

基于电子经纬仪立木无损精测技术的干形指数研究*

高祥¹ 冯仲科¹ 王智超² 徐伟恒³ 曹忠¹ 何腾飞¹

(1. 北京林业大学精准林业北京市重点实验室, 北京 100083; 2. 弗里德里希·席勒大学化学与地理学院, 耶拿 07743;
3. 西南林业大学计算机与信息学院, 昆明 650224)

摘要: 针对传统干形指数研究中上部直径获取困难、树干分段界限难以精准确定等问题, 提出了一种基于电子经纬仪立木无损精测技术研究干形指数的方法。选取内蒙古自治区旺业甸实验林场 198 棵落叶松样本为研究对象, 将每株样木 10 等分, 计算相对分段干形指数; 使用方差分析法可知各相对分段之间有不同程度的差异; 利用聚类分析法可将树干聚合为 2~10 段; 为了获取最优分段数, 利用相对干形指数分别计算不同分段情况的材积, 并用电子经纬仪观测的材积进行对比。结果表明: 树干高度 H 分为 3 段时即可达到理想效果, 各段平均相对干形指数(对应高度)分别为: 4.295($H_{0.0} \sim H_{0.1}$)、1.524($H_{0.1} \sim H_{0.4}$)、1.670($H_{0.4} \sim H_{1.0}$)。此参数的研究可定量描述树干干形分界线, 在材积测量中只需测量对应分段处的 3 个直径即可精准测定材积, 有效减少外业工作量。

关键词: 立木 电子经纬仪 无损精测 干形指数

中图分类号: S758.1; P213 文献标识码: A 文章编号: 1000-1298(2015)01-0299-07

Study on Stem Form Index Based on Non-destructive Precision Measurement through Electronic Theodolite

Gao Xiang¹ Feng Zhongke¹ Wang Zhichao² Xu Weiheng³ Cao Zhong¹ He Tengfei¹

(1. Precision Forestry Key Laboratory of Beijing, Beijing Forestry University, Beijing 100083, China

2. Department of Earth Observation, Friedrich Schiller University, Jena 07743, Germany

3. Computer and Information Institute, Southwest Forestry University, Kunming 650224, China)

Abstract: Upper diameter data is difficult to obtain and the trunk segment boundaries are difficult to determine accurately by using traditional stem form index research method. To solve the above problems, a method based on stumpage non-destructive accurate measurement technique by using the electronic theodolite was proposed. 198 larches were selected as samples and each one was divided into ten equal segments. Relative stem shape index of all segments were calculated. Firstly, significant differences between those relative segments were found by using variance analysis method. Subsequently, a tree could be aggregated with 2~10 trunk segments by using cluster analysis. In order to acquire the optimal quantity of segments for volume calculation, all statistical combination was tested by comparison of relative stem form index and volumes observed using electronic theodolites. The results showed that the optimal quantity of segment was obtained when the stem was divided into three segments, average relative stem form indexes for each segment (corresponding to height) were: 4.295($H_{0.0} \sim H_{0.1}$), 1.524($H_{0.1} \sim H_{0.4}$), 1.670($H_{0.4} \sim H_{1.0}$), where H is the total height of a tree. Those parameters could be quantitatively described as trunk-shaped boundary. Thus a tree volume could be accurately measured by just measuring diameters at the corresponding height, which could effectively reduce the labor consumption on field survey and related researches.

Key words: Stumpage Electronic theodolite Non-destructive precision measurement Relative segmented stem shape index

收稿日期: 2014-08-18 修回日期: 2014-10-10

* 国家自然科学基金资助项目(41371001)

