

doi:10.6041/j.issn.1000-1298.2015.01.041

# 电子经纬仪测量立木材积误差分析\*

曹忠<sup>1</sup> 巩奕成<sup>2,3</sup> 冯仲科<sup>1</sup> 于东海<sup>1</sup> 祁曼<sup>1</sup>

(1. 北京林业大学精准林业北京市重点实验室, 北京 100083; 2. 北京工业大学建筑工程学院, 北京 100124;

3. 俄亥俄州立大学地球科学学院, 哥伦布 OH 43210)

**摘要:** 以北京市杨树立木材积实测数据作为检核真值, 按误差传播定律对电子经纬仪测树误差进行分析, 并依据我国电子经纬仪精度划分的 I (DJ<sub>1</sub>)、II (DJ<sub>2</sub>)、III (DJ<sub>6</sub>) 和 IV (DJ<sub>15</sub>) 4 个等级, 计算该方法测量树高和材积的误差和 2 倍中误差的极限误差, 分析不同精度电子经纬仪测树的差异性和适应性。结果表明: 由于误差的传播和累积, 同一精度电子经纬仪测量材积的误差大于树高。同一精度电子经纬仪测量不同规格样木时, 误差会随着树木大小的变化而略有差异。随着电子经纬仪测角标准偏差的变大, 测树的误差也会变大。电子经纬仪标准偏差为  $\pm 0.5''$  时, 测量树高和材积的中误差分别为  $\pm 6.5500 \times 10^{-2}$  m 和  $\pm 1.474 \times 10^{-3}$  m<sup>3</sup>, 相对误差分别为 0.44% 和 0.73%。电子经纬仪标准偏差为  $\pm 15.0''$  时, 测量树高和材积的中误差分别为  $\pm 8.9275 \times 10^{-2}$  m 和  $\pm 4.385 \times 10^{-3}$  m<sup>3</sup>, 相对误差分别为 0.60% 和 2.14%。说明我国现有的 I~IV 级电子经纬仪测树结果均符合相对误差不超过 3%~5% 的精度要求, 可以满足不同林业调查工作的需要。

**关键词:** 电子经纬仪 立木材积 树高 误差传播定律

**中图分类号:** TH761.1; S758.1 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1298(2015)01-0292-07

## Error Analysis on Standing Tree Volume Measurement by Using Electronic Theodolites

Cao Zhong<sup>1</sup> Gong Yicheng<sup>2,3</sup> Feng Zhongke<sup>1</sup> Yu Donghai<sup>1</sup> Qi Man<sup>1</sup>

(1. Precision Forestry Key Laboratory of Beijing, Beijing Forestry University, Beijing 100083, China

2. College of Architecture and Civil Engineering, Beijing University of Technology, Beijing 100124, China

3. School of Earth Sciences, Ohio State University, Columbus OH 43210, USA)

**Abstract:** In traditional forestry works, the compilation of volume tables by cutting down trees and using analytic timber volume estimations is faced of problems such as large destruction, high costs and low efficiency. Therefore, an estimation method was proposed. First, diameter at breast height and ground diameter were manually measured. Then, the horizontal angles and zenith distances at corresponding trunk positions of live standing trees were measured by using the approximate division of analytic timber based on an electronic theodolite. Finally, the timber volume was estimated by simulating mean sectional division volume as per summation of conical frustum. The measured data of standing timber volumes from poplar in Beijing were used as true data for examination. The errors of timber measurement from electronic theodolites were theoretically analyzed according to error propagation laws. Based on the four grades of electronic theodolite precision classification in China: I (DJ<sub>1</sub>), II (DJ<sub>2</sub>), III (DJ<sub>6</sub>) and IV (DJ<sub>15</sub>), the errors and the limit errors of root mean square error (RMSE) during measurements of tree height and timber volume were computed. Moreover, the differences and applicability of electronic theodolites with different precision levels were analyzed. The results showed that because of error

收稿日期: 2014-09-25 修回日期: 2014-10-13

\* 国家自然科学基金资助项目(41371001)

**作者简介:** 曹忠, 博士生, 主要从事林业装备与信息化、地理信息系统研究, E-mail: caozhong6233@163.com

**通讯作者:** 冯仲科, 教授, 博士生导师, 主要从事精准林业、测绘与 3S 技术集成研究, E-mail: fengzhongke@126.com

propagation and accumulation, the errors of timber volumes measured by electronic theodolites with the same precision were larger than the errors of tree height. When timbers with different sizes were measured by electronic theodolites of the same precision level, the errors slightly changed along with the size of timbers. With the increased standard deviation in angle measurements by electronic theodolites, the errors in forest measurement also increased. When the standard deviation of electronic theodolites was  $\pm 0.5''$ , the RMSEs in measurements of tree height and timber volume were  $\pm 6.550 0 \times 10^{-2}$  m and  $\pm 1.474 \times 10^{-3}$  m<sup>3</sup>, respectively, while the relative errors were 0.44% and 0.73%, respectively. When the standard deviation of electronic theodolites was  $\pm 15.0''$ , the RMSEs in measurements of tree height and timber volume were  $\pm 8.927 5 \times 10^{-2}$  m and  $\pm 4.385 \times 10^{-3}$  m<sup>3</sup>, respectively, while the relative errors were 0.60% and 2.14%, respectively. Therefore, the existing I ~ IV electronic theodolites applied into tree measurements all conform to the precision requirement that relative errors do not exceed 3% ~ 5%, and satisfy the requirements of different forestry works.

