doi:10.6041/j.issn.1000-1298.2014.08.048

4 - UPS/UPR 并联机构动力学分析*

耿明超[1,2]　赵铁石[1,2]　王　唱[1]　刘　晓[1]　苑飞虎[1,2]

(1. 燕山大学河北省并联机器人与机电系统实验室, 秦皇岛 066004;
2. 燕山大学先进锻压成形技术与科学教育部重点实验室, 秦皇岛 066004)

摘要: 基于车辆在行驶过程中的运动特性,提出了一种耦合型 4 - UPS/UPR 并联机构作为车辆运动模拟台。应用螺旋理论分析了中间约束分支对上平台的约束作用,并基于 Grassmenn 线几何分析了机构的铰链点布置对机构奇异的影响。利用旋转矩阵的运动算子功能对机构的耦合运动特性进行了分析。基于旋量速度、加速度,建立了机构运动学模型,并利用刚体的牛顿-欧拉公式建立了机构(包括各个分支)详尽的动力学模型,并给出了相应的数值算例进行验证。

关键词: 并联机构　旋量　动力学　奇异位形

中图分类号: TP24; TH112　　**文献标识码**: A　　**文章编号**: 1000-1298(2014)08-0299-08

引言

车辆在行驶过程中,由于受到路况等环境条件的影响,会产生横摇、纵摇、横荡、纵荡和垂荡等多个自由度的耦合运动。并联运动模拟台能够模拟车辆的运动过程,为人员的训练(如医护工作者对伤者的救治)和设备的测试提供平台。与实现 6 自由度模拟的通用平台[1-2]相比,少自由度机构具有驱动少、造价低等特点。

4 自由度并联机构是具有发展前景的一类机构。第 1 种对称 4 自由度并联机构是 Pierrot 和 Company[3]提出的 H4 机构,但分支中存在闭环子链。第 1 种分支由简单串联链组成的对称 1R3T 4 自由度并联机构由黄真和赵铁石[4]提出。Zlatanov 和 Gosselin[5]提出了第 1 种对称的 3R1T 机构。此后,李秦川[6]综合出了多种对称的 4 自由度机构。陈文佳等[7-8]提出了一种混合型 2R2T 的机构;马履中等[9]提出了一种 2R2T 的自由度并联机构作为减振平台;程佳等[10-11]提出了一种 3R1T 的 4 - TPS/PS 机构;王庚祥等[12-13]提出了 3R1T 的 4 - SPS_CU和 2R2T 的 4 - SPS/PPU 机构;此外张彦斌等[14]提出了多种完全解耦的 2R2T 机构。

本文根据车辆在行驶过程中的运动特性,提出一种耦合型 4 - UPS/UPR 并联机构。分析该机构的自由度及铰链点布置对机构奇异性的影响,并分析其耦合运动特性。基于旋量速度、加速度建立机构的运动学、动力学模型,并给出相应的数值算例。

1　4 - UPS/UPR 并联机构构型分析

1.1　4 - UPS/UPR 并联机构描述

构造少自由度的并联机构有两种途径:一种是添加外部约束,另一种是利用分支的几何约束在一定几何条件下的合成约束。本文采用添加外部约束的方法,构造的 4 自由度并联机构简图及其坐标系如图 1 所示。

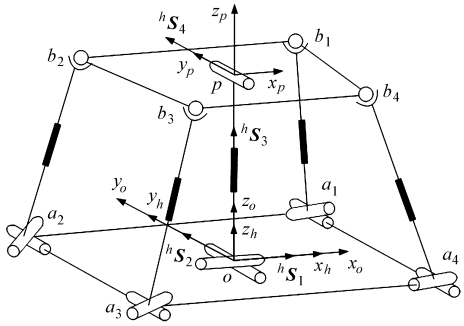

图 1　4 - UPS/UPR 并联机构简图

Fig. 1　Diagram of 4 - UPS/UPR parallel mechanism

4 - UPS/UPR 并联机构包含 4 个驱动分支(UPS 分支)和 1 个中间约束分支(UPR 分支)。4 个驱动分支均由万向铰(U)、移动副(P)和球副(S)组成。中间约束分支由万向铰、移动副和转动副(R)组成。在机构的上下平台上各建立一坐标系,定坐标系

收稿日期: 2013 - 07 - 25　修回日期: 2013 - 08 - 22

* 国家自然科学基金资助项目(50975244)

作者简介: 耿明超,博士生,主要从事并联机器人技术研究,E-mail: mcgeng@ysu.edu.cn

通讯作者: 赵铁石,教授,博士生导师,主要从事并联机器人和多维力传感器研究,E-mail: tszhao@ysu.edu.cn

$oxyz$ 原点 o 位于下平台的中心，x_o 轴平行于 a_3a_4，y_o 轴平行于 a_4a_1，z_o 轴垂直下平台向上。动坐标系 $pxyz$ 固连于上平台，其原点位于上平台的中心，在初始位置时方位与定系重合。转动副固连于上平台，其轴线与动系的 y_p 轴重合。

1.2 中间约束分支对上平台的约束作用

由图 1 可知，4 - UPS/UPR 机构的总共包含 12 个构件，15 个运动副。采用 Kutzbach-Grübler 公式计算得到该机构的自由度为 4，这与其输入数相等，因此机构能够实现确定的运动。4 个驱动分支的自由度为 6，不能对上平台提供约束，因此上平台的运动形式取决于中间约束分支。

设中间约束分支坐标系 $hxyz$ 的 x_h 轴和 y_h 轴分别与中间约束分支的 U 副的两个转动轴线重合，即分支坐标系的 xy 平面和 U 副的平面重合，U 副中心为坐标系原点，z_h 轴垂直于 U 副平面。在任意位形下，中间约束分支的运动螺旋在 $hxyz$ 中表示为

$$\begin{cases} {}^h\boldsymbol{S}_1 = (\boldsymbol{e}_1;(0 \quad 0 \quad 0)^{\mathrm{T}}) \\ {}^h\boldsymbol{S}_2 = (\boldsymbol{e}_2;(0 \quad 0 \quad 0)^{\mathrm{T}}) \\ {}^h\boldsymbol{S}_3 = ((0 \quad 0 \quad 0)^{\mathrm{T}};(l \quad 0 \quad n)^{\mathrm{T}}) \\ {}^h\boldsymbol{S}_4 = (\boldsymbol{e}_2;(-n \quad 0 \quad l)^{\mathrm{T}}) \end{cases} \tag{1}$$

其中 $\boldsymbol{e}_1 = (1 \quad 0 \quad 0)^{\mathrm{T}}$ $\boldsymbol{e}_2 = (0 \quad 1 \quad 0)^{\mathrm{T}}$

式中 l、n——实数

计算式(1)的反螺旋，可以得到中间约束分支 UPR 的约束螺旋系为

$$\begin{cases} {}^h\boldsymbol{S}_1^r = (\boldsymbol{e}_2;(0 \quad 0 \quad 0)^{\mathrm{T}}) \\ {}^h\boldsymbol{S}_2^r = ((0 \quad 0 \quad 0)^{\mathrm{T}};\boldsymbol{e}_3) \end{cases} \tag{2}$$