作者简介: 高祥, 博士生, 主要从事林业装备与信息化、地理信息系统研究, E-mail: 505915008@qq.com

通讯作者: 冯仲科, 教授, 博士生导师, 主要从事精准林业、测绘与 3S 技术集成研究, E-mail: fengzhongke@126.com

引言

树干形状是重要的森林特征参数,对树干材积的确定和部分林业数表的编制有决定性作用。如何准确、完整表达树干形状,一直是林业工作者的研究重点。利用干形曲线来研究树干形状是近年来此领域的研究热点和重点^[1-11],相对干形理论的提出促进了干形研究^[12-13]。据研究,干形曲线方程难以使用一个初等函数来确定,一般用分段线性或非线性数学模型进行拟合,但其节点位置随机性较大,难以确定^[14-16],国内外文献也鲜见报道。孔兹干曲线是常用的描述树干形状的曲线,反映了树干的饱满程度。利用该曲线不仅可以求算树干材积,而且可以获得树干的完整形状。然而,孔兹干曲线中干形指数 r 的不确定性,导致一般求积式的不确定性。由于该曲线是分段函数,而在生产实践中获取立木任意高度处直径存在困难,所以孔兹干曲线的干形指数研究较少。在林业调查中常使用形数、形率等指标来研究干形和求算立木材积,然而这些指标对整个树干形状的变化情况描述不够精细^[15]。传统干形指数研究中,利用伐倒解析木获取分段树干的高度及直径研究树干干形指数,该方法虽然精度较高,但需要对树木伐倒后作业,工作量大,周期长,成本高,对生态环境的破坏不可逆。本研究使用电子经纬仪对立木树高、材积、任意高度处直径进行精确测算^[17],弥补了任意高度处直径获取困难的缺陷,并且具有无损、快速、高精度的优点。

树干孔兹干曲线干形指数取值通常为0、1、2、3的整数值^[18],研究表明,自然界中树干形状指数一般都不是整数^[19],具体对应高度取值的确定研究甚少。本文通过使用电子经纬仪立木无损精测,快速精准获取树干任意高度处直径和树高,并计算材积,采用归一化法,通过内插法求得相对高度处直径,利用孔兹干曲线干形指数方程求得相对分段处的干形指数;利用方差分析、聚类分析得到树干的理想分段数,计算其材积,并使用电子经纬仪测算值进行验证。

1 原理

1.1 电子经纬仪测树原理

本文使用电子经纬仪立木无损精测技术测算样木树高与任意高度处直径,计算样木材积,各因子测量原理如下^[17]:

(1) 树高测量

利用胸径尺测得目标树地径 D_0 ,标定目标树干胸径处(距离地面1.3 m处) $D_{1.3} = D_1$,用粉笔标记。利用电子经纬仪观测胸径处树干左右切线,记录天

顶距 γ_1 、左右切线所呈水平角 α_1 ;逐渐抬升镜头,瞄准树干任意处左右切线,记录其天顶距 γ_2 、水平角 α_2 。为了保证观测精度,每提升约 5° 测定1次,到树梢为止,记录每次观测的2个角度 (γ_i, α_i) (其中 $i \leq n, i$ 为正整数, n 为测量次数)。通过选取约呈 120° 的A、B、C三测站重复测量,取其平均值为观测值(图1、2),其原理模型为^[17,20-21]

$$S = \frac{D_{1.3}}{2 \sin \frac{\alpha_1}{2}} \quad (1)$$

$$L = S \sin \gamma_1 \quad (2)$$

$$H = 1.3 + S \sin \gamma_1 (1 + \cot \gamma_1) \quad (3)$$

式中 L, S ——电子经纬仪中心与目标树干中心的平距、斜距

H ——目标树树高

γ_i ——第 i 次测量时天顶距

α_1 ——第1次测量时电子经纬仪与树干切线所成水平角

为减小对材积观测值的影响,当树高小于10 m时,需要在地径与胸径之间增加测量几处直径。

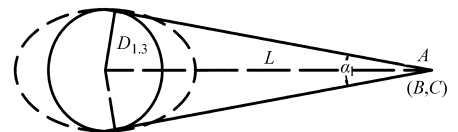


图1 电子经纬仪立木无损精测俯视图

Fig. 1 Top view of non-destructive precision measurement technology by using electronic theodolite

