doi:10.6041/j.issn.1000-1298.2014.07.004

基于分数阶微积分的汽车空气悬架半主动控制*

吴光强[1,2]　黄焕军[1]　叶光湖[1]

(1.同济大学汽车学院,上海 201804;2.东京大学生产技术研究所,东京 153-8505)

摘要:为研究分数阶微积分在汽车空气悬架半主动控制中的应用效果,建立了 4 自由度半主动空气悬架非线性动力学模型。采用改进的 Oustaloup 滤波器算法来模拟分数阶微积分,进而建立分数阶天棚阻尼半主动悬架的仿真模型,将仿真结果与被动悬架和整数阶天棚阻尼半主动悬架进行对比分析。分析结果表明:当汽车以 20 m/s 的速度行驶在 B 级路面时,与被动悬架相比,整数阶和分数阶天棚阻尼半主动悬架的车身垂向加权加速度均方根值分别减小了 31.9% 和 43.9%,车身俯仰角加速度均方根值分别减小了 23.1% 和 30.7%;基于分数阶微积分的天棚阻尼控制策略能更有效地抑制车身共振,改善乘坐舒适性。

关键词:车辆　空气悬架　分数阶微积分　天棚阻尼控制　平顺性

中图分类号:U463.2　　**文献标识码**:A　　**文章编号**:1000-1298(2014)07-0019-07

引言

悬架系统是保证车辆行驶平顺性和操纵稳定性的关键部件。空气悬架具有较低的偏频和理想的弹性特性,且使车身高度可调,因此,客车、重型货车、越野车、高级轿车上越来越广泛地应用空气悬架。

半主动悬架由于结构简单、实现方便、耗能较低,且性能明显优于被动悬架,得到了国内外学者的广泛关注[1],提出了多种控制策略,主要有天棚阻尼控制[2-3]、最优控制[4]、自适应控制[5]、神经网络控制[6]、模糊控制[7-8]、鲁棒控制[9]等。其中,天棚阻尼控制提出最早,算法简单,性能良好,是经典的控制策略。以上控制理论都是基于整数阶微积分的,而实际上,由于材料的记忆性和流体粘弹性等,空气弹簧和减振器展现出明显的分数阶动力学特性,因此,分数阶微积分能更好地描述空气悬架系统的本质特性,采用分数阶控制策略可以获得更佳的控制效果[10]。基于分数阶微积分的控制理论目前仍处于初步阶段,在汽车上的应用局限于线性悬架的半主动控制,且多采用 1/4 车辆进行仿真[3,11]。本文以装备空气悬架的 1/2 汽车非线性模型为研究对象,在时频域上对比分析整数阶和分数阶天棚阻尼控制的控制效果,验证分数阶微积分的应用效果。

1　半主动空气悬架动力学建模

1.1　装有半主动空气悬架的 4 自由度 1/2 汽车模型

装有半主动空气悬架的 1/2 汽车模型如图 1 所示。其中,m_2为簧载质量;I_2为簧载质量绕其质心的转动惯量;m_{1f}、m_{1r}分别为前、后悬架非簧载质量;F_{sf}、F_{sr}分别为前、后悬架空气弹簧的非线性恢复力;c_{sf}、c_{sr}分别为前、后悬架等效阻尼系数;F_{df}、F_{dr}分别为前、后悬架可调阻尼力;k_{tf}、k_{tr}分别为前、后轮胎等效刚度;l_1、l_2分别为前、后轴至质心的水平距离;l 为轴距;v 为汽车前进速度;z_2为簧载质量质心处的垂直位移;φ_2为簧载质量的俯仰角;z_{2f}、z_{2r}分别为前、后悬架处簧载质量的垂直位移;z_{1f}、z_{1r}分别为前、后悬架非簧载质量的垂直位移;q_f、q_r分别为前、后轮的路面激励。

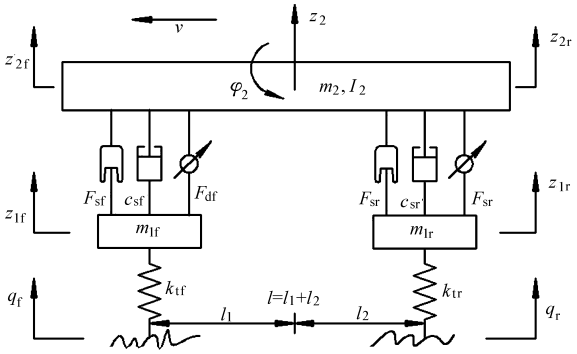

图 1　4 自由度 1/2 汽车模型

Fig.1　4-DOF model of 1/2 vehicle

1.2　空气弹簧试验与数学模型

在本文中,空气弹簧的动态特性是在正弦激励情况下测得的试验数据,经过数据处理后得出的。将空气弹簧上盖板固定在材料试验机卡头上,其底座与作动器相连,利用传感器记录空气弹簧的恢复

收稿日期:2013-06-07　修回日期:2013-06-27

*国家自然科学基金资助项目(51105277)和上海市科学技术委员会科研计划项目(11dz1120900)