其中 $\boldsymbol{e}_3 = (0 \quad 0 \quad 1)^{\mathrm{T}}$

式中 ${}^h\boldsymbol{S}_1^r$——UPR 分支对上平台提供的沿分支坐标系 y_h 轴的约束力

${}^h\boldsymbol{S}_2^r$——UPR 分支对上平台的约束力偶，该力偶沿分支坐标系 z_h 轴，即沿 U 副平面的法线方向

1.3 铰链点布置对机构奇异性的影响

并联机构运动到一定位形下，将机构所有的主动件都锁住，机构上平台应受到 6 个独立的约束，如果这 6 个约束线性相关，机构发生约束相关下的剩余自由度奇异[15-16]，这种奇异具有瞬时性。基于 Grassmenn 线几何原理研究不同铰链点布置时机构在初始位置的剩余自由度奇异情况。机构下平台铰链点布置为正方形，图 2 为上平台铰链点不同布置对机构奇异性的影响。

机构的 4 个驱动锁住后，4 个驱动分支增加的约束力线矢为 $\boldsymbol{S}_1^r$、$\boldsymbol{S}_2^r$、$\boldsymbol{S}_3^r$ 和 $\boldsymbol{S}_4^r$，分别沿着分支移动副的方向。由 1.2 节可知，在初始位置时，中间约束分支提供沿坐标系 o 的 y_o 轴方向的约束力线矢为 $\boldsymbol{S}_5^r$，沿 z_o 轴方向的约束力偶为 $\boldsymbol{S}_6^r$。

图 2a 中 $\boldsymbol{S}_1^r$、$\boldsymbol{S}_2^r$、$\boldsymbol{S}_3^r$、$\boldsymbol{S}_4^r$ 相互平行，由 Grassmenn 线几何可知，空间平行的力线矢的最大线性无关数为 3，说明 4 个驱动分支输入干涉，此时该机构处于奇异位形。

图 2b 中 $\boldsymbol{S}_1^r$、$\boldsymbol{S}_2^r$、$\boldsymbol{S}_3^r$、$\boldsymbol{S}_4^r$ 相交于一点，空间共点的力线矢的最大线性无关数为 3，同样 4 个驱动分支输入干涉，机构处于奇异位形。

图 2c 中 $\boldsymbol{S}_1^r$、$\boldsymbol{S}_2^r$、$\boldsymbol{S}_3^r$、$\boldsymbol{S}_4^r$ 有一条公交线，且交角一定，最大线性无关数为 4，机构的输入不存在干涉，而非文献[10]中指出的其最大线性无关数为 3。此

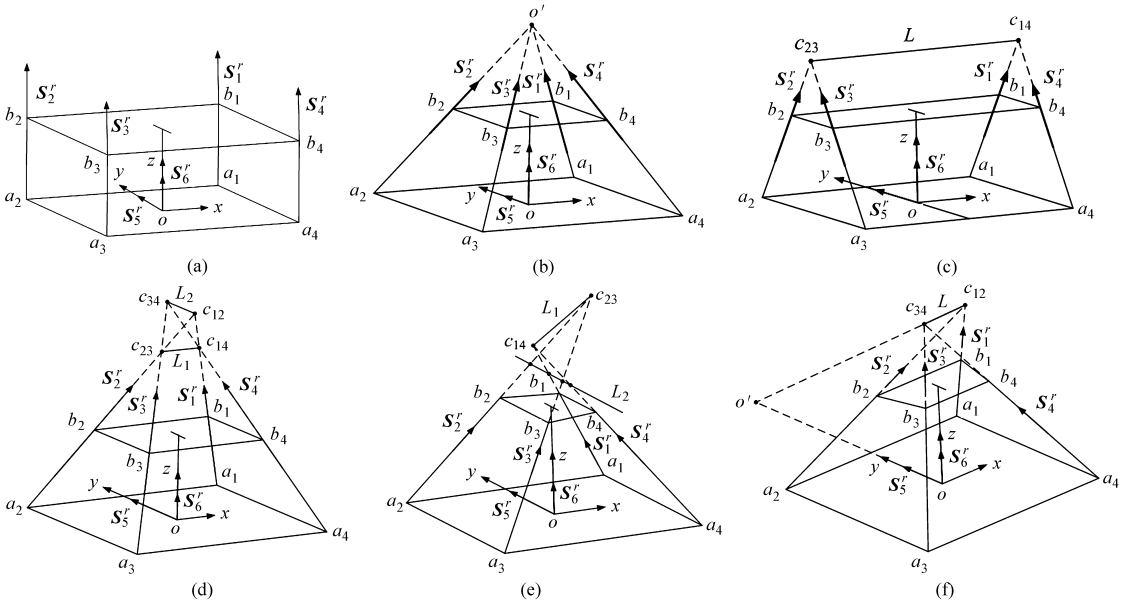

图 2 4 - UPS/UPR 并联机构不同铰链点布置对应的初始位形

Fig. 2 Initial configuration of 4 - UPS/UPR parallel mechanism with different hinge arrangements

时机构能够实现沿 L 的移动和绕 L 的转动。$\boldsymbol{S}_5^r$、$\boldsymbol{S}_6^r$ 仅约束了绕 L 的转动，机构剩余沿 L 移动的自由度，机构的输入与机构的结构约束 $\boldsymbol{S}_6^r$ 干涉，机构处于奇异位形。

图 2d 中 $\boldsymbol{S}_1^r$、$\boldsymbol{S}_2^r$、$\boldsymbol{S}_3^r$、$\boldsymbol{S}_4^r$ 有 2 条公交线，最大线性无关数为 4，机构的输入不存在干涉。此时机构能够实现绕 L_1 和 L_2 的转动。$\boldsymbol{S}_5^r$、$\boldsymbol{S}_6^r$ 仅约束了绕 L_1 的转动，机构剩余绕 L_2 的转动自由度，机构的输入与机构的结构约束 $\boldsymbol{S}_6^r$ 干涉，机构处于奇异位形。

图 2e 中上平台的铰链点为梯形布置，梯形关于 x 轴对称。$\boldsymbol{S}_1^r$、$\boldsymbol{S}_2^r$、$\boldsymbol{S}_3^r$、$\boldsymbol{S}_4^r$ 有 2 条公交线，一条为 L_1，令一条为平面 $a_2a_3b_3b_2$ 和平面 $a_1a_4b_4b_1$ 的交线 L_2，其最大线性无关数为 4，机构的输入不存在干涉。考虑中间分支的约束，由于 L_2 平行于 y 轴，$\boldsymbol{S}_5^r$ 和 $\boldsymbol{S}_6^r$ 不能约束机构绕 L_2 的转动自由度，机构处于奇异位形。

图 2f 上平台的铰链点为梯形布置，梯形关于 y 轴对称。$\boldsymbol{S}_1^r$、$\boldsymbol{S}_2^r$、$\boldsymbol{S}_3^r$、$\boldsymbol{S}_4^r$ 和中间约束分支的力线矢 $\boldsymbol{S}_5^r$ 之间存在一条公交线 L，其最大线性无关数为 5。此时机构剩余的自由度为绕 L 的转动，但 $\boldsymbol{S}_6^r$ 与其不垂直，约束了绕 L 的转动，因此机构上平台的 6 个自由度全部被约束。

