doi:10.6041/j.issn.1000-1298.2014.07.026

# 食品冷冻过程的数值模拟技术*

成　芳　杨小梅　由昭红　洪寒梅
(浙江大学生物系统工程与食品科学学院，杭州 310058)

**摘要**：准确计算和预测食品冷冻过程，对保证产品质量、指导速冻设备设计、降低速冻装置能耗具有重要的意义。但是食品冷冻过程由于自身的复杂性，很难找到一种通用方法对其进行描述和预测。随着计算机功能的日益强大，数值模拟技术在食品冷冻过程研究中的应用得到越来越多关注。在对食品冷冻过程机理分析的基础上，本文主要从食品冷冻过程数值模拟方法的研究进展和数值模拟技术在食品冷冻过程模拟中的应用两个方面对近年来数值模拟技术在食品冷冻过程研究中的应用进行了综述，以期为该技术在食品冷冻过程研究中的应用提供参考依据。

**关键词**：食品加工　冷冻过程　数值模拟
**中图分类号**：TQ619.8；O242　　**文献标识码**：A　　**文章编号**：1000-1298(2014)07-0162-09

## 引言

冷冻食品近年来在国内外食品消费中的市场份额不断增大。Fennema 研究发现，冷冻食品的质量取决于食品的冷冻速度[1]。准确计算和预测食品冷冻过程中各变量参数及所需的冷冻时间，可以指导速冻加工过程的控制以及速冻设备的设计，对保证产品质量、降低速冻装置能耗具有重要意义。

然而，食品冷冻过程本身是个复杂的过程，它发生在一定的温度范围内而非某一特定温度。由于该过程涉及样品中水变成冰的相变问题，食品冷冻中如密度、比热容和热导率等热物理性质会不断发生变化。冷冻过程还受初始条件、传热边界条件、食品形状多样性和不规则性等的影响，冷冻前沿难以预测，很难对食品冷冻过程进行精确描述。因此找到一种通用的方法对食品冷冻时间进行预测成为难题。

食品冷冻过程预测模拟方法主要有：理论计算法[2]、经验公式法[3]和数值法[4]。理论计算法和经验公式法仅适用于简单的热质扩散方程[5]，并且要求研究对象具有稳定的热物理性质、对流系数、几何形状。与前两者相比，数值法模拟中用到的食品物理性质结合了每个具体过程的运动学和动力学，在模拟分析具有复杂形状的流体流动时具有明显优势。尤其是对同时存在传热和传质的冷冻、晶核化控制冷冻、液体产品的固化等一些复杂冷冻过程进行模拟时，数值法往往是首选[6]。数值法结合计算机知识对一些现象或者过程进行模拟的技术可简称为数值模拟技术[7]。本文对近些年数值模拟技术的发展及其在食品冷冻过程研究中的应用进行综述。

## 1　食品冷冻过程

食品冷冻是一个降低食品温度使部分水结晶化形成冰的过程，常应用于食品保鲜、果汁冷冻浓缩、冷冻干燥以及为切片或碎化而使肉硬化的加工中。在食品冷冻过程中，温度变化大体分为预冷阶段、冻结阶段和降低至贮藏温度阶段。一般情况下，固体待冻物的起始温度会高于初始冻结点，即会有一个预冷期。在这段时间，固形食品冷却得最快。由于食品内部热量必须通过热传导方式到达食品表面，食品的表面比中心温度下降得要快。食品表面温度在迅速下降至初始冻结温度前会出现过冷现象，温度降至初始冻结点以下，随后再跃升至冻结点温度[8]。冻结过程，食品表面会首先出现一个冻结层，该冻结层向中心移动，样品中心大部分显热随之散失，继续以略高于或者约等于冷冻温度的状态而不发生相变，成为冷冻稳定期。冷冻速率决定了冰晶形成的类型、大小和分布。缓慢冷冻产生数量少而大的冰晶，快速冷冻产生多而小的冰晶。另外，由于食品中水蒸气形成的水蒸气压和环境水蒸气压不一定相同，食品中的水分会通过蒸发和升华进行相

收稿日期：2013-12-31　修回日期：2014-03-05
*“十二五”国家科技支撑计划资助项目(2012BAD29B04)和浙江省重点科技创新团队计划资助项目
**作者简介**：成芳，教授，博士生导师，主要从事农产品品质信息技术与智能装备研究，E-mail：fcheng@zju.edu.cn

转移造成质量损失。考虑成本和效率的统一，需要分析食品冷冻过程流体动力学、热量和质量的扩散和对流传递，以便适时调整冷冻过程的参数。由于难以对复杂食品基质中冰晶形成的测量结果进行解释，多数研究对象都是水溶液的简单体系。

## 2　利用数值模拟技术对食品冷冻过程进行模拟的方法

利用数值模拟技术对食品冷冻过程进行模拟，都是一定条件下在能量、质量等守恒方程基础上进行的[9-10]。并结合一些初始条件和边界条件利用数值模拟技术对真实的食品冷冻过程进行模拟，可分为以下几步：根据被冷冻物品的形状创建几何模型；将连续的空间区域离散化；通过求解微分方程组得到预测结果。评判模型优劣的依据为数值模拟的结果与实验测量值是否匹配，以及模型是否可以很好地预测实验室无法得到的高度复杂的现象。