作者简介:吴光强,教授,博士生导师,主要从事汽车先进设计与仿真研究,E-mail:wuguangqiang@tongji.edu.cn

力及其底座的位移。

将空气弹簧(内含减振器)调至标准高度,向气囊充入压缩空气,直到空气压力达到预先设定的0.8 MPa。随后作动器带动空气弹簧底座做周期性运动,激励频率为0.4 Hz,激励幅值为80 mm。连续进行10次循环,同步记录力-位移数据,以最后一次循环的数据拟合结果作为初始内压0.8 MPa时的空气弹簧动态特性曲线。试验结果中的迟滞现象主要是由减振器的作用产生的,可以取加载和卸载的平均值作为无迟滞的空气弹簧动态特性曲线。按照上述方法,依次得到初始内压0.8 MPa、0.7 MPa、0.6 MPa、0.5 MPa、0.4 MPa时无迟滞的空气弹簧动态特性曲线。以压缩方向为位移正方向,拟合得到空气弹簧(不含减振器)的恢复力-位移-初始内压曲面如图2所示。

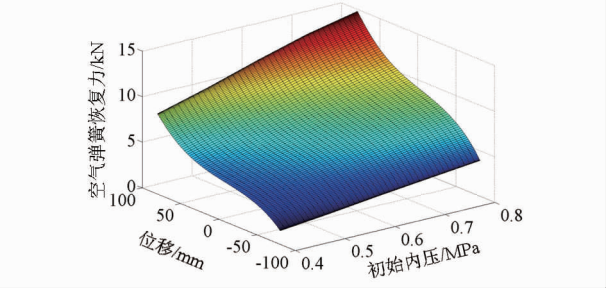

图2 空气弹簧恢复力-位移-初始内压曲面

Fig. 2 Relation of air spring resilience, displacement and initial inner pressure

通常,空气悬架都配备有高度控制阀,当静载荷变化时,通过调整初始内压使空气弹簧恢复到设计的工作高度。根据调整后的初始内压,结合图2得到前、后悬架空气弹簧的恢复力-位移关系。

1.3 半主动空气悬架数学模型

根据牛顿第二定律,得出1/2汽车模型的系统微分方程为

$$\begin{cases} m_{1f}\ddot{z}_{1f} - k_{tf}(q_f - z_{1f}) - F_f = 0 \\ m_{1r}\ddot{z}_{1r} - k_{tr}(q_r - z_{1r}) - F_r = 0 \\ m_2\ddot{z}_2 + F_f + F_r = 0 \\ I_2\ddot{\varphi}_2 - l_1F_f + l_2F_r = 0 \end{cases} \tag{1}$$

其中

$$F_f = F_{sf} + F_{df} + c_{sf}(\dot{z}_{2f} - \dot{z}_{1f})$$

$$F_r = F_{sr} + F_{dr} + c_{sr}(\dot{z}_{2r} - \dot{z}_{1r})$$

假设车身俯仰角较小,则有

$$\begin{cases} z_{2f} = z_2 - l_1\varphi_2 \\ z_{2r} = z_2 + l_2\varphi_2 \end{cases} \tag{2}$$

选取系统状态变量

$$\boldsymbol{X} = (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8)^{\mathrm{T}} = (\dot{z}_{2f}, z_{2f} - z_{1f}, \dot{z}_{2r}, z_{2r} - z_{1r}, \dot{z}_{1f}, z_{1f}, \dot{z}_{1r}, z_{1r})^{\mathrm{T}}$$

运动微分方程可变换为

$$\dot{x}_1 = \ddot{z}_{2f} = \{\{-(m_2l_1^2 + I_2)[F_{sf} + c_{sf}(x_1 - x_5)] + (m_2l_1l_2 - I_2)[F_{sr} + c_{sr}(x_3 - x_7)]\} + [-(m_2l_1^2 + I_2)F_{df} + (m_2l_1l_2 - I_2)F_{dr}]\}/(m_2I_2) \tag{3}$$

$$\dot{x}_2 = \dot{z}_{2f} - \dot{z}_{1f} = x_1 - x_5 \tag{4}$$

$$\dot{x}_3 = \ddot{z}_{2r} = \{\{(m_2l_1l_2 - I_2)[F_{sf} + c_{sf}(x_1 - x_5)] - (m_2l_2^2 + I_2)[F_{sr} + c_{sr}(x_3 - x_7)]\} + [(m_2l_1l_2 - I_2)F_{df} - (m_2l_2^2 + I_2)F_{dr}]\}/(m_2I_2) \tag{5}$$

$$\dot{x}_4 = \dot{z}_{2r} - \dot{z}_{1r} = x_3 - x_7 \tag{6}$$

$$\dot{x}_5 = \ddot{z}_{1f} = [F_{sf} + c_{sf}(x_1 - x_5) - k_{tf}x_6 + F_{df} + k_{tf}q_f]/m_{1f} \tag{7}$$

$$\dot{x}_6 = \dot{z}_{1f} = x_5 \tag{8}$$

$$\dot{x}_7 = \ddot{z}_{1r} = [F_{sr} + c_{sr}(x_3 - x_7) - k_{tr}x_8 + F_{dr} + k_{tr}q_r]/m_{1r} \tag{9}$$

$$\dot{x}_8 = \dot{z}_{1r} = x_7 \tag{10}$$

因此,半主动空气悬架数学模型可表达为状态空间方程

$$\dot{\boldsymbol{X}} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{X}) + \boldsymbol{BU} + \boldsymbol{RQ} \tag{11}$$

