添加弧数目进行评价。

在步骤(1)确定集合  $\mathcal{L}$  和  $u$  之后, 步骤(2)可以采用混合整数线性规划对合法标识建立不等式模型, 为了保证分类器最小, 辅以分支定界法进行模型最优解的解算, 以此保证不等式模型的最优<sup>[16]</sup>。

### 2.1 合法标识集的生成

定理 3: 给定 Petri 网  $\langle N, m_0 \rangle$ , 其可达图为  $RG = (V, A)$ , 其中  $V = R(N, m_0)$ 。令  $(L, k)$  为一组广义互斥约束, 使得  $R(N, m_0) \cap M(L, k)$  是一个包含  $m_0$

的有限集。令  $V^*$  为所有标识的集合, 并满足:

(1)  $m \in R(N, m_0) \cap M(L, k)$ ,  $m = m_0$  或者在可达图上存在一个从  $m_0$  到  $m$  的直达路径, 其所有节点都属于  $V^*$ 。

(2)  $\exists m' \in V^* \setminus \{m\}$  使得  $(m, m') \in A$ 。

(3)  $\forall t_j \notin T$  存在  $m', m'' \in V^*$  使得:  $(m', m'') \in A$ ;  $h(m', m'') = t_j$ ; 在可达图上存在一个从  $m$  到  $m'$  的直达路径, 其所有节点都属于  $V^*$ 。

(4)  $\forall m' \notin V^*$  使得  $(m, m') \in A$ ,  $h(m, m') \in T_c$ , 其中  $T_c \subseteq T$  是可控变迁集。

如果  $V^*$  非空, 那么对应  $V^*$  的分类器就是最大允许特性的分类器。如果  $V^*$  是空集, 符合要求的分类器就不存在。

证明: 令  $N_c$  为部分可控 Petri 网, 由分类器禁止了所有不属于  $V^*$  的可达标识,  $R(N_c, m_0) \subseteq V^*$ 。因为分类器强制执行了一个禁止状态策略,  $N_c$  的可达图就是由  $V^*$  消减得到的子图, 定义为  $RG^* = (V^*, A^*)$ , 其中  $A^* = \{(m', m'') \in A, \text{s. t. } m', m'' \in V^*\}$ 。现在, 假定存在一个满足条件(1)和下面中的一个条件的非空集合  $V^*$ 。条件(1)指出  $R(N_c, m_0) \subseteq M(L, k)$ , 保证了受控 Petri 网  $N_c$  遵守广义互斥约束  $(L, k)$  描述的所有静态要求。条件(2)表明可达图上的状态演变在单一的状态下不会结束, 因此  $N_c$  是无死锁的。条件(3)保证了任一变迁可以从  $V^*$  中的标识沿着一个  $V^*$  不存在的路径触发使能。这使得约束可达集至  $V^*$  的  $N_c$  是活的。条件(4)强调了所有从集合  $V^*$  中出来的弧都只被可控变迁标记。综上, 分类器根据上述要求是最大允许度的。

定义合法集  $\mathcal{L}$  的集合可通过下面的过程获得。

算法 1 步骤为:

输入:  $m_0, PN = (P, T, Pre, Post)$ ; 输出:  $\mathcal{L}, u$ 。

(1) 初始化算法变量

$$V' = \{m_0\} \quad A' = \emptyset$$

(2) 构造删减的可达图:  $RG' = (V', A')$ 。若  $\forall m \in V', \forall t \in T$ , 满足  $m[t > m'$ , 其  $m' \in M(L, k)$ , 则设置  $A' = A' \cup \{(m, m')\}$ ; 若  $m' \notin V'$ , 则设置  $V' = V' \cup \{m'\}$ 。

(3) 根据行为性质要求, 递归消除下列状态及其所连接弧的  $RG'$ : ①任意属于终端 SCC 的状态的维数为 1。②对任意状态  $m, \exists t \in T_u, m' \notin V'$  满足:  $m[t > m'$ , 对任意状态  $m$  不存在  $m' \in V'$  使其满足:  $(m', m) \in A'$ 。

算法 1 首先建立了可达图的最大连接子图, 使得所有遵守静态约束的状态都包含在其中, 然后修

剪任一违反行为规范的状态。第2步必须要反复迭代,因为任一状态的减少都会影响其他的规范。在这个过程中,死锁状态也会被修剪。算法1步骤(2)中定义的迭代步骤将 $RG'$ 修建为 $RG^* = (V^*, A^*)$ ,如下面的定理所示。