**Key words:** Electronic theodolite Standing tree volume Tree height Laws of error propagation

## 引言

立木材积表是常用的森林调查数表,也是重要的林业基础计量数表之一,在森林经营与管理中发挥着重要作用<sup>[1-3]</sup>。多年以来林业工作者一直采用伐倒标准木获取编制材积表所需的建模样本<sup>[4-8]</sup>。这种方法虽然精度较高,但需要对树木进行伐倒,存在破坏性大、成本高、工作效率低等问题。传统的无损材积测量方法有近似求积法<sup>[9]</sup>、形点法<sup>[10]</sup>、望高法<sup>[11-12]</sup>等,普遍精度不高、限制条件多、操作繁琐。随着高精度测量仪器的出现,实现树木高精度无损材积测量成为可能。邓向瑞等<sup>[13]</sup>利用三维激光扫描仪测定了立木材积,并与伐倒木材积进行了精度对比,Zaman 等<sup>[14-19]</sup>也进行过类似研究。冯仲科等<sup>[20]</sup>、郭保生等<sup>[21]</sup>、闫飞等<sup>[22]</sup>曾对全站仪测量立木材积进行过深入研究。但是三维激光扫描仪和全站仪都存在价格昂贵、体积大难以携带等问题,而传统测树方法又难以保证精度。冯仲科等<sup>[23]</sup>提出一种电子经纬仪辅助人工测量的无损测树方法,已经初步在林业系统推广应用。该技术采用的仪器设备为胸径尺和电子经纬仪,胸径尺的标称精度通常为  $\pm 1$  mm,而电子经纬仪却有很多型号和相应的测角精度<sup>[24-25]</sup>,这给采用电子经纬测树技术的工作者带来了困扰。

本文通过电子经纬仪测树原理的误差传播理论分析,以北京市杨树立木材积实测数据作为检核真值,研究 4 个精度等级的电子经纬仪测量树高和材积的误差和极限误差,分析不同精度电子经纬仪测树的差异性和适应性,旨在为电子经纬仪无损测树技术的应用提供科学依据和建议,为无损化编制立木材积表提供技术。

## 1 材料与方法

### 1.1 数据获取

采用的数据为北京市杨树电子经纬仪立木材积建模实测样本,按照样木的大、中、小规格选择 3 组数据作为本文实验样本。数据采集地点为北京市通州区潞城镇兴各庄村,北纬 39°59′、东经 116°55′,采集时间为 2014 年 3 月 28 日,树种为毛白杨。其中大规格样木胸径为 33.5 cm、树高为 24.79 m、材积为 0.885 2 m<sup>3</sup>(胸径和地径采用太平洋牌胸径尺测定,标称精度  $\pm 1$  mm;其他数据均为南方测绘 DT-02 型电子经纬仪测量后计算获得,仪器标称精度为  $\pm 2''$ );中等规格样本胸径为 20.80 cm、树高为 14.91 m、材积为 0.205 3 m<sup>3</sup>;小规格样本胸径为 8.4 cm、树高为 5.13 m、材积为 0.021 2 m<sup>3</sup>。

通过对检核数据的分析发现:所有样木树干总分段数为 10、分段高度均匀合理、仪器架设距离与树高相当,可以视为电子经纬仪测树的标准数据。以中等规格样木为例,其分段信息统计具体如表 1 所示。

表 1 样木分段信息统计

Tab. 1 Segment information summarized from the sample tree

分段 编号	分段高 度/m	分段直 径/m	天顶距	水平 夹角
$D_0$		0.286		
$D_1$	1.30	0.208	91°15'42"	56'12"
$D_2$	2.38	0.187	86°23'17"	50'31"
$D_3$	3.43	0.175	81°44'27"	46'52"
$D_4$	4.53	0.152	76°55'31"	39'55"
$D_5$	5.61	0.134	72°24'23"	34'24"
$D_6$	6.90	0.114	67°18'05"	28'21"
$D_7$	8.41	0.092	61°45'51"	21'49"
$D_8$	9.68	0.066	57°30'00"	15'01"
$D_9$	12.18	0.038	50°11'12"	7'49"
$D_{10}$	14.92		43°38'49"	

### 1.2 电子经纬仪的精度等级划分

本文依据陕西省测绘局仪检中心李洪运<sup>[24]</sup>提出的全站仪及电子经纬仪4级精度等级标准,划分电子经纬仪的精度等级。该精度等级按照当前世界各国现有电子经纬仪和全站仪测角标准偏差划分,也符合我国已有的经纬仪系列DJ<sub>1</sub>、DJ<sub>2</sub>、DJ<sub>6</sub>、DJ<sub>15</sub>,如表2所示。