(2) 材积测算

使用台柱累积法计算树干材积,即多个圆台和树干顶部圆锥体体积之和,如图2所示^[17,20-21]。

圆台的体积计算公式为

$$V_F = \frac{\pi h_i}{12} (D_i^2 + D_i D_{i-1} + D_{i-1}^2) \quad (4)$$

圆锥的体积计算公式为

$$V_C = \frac{\pi h D^2}{12} \quad (5)$$

各分段高度计算公式为

$$h_i = L (\cot \gamma_i - \cot \gamma_{i-1}) \quad (6)$$

一棵完整树干的材积计算公式为

$$V = \frac{\pi}{12} \left[D_{n-1}^2 h_n + \sum_{i=1}^n (D_i^2 + D_{i-1}^2 + D_i D_{i-1}) h_i \right] \quad (7)$$

其中 $h_1 = 1.3$ $D_n = 0$

式中 D_i ——第 i 分段处树干直径, cm

h_i ——第 i 分段中树干高度, m

(3) 任意高度处直径实测

树干任意处直径 D_i 的数学模型为

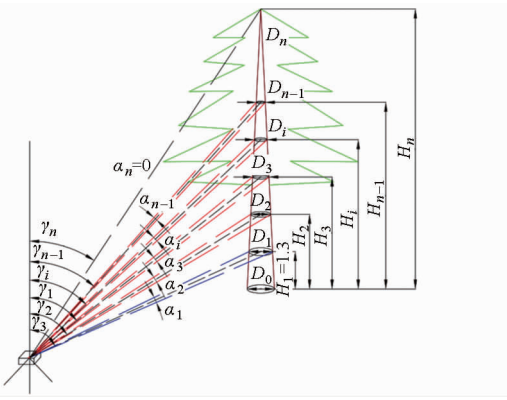


图 2 电子经纬仪立木无损精测侧视图

Fig. 2 Side view of non-destructive precision measurement technology by using electronic theodolite

$$D_i = 2 \frac{L}{\sin \gamma_i} \sin \frac{\alpha_i}{2} \quad (8)$$

式中 α_i ——第 i 次测量时电子经纬仪与树干切线所成水平角

以上内业处理均由精准林业北京市重点实验室自主研发的“活立木数据处理软件”实现,该软件是使用 C# 语言,基于 Visual Studio 2010 平台研发的。

1.2 数据处理原理

(1) 树干分段原理

实际测量中不同样木所观测的次数及位置不同,使任意高度处直径无法有效比较,本实验采用了相对高度处直径进行比较,方法为:将每株落叶松树干等分为 10 段,以电子经纬仪实测各高度处直径数据为基础,利用插值法计算各相对高度处 ($H_{0.1}, H_{0.2}, H_{0.3}, H_{0.4}, H_{0.5}, H_{0.6}, H_{0.7}, H_{0.8}, H_{0.9}, H_{1.0}$) 所对应的直径 ($D_{0.1}, D_{0.2}, D_{0.3}, D_{0.4}, D_{0.5}, D_{0.6}, D_{0.7}, D_{0.8}, D_{0.9}, D_{1.0}$),并假设树梢处直径为零,计算各相对分段的形状指数,由于树木顶端接近圆锥形,故设树干顶端部分的干形指数为 2。通过以上处理可减少树干形状不规则所造成的误差。

为研究树干最优分段,减少外业工作量且能达到森林调查要求,将树干分成 2 段到 10 段,分别计算其对应排列组合的材积,以电子经纬仪立木材积测量值为参考真值进行比较。本文以分 2 段为例进行分段说明,如图 3 所示,其余分段方法详见表 1。

(2) 相对高度处干形指数计算原理

本文将树干等分为 10 段,设 (x_{kj}, y_{kj}) 、 $(x_{k(j-0.1)}, y_{k(j-0.1)})$ 分别是第 $\frac{m}{10}H$ 处、第 $\frac{m-1}{10}H$ 处的两节点 ($0 \leq m \leq 10, m$ 为整数)。则每个分段处的相对干形指数求算原理为