可以得出，图 2a ~ 2e 的铰链点布置形式存在剩余自由度奇异；而当选用图 2f 的梯形布置时，机构不奇异，且其约束螺旋 $\boldsymbol{S}_6^r$ 和允许的运动轴线 L 存在一定的夹角，即机构也没有在奇异位形附近，这也是本文后续分析所采用的布置形式。机构的结构参数可以通过机构的运动学和动力学性能指标进一步优化确定，并通过轨迹规划避开机构的其他奇异位形。

1.4　机构耦合运动特性分析

如图 3 所示，建立坐标系 $exyz$ 用来描述机构的运动，其方位始终与 $pxyz$ 系相同，在初始位置时与 $oxyz$ 重合。当上平台绕 x_e 轴旋转一个角度 α，上平台将在 y_o、z_o 方向产生相应的伴随位移 Δy_{bp}、Δz_{bp}。同样该机构的伴随运动体现在速度、加速度方面，即上平台会有相应的伴随速度、加速度。与无耦合运动的机构不同，具有耦合运动的机构必须首先将伴随运动表示成位姿参数的函数，文献[17－18]通过坐标等效运动方法建立了机构的耦合运动方程，推导过程较复杂。本文将旋转矩阵作为矢量的运动算子得到机构的耦合运动和独立位姿参数的关系，并对其直接求导得到耦合速度、加速度约束方程。

4－UPS/UPR 并联机构的独立位姿参数为(α,β,Δx,Δz)。机构的初始位形下 p 系原点的在 o 系中的位置矢量为$[0\ 0\ H]^{\mathrm{T}}$，H 为上下平台的初始高度。机构的上平台沿 x_o、z_o 轴移动 Δx、Δz 后由$[0\ 0\ H]^{\mathrm{T}}$

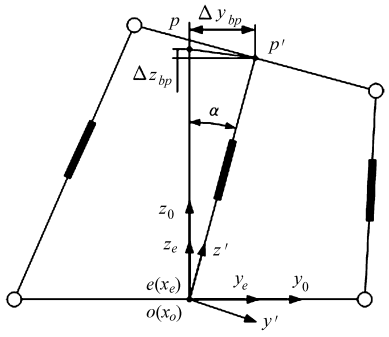

图 3　4－UPS/UPR 并联机构耦合运动特性

Fig. 3　Coupling motion of 4－UPS/UPR mechanism

到达 p，然后绕 x_e 轴旋转 α，最后绕旋转后新的 y_e' 轴旋转动 β 后到达 p'，旋转矩阵 $\boldsymbol{R}_{op}=\boldsymbol{R}(x_e,\alpha)\boldsymbol{R}(y_e',\beta)$。

$$\begin{cases}\boldsymbol{p}=[0\quad 0\quad H]^{\mathrm{T}}+[\Delta x\quad 0\quad \Delta z]^{\mathrm{T}}\\ \boldsymbol{p}'=\boldsymbol{R}\boldsymbol{p}\end{cases}\tag{3}$$

式(3)表示了 4－UPS/UPR 并联机构的耦合运动约束方程。

对式(3)求导，将 $\dot{\boldsymbol{R}}=\boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{R}$ 代入并整理得 p 点速度的约束方程

$$\begin{cases}\dot{\boldsymbol{p}}=[\Delta\dot{x}\quad 0\quad \Delta\dot{z}]^{\mathrm{T}}\\ \dot{\boldsymbol{p}}'=\boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{R}\boldsymbol{p}+\boldsymbol{R}\dot{\boldsymbol{p}}\end{cases}\tag{4}$$

式中　$\boldsymbol{\omega}$——p 系相对于 o 系的角速度

对上述速度约束方程求导可得加速度的约束方程

$$\begin{cases}\ddot{\boldsymbol{p}}=[\Delta\ddot{x}\quad 0\quad \Delta\ddot{z}]^{\mathrm{T}}\\ \ddot{\boldsymbol{p}}'=\boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{R}\boldsymbol{p}+2\boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{R}\dot{\boldsymbol{p}}+\boldsymbol{\omega}\times(\boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{R}\boldsymbol{p})+\boldsymbol{R}\ddot{\boldsymbol{p}}\end{cases}\tag{5}$$

根据文献[19]中的旋量速度、加速度的定义得到上平台的旋量速度、加速度的线性部分为

$$\begin{cases}\boldsymbol{v}_{op}=\dot{\boldsymbol{p}}'-\boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{p}'\\ \boldsymbol{a}_{op}=\ddot{\boldsymbol{p}}'-\dot{\boldsymbol{\omega}}\times\boldsymbol{p}'-\boldsymbol{\omega}\times\dot{\boldsymbol{p}}'\end{cases}\tag{6}$$

则上平的旋量速度、加速度分别表示为

$$\begin{cases}\boldsymbol{V}_p=(\boldsymbol{\omega},\boldsymbol{v}_{op})\\ \boldsymbol{A}_p=(\dot{\boldsymbol{\omega}},\boldsymbol{a}_{op})\end{cases}$$

2　4－UPS/UPR 并联机构运动学分析

2.1　4－UPS/UPR 并联机构上平台一阶影响系数

旋量使得机构的运动描述变得简单，因此机构的影响系数用旋量表示。4－UPS/UPR 机构只有 4 个驱动分支，采用虚设机构法构造机构的影响系数。中间约束分支虚设增加 2 个运动副，并将中间约束分支作为机构的虚设分支，从而在分析过程中引入了中间分支的约束作用。令 $\boldsymbol{\varphi}$、$\dot{\boldsymbol{\varphi}}$ 和 $\ddot{\boldsymbol{\varphi}}$ 分别表示分支关节的位移、速度和加速度，$\boldsymbol{q}$、$\dot{\boldsymbol{q}}$ 和 $\ddot{\boldsymbol{q}}$ 分别表

示机构广义的位移、速度和加速度。

如图 4 所示,驱动分支的运动螺旋在 o 系中的表示为

$$\begin{cases}\boldsymbol{S}_1^{(i)}=(\boldsymbol{e}_1;\boldsymbol{a}_i\times\boldsymbol{e}_1)\\ \boldsymbol{S}_2^{(i)}=(\boldsymbol{e}_2;\boldsymbol{a}_i\times\boldsymbol{e}_2)\\ \boldsymbol{S}_3^{(i)}=((0\ 0\ 0)^{\mathrm{T}};\boldsymbol{l}_i)\\ \boldsymbol{S}_4^{(i)}=(\boldsymbol{e}_1;\boldsymbol{b}_i\times\boldsymbol{e}_1)\\ \boldsymbol{S}_5^{(i)}=(\boldsymbol{e}_2;\boldsymbol{b}_i\times\boldsymbol{e}_2)\\ \boldsymbol{S}_6^{(i)}=(\boldsymbol{e}_3;\boldsymbol{b}_i\times\boldsymbol{e}_3)\end{cases}$$

其中 $\boldsymbol{l}_i=(\boldsymbol{b}_i-\boldsymbol{a}_i)/|(\boldsymbol{b}_i-\boldsymbol{a}_i)|\quad(i=1,2,3,4)$