表2 全站仪及电子经纬仪精度等级划分

Tab.2 Precision classifications of total station instruments and electronic theodolites

精度等级	测角标准 偏差 mβ /(")	测距标准 偏差 mD /mm	我国电子经纬仪等级
I	(0,1]	(0,5]	DJ <sub>1</sub>
II	(1,2]	(0,5]	DJ <sub>2</sub>
III	(2,6]	(5,10]	DJ <sub>6</sub>
IV	(6,15]	(5,10]	DJ <sub>15</sub>

### 1.3 电子经纬仪测树原理及误差传播分析

电子经纬仪无损测树方法是一种人工测量胸径和地径数据后,采用电子经纬仪按照解析木近似分段的方法,对活立木树干相应位置的水平夹角和天顶距进行测量,用三角高程原理计算树高,按照圆台累加法模拟解析木平均断面区分材积法求积的测算方法,如图1所示,图中α为树干直径的水平夹角;γ为观测目标的天顶距;D为树干直径,m;h为每一分段高度,m;H为树高,m;S为仪器中心到胸径处的斜距,m;L为仪器中心到树干中心的平距,m。

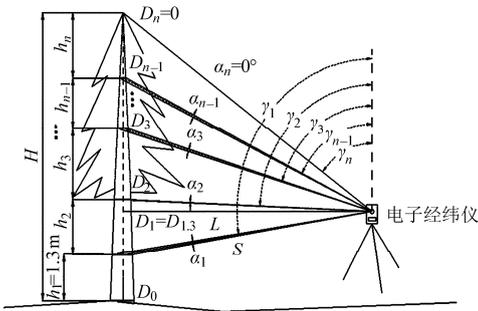


图1 电子经纬仪立木材积测算原理图

Fig.1 Schematic diagram for calculating standing tree volume by using electronic theodolite

通过分析电子经纬仪测树的误差传播机理可以得出:假设树干形理想、无人误差且仪器设备检校合格无系统误差,则该技术的精度主要受电子经纬仪的测角偏差和胸径尺测径偏差的影响。

#### 1.3.1 平距测算原理及精度分析

按照电子经纬仪无损立木材积和树高的测算原理,要计算材积和树高首先要计算仪器到树干中心的平距。如图1所示,首先采用胸径尺测定胸径D<sub>1.3</sub>,通过电子经纬仪测得胸径D<sub>1.3</sub>处水平夹角α<sub>1</sub>、

胸径D<sub>1.3</sub>处天顶距γ<sub>1</sub>,则平距L的计算公式为

$$L = S \sin \gamma_1 = \frac{D_{1.3} \sin \gamma_1}{2 \sin \frac{\alpha_1}{2}} \quad (1)$$

平距L测算的精度受到胸径D<sub>1.3</sub>处胸径尺测量误差、电子经纬仪测量天顶距γ<sub>1</sub>以及水平夹角α<sub>1</sub>的误差影响,按照误差传播定律推导公式,对式(1)求全微分并整理得

$$dL = \frac{\sin \gamma_1}{2 \sin \frac{\alpha_1}{2}} dD_{1.3} + \frac{D_{1.3} \cos \gamma_1}{2 \sin \frac{\alpha_1}{2}} d\gamma_1 + \frac{-D_{1.3} \sin \gamma_1 \cos \frac{\alpha_1}{2}}{4 \sin^2 \frac{\alpha_1}{2}} d\alpha_1 \quad (2)$$

则

$$\sigma_L^2 = \left( \frac{\sin \gamma_1}{2 \sin \frac{\alpha_1}{2}} \right)^2 \sigma_{D_{1.3}}^2 + \left( \frac{\cos \gamma_1 D_{1.3}}{2 \sin \frac{\alpha_1}{2}} \right)^2 \left( \frac{\sigma_{\gamma_1}}{\rho} \right)^2 + \left( \frac{-D_{1.3} \sin \gamma_1 \cos \frac{\alpha_1}{2}}{4 \sin^2 \frac{\alpha_1}{2}} \right)^2 \left( \frac{\sigma_{\alpha_1}}{\rho} \right)^2 \quad (3)$$

其中  $\rho = (180/\pi)^\circ \times 60' \times 60'' = 206\,264.806\,24'' \approx 206\,265''$

式中  $\sigma_L^2, \sigma_{D_{1.3}}^2$ ——平距L、胸径D<sub>1.3</sub>的方差  
 $\sigma_{\gamma_1}, \sigma_{\alpha_1}$ ——天顶距γ<sub>1</sub>、水平夹角α<sub>1</sub>的标准偏差

ρ——弧度制与角度制的换算系数

#### 1.3.2 树高测算原理及精度分析

树高H是通过仪器到树干中心的平距L、仪器中心相对于树干D<sub>1.3</sub>处和树梢D<sub>n</sub>的天顶距计算得出的,计算公式为

$$H = L (\tan(90^\circ - \gamma_n) - \tan(90^\circ - \gamma_1)) + h_1 \quad (4)$$