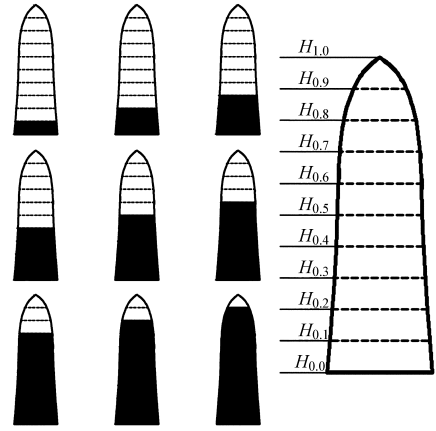


图 3 分 2 段的 9 种组合

Fig. 3 Nine combinations when divided into two sections

表 1 不同分段的组合方式

Tab. 1 Combinations for different segments

分段数	排列组合方式	组合数	分段数	排列组合方式	组合数
2	C_9^1	9	7	C_9^6	84
3	C_9^2	36	8	C_9^7	36
4	C_9^3	84	9	C_9^8	9
5	C_9^4	126	10	C_9^9	1
6	C_9^5	126	总计		511

$$r_{kj} = 2 \frac{\ln y_{kj} - \ln y_{k(j-0.1)}}{\ln x_{kj} - \ln x_{k(j-0.1)}} \quad (9)$$

$$y_{kj} = \frac{m}{20} D \quad (10)$$

$$x_{kj} = \frac{10 - m}{20} H \quad (11)$$

式中 k ——第 k 株样木
 j ——每株样木的相对高度数
 r_{kj} —— k 样木 j 分段处干形指数
 x_{kj} ——树梢到 $\frac{m}{10}H$ 处的距离

y_{kj} —— $\frac{m}{10}H$ 处样木树干的直径

本文中 $0 < k \leq 198$, 且 k 为正整数; $0 \leq j = \frac{m}{10} \leq 1$, $0 \leq m \leq 10, m$ 为整数。

(3) 分段立木材积计算原理 样木树梢处体积计算公式为

$$V_i = \frac{1}{3} g_i \frac{H}{10} \quad (12)$$

树干完顶体求积式(一般求积式)^[18]为

$$V = \frac{g_0 L}{r + 1} \quad (13)$$

积分求得分段截顶体的体积为

$$V_{kj} = \frac{1}{r_{kj} + 1} \left(\frac{\pi}{4} y_{k(j-0.1)}^2 x_{k(j-0.1)} - \frac{\pi}{4} y_{kj}^2 x_{kj} \right) \quad (14)$$

表 3 聚类分析结果

Tab.3 Results of cluster analysis

序号	相对高度	聚类数								
		10	9	8	7	6	5	4	3	2
1	$H_{0.0} \sim H_{0.1}$	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	$H_{0.1} \sim H_{0.2}$	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	$H_{0.2} \sim H_{0.3}$	3	3	3	2	2	2	2	2	2
4	$H_{0.3} \sim H_{0.4}$	4	4	4	3	3	2	2	2	2
5	$H_{0.4} \sim H_{0.5}$	5	4	4	3	3	2	2	2	2
6	$H_{0.5} \sim H_{0.6}$	6	5	5	4	3	2	2	2	2
7	$H_{0.6} \sim H_{0.7}$	7	6	6	5	4	3	3	2	2
8	$H_{0.7} \sim H_{0.8}$	8	7	6	5	4	3	3	2	2
9	$H_{0.8} \sim H_{0.9}$	9	8	7	6	5	4	1	1	1
10	$H_{0.9} \sim H_{1.0}$	10	9	8	7	6	5	4	3	1
分组数		10	9	8	7	6	5 ⁽¹⁾	5 ⁽²⁾	4	3