### 2.1　创建几何模型

创建几何模型是一个将实物的形状进行数学描述的过程。冷冻食品的几何模型有 3 种基本形状：无限大平板、无限长圆柱体和球体。当食品形状与标准形状差异不大时，可以在求解式添加一定的形状因子，近似处理成规则形状进行处理，部分商业建模软件的自带作图工具即可实现此类几何模型的创建。但这类软件功能有限，只适用于处理简单形状的几何体。在实际运算中，很多食品形状与标准形状差异很大，这种情况下通用的方法是借助计算机辅助设计工具先生成物体形状，随后将其导入网格生成软件离散成连续的空间域。近些年，有研究者将注意力转向了图像处理技术，直接用数码相机采集食品图像后，用 Matlab 等图像处理和分析工具依次对图像进行灰度化、去噪、阈值分割等处理，获取二值图像。此二值图像经过进一步转化，形成食品的二维或三维离散域，最后被导入网格生成软件剖分网格[11]。Goñi 等用图像处理方法研究了具有不同内部组织或不同构造实际食品的几何模型，采用距离法对食品图像进行颜色分割，获取能明确表示食品各部位所有边界的最小像素集，最后通过线性插值构建几何模型。该方法在不同性质不同复杂度样品上的运用，通过图像分割效果和冷却过程的建模效果两种方式得到了验证[12]。Santos 等用类似方法创建蘑菇几何模型，模拟其冷冻过程[13]。对比几何模型的这两类创建方式可发现：计算机辅助设计工具应用广泛，但绘图过程的近似处理会影响建模效果；而图像处理方法近几年才开始用于数值建模，技术尚不成熟，处理过程有待优化。

### 2.2　空间区域离散化

在计算机数值模拟中，需要将连续的空间区域离散化，即将几何模型连续的求解域划分为有限个网格，主要目的是获得一组与求解变量有关的微分方程。最常用的离散方法包括：有限差分法、有限元法和有限体积法。

有限差分法将求解域划分为差分网格，把控制方程中的导数用网格节点上函数值的差商代替进行离散，是最早采用的网格划分方法，至今仍被广泛运用。具体到冷冻过程的传热，即先写出每个节点的微分传热方程，然后利用中心差分法计算每个节点附近的温度梯度。Pham 认为对于简单几何体，有限差分法最为方便有效[14]。利用固定网格也能将有限差分法用于与规则形状偏离不大的对象，且比有限元和有限体积法要快很多[15]。根据时间因子在求解过程中的作用，有限差分法可分为隐式、显式、显隐交替 3 种格式。用有限差分法结合热焓法求解有相变的热传导问题，采用显式时后续会存在收敛的问题，采用隐式时需要对每个时间步长作迭代运算，会影响运算速度[16]。Sheen 等[17]采用显隐交替法，将物体分隔为小的控制体，节点置于每个控制体的中心，建立了一种求解食品不同导热过程的有限差分法。该方法可有效预测食品冷冻时间，避免了因食品传热系数高引起的表面节点温度不稳定问题。有限差分法计算简便快捷，在实际应用中最受欢迎。但由于差分格式的计算过程是逐层推进的，前面各层若有舍入误差，必然影响到后面各层的值，导致误差增大，所以通常不建议将其用于复杂食品的建模。不过近年来，也有研究者尝试将该方法用于对不规则形状食品的研究中，并取得了一定进展。如 Widell 等创建了二维模型研究鱼在隧道式冷冻装置中的瞬态温度[18]。谢晶等利用有限差分法求解鳕鱼在肋板鼓风冷冻装置中的冷冻时间，预测结果与实验测量值的偏差小于 10%[19]。

有限元法需要将物体分割成小元素，邻近元素共享其节点，每一元素内的值由插值法计算得到。采用有限元法的模拟研究起步较晚，但是已经取得了很多突破性的成果。Califano 等[20]用有限元法衍生出的边界拟合网格法建立二维模型，该模型可对任意形状食品的冷冻时间进行精确预测，运算速度较快。Santos 等[13]在数值代码中植入有限元算法，使不规则三维食品体系的建模成为可能。Pham[21]提出了一种双有限元网格的建模方法用于牛肉冷却过程分析，其假定牛肉表面温度均匀，局部传热传质系数由计算流体动力学软件估算，在一组二维有限元网格上求解样品的传热方程，另一组一维网格上

求解肉表面附近的水分扩散方程,表面传递系数通过不同组合的气流方向与速度以及一系列回归方程计算得到。由该模型得到的食品热负荷、温度、水分流失、表面水活性的预测值,通过文献数据和实验测量值得到了验证。Nicolai 等[22]用 4 种全局优化算法对(非)线性传热问题作区间有限元分析,用于分析食品冷冻问题。这 4 种全局优化算法包括:序列二次规划、散点透视法、顶点匹配算法、响应面法。顶点法运算速度最快,但只适用于待求解变量是单调函数的情况。其次是响应面法,被认为是适用于所有测试方法的快速算法。序列二次规划法在食品冷冻测试中不能收敛得到正解。有限元法特别适用于解决存在热物理参数变动的物理过程,可以比较精确地预测热物理性质随时间的变化,对复杂形状或者不均匀食品的各类非线性问题也能有效分析。缺点在于对计算机硬件要求高、求解速度慢。

有限体积法是将定义区域分为若干个控制体,每一控制体的中心有一个节点。该方法实际上为有限差分法或者有限元法采用一些特殊的处理时的情况:如有限元的混合容量法就是假设每一元素的质量全部集中在节点处,节点占有其周围控制体的全部热质。这种方法跟 Galerkin 经典有限元法相比在简单性和稳定性上具有一定优势。Moraga 等[23]进行了一组比较实验,用有限差分法和有限体积法分别预测 3 种不同碎肉圆柱体在不同对流边界条件冷冻的温度分布情况,结果发现有限体积法可更好地模拟冷冻过程,对食品冷冻时间的预测结果也更准确。

以上 3 种空间区域离散化方法各有优缺点。总体上,有限差分法适用范围窄,但是运算速度最快。有限元法和有限体积法可用于多种复杂几何形状的划分,可有效预测相变、热物理性质等随时间的变化。考虑到网格划分及接下来的数值求解适应性问题,商业软件极少采用有限差分法。现成的商业数值建模软件包括 COMSOL Multiphysics、ANSYS Fluent、ABAQUS Simulia 等,大多采用有限元法。目前热门的前处理软件 Gambit 则使用有限体积法划分网格,之后再导入其他分析软件。