其中

$$\boldsymbol{f}(\boldsymbol{X}) = \begin{bmatrix} \{-(m_2l_1^2 + I_2)[F_{sf} + c_{sf}(x_1 - x_5)] + (m_2l_1l_2 - I_2)[F_{sr} + c_{sr}(x_3 - x_7)]\}/(m_2I_2) \\ x_1 - x_5 \\ \{(m_2l_1l_2 - I_2)[F_{sf} + c_{sf}(x_1 - x_5)] - (m_2l_2^2 + I_2)[F_{sr} + c_{sr}(x_3 - x_7)]\}/(m_2I_2) \\ x_3 - x_7 \\ [F_{sf} + c_{sf}(x_1 - x_5) - k_{tf}x_6]/m_{1f} \\ x_5 \\ [F_{sr} + c_{sr}(x_3 - x_7) - k_{tr}x_8]/m_{1r} \\ x_7 \end{bmatrix}$$

$$F_{sf} = k_{3f}x_2^3 + k_{2f}x_2^2 + k_{1f}x_2$$

$$F_{sr} = k_{3r}x_4^3 + k_{2r}x_4^2 + k_{1r}x_4$$

$$\boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} \frac{-m_2l_1^2 - I_2}{m_2I_2} & \frac{m_2l_1l_2 - I_2}{m_2I_2} \\ 0 & 0 \\ \frac{m_2l_1l_2 - I_2}{m_2I_2} & \frac{-m_2l_2^2 - I_2}{m_2I_2} \\ 0 & 0 \\ \frac{1}{m_{1f}} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{m_{1r}} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{U}=\begin{bmatrix}F_{\mathrm{df}}\\F_{\mathrm{dr}}\end{bmatrix}\quad \boldsymbol{Q}=\begin{bmatrix}q_{\mathrm{f}}\\q_{\mathrm{r}}\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{R}=\begin{bmatrix}0&0&0&0&k_{\mathrm{tf}}/m_{1\mathrm{f}}&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&k_{\mathrm{tr}}/m_{1\mathrm{r}}&0\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$

2　半主动悬架控制策略

2.1　分数阶微积分

分数阶微积分严格来讲是非整数阶微积分，阶数可以为实数甚至复数。数学家从不同的角度入手，给出了分数阶微积分不同的定义[12]。这里给出 Riemann－Liouville 分数阶微分定义

$${}_aD_t^{\alpha}f(t)=\frac{1}{\Gamma(n-\alpha)}\frac{\mathrm{d}^n}{\mathrm{d}t^n}\left[\int_a^t\frac{f(\tau)}{(t-\tau)^{\alpha-n+1}}\mathrm{d}\tau\right]\tag{12}$$

其中，${}_aD_t^{\alpha}$ 为分数阶微分的操作算子；t 和 a 分别是操作算子的上、下限；α 为微分阶次，且 $n-1<\alpha\leqslant n$，$n\in\mathbf{N}$；$\Gamma(\cdot)$ 是伽马函数。

在初始条件为 0 的条件下，分数阶微分的拉普拉斯变换为

$$L\{D^{\alpha}f(t)\}=s^{\alpha}F(s)\tag{13}$$

目前分数阶微积分常用的计算方法包括解析法、数值法和滤波器算法。本文采用改进的 Oustaloup 滤波器算法来仿真分数阶微积分[13]，其原理是用高阶的传递函数近似替代分数阶算子 s^{α}。假设选定的拟合频段为$(\omega_{\mathrm{b}},\omega_{\mathrm{h}})$，引入滤波器

$$s^{\alpha}\approx\left(\frac{\mathrm{d}\omega_{\mathrm{h}}}{e}\right)^{\alpha}\left(\frac{\mathrm{d}s^2+e\omega_{\mathrm{h}}s}{\mathrm{d}(1-\alpha)s^2+e\omega_{\mathrm{h}}s+\mathrm{d}\alpha}\right)\prod_{k=-N}^{N}\frac{s+\omega_{\mathrm{k}}'}{s+\omega_{\mathrm{k}}}\tag{14}$$

其中　$\omega_{\mathrm{k}}'=\left(\frac{\mathrm{d}\omega_{\mathrm{b}}}{e}\right)^{\frac{\alpha-2k}{2N+1}}\quad\omega_{\mathrm{k}}=\left(\frac{e\omega_{\mathrm{h}}}{d}\right)^{\frac{\alpha+2k}{2N+1}}$

通常选取加权参数 $e=10$，$d=9$。

以 $\alpha=0.25$，$\omega_{\mathrm{b}}=0.01$ rad/s，$\omega_{\mathrm{h}}=200$ rad/s 为例，比较不同滤波器阶次下的滤波逼近效果，结果如图 3 所示。经过比较，选取滤波器的阶次 $2N+1=5$，此时，该算法在给定频率范围内有较高精度。同时，结果表明加权系数的选取是合理的。