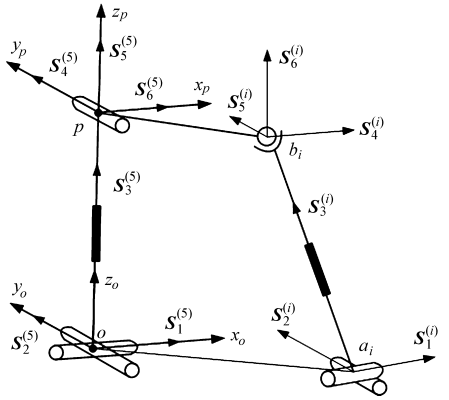

图 4 4 - UPS/UPR 并联机构分支简图

Fig. 4 Limbs of 4 - UPS/UPR parallel mechanism

如图 4 所示,在中间约束分支末端虚设两个转动副,并令其为第 5 个分支,其运动螺旋在 o 系中的表示为

$$\begin{cases}\boldsymbol{S}_1^{(5)}=(\boldsymbol{e}_1;(0\ 0\ 0)^{\mathrm{T}})\\ \boldsymbol{S}_2^{(5)}=(\boldsymbol{s}_2^{(5)};(0\ 0\ 0)^{\mathrm{T}})\\ \boldsymbol{S}_3^{(5)}=((0\ 0\ 0)^{\mathrm{T}};\boldsymbol{l}_5)\\ \boldsymbol{S}_4^{(5)}=(\boldsymbol{s}_2^{(5)};p'\times\boldsymbol{s}_2^{(5)})\\ \boldsymbol{S}_5^{(5)}=(\boldsymbol{l}_5;(0\ 0\ 0)^{\mathrm{T}})\\ \boldsymbol{S}_6^{(5)}=(\boldsymbol{s}_6^{(5)};\boldsymbol{p}'\times\boldsymbol{s}_6)\end{cases}$$

其中 $\boldsymbol{l}_5=\boldsymbol{p}'/|\boldsymbol{p}'|\quad\boldsymbol{s}_2^{(5)}=\boldsymbol{e}_1\times\boldsymbol{l}_5/|\boldsymbol{e}_1\times\boldsymbol{l}_5|$

$$\boldsymbol{s}_6^{(5)}=\boldsymbol{s}_2^{(5)}\times\boldsymbol{l}_5/|\boldsymbol{s}_2^{(5)}\times\boldsymbol{l}_5|$$

则上平台的旋量速度可以表示为

$$\boldsymbol{V}_p=\boldsymbol{G}_{\varphi}^{p(i)}\dot{\boldsymbol{\varphi}}\tag{7}$$

其中 $\boldsymbol{G}_{\varphi}^{p(i)}=[\boldsymbol{S}_1^{(i)}\quad\boldsymbol{S}_2^{(i)}\quad\boldsymbol{S}_3^{(i)}\quad\boldsymbol{S}_4^{(i)}\quad\boldsymbol{S}_5^{(i)}\quad\boldsymbol{S}_6^{(i)}]$

机构的主动输入为 4 个驱动分支的第 3 个运动副,和中间约束分支即第 5 个分支的第 5、6 个运动副。应用虚设机构法可以得到

$$\boldsymbol{G}_p^q=[[\boldsymbol{G}_{\varphi}^p]_{3:}^{-1(1)}\quad[\boldsymbol{G}_{\varphi}^p]_{3:}^{-1(2)}\quad[\boldsymbol{G}_{\varphi}^p]_{3:}^{-1(3)}\quad[\boldsymbol{G}_{\varphi}^p]_{3:}^{-1(4)}\quad[\boldsymbol{G}_{\varphi}^p]_{5:}^{-1(5)}\quad[\boldsymbol{G}_{\varphi}^p]_{6:}^{-1(5)}]$$

式中 $[\boldsymbol{G}_{\varphi}^p]_{j:}^{-1(i)}$——矩阵的第 j 行元素

机构广义速度为 $\dot{\boldsymbol{q}}=[\dot{q}_1\quad\dot{q}_2\quad\dot{q}_3\quad\dot{q}_4\quad 0\quad 0]^{\mathrm{T}}$,得到机构的速度映射

$$\boldsymbol{V}_p=\boldsymbol{G}_q^p\dot{\boldsymbol{q}}\tag{8}$$

式中 $\boldsymbol{G}_q^p$——机构上平台的一阶影响系数矩阵

2.2 4 - UPS/UPR 并联机构上平台二阶影响系数

对式(7)求导可以得到上平台旋量加速度与分支速度、加速度之间的关系[15]

$$\boldsymbol{A}_p=\boldsymbol{G}_{\varphi}^p\ddot{\boldsymbol{\varphi}}+\dot{\boldsymbol{\varphi}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{H}_{\varphi}^p\dot{\boldsymbol{\varphi}}\tag{9}$$

其中 $\boldsymbol{H}_{\varphi}^{p(i)}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{0}&[\boldsymbol{S}_1^{(i)},\boldsymbol{S}_2^{(i)}]&[\boldsymbol{S}_1^{(i)},\boldsymbol{S}_3^{(i)}]&\cdots&[\boldsymbol{S}_1^{(i)},\boldsymbol{S}_6^{(i)}]\\ \boldsymbol{0}&\boldsymbol{0}&[\boldsymbol{S}_2^{(i)},\boldsymbol{S}_3^{(i)}]&\cdots&[\boldsymbol{S}_2^{(i)},\boldsymbol{S}_6^{(i)}]\\ \boldsymbol{0}&\boldsymbol{0}&\boldsymbol{0}&\cdots&[\boldsymbol{S}_3^{(i)},\boldsymbol{S}_6^{(i)}]\\ \boldsymbol{0}&\boldsymbol{0}&\boldsymbol{0}&\cdots&[\boldsymbol{S}_4^{(i)},\boldsymbol{S}_6^{(i)}]\\ \boldsymbol{0}&\boldsymbol{0}&\boldsymbol{0}&\cdots&[\boldsymbol{S}_5^{(i)},\boldsymbol{S}_6^{(i)}]\\ \boldsymbol{0}&\boldsymbol{0}&\boldsymbol{0}&\cdots&\boldsymbol{0}\end{bmatrix}$

为一个 6×6 的矩阵,它的每一个元素为一个 6×1 的向量。李括弧 $[\boldsymbol{S}_i,\boldsymbol{S}_j]=\hat{\boldsymbol{S}}_i\boldsymbol{S}_j$,其中 $\hat{\boldsymbol{S}}_i=\begin{bmatrix}\hat{\boldsymbol{s}}_i&\boldsymbol{o}_{3\times3}\\ \hat{\boldsymbol{s}}_i^o&\hat{\boldsymbol{s}}_i\end{bmatrix}$为旋量 $\boldsymbol{S}_i=(\boldsymbol{s}_i;\boldsymbol{s}_i^0)$ 的伴随表示,$\boldsymbol{o}$ 为零矩阵。

通过式(9)可以得到第 i 个分支各个运动副的加速度为

$$\ddot{\boldsymbol{\varphi}}^{(i)}=\boldsymbol{G}_p^{\varphi(i)}(\boldsymbol{A}_p-\dot{\boldsymbol{\varphi}}^{(i)\mathrm{T}}\boldsymbol{H}_{\varphi}^{p(i)}\dot{\boldsymbol{\varphi}}^{(i)})\tag{10}$$