### 2.3 求解微分方程组

通过网格划分离散化并获得一组与求解变量相关的微分方程后,就可以用时间步长从已知初始条件开始求解方程组。在食品冷冻过程中,为解决相变时热物理性质(如比热容、导热率、密度等)发生突变的问题,需创建高度非线性的偏微分方程组[24],这增加了建模的难度。求解偏微分方程数值解的方法包括:基尔霍夫(Kirchhoff)转换、表观比热容法、准焓法。另外,由于食品冷冻的传热伴随着水分为主的质量传递,所以建模时还必须考虑传热和传质方程的耦合。

#### 2.3.1 时间步长算法

如上文所述,有限差分法对复杂区域的适应性较差,数值解的守恒性难以保证。研究发现,选用适当的时间步长可以使这一情况得到改善。Crank - Nicolson 式是应用最为广泛的一种步长算法,具有无条件稳定性并可取二级精度。结合最近研究,Wang 等[25]采用了有限体积与 Crank - Nicolson 联用法,对球形和圆柱形食品的冷冻作非定常一维数值建模。该模型预测不同食品在不同冷空气温度下的冷冻时间和温度历史,预测值与实际测量值相关性非常高($R^2 > 0.99$)。Lees[26]的三水平法是另一种比较流行的步长法,通常被认为适合处理可变参数。Cleland 等[27]用有限差分法解决对食品冷冻时间进行预测时涉及的各种相变问题,发现三阶隐式差分的 Lee 式模型预测最精确。然而,Pham 对比几种有限差分法对相变问题的处理结果后,却得出了相反的结论[28],认为 Lee 法较 Crank - Nicolson 法不具任何优势。所以,具体应用哪种步长法需在具体模型验证后确定。

#### 2.3.2 基尔霍夫(Kirchhoff)转换

食品冻结点附近热导率等热物理性质的非线性突变增加了数值模拟的难度。基尔霍夫转换将所有非线性变值汇合成一个因子,解决了不同温度节点的取值问题。Scheerlinck 等[29]发现若在基尔霍夫转换时使用迭代法,可大幅度缩短计算时间。Santos 等[13]将有限元法联合热焓-基尔霍夫表达式对原有热传递方程进行优化后,建立了完整蘑菇和蘑菇切片的 3D 冷冻传热模型,模型预测结果准确(最大偏差为 3.2%),计算速度较快。

#### 2.3.3 表观比热容法

食品冷冻涉及样品中水变成冰的相变问题,会有潜热大量散失。建模时采用近似处理,将潜热以显热的形式叠加到热传导方程中比热容项的方法,称为表观比热容法。商业建模软件通常都采用表观比热容法。然而,潜热的叠加,使得食品的表观比热容成为温度的非连续函数,常出现潜热估计不足的问题,如何计算冻结点附近的比热容成为一个难题。Peralta 等用超额吉布斯能能量方程计算了食品浸入式冷冻过程液体制冷剂的比热容、密度等物理性质,模型的预测精度令人满意[30]。差示扫描量热法(DSC)是一项用于测量少量样品比热容的可靠快捷技术。Santos 等[13]用数值模型研究食品冷却和冷冻过程的时间-温度条件时,用 DSC 测定食品材料

的比热容，作为模型的输入量，可解决比热容难测定的问题。

**2.3.4** 准焓法

处理冷冻过程相变问题的另一方法是将热传导方程中的扩散部分转换成焓的形式。焓法需要对每一步长进行迭代运算，存在收敛性的问题。准焓法[31]是 Pham 提出的一种不需要迭代的简化方法。该方法需要对比热容和温度进行估计和修正，适用于各种材料，目前在有限差分法、有限元法、有限体积法计算得到的模型中都有应用。Voller[32]曾对解决相变问题的多种数值法进行比较，发现用 Pham 准焓法计算得到的混合容量有限元法精度好、速度快。最近有学者[33]通过实验比较研究了焓法和准焓法对相变材料（PCMs）在不同温度区间凝固时非线性传热问题的应用效果，证实准焓法可实现对潜热的有效处理，其准确度高于焓法。

**2.3.5** 热质传递的耦合

食品冷冻过程的传热伴随着质量传递，其中水分传递最为普遍。当空气与食品的质量传递对传热产生较大影响时，需要对二者的传质与传热方程进行耦合处理。对肉类等非孔性食品来说，一般只需考虑食品表面的蒸发。Trujillo 等[34]运用基于有限体积法的 Fluent 软件建立了牛肉侧面冷却的模型，采用的是 Pham 二级网络分割法。第 2 级网格位于表层下面，非常细小，在主网格结束对热流方程的求解后二级网格用于传质模型。而面包等多孔性食品的水分转移贯穿整个冷冻过程，且快得多。Ebrahimnia 等用数值方法解决多孔性食品（丝瓜）在方形冷冻室自然对流的耦合传热问题[35]。考虑传热过程伴随的质量损失，样品的热物理性质由温度、含水率、冰含量综合决定。其中，冰含量在食品冷冻的研究中较少被考虑。

综上所述，求解描述冷冻过程的偏微分方程组时，对方程组作适当的处理可改善建模效果。时间步长算法的正确选用可提高模型对材料的适用范围；基尔霍夫转换提高了模型的运算速度；表观比热容法和准焓法是对食品冷冻过程相变潜热的有效处理；对热、质传递过程耦合处理时非孔性材料和孔性材料应区别对待。