2.2　分数阶天棚阻尼控制策略

天棚阻尼控制理论最早由 Karnopp 等在 1974 年提出，并在悬架的半主动控制系统中得到了广泛应用。1/2 汽车前、后悬架理想的天棚阻尼力与其簧载质量的速度成正比，即

$$F_{\mathrm{di}}=b\dot{z}_{2i}\quad(i=\mathrm{f},\mathrm{r})\tag{15}$$

式中，F_{di} 为前、后悬架的天棚阻尼力；$\dot{z}_{2i}$ 为前、后悬架簧载质量的垂直速度；b 为天棚阻尼系数，前、后悬架选用相同的天棚阻尼系数。

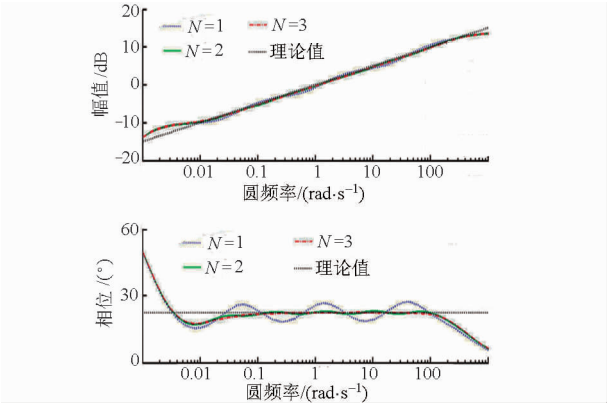

图 3　滤波逼近效果对比

Fig. 3　Comparison of bode diagrams

考虑到实际物理系统的分数阶特性，本文采用分数阶天棚阻尼控制，控制力为

$$F_{\mathrm{di}}=bD^{\alpha}\dot{z}_{2i}\quad(i=\mathrm{f},\mathrm{r})\tag{16}$$

分数阶天棚阻尼系数 b 和微分阶次 α 均可优化，而整数阶天棚阻尼只有 b 可调，分数阶天棚阻尼控制的效果应优于整数阶天棚阻尼控制。尽管理想天棚阻尼不可能在实际车辆中实现，但是通过控制改变阻尼力可以在一定范围内等效天棚阻尼[14]，其控制策略为

$$F_{\mathrm{di}}=\begin{cases}F_{\mathrm{dimax}} & (\dot{z}_{2i}(\dot{z}_{2i}-\dot{z}_{1i})\geqslant 0,\ |bD^{\alpha}\dot{z}_{2i}|>F_{\mathrm{dimax}})\\ bD^{\alpha}\dot{z}_{2i} & (\dot{z}_{2i}(\dot{z}_{2i}-\dot{z}_{1i})\geqslant 0,\ |bD^{\alpha}\dot{z}_{2i}|\leqslant F_{\mathrm{dimax}})\\ 0 & (\dot{z}_{2i}(\dot{z}_{2i}-\dot{z}_{1i})<0)\end{cases}\quad(i=\mathrm{f},\ \mathrm{r})\tag{17}$$

2.3　分数阶控制参数的选取

分数阶控制的参数通过最优算法来寻优确定[15]。为了提高汽车的行驶平顺性、操纵稳定性并减小能耗，应该尽可能地减小簧载质量的垂直加速度、俯仰角加速度、前后悬架动挠度、前后轮胎动位移以及前后悬架控制力等指标。但是，各指标之间存在一定的制约关系，各指标无法同时达到最佳值。因此需要设计一个折中方案，选取合适的控制参数，使悬架综合性能达到最佳，即尽可能减小综合性能评价指标

$$J=\int_0^{\infty}\left[q_1\ddot{z}_2^2+q_2\ddot{\varphi}^2+q_3(z_2-l_1\varphi-z_{1\mathrm{f}})^2+q_4(z_2+l_2\varphi-z_{1\mathrm{r}})^2+q_5(z_{1\mathrm{f}}-q_{\mathrm{f}})^2+q_6(z_{1\mathrm{r}}-q_{\mathrm{r}})^2+r_1F_{\mathrm{df}}^2+r_2F_{\mathrm{dr}}^2\right]\mathrm{d}t\tag{18}$$

式中，q_1 为簧载质量垂直加速度加权系数；q_2 为簧载质量俯仰角加速度加权系数；q_3、q_4 分别为前、后悬架动挠度加权系数；q_5、q_6 分别为前、后轮胎动位移加权系数；r_1、r_2 分别为前、后悬架控制力加权系数。根据各指标本身数量级及其重要程度，确定各加权系数如下：$q_1=3.1\times10^5$，$q_2=5.5\times10^5$，$q_3=q_4=$