各个分支主动输入关节的加速度可以表示为矩阵形式

$$\ddot{\boldsymbol{q}}=\boldsymbol{G}_p^q\boldsymbol{A}_p-\begin{bmatrix}\dot{\boldsymbol{q}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{L}_r^{(1)}\dot{\boldsymbol{q}}\\ \dot{\boldsymbol{q}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{L}_r^{(2)}\dot{\boldsymbol{q}}\\ \vdots\\ \dot{\boldsymbol{q}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{L}_r^{(m)}\dot{\boldsymbol{q}}\end{bmatrix}\tag{11}$$

其中 $\boldsymbol{G}_q^{\varphi(i)}=\boldsymbol{G}_p^{\varphi(i)}\boldsymbol{G}_q^p$

$$\boldsymbol{L}_r^{(i)}=\boldsymbol{G}_q^{\varphi(i)\mathrm{T}}[\boldsymbol{G}_{p(r)}^{\varphi(i)\mathrm{T}}*\boldsymbol{H}_{\varphi}^{p(i)}]\boldsymbol{G}_q^{\varphi(i)}$$

式中 $\boldsymbol{G}_q^{\varphi(i)}$——分支运动副速度与广义速度的影响系数矩阵

$*$——矩阵的广义标量积

式(11)进一步简化为

$$\ddot{\boldsymbol{q}}=\boldsymbol{G}_p^q\boldsymbol{A}_p-\dot{\boldsymbol{q}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{H}_p^q\dot{\boldsymbol{q}}\tag{12}$$

$\boldsymbol{H}_p^q$ 为一个 6×6 的矩阵,每一个元素为六分支中对应的矩阵 $\boldsymbol{L}$ 的相应元素组合

$$\boldsymbol{H}_{p(ij)}^q=[\boldsymbol{L}_{r(ij)}^{(1)}\quad\boldsymbol{L}_{r(ij)}^{(2)}\quad\cdots\quad\boldsymbol{L}_{r(ij)}^{(m)}]^{\mathrm{T}}\tag{13}$$

上平的旋量加速度可以表示为

$$\boldsymbol{A}_p=\boldsymbol{G}_q^p\ddot{\boldsymbol{q}}+\dot{\boldsymbol{q}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{H}_q^p\dot{\boldsymbol{q}}\tag{14}$$

其中 $\boldsymbol{H}_q^p=\boldsymbol{G}_q^p*\boldsymbol{H}_p^q$

式中 $\boldsymbol{H}_q^p$——上平台的二阶影响系数矩阵

2.3 并联机构分支一、二阶影响系数

将式(14)代入式(10)整理得到

$$\ddot{\boldsymbol{\varphi}}^{(i)}=\boldsymbol{G}_q^{\varphi(i)}\ddot{\boldsymbol{q}}+\dot{\boldsymbol{q}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{H}_q^{\varphi(i)}\dot{\boldsymbol{q}}\tag{15}$$

其中　$\boldsymbol{G}_q^{\varphi(i)} = \boldsymbol{G}_p^{\varphi}\boldsymbol{G}_q^{p}$

$$\boldsymbol{H}_q^{\varphi(i)} = \boldsymbol{G}_q^{\varphi(i)} * \boldsymbol{H}_p^{q} - \boldsymbol{G}_q^{\varphi(i)\mathrm{T}}[\boldsymbol{G}_{\varphi}^{p(i)} * \boldsymbol{H}_{\varphi}^{p(i)}]\boldsymbol{G}_q^{\varphi(i)}$$

第 i 个分支中第 k 个杆件的旋量加速度可以表示为

$$\boldsymbol{A}_k^{(i)} = \boldsymbol{G}_{\varphi}^{k(i)}\ddot{\boldsymbol{\varphi}}^{(i)} + \dot{\boldsymbol{\varphi}}^{\mathrm{T}(i)}\boldsymbol{H}_{\varphi}^{k(i)}\dot{\boldsymbol{\varphi}}^{(i)} \tag{16}$$

将式(15)代入式(16)得

$$\boldsymbol{A}_k^{(i)} = \boldsymbol{G}_{\varphi}^{k(i)}(\boldsymbol{G}_q^{\varphi(i)}\ddot{\boldsymbol{q}} + \dot{\boldsymbol{q}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{H}_q^{\varphi(i)}\dot{\boldsymbol{q}}) + \dot{\boldsymbol{\varphi}}^{(i)\mathrm{T}}\boldsymbol{H}_{\varphi}^{k(i)}\dot{\boldsymbol{\varphi}}^{(i)} \tag{17}$$

将式(17)进一步化简为

$$\boldsymbol{A}_k^{(i)} = \boldsymbol{G}_q^{k(i)}\ddot{\boldsymbol{q}} + \dot{\boldsymbol{q}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{H}_q^{k(i)}\dot{\boldsymbol{q}} \tag{18}$$

其中　$\boldsymbol{G}_q^{k(i)} = \boldsymbol{G}_{\varphi}^{k(i)}\boldsymbol{G}_q^{\varphi(i)}$

$$\boldsymbol{H}_q^{k(i)} = \boldsymbol{G}_{\varphi}^{k} * \boldsymbol{H}_q^{\varphi(i)} + \boldsymbol{G}_q^{\varphi(i)\mathrm{T}}\boldsymbol{H}_{\varphi}^{k(i)}\boldsymbol{G}_q^{\varphi(i)}$$

式中　$\boldsymbol{G}_q^{k(i)}$、$\boldsymbol{H}_q^{k(i)}$——第 i 个分支第 k 个杆件对广义坐标的一、二阶影响系数矩阵

3　4－UPS/UPR 并联机构动力学分析

由刚体的牛顿-欧拉公式[20]可知，并联机构上平台的惯性力为

$$\boldsymbol{W}_p^{I} = -(\boldsymbol{N}_p\boldsymbol{A}_p - \widehat{\boldsymbol{V}}_p^{\mathrm{T}}\boldsymbol{N}_p\boldsymbol{V}_p) \tag{19}$$

其中　$$\boldsymbol{N}_p = \begin{bmatrix} \boldsymbol{I}_o & m_p\hat{\boldsymbol{p}}_{oc} \\ m_p\hat{\boldsymbol{p}}_{oc}^{\mathrm{T}} & m_p\boldsymbol{I}_3 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{I}_o = \boldsymbol{R}_{oc}{}^{c}\boldsymbol{I}_p\boldsymbol{R}_{oc}^{\mathrm{T}} - m_p\hat{\boldsymbol{p}}_{oc}^{2}$$

式中　$\boldsymbol{N}_p$——定坐标系 o 中上平台 6×6 惯量矩阵

$\boldsymbol{I}_o$——定坐标系 o 中上平台转动惯量矩阵

m_p——上平台质量

${}^{c}\boldsymbol{I}_p$——质心坐标系中上平台转动惯量矩阵

$\boldsymbol{R}_{oc}$——上平台质心坐标系相对于定坐标系 o 的姿态矩阵

$\hat{\boldsymbol{p}}_{oc}$——上平台质心点的位置矢量 $\boldsymbol{p}_{oc}$ 的反对称矩阵

$\boldsymbol{I}_3$——3×3 的单位矩阵

$\widehat{\boldsymbol{V}}_p$——上平台的旋量速度 $\boldsymbol{V}_p$ 的伴随矩阵

上平台惯性力产生的广义驱动力为

$$\boldsymbol{\tau}_p^{I} = \boldsymbol{G}_q^{p\mathrm{T}}\boldsymbol{W}_p^{I} \tag{20}$$