给定 Petri 网 $\langle N, \mathbf{m}_0 \rangle$ ,令 $(L, k)$ 为一组广义互斥约束,使得 $R(N, \mathbf{m}_0) \cap M(L, k)$ 是一个包含 $\mathbf{m}_0$ 的有限集。令其可达图为 $RG = (V, A)$ ,其中 $V = R(N, \mathbf{m}_0)$ 。最后,假定存在一个非空集合 $V^* \subseteq V$ 满足定理3,令 $RG^* = (V^*, A^*)$ 为可达图上由 $V^*$ 消减得到的子图。那么定义 $RG' = (V', A')$ 为通过算法1得出的网图,它将满足 $RG' = RG^*$ 。

通过算法1可以确定 $\ell = V^*$ ,死锁标识集可以简单计算为 $u = \ell_{suc} \setminus \ell$ ,其中 $\ell_{suc} = \{m' \in R(N, \mathbf{m}_0) \mid \exists m \in \ell, \exists t \in T \text{ s. t. } m[t > m']\}$ 。当 $R(N, \mathbf{m}_0) \setminus \ell$ 无界时,后继标识集 $\ell_{suc}$ 是有限的,假定 $\ell$ 和 $T$ 都是有限集。因此,集合 $u$ 也一定是有限的。那么通过计算 $\ell$ 和 $u$ 可建立描述最优监控的整数线性规划。

## 2.2 分类器设计

给定 Petri 网 $\langle N, \mathbf{m}_0 \rangle$ ,若已知其合法集合和死锁标识集合分别为 $\ell$ 和 $u$ ,则存在一个能够分离这两个子集的双层分离器。通过算法1可获得合法标志集合 $\ell$ 和死锁标识标志集合 $u$ ,接下来给出由这两个集合所确定的线性分离器。

构造混合整数线性规划不等式(MIP)<sup>[6]</sup>

$$\max \sum_{(\ell, u) \in W} \theta_{\ell u} \quad (1)$$

$$\forall x \in \{\gamma\} : \varepsilon + \rho(\gamma_x - 1) \leq lx - k \leq \rho\gamma_x \quad (2)$$

$$\forall (\ell, u) \in W : 2\theta_{\ell u} \leq \gamma_u - \gamma_\ell + 1 \quad (3)$$

$$\forall i \in \{1, 2, \dots, n\} : 0 \leq l[i] \leq 1 \wedge 0 \leq k \leq 1 \quad (4)$$

$$\gamma_x, \theta_{\ell u} \in \{0, 1\} \quad (5)$$

$$\forall j \in J_0 : l[j] = 0 \wedge \forall j \in J_p : l[j] = l'[\Gamma(j)] \wedge k = k' \quad (6)$$

其中

$$J_p \equiv L_p \setminus J_0$$

式中  $J_0$ ——由初始状态空间逐步移除后的维度集  
 $V_{J_p}$ ——进一步投影的 $|J_p|$ 维子空间

$\Gamma$ ——维度集 $J_p$ 中元素向子空间 $V_{J_p}$ 的双射

$\varepsilon$ ——分离程度(足够接近于0)

$\rho$ ——混合整数线性规划中的常用参数(足够大)

$\theta_{\ell u}$ ——评价 $\gamma_\ell[i]$ 与 $\gamma_u[i]$ 的关系参数,当且仅当 $\gamma_\ell[i] = 0 \wedge \gamma_u[i] = 1$ 时, $\theta_{\ell u} = 1$

算法2步骤为:

输入:(i) $\ell$  (ii) $u$  (iii) $\varepsilon, \rho$ ;输出: $(L, k)$ 。

(1)初始化算法变量

$$W = \ell \times u \quad i = 0$$

$$J_p = L_p \quad J_0 = \Phi$$

(2)递归消除非法标识

while  $W \neq \Phi$  do

$i = i + 1$ ;

for all  $\{j \mid \forall (\ell, u) \in W : \ell[j] \geq u[j]\}$  do

从 $J_p$ 中移除 $j$ ;

end for

将 $W$ 中元素投射到子集 $V_{J_p}$ 中;

$S = \{\ell \mid (\ell, u) \in W\}$ ;