1.1×10^8, $q_5=q_6=2.5\times10^8$, $r_1=r_2=1$。

图 4、5 分别表示整数阶和分数阶天棚阻尼半主动悬架的综合性能评价指标与控制参数的关系。

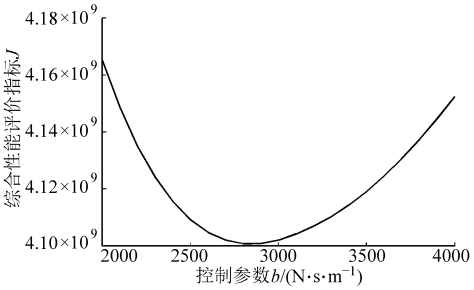

图 4 整数阶天棚阻尼半主动悬架的综合性能评价指标与控制参数的关系曲线

Fig. 4 Relation of comprehensive performance index and controls parameter of integral order suspension

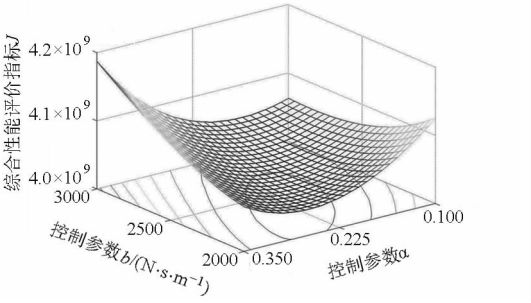

图 5 分数阶天棚阻尼半主动悬架的综合性能评价指标与控制参数的关系曲面

Fig. 5 Relation of comprehensive performance index and controls parameter of fractional order suspension

由图可得,当 $b=2\ 800$ N·s/m 时,整数阶天棚阻尼半主动悬架的综合性能评价指标 J 取得极小值,为 4.10×10^9;当 $b=2\ 550$ N·s/m、$\alpha=0.23$ 时,分数阶天棚阻尼半主动悬架的综合性能评价指标 J 取得极小值,为 4.03×10^9。依照该评价指标,分数阶天棚阻尼控制的总体效果要优于整数阶。

3 仿真结果分析

利用 Matlab/Simulink 软件搭建了被动悬架和半主动悬架(整数阶和分数阶天棚阻尼半主动悬架的统称)仿真模型,表 1 为被动悬架参数。半主动悬架前、后等效阻尼系数分别为 280 和 300 N·s/m,其余参数与被动悬架一致。路面输入模型采用滤波白噪声的时域表达式描述。由于前、后车轮行驶在同一线路上,前、后轮处路面输入只相差时间滞后量 Δt(轴距与车速比值),即 $q_r(t)=q_f(t-\Delta t)$[16]。

3.1 时域仿真结果分析

当车辆以 20 m/s 的速度匀速行驶在 B 级路面时,时域仿真结果如图 6~11 所示。表 2 为整车各响应量的均方根值。

表 1 被动悬架参数

Tab. 1 Some parameters of passive suspension

悬架参数	数值	悬架参数	数值
m_2/kg	1 087	I_2/(kg·m^2)	2 255
m_{1f}/kg	40	m_{1r}/kg	45
c_{sf}/(N·s·m^{-1})	1 100	c_{sr}/(N·s·m^{-1})	1 050
k_{tf}/(N·m^{-1})	160 000	k_{tr}/(N·m^{-1})	160 000
l_1/m	1.315	l_2/m	1.578

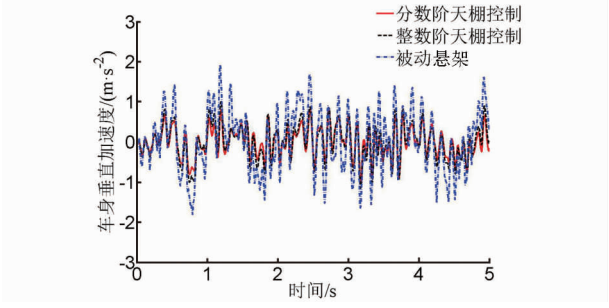

图 6 车身垂直加速度响应曲线

Fig. 6 Body vertical acceleration

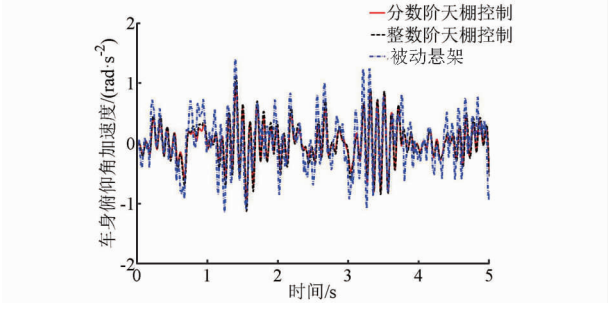

图 7 车身俯仰角加速度响应曲线

Fig. 7 Body pitching angular acceleration

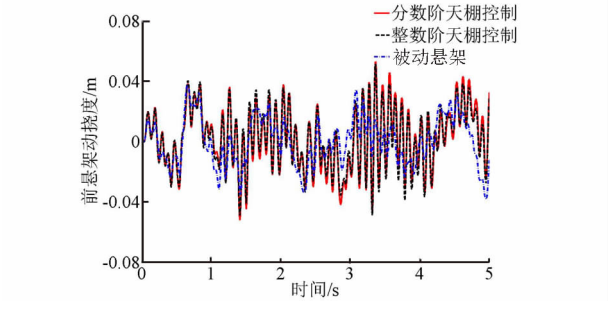

图 8 前悬架动挠度响应曲线

Fig. 8 Front suspension travel

分析图表可得,整数阶天棚阻尼半主动悬架较被动悬架而言,在车身垂直加速度和车身俯仰角加速度方面均得到了大幅度的改善,但是前后轮动载荷有较大程度的恶化;分数阶天棚阻尼半主动悬架的车身垂直加速度、车身俯仰角加速度均优于整数阶天棚阻尼半主动悬架,而两者的动挠度、轮胎动载荷几乎一致。综上,分数阶与整数阶天棚阻尼半主动悬架相比,在不损失操纵稳定性的前提下,可以进一步提升行驶平顺性。