树高H的测算精度受到式(3)平距L、电子经纬仪测量胸径D<sub>1.3</sub>处天顶距γ<sub>1</sub>以及树梢天顶距γ<sub>n</sub>的误差影响,按照误差传播定律推导公式,对式(4)求全微分并整理得

$$dH = (\tan(90^\circ - \gamma_n) - \tan(90^\circ - \gamma_1)) dL + L \sec^2(90^\circ - \gamma_1) d\gamma_1 - L \sec^2(90^\circ - \gamma_n) d\gamma_n + dh_1 \quad (5)$$

$$\sigma_H^2 = (\tan(90^\circ - \gamma_n) - \tan(90^\circ - \gamma_1))^2 \sigma_L^2 + (L \sec^2(90^\circ - \gamma_1))^2 \left( \frac{\sigma_{\gamma_1}}{\rho} \right)^2 + (-L \sec^2(90^\circ - \gamma_n))^2 \left( \frac{\sigma_{\gamma_n}}{\rho} \right)^2 + \sigma_{h_1}^2 \quad (6)$$

式中  $\sigma_H^2, \sigma_{h_1}^2$ ——树高H和第1分段高h<sub>1</sub>的方差

$\sigma_{\gamma_n}$ ——天顶距  $\gamma_n$  的标准偏差

### 1.3.3 树干任意分段高的测算原理及精度分析

如图 1 所示, 树干任意分段高  $h_i$  的计算方法

$$h_i = L(\tan(90^\circ - \gamma_i) - \tan(90^\circ - \gamma_{i-1})) \quad (i=2, 3, \dots, n) \quad (7)$$

其中第 1 段分段高  $h_1$  为 1.3 m, 需使用胸径尺测定, 所以式中  $i > 1$ 。

树干任意分段高  $h_i$  的精度受到式(3)平距  $L$ 、以及任意处天顶距  $\gamma_i$  测量误差的影响, 按照误差传播定律推导公式, 对式(7)求全微分并整理得

$$dh_i = (\tan(90^\circ - \gamma_i) - \tan(90^\circ - \gamma_{i-1}))dL + L \sec^2(90^\circ - \gamma_{i-1})d\gamma_{i-1} - L \sec^2(90^\circ - \gamma_i)d\gamma_i \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{h_i}^2 = & (\tan(90^\circ - \gamma_i) - \tan(90^\circ - \gamma_{i-1}))^2 \sigma_L^2 + \\ & (L \sec^2(90^\circ - \gamma_{i-1}))^2 \left(\frac{\sigma_{\gamma_{i-1}}}{\rho}\right)^2 + \\ & (-L \sec^2(90^\circ - \gamma_i))^2 \left(\frac{\sigma_{\gamma_i}}{\rho}\right)^2 \end{aligned} \quad (9)$$

式中  $\sigma_{h_i}^2$ ——任意分段高  $h_i$  的方差

$\sigma_{\gamma_{i-1}}, \sigma_{\gamma_i}$ ——天顶距  $\gamma_{i-1}, \gamma_i$  的标准偏差

### 1.3.4 树干任意处直径的测算原理及精度分析

如图 1 所示, 树干任意处直径  $D_i$  的计算方法为

$$D_i = 2L \sin \frac{\alpha_i}{2} \quad (i=2, 3, \dots, n-1) \quad (10)$$

其中地径  $D_0$  和胸径  $D_1$  ( $D_1 = D_{1.3}$ ) 需使用胸径

$$\begin{aligned} dV = & \frac{\pi}{12} [(D_0^2 + D_0 D_{1.3} + D_{1.3}^2) dh_1 + h_1 (2D_0 + D_{1.3}) dD_0 + h_1 (D_0 + 2D_{1.3}) dD_{1.3}] + \frac{\pi}{12} [(D_{1.3}^2 + D_{1.3} D_2 + D_2^2) dh_2 + \\ & h_2 (2D_{1.3} + D_2) dD_{1.3} + h_2 (D_{1.3} + 2D_2) dD_2] + \dots + \frac{\pi}{12} (D_{n-1}^2 dh_n + 2h_n D_{n-1} dD_{n-1}) \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \sigma_V^2 = & \left[ \frac{\pi}{12} (D_0^2 + D_0 D_{1.3} + D_{1.3}^2) \right]^2 \sigma_{h_1}^2 + \left[ \frac{\pi}{12} h_1 (2D_0 + D_{1.3}) \right]^2 \sigma_{D_0}^2 + \left[ \frac{\pi}{12} h_1 (D_0 + 2D_{1.3}) \right]^2 \sigma_{D_{1.3}}^2 + \\ & \left[ \frac{\pi}{12} (D_{1.3}^2 + D_{1.3} D_2 + D_2^2) \right]^2 \sigma_{h_2}^2 + \left[ \frac{\pi}{12} h_2 (2D_{1.3} + D_2) \right]^2 \sigma_{D_{1.3}}^2 + \left[ \frac{\pi}{12} h_2 (D_{1.3} + 2D_2) \right]^2 \sigma_{D_2}^2 + \dots + \\ & \left( \frac{\pi}{12} D_{n-1}^2 \right)^2 \sigma_{h_n}^2 + \left( \frac{\pi}{6} h_n D_{n-1} \right)^2 \sigma_{D_{n-1}}^2 \end{aligned} \quad (15)$$