$U = \{u \mid (\ell, u) \in W\}$ ;

$\gamma = S \cup U$ ;

通过输入 $W, \gamma, \varepsilon$ 和 $\rho$ 解混合线性规划不等式(1)~(5)生成线性不等式 $(L'(i, \cdot), k'[i])$ ;

通过式(6)由 $(L'(i, \cdot), k'[i])$ 构建 $(L(i, \cdot), k[i])$ ;

从 $W$ 中删除集合 $\{(\ell, u) \in W \mid \theta_{\ell u} = 1\}$ ;

end while

(3)返回 $(L, k)$

由上述算法,可以获得执行最紧凑分类器约束 $(L, k)$ ,即

$$LX \leq k \quad (7)$$

## 2.3 复杂度分析

该集成设计过程分为算法1和算法2两个部分。只对算法1进行复杂度分析。

算法1中步骤(1)~(2)是可达性分析的经典方法,其产生的 Petri 网图的规模是呈指数增长的,步骤(3)中裁剪网图的复杂性可以根据被删除后的可达图集节点和弧的数目进行估算,即步骤(3)中的每一次循环迭代都需要计算当前由规则①和②删除后得到的可达图强连通分量,可达图的强连通分量的计算可以运用 Tarjan 算法以 $O(m)$ 时间复杂度计算。

在最坏的情况下,裁剪规则①需要以 $O(m)$ 时间访问每一个强连通分量和完整消除它们,如果满足特定要求的话。规则②验证了每一个标识,如果不可控变迁被使能且它的触发在当前的图外面生成了一个标识。其复杂度为 $O(n|T_u|)$ 。因为在每一次迭代中裁剪过程会至少消除一个状态,在最糟的情况下,需要 $n$ 步迭代。总的来说,步骤(3)的复杂度是 $O(n(m + n|T_u|))$ 。

## 3 实例验证

### 3.1 实例模型构建

某 FMS 由机器 M1、M2、缓冲区 B 和一台机器人构成, M1、M2 的数量均为 3, B 用于存放中间半成品,其容量为 10, 机器人用于在 M1、M2 和 B 之间传

送零件。该系统可生产两类产品 q1 和 q2, 它们的加工工艺路线分别为:  $\sigma(q_1) = (M_1, B, M_2, B, M_1)$  和  $\sigma(q_2) = (M_1, B, M_2)$ 。此 FMS 的 PN 模型如图 1 所示。

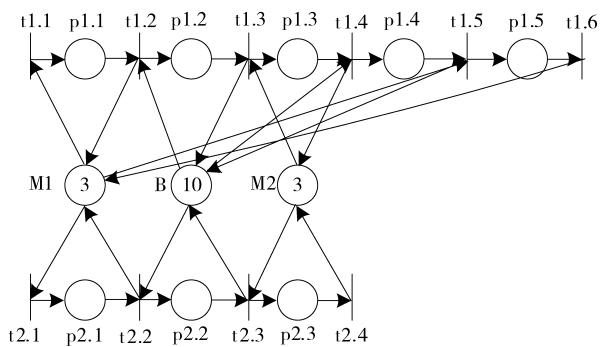


图 1 FMS 的 PN 模型  
Fig. 1 PN model of FMS

该模型准确反映了产品 q1 和 q2 的加工工艺路线, 每条工艺路线都由一些库所和变迁构成, 其中起始变迁 t1.1 的触发表示产品 q1 加工过程的开始, 终止变迁 t1.5 的触发表示产品 q1 加工过程的结束, 其他变迁的触发表示当前工序的结束和下一工序的开始。每个库所都代表一个操作, 表示某一资源正在被占用。

库所 p1.1 中含有一个标识说明 q1 正在 M1 上加工, 即操作 p1.1 占用了 M1 的一个机器资源; 库所 p2.2 中含有一个标识说明 q2 从上一状态进入缓冲区域 B, 即操作 p2.2 占用了 B 的一个位置资源。具体状态定义见表 1。