注:5⁽¹⁾、5⁽²⁾ 分别代表分 5 段时的两种情况。

不尽相同。利用电子经纬仪精测所得的任意高度处直径,根据树高的不同而得到不同段数的直径,经统计,本次实验的分段数范围为 6~17 段,多数集中在 8~11 段之间(图 5a),少于 8 段的只占总数的 5.9%,是由于其树较矮的缘故。每株样木实测段数平均长度由每棵树的树高除以其实测段数求得,由图 5b 可见,每株样木平均实测段长度为 0.49~2.41 m,超过 2 m 的数据有 16 个,占总数的 7.43%,其余 92.57% 各分段均小于 2 m,分段较细密,可用于树干形状指数的研究。

3.2 最优分段分析

由于立木树干的不可分割性及连续性,根据聚类分析结果可整理出树干分段数,其值为 3~10 段,结果见表 4。

从表 4 可得,树干相对高度为 $H_{0.0} \sim H_{0.1}$ 时,分段稳定,单独成组,其平均值 \bar{r} 为 4.295 1,这与孔兹干曲线中凹曲线体($r=3$)^[18] 接近但不一致,说明在自然界中,干形指数在本区段的取值不为整数,且取值不为 3,这是因为树干底部膨胀变形较大所致;此分段处的干形指数标准差 σ 为 1.64,较其他相对分

段处较大,说明样木在此段内的干形指数离散程度较大;变异系数 C_v 为 0.38,其值均小于其他分段处($H_{0.9} \sim H_{1.0}$ 除外),说明干形指数的平均值相对标准差更大。树干相对高度 $H_{0.1} \sim H_{0.9}$ 内,干形指数平均值为(1.33, 1.86),与孔兹干曲线中抛物线体($r=1$)^[18] 较为相近但不尽相同,说明干曲线是对树干理想形态的描述,在自然界中的取值是非整数且不是理想的抛物线体,树干局部差异较小,整体呈递增趋势,随着相对高度的增加而增大;标准差、变异系数波动范围不大,说明此区间内树干干形指数差别较小;在此区域内,随着分段数的不同,树干相对干形指数不断聚合,说明此区段对树干分段的贡献率最大。相对高度 $H_{0.9} \sim H_{1.0}$ 时,根据 1.2 节中的假设,此段的值恒为 2.00,只在分段数为 3 时,该区段的值聚合为 1.93,说明此段对树干分段的影响较小,进一步说明了该假设的科学性与合理性,但更精细分段的确立还须更多的分段数。

本文的分段数为 [3, 10],随着分段数的减少,除树干底端($H_{0.0} \sim H_{0.1}$)和梢端($H_{0.9} \sim H_{1.0}$)较稳定外,均由其他分段聚合而成。分 3 段时,其平均干形指数为 4.30($H_{0.0} \sim H_{0.1}$)、1.53($H_{0.1} \sim H_{0.8}$)、1.93($H_{0.8} \sim H_{1.0}$);当分段数为 4 时,各段取值分别为 4.30($H_{0.0} \sim H_{0.1}$)、1.53($H_{0.1} \sim H_{0.8}$)、1.86($H_{0.8} \sim H_{0.9}$)、2.00($H_{0.9} \sim H_{1.0}$),与孔兹干曲线的分 4 段(r 取值从树底到梢端依次为 3、0、1、2)比较可得,在自然界中各分段数不是理想的正整数。其余分 5~10 段的平均干形指数及对应相对高度,详见表 4。

3.3 分段精度验证

为了验证分段精度,本文选取电子经纬仪测算材积为参考真值,通过不同分段的组合(表 1),求算各种组合所对应的立木材积,每株样木共计算 511 次,计算各种组合的相对误差。在实际调查中,为了精准获取立木材积而无限细分段是不现实的,