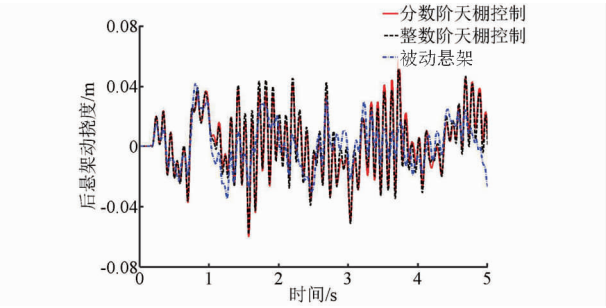

图 9　后悬架动挠度响应曲线

Fig. 9　Rear suspension travel

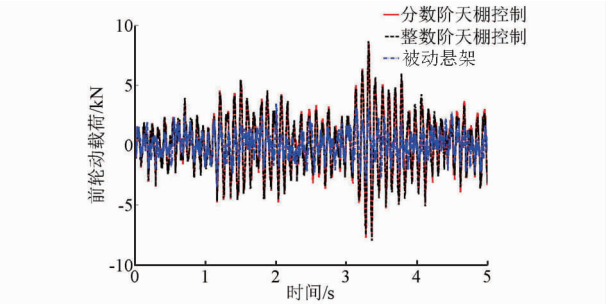

图 10　前轮动载荷响应曲线

Fig. 10　Front wheel dynamic load

3.2　频域仿真结果分析

车身、悬架和车轮的频率响应特性影响着整车平顺性，因此具有重要研究意义。在求线性悬架模型的车身垂直加速度增益、俯仰角加速度增益、前后悬架动行程增益和前后车轮动载荷增益时，可以通过公式推导求得传递函数，或者将系统表述为标准状态空间求得伯德图。但是，空气悬架具有强非线性，上述方法并不适用。本文在 Matlab/Simulink 模型中，将地面速度输入用线性扫频信号替代，幅值为 0.1 m/s，频率范围为 0 ~ 30 Hz，模型的时域响应为幅值、频率不断变化的曲线，将其与输入曲线对比，经过坐标变换，近似得到各幅频特性如图 12 ~ 15 所示。

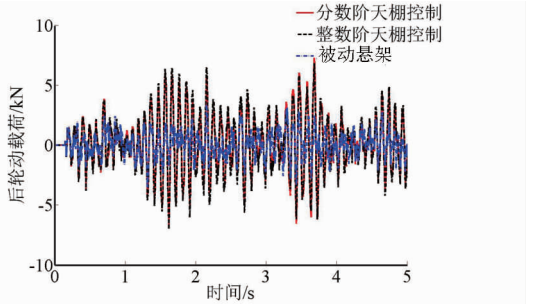

图 11　后轮动载荷响应曲线

Fig. 11　Rear wheel dynamic load

表 2　整车各响应量的均方根值

Tab. 2　RMS of vehicle responses

响应量	被动悬架	整数阶天棚阻尼半主动悬架		分数阶天棚阻尼半主动悬架	
	响应值	响应值	改善程度/%	响应值	改善程度/%
车身垂向加权加速度[16]/(m·s^{-2})	0.712 6	0.485 2	31.9	0.400 1	43.9
车身俯仰角加速度/(rad·s^{-2})	0.449 8	0.346 1	23.1	0.311 7	30.7
前悬架动挠度/m	0.017 9	0.017 4	2.8	0.018 6	-3.9
后悬架动挠度/m	0.017 1	0.016 6	2.9	0.017 8	-4.1
前轮动载荷/N	1 018	1 613	-58.4	1 597	-56.9
后轮动载荷/N	1 059	1 632	-54.1	1 628	-53.7