表 1 库所及变迁状态定义

Tab. 1 Definition of places and transitions

变迁	变迁定义	库所	库所定义
t1.1	启动 M1	p1.1	q1 正在 M1 上加工
t1.2	关闭 M1 打开缓存	p1.2	q1 进入缓存 B
t1.3	退出缓存启动 M2	p1.3	q1 正在 M2 上加工
t1.4	关闭 M2 打开缓存	p1.4	q1 进入缓存 B
t1.5	退出缓存启动 M1	p1.5	q1 正在 M1 上加工
t1.6	关闭 M1 加工完毕	p2.1	q2 正在 M1 上加工
t2.1	启动 M1	p2.2	q2 进入缓存 B
t2.2	关闭 M1 打开缓存	p2.3	q2 正在 M2 上加工
t2.3	退出缓存启动 M2		
t2.4	关闭 M2 加工完毕		

### 3.2 监控器设计

M1、B、M2 的库所容量均大于 1, 故不存在直接死锁。其潜在死锁状态遍历可达标识, 剔除通过任意变迁序列达到死锁状态的合法标识。通过可达性分析构建可达标识解算算法。记  $M(p_i)$  为  $p_i$ , 则可达集  $R(N, m_0) = \{m_i | (p_{1.1} + p_{1.5} + p_{2.1} < 4) \wedge (p_{1.2} + p_{1.4} + p_{2.2} < 11) \wedge (p_{1.3} + p_{2.3} < 4)\}$ 。

根据算法 1 第 2 步, 求解出该系统的可达图, 共有 57 200 个可达标识。这些标识包含合法标识和有界非法标识, 有界非法标识通过有限的变迁序列会导致死锁状态的发生, 如标识  $[3, 10, 3, 0, 0, 0, 0]$  可达但不存在后继标识, 标识  $[1, 10, 3, 0, 0, 0, 0]$  虽然可达且后继标识存在, 但经过任一变迁序列终将死锁。由 Petri 网及其潜在死锁状态约束可知

$$p_{1.1} + p_{2.1} + p_{1.5} \leq 3 \quad (8)$$

$$p_{1.2} + p_{2.2} + p_{1.4} \leq 10 \quad (9)$$

$$p_{1.3} + p_{2.3} \leq 3 \quad (10)$$

上面的约束存在冗余, 需要其他的方法剔除非法标识。通过本文的算法 1 的第 3 步可对合法标识和有界非法标识进行有效分离。

通过以上运算可得到含有 13 200 个合法标识的可达集  $\mathcal{L}$ , 非法标识集  $u = R(N, m_0) \setminus \mathcal{L}$  包含 44 000 个标识。

接下来, 根据算法 2 解算补充约束

$$p_{1.1} + p_{1.4} + p_{2.1} < 13 \quad (11)$$

$$p_{1.1} + p_{1.2} + p_{1.3} + p_{1.4} + p_{2.1} + p_{2.2} < 16 \quad (12)$$

根据约束(11)、(12)可建图 2 所示控制器, 机器库所和缓存库所未全部画出, 添加的控制库所为 p1 和 p2, 其容量分别为 12 和 15, 另外需添加 18 条有向弧。

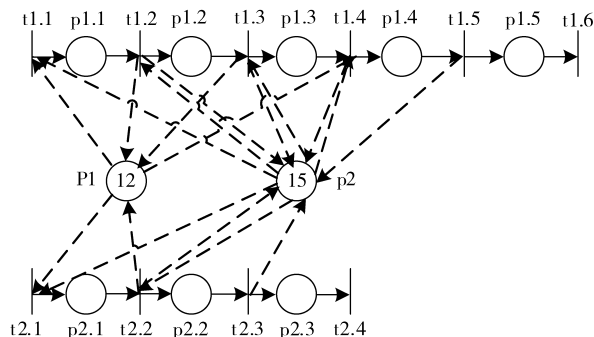


图 2 PN 控制器模型

Fig. 2 PN supervisor model of FMS

### 3.3 性能比较

采用文献[1]中的信标控制器算法, 需要添加 3 个控制库所和 30 条弧, 但合法可达状态个数却受到较大限制, 有 10 120 个合法状态; 采用文献[2]中的矩阵方程进行控制器设计, 虽然可以获得更大的允许度, 得到 12 400 个合法状态, 但使得设计更复杂, 需要添加 6 个控制库所和 46 条弧; 在本文控制器下, 所有造成死锁的有界非法标识都被禁止, 对允许的可达标识没有任何限制, 控制库所和添加弧个数明显减少, 合法可达状态增多, 如表 2 所示。因此, 本文控制器在实现避免死锁的同时, 又允许了资源的