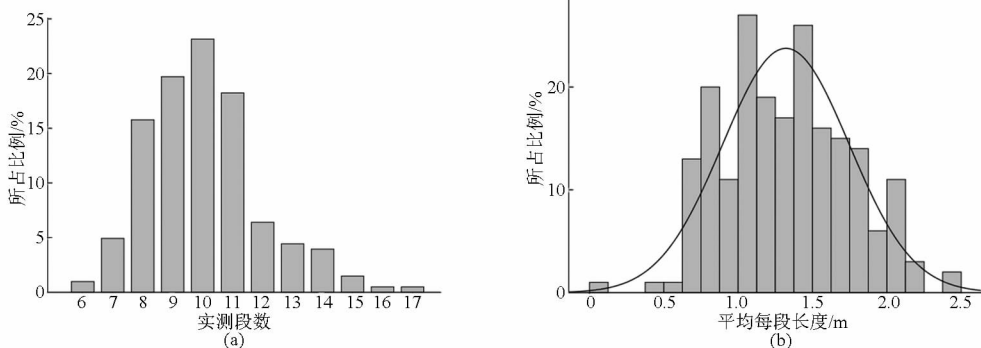


图 5 电子经纬仪分段测量分析

Fig.5 Analysis of segment measurement by using electronic theodolite

表4 不同分段的干形指标

Fig.4 Stem form indicators for different segments

分段数	参数	相对高度									
		$H_{0.0} \sim H_{0.1}$	$H_{0.1} \sim H_{0.2}$	$H_{0.2} \sim H_{0.3}$	$H_{0.3} \sim H_{0.4}$	$H_{0.4} \sim H_{0.5}$	$H_{0.5} \sim H_{0.6}$	$H_{0.6} \sim H_{0.7}$	$H_{0.7} \sim H_{0.8}$	$H_{0.8} \sim H_{0.9}$	$H_{0.9} \sim H_{1.0}$
10	\bar{r}	4.30	1.85	1.33	1.40	1.44	1.45	1.55	1.72	1.86	2.00
	σ	1.64	1.09	0.69	0.86	0.74	0.82	0.75	0.80	0.74	0
	C_V	0.38	0.59	0.52	0.61	0.52	0.56	0.49	0.47	0.40	0
9	\bar{r}	4.30	1.85	1.33	1.42	1.42	1.45	1.55	1.72	1.86	2.00
	σ	1.64	1.09	0.69	0.80	0.80	0.82	0.75	0.80	0.74	0
	C_V	0.38	0.59	0.52	0.56	0.56	0.56	0.49	0.47	0.40	0
8	\bar{r}	4.30	1.85	1.33	1.42	1.42	1.45	1.63	1.63	1.86	2.00
	σ	1.64	1.09	0.69	0.80	0.80	0.82	0.78	0.78	0.74	0
	C_V	0.38	0.59	0.52	0.56	0.56	0.56	0.48	0.48	0.40	0
7	\bar{r}	4.30	1.59	1.59	1.42	1.42	1.45	1.63	1.63	1.86	2.00
	σ	1.64	0.94	0.94	0.80	0.80	0.82	0.78	0.78	0.74	0
	C_V	0.38	0.59	0.59	0.56	0.56	0.56	0.48	0.48	0.40	0
6	\bar{r}	4.30	1.59	1.59	1.43	1.43	1.43	1.63	1.63	1.86	2.00
	σ	1.64	0.94	0.94	0.81	0.81	0.81	0.78	0.78	0.74	0
	C_V	0.38	0.59	0.59	0.57	0.57	0.57	0.48	0.48	0.40	0
5	\bar{r}	4.30	1.49	1.49	1.49	1.49	1.49	1.63	1.63	1.86	2.00
	σ	1.64	0.87	0.87	0.87	0.87	0.87	0.78	0.78	0.74	0
	C_V	0.38	0.58	0.58	0.58	0.58	0.58	0.48	0.48	0.40	0
4	\bar{r}	4.30	1.53	1.53	1.53	1.53	1.53	1.53	1.53	1.86	2.00
	σ	1.64	0.85	0.85	0.85	0.85	0.85	0.85	0.85	0.74	0
	C_V	0.38	0.55	0.55	0.55	0.55	0.55	0.55	0.55	0.40	0
3	\bar{r}	4.30	1.53	1.53	1.53	1.53	1.53	1.53	1.53	1.93	1.93
	σ	1.64	0.85	0.85	0.85	0.85	0.85	0.85	0.85	0.52	0.52
	C_V	0.38	0.55	0.55	0.55	0.55	0.55	0.55	0.55	0.27	0.27