式中  $\sigma_V^2, \sigma_{h_1}^2, \dots, \sigma_{h_n}^2, \sigma_{D_0}^2, \dots, \sigma_{D_n}^2$  分别为测量材积、各分段高  $h_1 \sim h_n$  和各分段直径  $D_0 \sim D_n$  的方差。

## 2 结果与分析

首先以平均大小的树高和径阶样木(中等规格)为代表, 将胸径尺的标称标准偏差( $\pm 1$  mm)和李洪运<sup>[24]</sup>划分的不同精度电子经纬仪标准偏差( $\pm 0.5''$ 、 $\pm 1.0''$ 、 $\pm 2.0''$ 、 $\pm 3.0''$ 、 $\pm 5.0''$ 、 $\pm 6.0''$ 、 $\pm 7.0''$ 、 $\pm 10.0''$ 、 $\pm 15.0''$ ), 分别代入式(3)、(6)、(9)、(12)和(15), 按照误差传播顺序计算误差, 并以 2 倍中误差作为允许的极限误差<sup>[25]</sup>。然后按照上述计算方法分析电子经纬仪角标准偏差为  $\pm 2.0''$

尺测定, 所以式中  $i > 1$ 。

树干任意处直径  $D_i$  的精度主要受式(3)平距  $L$  误差、电子经纬仪测量任意高度处水平夹角  $\alpha_i$  精度的影响, 按照误差传播定律推导公式, 对式(10)求全微分并整理得

$$dD_i = 2 \sin \frac{\alpha_i}{2} dL + L \cos \frac{\alpha_i}{2} d\alpha_i \quad (11)$$

$$\sigma_{D_i}^2 = \left( 2 \sin \frac{\alpha_i}{2} \right)^2 \sigma_L^2 + \left( L \cos \frac{\alpha_i}{2} \right)^2 \left( \frac{\sigma_{\alpha_i}}{\rho} \right)^2 \quad (12)$$

式中  $\sigma_{D_i}^2$ ——树干任意处直径  $D_i$  的方差

$\sigma_{\alpha_i}$ ——任意处树高水平夹角  $\alpha_i$  的标准偏差

### 1.3.5 材积的测算原理及精度分析

如图 1 所示, 树干的材积是按模拟圆台累加法得出的, 即将树梢看作圆锥体、树干看作圆台结合体, 则树干体积  $V$  的计算方法为

$$V = \frac{\pi}{12} h_1 (D_0^2 + D_0 D_{1.3} + D_{1.3}^2) +$$

$$\frac{\pi}{12} h_2 (D_{1.3}^2 + D_{1.3} D_2 + D_2^2) + \dots + \frac{\pi}{12} h_n D_{n-1}^2 \quad (13)$$

树干材积  $V$  的精度受到地径  $D_0$  的胸径尺测量误差、式(9)的树干任意区分段高度  $h_i$  和式(12)的任意处直径  $D_i$  的误差影响, 按照误差传播定律推导公式, 对式(13)从左到右的每个分段材积的加式求全微分并整理得

时, 测量大、中、小规格样木的差异。

### 2.1 不同精度电子经纬仪测量树高的误差分析

首先计算式(3)平距  $L$  的中误差  $\sigma_L$ , 然后将胸径处天顶距  $\gamma_1$ 、树梢天顶距  $\gamma_n$  的标准偏差和  $\sigma_L$  代入式(6), 得出不同精度电子经纬仪测量树高的中误差  $\sigma_H$ , 如表 3 所示。

从表 3 可以得出, 电子经纬仪测量树高的精度均表现很好, 其中标准偏差为  $\pm 0.5''$  与  $\pm 1.0''$  的电子经纬仪测量树高的精度差异不明显; 电子经纬仪的测角标准偏差为  $\pm 0.5''$  时, 树高的中误差  $\sigma_H$  为  $\pm 6.5500 \times 10^{-2}$  m, 相对误差  $\sigma'_H$  为 0.44%, 极限误差的相对误差  $\sigma''_H$  为 0.88%, 精度最高; 电子

经纬仪的标准偏差最大为  $\pm 15.0''$  时, 树高的中误差  $\sigma_H$  为  $\pm 8.9275 \times 10^{-2}$  m, 相对误差  $\sigma'_H$  为 0.60%, 极限误差的相对误差  $\sigma''_H$  为 1.20%, 精度最低。结果说明, 随着电子经纬仪测角标准偏差变大, 测量的树高中误差  $\sigma_H$  也变大, 但即使标准偏差  $\pm 15.0''$  的电子经纬仪树高测量精度也远高于森林调查中对于树高测量相对误差不超过 3% ~ 5% (当树高小于 10 m 时, 相对误差小于 3%; 当树