最大利用。

表2 控制性能比较

Tab. 2 Comparison of control performance

控制规则	文献[1]方法	文献[2]方法	本文方法
控制库所个数	3	6	2
添加弧个数	30	46	18
合法状态数	10 120	12 400	13 200

## 4 结论

(1) 针对 Petri 网的监控器设计问题提出了一种

基于可达性分析利用广义互斥约束分离合法标识和死锁标识的监控器生成算法,保证了 Petri 网的死锁避免特性和最大允许特性。

(2) 监控器设计采用了分支定界法进行混合整数线性规划求解,避免了重复评价所有可能的组合解,以最小奇异值作为控制结构选择的评价函数,可达到较高的计算效率。

(3) 最后以某柔性制造加工系统为例,建立了 Petri 网模型,并通过设计步骤求解出该系统的控制器,通过与其他方法的比较证明了该方法的可行性。

## 参 考 文 献

- 1 胡核算,李志武,王安荣. 基于信标的柔性制造系统的优化死锁预防策略[J]. 控制与决策,2006,21(12):1343-1348. Hu Hesuan, Li Zhiwu, Wang Anrong. Optimal deadlock prevention policy in FMS using siphons[J]. Control and Decision,2006, 21(12):1343-1348. (in Chinese)
- 2 罗继亮. Petri 网的一类禁止状态问题的混合型监控器算法设计[J]. 计算机学报,2008,31(2):291-298. Luo Jiliang. Combined supervisor synthesis for a class of forbidden state problems in Petri nets[J]. Chinese Journal of Computers, 2008,31(2):291-298. (in Chinese)
- 3 Cordone R, Piroddi L. Parsimonious monitor control of Petri net models of FMS[J]. IEEE Transactions on System, Man, and Cybernetics Part A: Systems and Humans, 2013,43(1):215-221.
- 4 Chen Y F, Li Z W, Khalgui M, et al. Design of a maximally permissive liveness-enforcing Petri net supervisor for flexible manufacturing systems[J]. IEEE Transactions on Automation Science and Engineering, 2011, 8(2):374-393.
- 5 Nazeem A, Reveliotis S. Designing compact and maximally permissive deadlock avoidance policies for complex resource allocation systems through classification theory: the nonlinear case[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2012, 57(7):1670-1684.
- 6 Nazeem A, Reveliotis S, Wang Y, et al. Designing compact and maximally permissive deadlock avoidance policies for complex resource allocation systems through classification theory: the linear case[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2011, 56(8):1818-1833.
- 7 Basile F, Cordone R, Piroddi L. Integrated design of optimal supervisors for the enforcement of static and behavioral specifications in Petri net models[J]. Automatica, 2013, 49(11):3432-3439.
- 8 Nazeem A, Reveliotis S, Wang Y, et al. Optimal deadlock avoidance for complex resource allocation systems through classification theory[C]//Proceedings of 10th International Workshop Discrete Event Systems, 2010:277-284.
- 9 Nazeem A, Reveliotis S. A practical approach to the design of maximally permissive liveness-enforcing supervisors for complex resource allocation systems [C]//Proceedings of 6th IEEE Conference on Automation Science and Engineering, 2010:451-458.
- 10 Reveliotis S, Ferreira P. Deadlock avoidance policies for automated manufacturing cells[J]. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 1996, 12(6):845-857.
- 11 Banaszak Z A, Krogh B H. Deadlock avoidance in flexible manufacturing systems with concurrently competing process flows[J]. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 1990, 6(6):724-734.
- 12 Ghaffari A, Rezg N, Xie X. Design of a live and maximally permissive Petri net controller using the theory of regions[J]. IEEE Transaction on Robotics and Automation, 2003, 19(1):137-141.
- 13 Zhang Y Y, Yan G F. Synthesis of Petri net supervisors enforcing general constraints[J]. Journal of Zhejiang University Science A, 2006, 7(4):623-628.
- 14 Moody J O, Antsaklis P J. Petri net supervisors for DES with uncontrollable and unobservable transitions[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2000,45(3):462-476.
- 15 Murata T. Petri nets: properties, analysis and application[J]. Proceedings of the IEEE, 1989,77(4):541-580.
- 16 Alvarez Valdes R, Martinez A, Tamarit M. A branch & bound algorithm for cutting and packing irregularly shaped pieces[J]. International Journal of Production Economics, 2013,145(2):463-477.