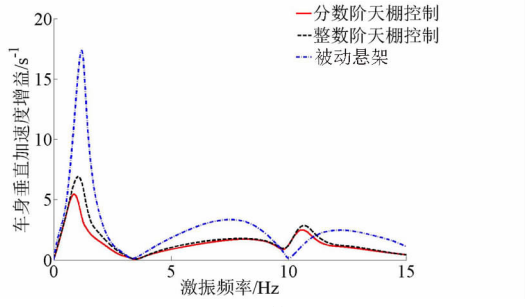

图 12　$|\ddot{z}_2/\dot{q}_f|$ 对 $\dot{q}_f$ 的折算幅频特性

Fig. 12　$|\ddot{z}_2/\dot{q}_f|$ with exciting frequency

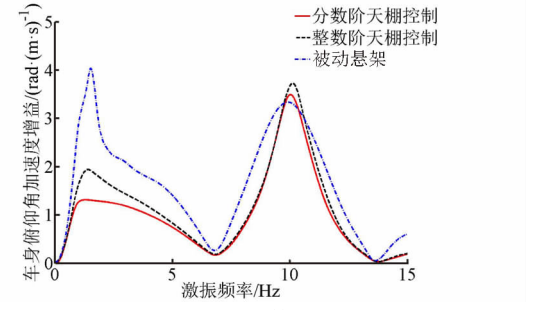

图 13　$|\ddot{\varphi}_2/\dot{q}_f|$ 对 $\dot{q}_f$ 的折算幅频特性

Fig. 13　$|\ddot{\varphi}_2/\dot{q}_f|$ with exciting frequency

非线性系统在不同幅值输入下，响应会有一定差别，但是，上述输入下 3 种悬架各频率响应曲线之间的相对关系仍具有一定代表性。

在上述 4 幅图中都能发现，共振峰均出现在 1 Hz和 10 Hz 附近，分别为汽车簧上质量固有振动频率和簧下质量部分固有振动频率。另外，3 种悬架的低频共振峰有频率偏移，分数阶天棚阻尼半主动悬架的共振频率最低，其次是整数阶天棚阻尼半主动悬架，最高的是被动悬架，这种现象主要是由悬架的非线性引起的。

由图 12 和图 13 可以看出，频响特性曲线在1 ~ 2 Hz 频段，被动悬架出现了较大的共振峰，这是车

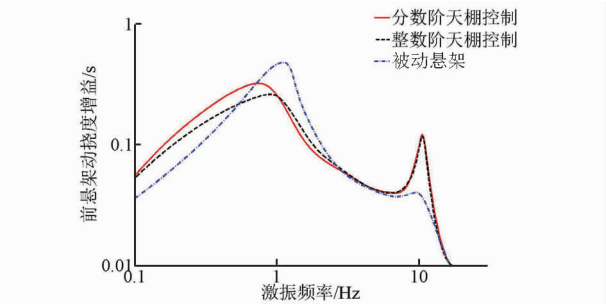

图 14 $(z_{2f}-z_{1f})$对 $\dot{q}_f$ 的折算幅频特性

Fig. 14 $|(z_{2f}-z_{1f})/\dot{q}_f|$ with exciting frequency

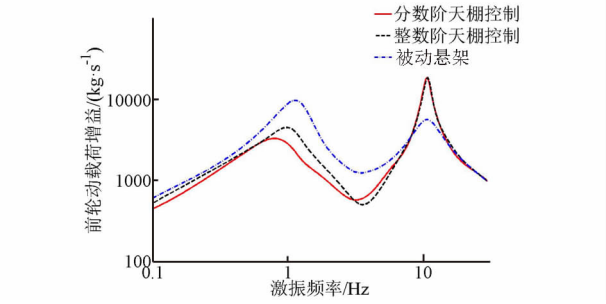

图 15 $k_{tf}(z_{1f}-q_f)$对 $\dot{q}_f$ 的折算幅频特性

Fig. 15 $|k_{tf}(z_{1f}-q_f)/\dot{q}_f|$ with exciting frequency

身共振的结果,而半主动悬架的共振峰较小,有效抑制了车身共振;整数阶和分数阶天棚阻尼半主动悬架的车身垂直加速度增益峰值分别减小了 60.3% 和 68.7%,车身俯仰角加速度增益峰值分别减小了 52.0% 和 67.7%。另外,两者均使人体最为敏感的 4~8 Hz 频段处于减振区[16]。因此,悬架在运用两种控制策略后都能取得比被动悬架更好的平顺性,并且分数阶天棚阻尼控制策略效果更好,在低频段尤为明显。

分析图 14 可得,在 10 Hz 附近频段,半主动控制不仅没有减小悬架动挠度,反而有所增大;在中间的频率段,半主动控制有改善作用。从图 15 可看出,在 4 Hz 以下频率段,分数阶比整数阶天棚阻尼控制能更有效地降低前轮动载荷增益;然而在 10 Hz 附近的频率段,相对被动悬架,两者有相同程度的恶化,影响了汽车操纵稳定性。上述恶化现象的原因是评价指标之间的相互矛盾,特别是车身垂向加速度与轮胎动载荷之间的矛盾。在车身垂向振动性能得到改善的情况下,轮胎动载荷有所增加。因为 10 Hz附近正是簧下质量的固有振动频率,所以该频率下车轮动载荷性能的恶化尤其明显。

4 结论

(1)建立了半主动空气悬架非线性动力学模型,空气弹簧的数学模型直接通过试验数据拟合得到,能真实反映其性能。

(2)利用 Matlab/Simulink 建立半车仿真模型,对比分析整数阶和分数阶天棚阻尼控制的效果。后者能更有效地抑制低频车身垂直和俯仰振动,衰减车身共振,整体控制效果有一定提高,验证了分数阶微积分在悬架半主动控制中的有效性。

(3)整数阶和分数阶天棚阻尼半主动悬架的动挠度、轮胎动载荷性能相近。

参 考 文 献

1 Crosby M J, Karnopp D C. The active damper-a new concept for shock and vibration control[J]. The Shock and Vibration Bulletin, 1973, 43(4): 119-133.