高大于或者等于 10 m 时, 相对误差小于 5%) 的规定<sup>[7]</sup>。

## 2.2 不同精度电子经纬仪测量材积的误差分析

将计算好的  $\sigma_L$  和电子经纬仪的标准偏差分别代入式(9)和式(12), 计算树干任意区段高度  $h_i$  的中误差  $\sigma_{h_i}$  和任意处直径  $D_i$  的中误差  $\sigma_{D_i}$ , 再将地径  $D_0$  胸径尺测量的标准偏差  $\sigma_{h_i}$  和  $\sigma_{D_i}$  代入式(12)得出树干材积  $V$  的中误差  $\sigma_V$ , 如表 4 所示。

表 3 不同精度电子经纬仪测量树高的误差分析

Tab.3 Analysis of errors in tree height measurements by I ~ IV electronic theodolites

精度等级	测角标准偏差 $ m\beta /('' )$	不同精度电子经纬仪测角标准偏差 $('' )$	$\sigma_H^2/m^2$	$\sigma_H/m$	$\sigma'_H/\%$	$\sigma''_H/\%$
I	(0,1]	$\pm 0.5$	$4.290 \times 10^{-3}$	$\pm 6.5500 \times 10^{-2}$	0.44	0.88
		$\pm 1.0$	$4.303 \times 10^{-3}$	$\pm 6.5594 \times 10^{-2}$	0.44	0.88
II	(1,2]	$\pm 2.0$	$4.352 \times 10^{-3}$	$\pm 6.5967 \times 10^{-2}$	0.44	0.88
		$\pm 3.0$	$4.434 \times 10^{-3}$	$\pm 6.6585 \times 10^{-2}$	0.45	0.89
III	(2,6]	$\pm 5.0$	$4.696 \times 10^{-3}$	$\pm 6.8524 \times 10^{-2}$	0.46	0.92
		$\pm 6.0$	$4.876 \times 10^{-3}$	$\pm 6.9826 \times 10^{-2}$	0.47	0.94
IV	(6,15]	$\pm 7.0$	$5.088 \times 10^{-3}$	$\pm 7.1333 \times 10^{-2}$	0.48	0.96
		$\pm 10.0$	$5.923 \times 10^{-3}$	$\pm 7.6964 \times 10^{-2}$	0.52	1.03
		$\pm 15.0$	$7.970 \times 10^{-3}$	$\pm 8.9275 \times 10^{-2}$	0.60	1.20

表 4 不同精度电子经纬仪测量材积的误差分析

Tab.4 Analysis of errors in timber volume measurements by I ~ IV electronic theodolites

精度等级	测角标准偏差 $ m\beta /('' )$	不同精度电子经纬仪测角标准偏差 $('' )$	$\sigma_V^2/m^6$	$\sigma_V/m^3$	$\sigma'_V/\%$	$\sigma''_V/\%$
I	(0,1]	$\pm 0.5$	$2.171 \times 10^{-6}$	$\pm 1.474 \times 10^{-3}$	0.72	1.44
		$\pm 1.0$	$2.228 \times 10^{-6}$	$\pm 1.493 \times 10^{-3}$	0.73	1.45
II	(1,2]	$\pm 2.0$	$2.456 \times 10^{-6}$	$\pm 1.567 \times 10^{-3}$	0.76	1.53
		$\pm 3.0$	$2.835 \times 10^{-6}$	$\pm 1.684 \times 10^{-3}$	0.82	1.64
III	(2,6]	$\pm 5.0$	$4.049 \times 10^{-6}$	$\pm 2.012 \times 10^{-3}$	0.98	1.96
		$\pm 6.0$	$4.884 \times 10^{-6}$	$\pm 2.210 \times 10^{-3}$	1.08	2.15
IV	(6,15]	$\pm 7.0$	$5.871 \times 10^{-6}$	$\pm 2.423 \times 10^{-3}$	1.18	2.36
		$\pm 10.0$	$9.741 \times 10^{-6}$	$\pm 3.121 \times 10^{-3}$	1.52	3.04
		$\pm 15.0$	$1.922 \times 10^{-6}$	$\pm 4.385 \times 10^{-3}$	2.14	4.27

从表 4 可以得出, 随着误差的传递和累积, 材积测量的精度明显低于树高, 其中标准偏差为  $\pm 0.5''$  与  $\pm 1.0''$  的电子经纬仪测量材积的精度差异不大; 电子经纬仪标准偏差为  $\pm 0.5''$  时, 材积的中误差  $\sigma_V$  为  $\pm 1.474 \times 10^{-3}$  m<sup>3</sup>, 相对误差  $\sigma'_V$  为 0.72%, 极限误差的相对误差  $\sigma''_V$  为 1.44%, 精度最高; 电子经纬仪的标准偏差最大为  $\pm 15.0''$  时, 材积的中误差  $\sigma_V$  为  $\pm 4.385 \times 10^{-3}$  m<sup>3</sup>, 相对误差  $\sigma'_V$  为 2.14%, 极限误差的相对误差  $\sigma''_V$  为 4.27%, 精度最低。结果说明, 我国 I ~ IV 级电子经纬仪可以满足不同林业工作目标的测量材积相对误差不超过 3% ~ 5% 的规定<sup>[7]</sup>。其中材积表编制精度要求材积测量的相对误差小于 3%, 采集建模样本时应当选用精度等级