## 3 利用数值模拟技术对食品冷冻过程进行模拟的应用

近 20 年来，研究者提出了很多不同的数值模型，用于模拟食品冷冻过程（表 1）。大多数的研究以牛肉为基础，待技术成熟后再转而尝试蔬菜、水果等其他食品种类。有限元法应用最多，根据食品的形状及建模需要可选择创建一维、二维、三维几何模型。食品冷冻过程通常考虑的边界条件包括对流传热、热辐射、质量转移、水分蒸发。数值模型常常用来预测食品冷冻时间或速率及食品冷冻过程中的热物理性质参数、传递系数、水分转移、机械应变与应力等。

### 3.1 冷冻时间计算

国际制冷学会采纳的冷冻时间定义是：食品从起始温度冷却冻结至规定的中心温度需要的时间[48]。国外从 20 世纪 60 年代开始通过建模方法研究食品冷冻加工过程，最初的应用就是计算冷冻时间。对食品冷冻时间的预测方法，已有一些学者作过相关介绍[49-51]。针对不同建模方法，Pham 以热传导公式为基础，介绍了冷冻时间预测模型的机理及发展[14]。近年来，新型冷冻技术发展迅速，数值模拟技术在食品冷冻工业的应用进一步扩展。有

**表 1　食品冷冻过程数值模拟的研究应用**

**Tab. 1　Appliation of numerical models in food freezing process**

| 参考文献 | 对象 | 方法（软件） | 热性能参数来源 | 边界条件 | 预测应用 |
|---|---|---|---|---|---|
| [25] | 牛肉、黄瓜片 | 1D 有限差分（VB） | 实验值 | 对流传热 | 冷冻时间 |
| [36] | 牛肉、鸡蛋 | 3D 有限体积 | ASHRAE 手册 | 对流传热 | 冷冻时间 |
| [37] | 牛肉块 | 3D 有限元（Comsol） | CFD 模拟 | 对流传热、水分扩散 | 热容量、失重 |
| [38] | 牛肉块 | CFD（Fluent） | CFD 模拟 | 对流传热、水分扩散 | 温度分布、失重 |
| [21] | 牛肉块 | 2D 有限元 | CFD 模拟、文献值 | 对流传热、水分蒸发、质量转移 | 温度分布、失重 |
| [39] | 汉堡包 | 2D 有限元（VC + +） | 经验式 | 对流传热、热辐射、水分蒸发 | 温度分布 |
| [40] | 汉堡包 | 2D 有限元（Matlab） | 经验式 | 对流传热、热辐射、水分蒸发 | 温度分布、失重 |
| [41] | 汉堡包 | CFD（Fortran） | 经验式 | 对流传热、热辐射、水分蒸发、质量转移 | 温度分布、失重 |
| [42] | 熟连骨肉 | 3D 有限元（VC + +） | 经验式 | 对流传热、热辐射、水分蒸发 | 温度分布 |
| [43] | 腌肉 | 1D 有限差分（VB） | 实验值 | 对流传热 | 冷冻时间 |
| [44] | 脱脂牛奶 | 1D 有限元 | 文献值 | 对流传热、热辐射、水分蒸发 | 冷冻时间 |
| [45] | 水果 | 1D 有限体积 | 文献值 | 对流传热、质量转移 | 浓缩冷冻时间、含水率 |
| [46-47] | 土豆片 | 1D 有限差分 | 文献值 | 冷冻收缩 | 应力、应变 |

学者将一些创新的技术融合到传统数值法,对冷冻时间模拟研究进行改进。

对冷冻过程进行数值模拟从而计算冷冻时间的难题是保证热物理性质参数的准确性和可靠性。Wang 等[25]采用有限差分法结合 Crank - Nicolson 式的数值算法,用 Visual Basic 6.0 编程,通过二次曲线描述变化的物理性质参数。在此基础上创建一维非稳态数学模型,建立模型对食品单体速冻时间进行预测。该模型分别预测了球形、圆柱形和平板食品的冷冻时间并用实验数据验证,预测精度都优于相同实验数据下其他文献中的模型,在所有情况下,预测值和实验值线性回归决定系数($R^2$)都超过 0.989,这意味着该模型可以用来预测不同物理性质、冷却介质和温度下球形、圆柱形和平板形食品的冷冻时间和温度变化,可以满足一般生产要求[52]。Ho 等[36]开发了一个三维湍流共轭传热数值模型,模拟了冷冻过程中食品附近流场分布和热量扩散。该模型以圆柱形牛肉和鸡蛋为对象,解决了冷冻过程多媒介、多阶段以及在食品表面存在冷却流的瞬态换热问题。在此基础上,作者运用该数值模型分析了样品尺寸、形状、密度、初始状态、包装以及冷冻装置的调节对冷冻时间的影响,并尝试将分析结果用于指导冷冻装置的设计。

冷却和冷冻过程的传热传质模型有一个共同的假设,即水分活度不变或等于 1。然而,水分活度实际变化并不是这样。Delgado 等[43]采用显性有限差分法研究了腌制熟猪肉、牛肉和鸡肉不同水分活度对冷冻时间和重量损失的预测效果。对比冷冻时间和失重的预测值与实验测量值发现,按条件不同区分水分活度,可降低所有肉类样品的预测误差。研究显示,等温吸附数据不足的情况下,取水分活度 0.875 时,预测腌制熟猪肉、牛肉的冷冻时间和失重效果最好,对象是鸡肉时取水分活度为 0.9 预测结果最好。由此可见,水分活度对冷冻时间是有影响的,为提高模型预测精度,应将其纳入建模过程。

冷冻干燥技术是一种非常有价值的食品加工手段,可有效保持食品品质。但是该技术操作成本昂贵,这就需要在保证质量的前提下尽可能缩短时间、降低能耗。Lopez 等[44]建立降维的简单有限元模型描述冷冻干燥的时间,预测结果与文献中数据相符。利用该模型预测不同温度压力操作条件下冷冻干燥的周期,得出最优控制方案(搁板温度 251.75 K,室内压力 25.398 Pa),保证产品品质的同时用时最短。进一步用分散搜索法(SSm)设计搁板温度和室内压力变动方案,再用数值模型计算冷冻干燥时间,求解结果与之前得到的恒定条件最优方案比较,时间缩短了 25.5%。