同理机构中第 i 个分支第 k 个杆件的惯性力旋量可以表示为

$$\boldsymbol{W}_k^{I(i)} = -(\boldsymbol{N}_k^{(i)}\boldsymbol{A}_k^{(i)} - \widehat{\boldsymbol{V}}_k^{(i)\mathrm{T}}\boldsymbol{N}_k^{(i)}\boldsymbol{V}_k^{(i)}) \tag{21}$$

式中　$\boldsymbol{N}_k^{(i)}$——第 i 个分支中第 k 个杆件的 6×6 惯量矩阵

则杆件惯性力产生的广义驱动力为

$$\boldsymbol{\tau}_k^{I(i)} = \boldsymbol{G}_q^{k(i)\mathrm{T}}\boldsymbol{W}_k^{I(i)} \tag{22}$$

作用在上平台的重力旋量到广义驱动力的映射表示为

$$\boldsymbol{\tau}_p^{G} = \boldsymbol{G}_q^{p\mathrm{T}}\boldsymbol{W}_p^{G} \tag{23}$$

其中　$$\boldsymbol{W}_p^{G} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{p}_{oc} \times (-m_p g\boldsymbol{z}) \\ -m_p g\boldsymbol{z} \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{z} = [0 \quad 0 \quad 1]^{\mathrm{T}}$$

式中　$\boldsymbol{z}$——定系 z 轴方向向量

$\boldsymbol{W}_p^{G}$——机构上平台的重力旋量

同理可得机构中杆件的重力旋量引起的广义驱动力为

$$\boldsymbol{\tau}_k^{G} = \boldsymbol{G}_q^{k(i)\mathrm{T}}\boldsymbol{W}_k^{G(i)} \tag{24}$$

式中　$\boldsymbol{W}_k^{G(i)}$——第 i 个分支中第 k 个杆件重力旋量

作用在上平台的外力旋量到广义驱动力的映射表示为

$$\boldsymbol{\tau}_q^{F} = \boldsymbol{G}_q^{p\mathrm{T}}\boldsymbol{W}_p^{F} \tag{25}$$

其中　$$\boldsymbol{W}_p^{F} = [\boldsymbol{M}_p \quad \boldsymbol{F}_p]^{\mathrm{T}}$$

式中　$\boldsymbol{W}_p^{F}$——施加到上平台的力旋量

由虚功原理可知

$$\sum_{i=1}^{5}\sum_{k=1}^{5}\boldsymbol{G}_q^{k(i)\mathrm{T}}\boldsymbol{W}_k^{I(i)} + \sum_{i=1}^{5}\sum_{k=1}^{5}\boldsymbol{G}_q^{k(i)\mathrm{T}}\boldsymbol{W}_k^{G(i)} + \boldsymbol{G}_q^{p\mathrm{T}}\boldsymbol{W}_p^{I} + \boldsymbol{G}_q^{p\mathrm{T}}(\boldsymbol{W}_p^{G} + \boldsymbol{W}_p^{F}) + \boldsymbol{\tau}^{A} = \boldsymbol{o} \tag{26}$$

式中　$\boldsymbol{\tau}^{A}$——并联机构驱动关节的主动力

通过式(26)即可求解该机构的动力学。

4　数值算例

4－UPS/UPR 并联机构铰链点参数如表 1 所示，机构的初始高度 $H=0.38$ m，坐标系 o 和坐标系 p 方位重合。

表 1　4－UPS/UPR 并联机构结构参数

Tab.1　Parameters of 4－UPS/UPR parallel mechanism

i	$\boldsymbol{a}_i$	$\boldsymbol{b}_{i0}$
1	(0.40　0.37　0)	(0.20　0.20　0)
2	(－0.40　0.37　0)	(－0.20　0.20　0)
3	(－0.40　－0.37　0)	(－0.15　－0.20　0)
4	(0.40　－0.37　0)	(0.15　－0.20　0)

4.1　4－UPS/UPR 并联机构运动学数值算例

机构在初始位形下的参数值代入 $\boldsymbol{G}_q^{p}$ 中，可以得到虚设机构在初始位形下的一阶影响系数矩阵

$$\boldsymbol{G}_q^{p} = \begin{bmatrix} 0.823\,7 & 0.823\,7 & -0.867\,3 & -0.867\,3 & 0.000\,0 & 0.462\,8 \\ -7.720\,4 & 7.720\,4 & -6.534\,6 & 6.534\,6 & 0.923\,1 & -0.000\,0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1.000\,0 & 0 \\ 4.636\,6 & -4.636\,6 & 4.874\,1 & -4.874\,1 & -0.654\,4 & 0.000\,0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.380\,0 \\ 0.306\,6 & 0.306\,6 & 0.322\,9 & 0.322\,9 & -0.000\,0 & -0.000\,0 \end{bmatrix}$$

由于广义输入速度 $\dot{\boldsymbol{q}} = [\dot{q}_1 \quad \dot{q}_2 \quad \dot{q}_3 \quad \dot{q}_4 \quad 0 \quad 0]^{\mathrm{T}}$，分析初始位形下的输入输出关系可以得到：机构有

绕 x、y 轴的转动自由度和沿 x、z 的移动自由度，和前面的自由度分析结果一致。

首先给定机构以较低的速度运动，上平台运动规律为

$$\begin{cases}\alpha = 0.2\sin(3t)\\ \beta = 0.2\sin(2t)\\ \Delta x = 0.1\sin t\\ \Delta z = 0.2\sin(2t)\end{cases} \tag{27}$$

图 5、6 分别给出了并联机构广义速度、加速度随时间变化的曲线。

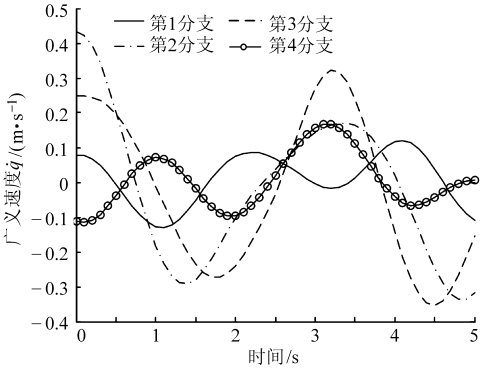

图 5 广义速度曲线

Fig. 5 Generalized velocity curves

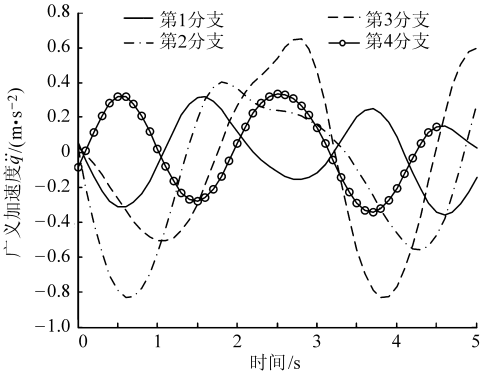

图 6 广义加速度曲线

Fig. 6 Generalized acceleration curves

4.2 4－UPS/UPR 并联机构动力学数值算例

由于外力、重力引起的广义驱动力的推导过程较简单，算例中忽略了平台及分支的重力和所受到的外力。同时由于分支的质量和转动惯量较小，当机构低速运动时，一般忽略其惯性力。给定上平台质量 m_p = 53.45 kg，平台转动惯量为 $\boldsymbol{I}_p$ = diag(1.41,4.41,2.82) kg·m^2。在式(27)给定的运动规律下，平台的惯性力所产生的广义驱动力如图 7所示。