更高的电子经纬仪。

## 2.3 电子经纬仪测量不同规格样木的误差分析

按照上述方法, 分别计算电子经纬仪测量大规格、中等规格、小规格样木时的树高和材积误差, 结果如表 5 所示。

从表 5 可以得出, 电子经纬仪测量不同规格样木时, 误差会随着树木大小的变化而略有差异。其中, 树高中误差随着样木规格从大到小的变化而从最大  $\pm 7.1868 \times 10^{-2}$  m 降低到最小的  $\pm 4.5716 \times 10^{-2}$  m, 相对误差从 0.29% 增长到 0.89%; 材积的中误差从最大  $\pm 4.449 \times 10^{-3}$  m<sup>3</sup> 降低到最小的  $\pm 5.050 \times 10^{-4}$  m<sup>3</sup>, 相对误差从 0.50% 增长到 2.33%。结果说明: 采用本方法对于大、中等规格树木精度较为理想, 对于小规格树木因为自身树高和材积较小, 而受

表 5 电子经纬仪测量不同规格样木的误差分析

Tab. 5 Analysis of errors in measurement of timbers in different sizes using electronic theodolites

样本规格	电子经纬仪测角精度/( $''$ )	材高			材积		
		$\sigma_H/m$	$H/m$	$\sigma'_H/\%$	$\sigma_V/m^3$	$V/m^3$	$\sigma'_V/\%$
大	$\pm 2.0$	$\pm 7.1868 \times 10^{-2}$	24.79	0.29	$\pm 4.449 \times 10^{-3}$	0.8852	0.50
中	$\pm 2.0$	$\pm 6.5967 \times 10^{-2}$	14.92	0.44	$\pm 1.567 \times 10^{-3}$	0.2053	0.76
小	$\pm 2.0$	$\pm 4.5716 \times 10^{-2}$	5.13	0.89	$\pm 5.050 \times 10^{-4}$	0.0212	2.23

到固定误差的影响更大,使用时应该按照调查目的合理使用。

### 3 结论

(1) 由于误差的传播和累积,同一精度电子经纬仪测量同一样木材积的误差大于树高。随着电子经纬仪测角标准偏差的变大,测树的误差也会变大,其中电子经纬仪标准偏差为  $\pm 0.5''$  时,测量树高和材积的中误差分别为  $\pm 6.5500 \times 10^{-2} m$  和  $\pm 1.474 \times 10^{-3} m^3$ ,相对误差分别为 0.44% 和 0.72%,极限误差的相对误差分别为 0.88% 和 1.44%;电子经纬仪标准偏差为  $\pm 15.0''$  时,测量树高和材积的中误差分别为  $\pm 8.9275 \times 10^{-2} m$  和  $\pm 4.385 \times 10^{-3} m^3$ ,相对误差分别为 0.60% 和 2.14%,极限误差的相对误差分别为 1.20% 和 4.27%。根据误差理论及实践证明,在大量同精度观测的一组误差中,绝对值大于 2 倍中误差的偶然误差,其出现的可能性约为 5%<sup>[25]</sup>。说明我国现有的 I ~ IV 级电子经纬仪测树结果均符

合相对误差不超过 3% ~ 5% 的精度要求。

(2) 同一精度电子经纬仪测量不同规格样木时,误差会随着树木大小的变化而略有差异,其中树高和材积的中误差随着树木规格的变小而变小,相对误差随着树木规格的变小而变大。采用本方法对于大、中规格树木精度较为理想,对于小规格树木因为自身树高和材积较小,而受到固定误差的影响更大,使用时应该按照调查目的合理使用。

(3) 本研究是对电子经纬仪测树原理进行误差传播分析,得出的结论较为理想,但在实际操作时该方法的精度会受到树干干形不规则和观测者人为误差的影响,实际误差会大于理论误差。因此在采用该技术编制材积表时应当选用达到 I、II 级精度标准的电子经纬仪,不建议使用 IV 级测角仪器。并且使用时选用样木应当干形通圆竖直,通过 90° 方向的 2 次测站计算结果求平均值,以减少树干干型不规则对精度的影响。