数值模拟技术用于预测食品冷冻时间由来已久,但多数仅限于实验室研究。下一步的研究应该将注意力集中到模型的验证上,使模型能在工业环境中也能适用。需要注意的是,实际生产过程属于动态操作,稳定性相对较差,并不能提供建模需要的所有输入参数,如样品尺寸、初始温度分布等。再加上生产条件的瞬态变化难以描述,必须采用大量的估值。这些估值需要在已知条件的基础上多次调试分析,最终选择模型预测值与实际值吻合度最高时的数据。

### 3.2 热物理性质参数、传递系数计算

食品属于多组分、结构复杂的复合材料,准确测定复合结构食品的热物理性质参数(热容量、热扩散系数、热传导率等)非常关键。Floury 等用三维有限元法模拟了一个可测量稳态热传导率的测量设备[53],该设备可以预测复合材料的有效热导率。在模型中,复合结构被看作由一些简化的基本模型组成。当几何、取向类型和离散数确定时,计算机随机生成每个离散量的位置和取向,进而创建几何模型和有限元网格。通过这种简单模型方法可分析介质和周边材料的体积分数、热导率等因素对相对热导率的影响。在实际的冷却或者降温过程中,设置恒定参数建立的模型可以显著简化变量模型,且不会产生大的偏差。但是,考虑到实际模型和用恒定热参数建立的简化模型间的偏差应小于 5%,有必要在冷热交替过程的平均温度和最终温度区间对其进行评测。Vargas 等假设这些性质参数与温度呈线性相关,施加外力使温度发生冷热突变后,运用有限差分法分析瞬时模型中圆柱形食品热性质参数随温度的变化。结果显示,热容量、热传导率、热扩散系数都对瞬时模型预测效果产生了比较明显的影响[54]。

逆向确定热物理性质参数是一项很有吸引力的技术。Simpson 等提出了一种近似分析冻结温度下食品热物理性质参数的方法[55],即记录模型食品下表面温度随时间的变化,然后将得到的数据代入实际食品的半经验公式,逆向求解食品的热物理性质参数。最终,通过优化的有限差分式求解偏微分方程,获得热物理性质参数值。对实验和预测得到的时间温度曲线用最小二乘法拟合,可选择效果最好的参数。统计分析显示估计曲线和测量曲线无显著差异,最终得到的参数与文献报告中的数值吻合。不过,此方法假设冷冻温度范围内表观体积比热容已知,且将估算未知参数的实验设计为一个简单的一维冷冻传热过程,存在一定的系统误差。另外,这种新方法使用模型食物的测量值进行验证,所确定

的参数与实际食品冷冻过程有偏差。Rinaldi 等[56]用 Matlab 编程，用有限差分法求解傅里叶传热方程。该自编软件可直接采集热渗透曲线并进行一定的数据处理，最终用于估测食品的热扩散系数，比较方便。

食品对流传热系数是随空间和时间变化的变量，可通过不同组合的气流方向和速度用一系列回归方程计算得到[57]，这种经验法被广泛应用于食品建模，但只局限于具有规则形状的样品。利用数值模拟技术确定食品冷冻过程传递系数和热物理性能参数是新近发展起来的一种方法，计算流体力学模型（CFD）最为常用。Wang 等用有限元法分别创建了二维[58]和三维[59]瞬态模型，来研究熟肉冷却过程中物理性质的变化。对流系数由一个解析方程得到后被代入传热模型，但是对照分析模型和实验数据发现这种方式建立的模型普遍存在 5% ~15% 的误差。总体来看，食品冷冻的数学建模一直局限于内部传热，外部对流传热系数一般通过假设或根据经验估算得到。瞬态传热要求流体按非稳定处理，相关数值分析变得复杂，所以之前的程序在求解外部边界层时受到约束。Sarkar 等尝试分离食品被冻结过程外部边界层的传质和传热方程[60]。这样，边界方程经过 Falker－Skan 转换后，冷冻过程的流动传质变为一个稳态问题，而流体传热方程连同内部的传热和相变则按非稳态问题被求解。

利用数值技术模拟局部传递系数或者热物理性能参数时，往往涉及非常复杂的运算过程，对计算机的内耗要求比较高，这也导致了该方法在实际运用中并不多见。因此在设计模型时，应该将准确度与低内耗综合考虑，在不影响整体模型预测精度的前提下，尽可能简化处理。除此之外，也要积极寻找更加便捷的计算方法。

### 3.3　水分转移预测

食品冷冻中的水分转移存在相转移和位转移 2 种情况。相转移指的是食品中水分在不同相间的转化，在冷冻中指的是蒸发和升华。相转移会导致食品含水率降低，食品重量减轻。位转移一般指食品中水分在不同部位间的转移。位转移的结果是水分分布状况的变化。二者都对食品的储藏、加工和最终品质产生很大影响。Trujillo 充分考虑水分转移和水分活度变化的影响，构建了一个三维的牛肉几何体，对牛肉块降温过程非稳态传热和传质进行模拟[37]。首先，创立一个稳态模拟的流场；其次，计算局部热量和质量传递系数，建立牛肉传热传质同时发生的模型；最后，用一个单独的一维网格来计算肉中的水分相转移。该模型计算牛肉块水分损失时，忽略了脂肪层的阻力，预测值偏大。在食品冷冻加工过程中，有时会需要将产品预先脱水处理。脱水冷冻过程的仿真包含两个过程：在食品和渗透性溶液之间的位转移以及冷冻过程的热量传递。前期脱水步骤开发的模型需要与冷冻步骤的传热过程相连。在这种情况下，传热过程使用焓公式与有限体积法模拟。Agnelli 对梨片和苹果立方体在两个渗透液（蔗糖和葡萄糖溶液）中的脱水及随后的冷冻进行模拟，结果与实验数据吻合[45]。Oku 等建立数值模型研究预脱水对冻鱼品质的影响[61]，模型在预测样品水分分布的基础上，用肌肉纤维表达组织细胞内的微观传质传热现象。模拟结果显示，通过预脱水控制含水率可缩短需要的冷冻时间。