需要寻求一种分段数少、精度高的方法,所以本文研究了各个分段处的最优组合。在计算各种组合的材积后,计算其与电子经纬仪观测材积(参考真值)的相对误差,选取每种组合的各个样本平均相对误差最小的作为最优组合,通过数据处理与分析,结果见表5。

表5 各分段最优组合结果

Tab.5 Optimal combination results of each segment

分段数	最优分段处的位置	平均相对误差/%	精度/%
2	0.1	12.09	87.91
3	0.1,0.4	0.56	99.44
4	0.1,0.3,0.4	0.50	99.50
5	0.1,0.2,0.4,0.7	0.02	99.98
6	0.1,0.2,0.4,0.6,0.7	0	100.00
7	0.1,0.2,0.3,0.7,0.8,0.9	0	100.00
8	0.1,0.2,0.3,0.5,0.7,0.8,0.9	0.03	99.97
9	0.1,0.2,0.3,0.5,0.6,0.7,0.8,0.9	0.04	99.96
10	0.1,0.2,0.3,0.4,0.5,0.6,0.7,0.8,0.9	-0.38	99.62

由表5可得,当分段数为2时,精度较低;分段数从3之后基本处于稳定状态,且具有很高拟合度,分段数为3时,精度99.44%,之后趋于稳定,且精度均大于等于99.50%。本着分段数少、稳定性高的原则,本文选取3段为最优分段数,其对应平均相对干形指数及对应相对高度分别为:4.295($H_{0.0} \sim H_{0.1}$)、1.524($H_{0.1} \sim H_{0.4}$)、1.670($H_{0.4} \sim H_{1.0}$)。

4 结论

(1) 本实验电子经纬仪测量值分段数为6~17段,每棵树平均分段长度分布在0.49~2.41 m,其中92.57%的分段长度小于2 m,可用于树干干形指数的研究。

(2) 选取最优分段数为3段,其对应平均相对干形指数及对应相对高度分别为:4.295($H_{0.0} \sim H_{0.1}$)、1.524($H_{0.1} \sim H_{0.4}$)、1.670($H_{0.4} \sim H_{1.0}$)。此结果可有效指导电子经纬仪测树,只需测量3段处的直径,可快速有效测量树干材积,有效降低了立木因子外业工作量。