### 参 考 文 献

- 1 曾伟生. 国家森林资源连续清查中的材积估计问题探讨[J]. 中南林业调查规划, 2007, 26(2): 1-3.  
Zeng Weisheng. Discussion on volume estimation in continuous forest inventory in China[J]. Central South Forest Inventory and Planning, 2007, 26(2): 1-3. (in Chinese)
- 2 Snorrason A, Einarsson S F. Single-tree biomass and stem volume functions for eleven tree species used in Icelandic forestry[J]. Icelandic Agricultural Sciences, 2006, 19: 15-24.
- 3 Muukkonen P. Generalized allometric volume and biomass equations for some tree species in Europe[J]. European Journal of Forest Research, 2007, 126(2): 157-166.
- 4 雷加富. 中国森林资源[M]. 北京: 中国林业出版社, 2005.
- 5 国家林业局. 中国森林资源报告——第七次全国森林资源清查[M]. 北京: 中国林业出版社, 2009.
- 6 LY 208-77 立木材积表[S]. 北京: 中国标准出版社, 1978.
- 7 中华人民共和国林业部. 林业专业调查主要技术规定[S]. 北京: 中国林业出版社, 1990.
- 8 焦有权, 赵礼曦, 邓欧, 等. 基于支持向量机优化粒子群算法的活立木材积测算[J]. 农业工程学报, 2013, 29(20): 160-167.  
Jiao Youquan, Zhao Lixi, Deng Ou, et al. Calculation of live tree timber volume based on particle swarm optimization and support vector regression[J]. Transactions of the CSAE, 2013, 29(20): 160-167. (in Chinese)
- 9 孟宪宇. 测树学[M]. 北京: 中国林业出版社, 2008.
- 10 徐祯祥, 廖晓海, 侯建智. 测定单株立木材积的形点法[J]. 林业科学, 1990, 26(5): 475-480.  
Xu Zhenxiang, Liao Xiaohai, Hou Jianzhi. From reference point method to measure the volume of a single tree[J]. Scientia Silvae Sinicae, 1990, 26(5): 475-480. (in Chinese)
- 11 Grosenbaugh L R. New tree-measurement concepts: height accumulation, giant tree, taper and shape[R]. Southern Forest Experiment Station, USDA, 1954.
- 12 Thomas E Avery, Harold E Burkhardt. Forest measurements[M]. New York: McGraw Hill Higher Education, 2011.
- 13 邓向瑞, 冯仲科, 马钦彦, 等. 三维激光扫描系统在立木材积测定中的应用[J]. 北京林业大学学报, 2008, 29(增刊 2):

74 - 77.

Deng Xiangrui, Feng Zhongke, Ma Qinyan, et al. Application of 3-D laser scanning system in mensurating standing volume[J]. Journal of Beijing Forestry University, 2007,29(Supp.2): 74 - 77. (in Chinese)

- 14 Akira K, Monika Moskal L, Peter S, et al. Capturing tree crown formation through implicit surface reconstruction using airborne lidar data[J]. Remote Sensing of Environment, 2009,113(6): 1148 - 1162.
- 15 Zaman Q U, Salyani M. Effects of foliage density and ground speed on ultrasonic measurement of citrus tree volume[J]. Applied Engineering in Agriculture, 2004, 20(2): 173 - 178.
- 16 Balsari P, Doruchowski G, Marucco P, et al. A system for adjusting the spray application to the target characteristics[J]. Agricultural Engineering International: CIGR Journal, 2008,10: 1 - 11.
- 17 Zaman Q U, Schumann A W, Hostler H K. Quantifying sources of error in ultrasonic measurements of citrus orchards[J]. Applied Engineering in Agriculture, 2007, 23(4): 449 - 453.
- 18 Michio Kise, Qin Zhang. Dual stereovision application for 3D field mapping and vehicle guidance[C] // 2005 ASAE annual International Meeting, ASAE Paper, 2005: 051140.
- 19 巩垠熙, 何诚, 冯仲科, 等. 基于改进 Delaunay 算法的树冠三维重构单木因子提取[J]. 农业机械学报, 2013,44(2): 192 - 199.  
Gong Yinxi, He Cheng, Feng Zhongke, et al. Amended Delaunay algorithm for single tree factor extraction using 3-D crown modeling[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2013,44(2): 192 - 199. (in Chinese)
- 20 冯仲科, 景海涛, 周科亮, 等. 全站仪测算材积的原理及精度分析[J]. 北京林业大学学报, 2003,25(3): 60 - 63.  
Feng Zhongke, Jing Haitao, Zhou Keliang, et al. Principle and precision evaluation of stem volume surveying by total station[J]. Journal of Beijing Forestry University, 2003,25(3): 60 - 63. (in Chinese)
- 21 郭保生, 何瑞珍, 张敬冬. 全站仪在立木材积测定中的应用研究[J]. 中国农学通报, 2006,22(4): 149 - 151.  
Guo Baosheng, He Ruizhen, Zhang Jingdong. The study on utilization of total station in the measurement of stumpage volume[J]. Chinese Agriculture Science Bulletin, 2006,22(4): 149 - 151. (in Chinese)
- 22 Yan Fei, Mohammad R U, Gong Yinxi, et al. Use of a no prism total station for field measurements in *Pinus tabulaeformis* Carr. stands in China[J]. Biosystems Engineering, 2012, 113(3): 259 - 265.
- 23 冯仲科, 曹忠, 高原, 等. 一种电子经纬仪立木材积精准测算方法: 中国, CN103256906A[P]. 2013 - 08 - 21.
- 24 李洪运. 全站仪及电子经纬仪精度等级的划分[J]. 测绘技术装备, 2001,3(1): 36, 27.
- 25 潘正风, 程效军, 成枢, 等. 数字测图原理与方法[M]. 武汉: 武汉大学出版社, 2011: 29 - 30.