对冷冻过程水分转移的预测，必须同时考虑热量和质量的传递。尽管已经取得了一些进展，相关建模过程仍需简化物理变化，作大量假设（规则形状、均匀组织、平均传递系数等）。对于皮质比较厚的食物（虾、贝类）以及带骨的肉，常规的简化处理显然不合理。水分及热量在食品不同组织间的转移是以后研究的方向。

### 3.4　机械应变与应力计算

食品冷冻中水转化成冰的过程体积约膨胀 9%，膨胀过后又会产生比较明显的热收缩，造成比较大的应力和应变，可能导致食品冷冻过程发生碎裂现象。土豆片裂纹具有复杂的产生机理，生成较随机，建模有一定难度。Choi 等[62]首次用数值方法预测冷冻干燥后土豆片产生的裂纹类型及裂纹数，设计用三点挠度实验法估算弹性模量和允许应力，并通过测量局部到中心的收缩长度计算土豆片收缩应力。简便起见，该模型没有考虑样本边缘附近的收缩，也没有考虑收缩长度小于 5 mm 的点。Pham 等[47]用实测的热性能和机械性能参数建立数值模型，预测球形弹性食品冷冻过程的温度应力。食品表面的玻璃化可能对裂纹萌生有一定作用。以此理论为基础建立模型，计算结果表明裂缝在表面形成后向中心扩散，与实验观察到的现象相符。

数值模拟冷冻过程机械应力、应变研究较少，主要是因为食品内部水分的流动性导致相变以前的固体食品在建模时的状态很难准确描述。不管是自由流体还是刚性固体的假设处理都出现了很大的预测误差。为了更好地描述食品的建模状态，需要深入分析食品内部水分的流动机理。后续研究应着力于准确描述食品冷冻过程的瞬时状态。

综上可知：数值模拟技术被广泛应用于食品冷冻过程模拟的研究。研究者对这些技术应用上的改进，一方面可通过测量技术提高建模输入量的准确

度,尽可能减少假定条件;另一方面需要开发更加便捷高效的建模软件,降低计算机运算负荷。

## 4 总结与展望

目前数值模拟技术被广泛用于食品冷冻过程的建模、优化和控制中,但是大多只处于研究阶段,在食品加工生产中的实际应用很少。一方面,数学模型的非线性、初始值和边界条件的选用、复杂生物几何形状以及变化的热物理性质都使求解过程变得艰难。另一方面,冷冻过程伴随多种物理现象,如传质、晶核化、晶体生长、玻璃化、机械应变等,这些因素直接影响模型的准确度,这方面的研究还不够成熟。由于数值模型使用了很多近似值以及一些食品科学基础上的假设,模型的准确性必须用实验数据来验证。

众多研究表明:数值模拟技术的应用可降低生产成本、缩短工艺时间、优化冷冻设备,实现冷冻过程食品的流体力学、热量传递和质量传递的形象化描述。所有这些应用和发展都会促使数值模拟技术在不久的将来成为食品冷冻行业一个有力的工程工具。接下来,数值模拟技术在食品工业中的应用和发展预计会有比较大的增长。数值模拟技术在食品冷冻工业中应用的发展关键在于开发更加实用方便的软件。先进的技术加上合适的数值法做成的软件包 CFD 可全面研究食品整个冷冻过程,预测多维传递机理。因此,开发合适的数学模型,选择有效的数值法,以及面向对象的程序设计成为强化食品冷冻过程可预测性的好方法。另外,准确预测更多生产中关注的品质因素(如颜色、质构、风味及微生物生长等)具有很大的研究价值。

## 参 考 文 献


1 Fennema O. An over-all view of low temperature food preservation[J]. Cryobiology, 1966, 3(3): 197 – 213.

2 Campañone L A, Salvadori V O, Mascheroni R H. Food freezing with simultaneous surface dehydration: approximate prediction of freezing time[J]. International Journal of Heat and Mass Transfer, 2005, 48(6): 1205 – 1213.

3 Pham Q T. Shape factors for the freezing time of ellipses and ellipsoids[J]. Journal of Food Engineering, 1991, 13(3): 159 – 170.

4 Wee H K, Pham Q T. Numerical model of unsteadystateheat transfer with convection and phase-change in a carton of meat[C]// Proceedings of the 18th Australasian Chemical Engineering Conference: Processing Pacific Resources (CHEMECA90), 1990: 93.

5 Corzo O, Bracho N, Pereira A, et al. Weibull distribution for modeling air drying of corobaslices[J]. LWT-Food Science and Technology, 2008, 41(10): 2023 – 2028.

6 Lemus-Mondaca R A, Vega-Gálvez A, Moraga N O. Computational simulation and developments applied to food thermal processing [J]. Food Engineering Reviews, 2011, 3(3 – 4): 121 – 135.

7 陈炜,陶宏之. 基于数值模拟的板料多道次拉深工艺研究[J]. 农业机械学报,2002,33(4):95 – 98.
Chen Wei, Tao Hongzhi. Research on process of multi-stage sheet metal drawing based on numerical simulation[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2002,33(4):95 – 98. (in Chinese)

8 Pham Q T. Effect of supercooling on freezing time due to dendritic growth of ice crystals[J]. International Journal of Refrigeration, 1989, 12(5): 295 – 300.

9 Moraga N O, Jauriat L A, Lemus-Mondaca R A. Heat and mass transfer in conjugate food freezing/air natural convection[J]. International Journal of Refrigeration, 2012, 35(4): 880 – 889.