参 考 文 献

- 1 Koskela L, Nummi T, Wenzel S, et al. On the analysis of cubic smoothing spline-based stem curve prediction for forest harvesters [J]. *Canadian Journal of Forest Research*, 2006, 36(11): 2909 – 2919.
- 2 Liang X, Hyyppä J, Kankare V, et al. Stem curve measurement using terrestrial laser scanning [C] // *Proceedings of 11th International Conference on LiDAR Applications for Assessing Forest Ecosystems*, 2011: 1 – 6.
- 3 Liang X, Kankare V, Yu X, et al. Automated stem curve measurement using terrestrial laser scanning [J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2014, 52(3): 1739 – 1748.
- 4 Winter D. On the stem curve of a tall palm in a strong wind [J]. *SIAM Review*, 1993, 35(4): 567 – 579.
- 5 Lappi J. A multivariate, nonparametric stem-curve prediction method [J]. *Canadian Journal of Forest Research*, 2006, 36(4): 1017 – 1027.
- 6 Rojo A, Perales X, Sánchez-Rodríguez F, et al. Stem taper functions for maritime pine (*Pinus pinaster* Ait.) in Galicia (Northwestern Spain) [J]. *European Journal of Forest Research*, 2005, 124(3): 177 – 186.
- 7 Mäkelä A. Derivation of stem taper from the pipe theory in a carbon balance framework [J]. *Tree Physiology*, 2002, 22(13): 891 – 905.
- 8 Gaffrey D, Sloboda B, Matsumura N. Representation of tree stem taper curves and their dynamic, using a linear model and the centroaffine transformation [J]. *Journal of Forest Research*, 1998, 3(2): 67 – 74.
- 9 Liu C J, Keister T D. Southern pine stem form defined through principal component analysis [J]. *Canadian Journal of Forest Research*, 1978, 8(2): 188 – 197.
- 10 Newberry J D, Burkhart H E. Variable-form stem profile models for loblolly pine [J]. *Canadian Journal of Forest Research*, 1986, 16(1): 109 – 114.
- 11 谢哲根,唐正良,翁卫松,等. 干形曲线动态参数模型研究 [J]. *中南林业调查规划*, 1996(4): 1 – 4.
- 12 孟宪法,李悦黎,白林波. 树干形状应用研究进展 [J]. *陕西林业科技*, 2000(3): 60 – 65.
- 13 白净. 基于形数的单株立木材积测定方法的研究 [D]. 北京:北京林业大学, 2009.
Bai Jing. The measurement methods of single standing tree's volume based on form factor [D]. Beijing: Beijing Forestry University, 2009. (in Chinese)
- 14 丁思统,邱水文,李兴武. 马尾松树干干形及材积估测的研究 [J]. *江西农业大学学报*, 1984(3): 1 – 10.
- 15 蒋伊尹,郎奎健,方怀龙. 阔叶树干形主要成分的初步研究 [J]. *东北林学院学报*, 1983(1): 1 – 11.
- 16 托马斯 C E,泊雷索 B R,严若海. 简单且适应性广的三角削度方程 [J]. *华东森林经理*, 1992(1): 27 – 31.
- 17 何诚. 森林精准计测关键技术研究 [D]. 北京:北京林业大学, 2013.
He Cheng. The key technology for precision measurement in forest surveying [D]. Beijing: Beijing Forestry University, 2013. (in Chinese)
- 18 孟宪宇. 测树学 [M]. 北京:中国林业出版社, 2008.
- 19 张景兰,张恩生,张锁成,等. 形状指数的变动及树干几何体变化规律的研究 [J]. *河北农业大学学报*, 2007, 30(5): 66 – 70.
Zhang Jinglan, Zhang Ensheng, Zhang Suocheng, et al. A study on the changing values of form index and geometrical solids of tree stem [J]. *Journal of Agricultural University of Hebei*, 2007, 30(5): 66 – 70 (in Chinese)
- 20 焦有权,赵礼曦,邓欧,等. 基于支持向量机优化粒子群算法的活立木材积测算 [J]. *农业工程学报*, 2013, 29(20): 160 – 167.
Jiao Youquan, Zhao Lixi, Deng Ou, et al. Calculation of live tree timber volume based on particle swarm optimization and support vector regression [J]. *Transactions of the CSAE*, 2013, 29(20): 160 – 167. (in Chinese)
- 21 焦有权,冯仲科,赵礼曦,等. PSO 嵌入 SVM 算法的活立木材积预报研究 [J]. *光谱学与光谱分析*, 2014, 34(1): 175 – 179.
Jiao Youquan, Feng Zhongke, Zhao Lixi, et al. Research on living tree volume forecast based on PSO embedding SVM [J]. *Spectroscopy and Spectral Analysis*, 2014, 34(1): 175 – 179. (in Chinese)
- 22 尾原干弘,张放. 相对干形及利用相对干形推算树干材积的研究——林分内相对干形和正形数的变化 [J]. *辽宁林业科技*, 1987(4): 76 – 82.
- 23 巩垠熙,何诚,冯仲科,等. 基于改进 Delaunay 算法的树冠三维重构单木因子提取 [J]. *农业机械学报*, 2013, 44(2): 192 – 199.
Gong Yinxi, He Cheng, Feng Zhongke, et al. Amended Delaunay algorithm for single tree factor extraction using 3-D crown modeling [J]. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*, 2013, 44(2): 192 – 199. (in Chinese)