并联机构高速运动时，尽管分支的质量和转动惯性较小，但其对于机构整体的动力学性能的影响却不能忽视。为此，进一步分析机构在高速运动时，上平台和分支的惯性力对机构驱动力的影响。给定

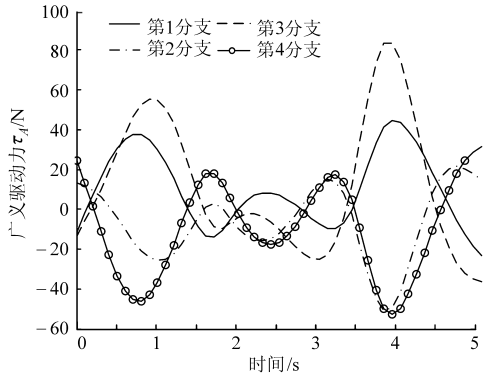

图 7 低速运动、不考虑分支时的广义驱动力

Fig. 7 Generalized force when speed is low and limbs are not considered

机构上平台的高速运动规律为

$$\begin{cases}\alpha = 0.2\sin(15t)\\ \beta = 0.2\sin(10t)\\ \Delta x = 0.1\sin(5t)\\ \Delta z = 0.2\sin(10t)\end{cases} \tag{28}$$

给定驱动分支摇摆杆的质量 m_u = 6.71 kg，转动惯量为 $\boldsymbol{I}_u$ = diag(0.064,0.064,0.002) kg·m^2，伸缩杆的质量 m_s = 2.27 kg，转动惯量为 $\boldsymbol{I}_u$ = diag(0.023,0.023,0.000 3) kg·m^2。中间约束分支摆动杆质量 m_u' = 3.44 kg，转动惯量为 $\boldsymbol{I}_u'$ = diag(0.013,0.014,0.002) kg·m^2，伸缩杆质量 m_s' = 3.54 kg，转动惯量为 $\boldsymbol{I}_u'$ = diag(0.032,0.032,0.000 4) kg·m^2。

图 8 为机构高速运动、不考虑分支时的广义驱动力。当机构按式(27)的规律低速运动时，从图 7 中可以看出机构的最大驱动力约为 85 N；而当机构按照式(28)的规律运动时，其运动频率为低速运动频率的 5 倍，从图 8 中可以看出机构的最大驱动力达到了 2 080 N，约为低速运动时的 24.5 倍。这也表明了随着机构运动速度的提高，机构的惯性力对系统动力学性能的影响越来越大。

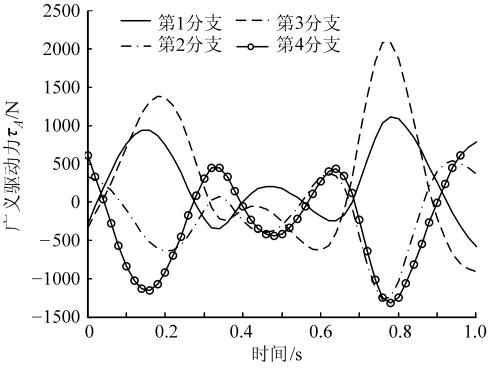

图 8 高速运动、不考虑分支时的广义驱动力

Fig. 8 Generalized force when speed is high and limbs are not considered

图 9 为机构高速运动、考虑分支时的广义驱动

力。通过比较图 8 和图 9 可以发现，考虑分支时机构的最大驱动力约为 2 560 N，相比于不考虑分支时增加了 480 N，约 23.1%。因此，要建立机构精确的动力学模型，尤其是高速运动的机构，各个分支的惯性力不能忽略。

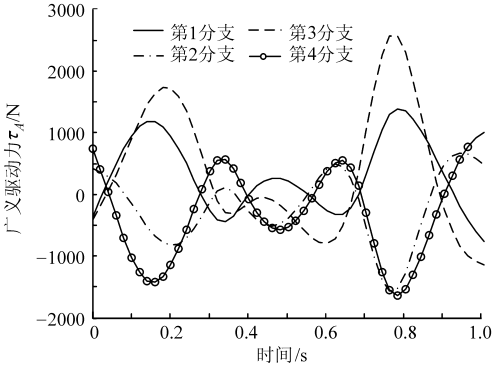

图 9　高速运动、考虑分支时的广义驱动力

Fig. 9　Generalized force when speed is high and limbs are considered

为了验证所建立的动力学模型的正确性，采用 ADAMS 对考虑分支时高速运动的机构动力学模型进行了仿真。ADAMS 中模型结构参数按表 1 所述设定，各个刚体的质量及惯量参数均与上述算例中的参数相同。模型中去掉重力及摩擦力的影响。将式(28)对应的广义速度在初始时刻的值赋给 ADAMS 模型驱动的初始速度(Velocity IC)参数；将所对应的广义加速度以 Spline 的形式导入 ADAMS 中，并通过 Cubspl 函数加入到模型的驱动中；通过仿真计算，得到各个驱动的受力情况，结果如图 10 所示。通过对比图 9 和图 10 的驱动力曲线，可见理论计算和软件的仿真结果基本一致。

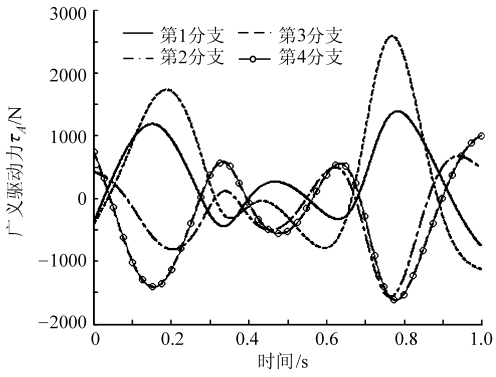

图 10　广义驱动力 ADAMS 仿真曲线

Fig. 10　Generalized force simulated by ADAMS

4　结论

(1) 提出了一种耦合型 4－UPS/UPR 并联机构，该机构具有 4 个自由度，其转轴通过中间约束分支的 U 副中心；该机构具有耦合运动特性，利用旋转矩阵的运动算子功能得到了其耦合运动约束方程。

(2) 利用 Grassmenn 线几何分析了 4－UPS/UPR 并联机构的铰链点布置对机构奇异的影响，并以此为基础得到了合理的布置形式。

(3) 基于旋量速度、加速度建立并联机构(包括分支)详尽的运动学模型，其一、二阶影响系数的推导过程同黄真[16]的推导过程类似，但该方法将刚体的转动和移动部分结合为运动旋量，不需要查表，同时使得表述简洁紧凑。

(4) 采用刚体的牛顿-欧拉公式及虚功原理建立了机构(包括各个分支)详尽的动力学模型，推导的过程中以运动旋量和力旋量为基本的运算单元，避免了分别计算力和力矩，简化了动力学的建模过程。

参　考　文　献

1　刘磊. 基于六自由度 Stewart 平台的汽车驾驶模拟器研究[D]. 北京：北京工业大学，2010.
Liu Lei. Research of vehicle driving simulator based on 6-dof Stewart platform [D]. Beijing: Beijing University of Technology, 2010. (in Chinese)

2　王宣银，刘荣，贾光政，等. 车辆运动模拟 6 自由度平台的协同控制研究[J]. 机械工程学报，2004，40(4)：160－163.
Wang Xuanyin, Liu Rong, Jia Guangzheng, et al. Research on coordinated control of the six degrees of freedom vehicle motion simulator [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2004, 40(4): 160－163. (in Chinese)

3　Pierrot F. H4: a new family of 4－DOF parallel robots[C]//1999 IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics, 1999: 508－513.