10 Rocha K S O, Martins J H, Martins M A, et al. Three-dimensional modeling and simulation of heat and mass transfer processes in porous media: an application for maize stored in a flat bin[J]. Drying Technology, 2013, 31(10): 1099 – 1106.

11 Goñi S M, Purlis E, Salvadori V O. Three-dimensional reconstruction of irregular foodstuffs[J]. Journal of Food Engineering, 2007, 82(4): 536 – 547.

12 Goñi S M, Purlis E. Geometric modelling of heterogeneous and complex foods[J]. Journal of Food Engineering, 2010, 97(4): 547 – 554.

13 Santos M V, Lespinard A R. Numerical simulation of mushrooms during freezing using the FEM and an enthalpy: Kirchhoff formulation[J]. Heat and Mass Transfer, 2011, 47(12): 1671 – 1683.

14 Pham Q T. Modelling heat and mass transfer in frozen foods: a review[J]. International Journal of Refrigeration, 2006, 29(6): 876 – 888.

15 Lacroix M, Voller V R. Finite difference solutions of solidification phase change problems: transformed versus fixed grids[J]. Numerical Heat Transfer, 1990, 17(1): 25 – 41.

16 Thompson J F, Warsi Z U A, Wayne Mastin C. Boundary-fitted coordinate systems for numerical solution of partial differential equations—a review[J]. Journal of Computational Physics, 1982, 47(1): 1 – 108.

17 Sheen S, Hayakawa K-Ichi. Finite difference analysis for the freezing and thawing of an irregular food with volumetric change[C]// Spiess W E L, Schubert H. Proceedings of International Congress on Engineering and Food (Fifth). Engineering and Food: Preservation Processes and Related Techniques Engineering and Food, 2: 426 – 441.

18 Widell K N. Energy efficiency of freezing tunnels: towards an optimal operation of compressors and air fans[D]. Trondheim: Norwegian University of Science and Technology, 2012.

19 谢晶,厉建国,徐世琼.肋板鼓风冻结装置中食品冻结时间的研究[J].流体机械,2001,29(12):50-53.

20 Califano A N, Zaritzky N E. Simulation of freezing or thawing heat conduction in irregular two-dimensional domains by a boundary-fitted grid method[J]. LWT-Food Science and Technology, 1997, 30(1): 70-76.

21 Pham Q T, Trujillo F J, McPhail N. Finite element model for beef chilling using CFD-generated heat transfer coefficients[J]. International Journal of Refrigeration, 2009, 32(1): 102-113.

22 Nicolai B M, Egea J A, Scheerlinck N, et al. Fuzzy finite element analysis of heat conduction problems with uncertain parameters[J]. Journal of Food Engineering, 2011, 103(1): 38-46.

23 Moraga N O, Vega-Gálvez A, Lemus-Mondaca R. Numerical simulation of experimental freezing process of ground meat cylinders[J]. International Journal of Food Engineering, 2012, 7(6): 11.

24 Welti-Chanes J, Vergara-Balderas F, Bermúdez-Aguirre D. Transport phenomena in food engineering: basic concepts and advances[J]. Journal of Food Engineering, 2005, 67(1): 113-128.

25 Wang Z, Wu H, Zhao G, et al. One-dimensional finite-difference modeling on temperature history and freezing time of individual food[J]. Journal of Food Engineering, 2007, 79(2): 502-510.

26 Lees M. A linear three-level difference scheme for quasilinear parabolic equations[J]. Mathematics of Computation, 1966, 20: 516-522.

27 Cleland A C, Earle R L. Assessment of freezing time prediction methods[J]. Journal of Food Science, 1984, 49(4): 1034-1042.

28 Pham Q T. A note on some finite-difference methods for heat conduction with phase change[J]. Numerical Heat Transfer, Part A: Applications, 1987, 11(3): 353-359.

29 Scheerlinck N, Verboven P, Fikiin K A, et al. Finite element computation of unsteady phase change heat transfer during freezing or thawing of food using a combined enthalpy and Kirchhoff transform method[J]. Transactions of the American Society of Agricultural Engineers, 2001, 44(2): 429-438.

30 Peralta J M, Rubiolo A C, Zorrilla S E. Prediction of heat capacity, density and freezing point of liquid refrigerant solutions using an excess Gibbs energy model[J]. Journal of Food Engineering, 2007, 82(4): 548-558.

31 Pham Q T. A fast, unconditionally stable finite-difference scheme for heat conduction with phase change[J]. International Journal of Heat and Mass Transfer, 1985, 28(11): 2079-2084.

32 Voller V R. An overview of numerical methods for solving phase change problems[J]. Advances in Numerical Heat Transfer, 1997, 1: 341-380.

33 Zhang Y, Du K, He J P, et al. Impact factors analysis of the enthalpy method and the effective heat capacity method on the transient nonlinear heat transfer in phase change materials (PCMs)[J]. Numerical Heat Transfer, Part A: Applications, 2014, 65(1): 66-83.

34 Trujillo F J, Pham Q T. Modelling the chilling of the leg, loin and shoulder of beef carcasses using an evolutionary method[J]. International Journal of Refrigeration, 2003, 26(2): 224-231.

35 Ebrahimnia-Bajestan E, Niazmand H, Etminan-Farooji V, et al. Numerical modeling of the freezing of a porous humid food inside a cavity due to natural convection[J]. Numerical Heat Transfer, Part A: Applications, 2012, 62(3): 250-269.

36 Ho S Y. A turbulent conjugate heat-transfer model for freezing of food products[J]. Journal of Food Science, 2004, 69: E224-E231.

37 Trujillo F J, Pham Q T. A computational fluid dynamic model of the heat and moisture transfer during beef chilling[J]. International Journal of Refrigeration, 2006, 29(6): 998-1009.