4　赵铁石，陈江，王家春，等. 4－UPU 并联机器人机构及其运动学 [J]. 中国机械工程，2005，16(22)：2034－2038.
Zhao Tieshi, Chen Jiang, Wang Jiachun, et al. 4－UPU parallel manipulator mechanism and kinematics [J]. China Mechanical Engineering, 2005, 16(22): 2034－2038. (in Chinese)

5　Zlatanov D, Gosselin C M. A family of new parallel architectures with four degrees of freedom [J]. Electronic Journal of Computational Kinematics (EJCK), 2001: 57－66.

6　李秦川. 对称少自由度并联机器人型综合理论及新机型综合 [D]. 秦皇岛：燕山大学，2003.
Li Qinchuan. Type synthesis theory of lower-mobility parallel mechanism and synthesis of new architectures [D]. Qinhuangdao: Yanshan University, 2003. (in Chinese)

7　Wen-Jia C, Ming-Yang Z, Shu-Hong C, et al. A novel 4－dof parallel manipulator and its kinematic modelling[C]//2001 IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2001, 4: 3350－3355.

8 Wen-Jia C, Ming-yang Z, Li-jin F, et al. Development of a novel parallel manipulator based machine tools[C]// Proceedings of the 4th World Congress on Intelligent Control and Automation, 2002, 2: 895 - 899.
9 陈修祥, 马履中, 吴伟光, 等. 两平移两转动多自由度减振平台设计与试验[J]. 农业机械学报, 2007, 38(9): 122 - 125.
Chen Xiuxiang, Ma Lüzhong, Wu Weiguang, et al. Design and prototype test of two-translation and two-rotation[J]. Transactions of the Chinese Society of Agricultural Machinery, 2007, 38(9): 122 - 125. (in Chinese)
10 程佳. 并联 4TPS-1PS 型电动稳定跟踪平台的特性及控制研究 [D]. 杭州: 浙江大学, 2008.
Cheng Jia. Research on the mechanism and construction techniques of interaction for adjacent tunneling performed by shield[D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2008. (in Chinese)
11 Cheng Jia, Wang Xuanyin, Fu Xiaojie, et al. Research on the operating characteristics of parallel 4-DOF electric platform with 4TPS-PS structure[J]. Journal of Zhejiang University: Sience A, 2007, 8(11): 1800 - 1807.
12 王庚祥, 原大宁, 刘宏昭, 等. 空间 4 - SPS_CU 并联机构运动学分析[J]. 农业机械学报, 2012, 43(3): 207 - 212.
Wang Gengxiang, Yuan Daning, Liu Hongzhao, et al. Kinematics analysis of spatial 4 - SPS/CU parallel mechanism[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2012, 43(3): 207 - 212. (in Chinese)
13 季晔, 刘宏昭, 原大宁. 4 - SPS/PPU 型并联机构工作空间与尺度分析[J]. 农业机械学报, 2013, 44(11): 322 - 328.
Ji Ye, Liu Hongzhao, Yuan Daning. Workspace and scale analysis of 4 - SPS/PPU parallel mechanism[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2013, 44(11): 322 - 328. (in Chinese)
14 张彦斌,吴鑫. 完全解耦二移动二转动并联机构结构综合[J]. 农业机械学报,2013,44(8):250 - 256.
Zhang Yanbin, Wu Xin. Structural synthesis of fully-decoupled two-translational and two-rotational parallel mechanisms[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery,2013,44(8):250 - 256. (in Chinese)
15 赵铁石, 黄真. 欠秩空间并联机器人输入选取的理论与应用[J]. 机械工程学报, 2000, 36(10): 81 - 85.
Zhao Tieshi, Huang Zhen. Theory and application of selecting actuating components of spatial parallel mechanism [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2000, 36(10): 81 - 85. (in Chinese)
16 黄真, 赵永生, 赵铁石. 高等空间机构学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2006.
17 罗二娟, 牟德君, 刘晓, 等. 耦合型 3 自由度并联稳定平台机构及其运动特征[J]. 机器人, 2010, 32(5): 681 - 687.
Luo Erjuan, Mu Dejun, Liu Xiao, et al. A 3-DOF coupling parallel mechanism for stabilized platform and its motion[J]. Robot, 2010, 32(5): 681 - 687. (in Chinese)
18 刘晓, 赵铁石, 边辉, 等. 耦合型 3 自由度并联稳定平台机构动力学分析[J]. 机械工程学报, 2013, 49(1): 45 - 52.
Liu Xiao, Zhao Tieshi, Bian Hui, et al. Dynamics analysis of a 3-DOF coupling parallel mechanism for stabilized platform [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2013, 49(1): 45 - 52. (in Chinese)
19 Zhao Tieshi, Liu Xiao, Geng Mingchao, et al. Acceleration analysis of rigid body and its application for ship-based stabilized platform system [OB/OL]. Science Paper Online, 2013 - 02 - 25, http://www.paper.edu.cn/releasepaper/content/201302-420.
20 Zhao Tieshi, Geng Mingchao, Liu Xiao, et al. Kinematics and dynamics hessian matrixes of manipulators based on Lie Bracket [EB/OL]. Science Paper Online, 2013 - 03 - 06, http://www.paper.edu.cn/releasepaper/content/201303-167.

4 - UPS/UPR Parallel Mechanism Dynamic Analysis

Geng Mingchao[1,2] Zhao Tieshi[1,2] Wang Chang[1] Liu Xiao[1] Yuan Feihu[1,2]

(1. *Hebei Provincial Key Laboratory of Parallel Robot and Mechatronic System*, *Yanshan University*, *Qinhuangdao* 066004, *China*
2. *Key Laboratory of Advanced Forging & Stamping Technology and Science*, *Yanshan University*, *Qinhuangdao* 066004, *China*)

Abstract: Based on the motion characters of the running cars, a novel coupling 4 - UPS/UPR parallel mechanism is proposed as a car motion simulation platform. Based on the screw theory, the constraints of the middle constraint limb on the upper platform are analyzed. The singular, which is related to the configuration of the hinges, is analyzed using Grassmenn geometry. The kinematic operator function of the rotation matrix is employed to analyze the coupling motion characters of the parallel mechanism. The kinematic model of the mechanism is established using screw velocity and acceleration. The detailed dynamic model, including all the limbs, is gotten by the Newton - Euler Equation on rigid-body. And the corresponding numerical example is given to demonstrate the above theory.

Key words: Parallel mechanism Screw Dynamics Singular configuration