38 Trujillo F J, Pham Q T. CFD modeling of simultaneous heatand mass transfer in beef chilling[M]// Sun Dawen. Computational Fluid Dynamics in Food Processing. Boca Raton: CRC Press, 2010: 195-221.

39 Wang L J, Amézquita A, Weller C L. A mathematical model for the validation of safe air-blast chilling of cooked hams[J]. Transanctions of the American Society of Agricultural and Biological Engineers, 2006, 49(5):1437-1446.

40 Amézquita A, Weller C L, Wang L, et al. Development of an integrated model for heat transfer and dynamic growth of clostridium perfringens during the cooling of cooked boneless ham[J]. International Journal of Food Microbiology, 2005, 101(2): 123-144.

41 Sun D W, Hu Z. CFD predicting the effects of various parameters on core temperature and weight loss profiles of cooked meat during vacuum cooling[J]. Computers and Electronics in Agriculture, 2002, 34(1): 111-127.

42 Wang L, Sun D W. Modelling vacuum cooling process of cooked meat-part 2: mass and heat transfer of cooked meat under vacuum pressure[J]. International Journal of Refrigeration, 2002, 25(7): 862-871.

43 Delgado A E, Sun D W. Influence of surface water activity on freezing/thawing times and weight loss prediction[J]. Journal of Food Engineering, 2007, 83(1): 23-30.

44 Lopez-Quiroga E, Antelo L T, Alonso A A. Time-scale modeling and optimal control of freeze-drying[J]. Journal of Food Engineering, 2012, 111(4): 655-666.

45 Agnelli M E, Marani C M, Mascheroni R H. Modelling of heat and mass transfer during (osmo) dehydrofreezing of fruits[J]. Journal of Food Engineering, 2005, 69(4): 415 - 424.
46 Choi W, Jun S. Measurement of structural shrinkages of freeze dried chipping potatoes for crack modeling[J]. Food Science and Biotechnology, 2013, 22(4): 967 - 972.
47 Pham Q T, Bail A L, Tremeac B. Analysis of stresses during the freezing of solid spherical foods[J]. International Journal of Refrigeration, 2006, 29(1): 125 - 133.
48 李杰,谢晶,张珍. 食品冻结时间预测方法的研究分析[J]. 安徽农业科学,2008,36(23):10178 - 10181.
49 Zorrilla S E, Rubiolo A C. Mathematical modeling for immersion chilling and freezing of foods: part I: model development[J]. Journal of Food Engineering, 2005, 66(3): 329 - 338.
50 Delgado A E, Sun D W. Heat and mass transfer models for predicting freezing processes-a review[J]. Journal of Food Engineering, 2001, 47(3): 157 - 174.
51 Norton T, Sun D W. Computational fluid dynamics (CFD)—an effective and efficient design and analysis tool for the food industry: a review[J]. Trends in Food Science & Technology, 2006, 17(11): 600 - 620.
52 Trujillo F J, Pham Q T. 8 CFD modeling of simultaneous heat and mass transfer in beef chilling[M]//Sun Dawen. Computational Fluid Dynamics in Food Processing, Boca Raton, FL: CRC Press, 2010:195.
53 Floury J, Carson J, Pham Q T. Modelling thermal conductivity in heterogeneous media with the finite element method[J]. Food and Bioprocess Technology, 2008, 1(2): 161 - 170.
54 Vargas P, de Ramos A L L. Influence of thermal properties accuracy on transient conduction models[C]. New York: American Society of Mechanical Engineers, 2010.
55 Simpson R, Cortés C. An inverse method to estimate thermophysical properties of foods at freezing temperatures: apparent volumetric specific heat[J]. Journal of Food Engineering, 2004, 64(1): 89 - 96.
56 Rinaldi M, G Betta, Massini R. An innovative mathematical method for the thermal diffusivity estimation and thermal process modelling[C]. Ghent: EUROSIS, 2006.
57 Defraeye T, Blocken B, Carmeliet J. Convective heat transfer coefficients for exterior building surfaces: existing correlations and CFD modelling[J]. Energy Conversion and Management, 2011, 52(1): 512 - 522.
58 Wang L, Sun D W. Modelling three conventional cooling processes of cooked meat by finite element method[J]. International Journal of Refrigeration, 2002, 25(1): 100 - 110.
59 Wang L, Sun D W. Modelling three-dimensional transient heat transfer of roasted meat during air blast cooling by the finite element method[J]. Journal of Food Engineering, 2002, 51(4): 319 - 328.
60 Sarkar A, Singh R P. Modeling flow and heat transfer during freezing of foods in forced airstreams[J]. Journal of Food Science, 2004, 69(9): E488 - E496.
61 Oku Y, Tanigawa H, Tsuruta T. Numerical study on microwave dehydro-freezing of fish tissues[C]. ASME/JSME 2011 8th Thermal Engineering Joint Conference (AJTEC 2011), AJTEC 2011 - 44463, T10005 - T10005 - 7.
62 Choi W, Jun S. Measurement of structural shrinkages of freeze dried chipping potatoes for crack modeling[J]. Food Science and Biotechnology, 2013,22(4):967 - 972.

# Application of Numerical Simulation in the Research of Food Freezing Process

Cheng Fang Yang Xiaomei You Zhaohong Hong Hanmei
(*College of Biosystem Engineering and Food Science, Zhejiang University, Hangzhou* 310058, *China*)

**Abstract**: Accurate calculation and prediction of food freezing process is important for product quality control, device design and energy cost reduction. However, it is a great challenge to find a general method to describe and forecast this process because of its complex mechanism. With the development of computer performance, the application of numerical simulation has gained more and more attention in study of food freezing process. Based on the analysis of food freezing process mechanism, the development of numerical simulation methods and their applicationsin food freezing processes were summarized, so as to provide some guidance for the further research and application of this technology.

**Key words**: Food processing Freezing Numerical simulation