2 Karnopp D C, Crosby M J, Harwood R A. Vibration control using semi-active force generators[J]. ASME Journal of Engineering for Industry, 1974, 5(2): 619-626.

3 陈一锴, 何杰, 张卫华, 等. 多轴重型货车悬架系统改进天棚控制策略[J]. 农业机械学报, 2011, 42(6): 16-22.
Chen Yikai, He Jie, Zhang Weihua, et al. Modified skyhook damping control of multi-axial heavy truck suspension system[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2011, 42(6): 16-22. (in Chinese)

4 盛云, 吴光强. 7 自由度主动悬架整车模型最优控制的研究[J]. 汽车技术, 2007(6): 12-16.
Sheng Yun, Wu Guangqiang. Study on optimal control of complete vehicle model with 7 degrees of freedom active suspension[J]. Automobile Technology, 2007(6): 12-16. (in Chinese)

5 陈龙, 李德超, 周孔亢. 自适应模糊控制技术在半主动悬架控制中的应用[J]. 农业机械学报, 2005, 36(4): 5-8, 21.
Chen Long, Li Dechao, Zhou Kongkang. Application of adaptive fuzzy control in vehicle semi-active suspension system [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2005, 36(4): 5-8, 21. (in Chinese)

6 李以农, 郑玲. 汽车非线性半主动悬架的模糊神经网络控制[J]. 汽车工程, 2004, 26(5): 600-604, 628.
Li Yinong, Zheng Ling. Fuzzy neural network control for automotive semi-active nonlinear suspension [J]. Automotive Engineering, 2004, 26(5): 600-604, 628. (in Chinese)

7 张孝祖,乐巍,陈龙. 阻尼模糊控制在车辆半主动悬架中的应用[J]. 农业机械学报, 2004, 35(2): 5-8.
Zhang Xiaozu, Yue Wei, Chen Long. Application of fuzzy control on damping coefficient in vehicle semi-active suspension [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2004, 35(2): 5-8. (in Chinese)

8 汪若尘, 陈龙, 张孝良, 等. 车辆半主动空气悬架系统设计与试验[J]. 农业机械学报,2012,43(4):6-9,136.
Wang Ruochen, Chen Long, Zhang Xiaoliang, et al. Design and test of semi-active air suspension system of vehicle[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2012, 43(4): 6-9, 136. (in Chinese)

9 Uwe R, Oskar V S. Optimal and robust damping control for semi-active vehicle suspension[C]. Proceedings of the 5th EUROMECH Nonlinear Dynamics Conference, 2005: 125 – 136.

10 王海涛, 董新民, 王建刚. 分数阶控制理论及其在飞机俯仰控制中的应用[J]. 飞行力学, 2011, 29(5): 44 – 48.
Wang Haitao, Dong Xinmin, Wang Jiangang. Fractional order control theory and its applications in aircraft longitudinal control [J]. Flight Dynamic, 2011, 29(5): 44 – 48. (in Chinese)

11 陈宁, 陈南, 王乃洲, 等. 基于分数阶参考模型的车辆悬架自适应控制[J]. 南京林业大学学报: 自然科学版, 2009, 33(3): 116 – 120.
Chen Ning, Chen Nan, Wang Naizhou, et al. Adaptive control of vehicle suspension using fractional order reference models[J]. Journal of Nanjing Forestry University: Natural Science Edition, 2009, 33(3): 116 – 120. (in Chinese)

12 朱呈祥, 邹云. 分数阶控制研究综述[J]. 控制与决策, 2009, 24(2): 161 – 169.
Zhu Chengxiang, Zou Yun. Summary of research on fractional-order control[J]. Control and Decision, 2009, 24(2): 161 – 169. (in Chinese)

13 Xue Dingyv, Zhao Chunna, Chen Yangquan. A modified approximation method of fractional order system[C]// Proceedings of the 2006 IEEE International Conference on Mechatronics and Automation, 2006: 1043 – 1048.

14 翁建生. 基于磁流变阻尼器的车辆悬架系统半主动控制[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2001.
Weng Jiansheng. The semi-active control of vehicle suspension systems based on magnetorheological dampers[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2001. (in Chinese)

15 齐乃明, 宋志国, 秦昌茂. 基于最优 Oustaloup 的分数阶 PID 参数整定[J]. 控制工程, 2012, 19(2): 283 – 285.
Qi Naiming, Song Zhiguo, Qin Changmao. Tuning of fractional PID controllers based on optimal Oustaloup[J]. Control Engineering of China, 2012, 19(2): 283 – 285. (in Chinese)

16 余志生. 汽车理论[M]. 北京: 机械工业出版社, 2009.

Semi-active Control of Automotive Air Suspension Based on Fractional Calculus

Wu Guangqiang[1,2]　Huang Huanjun[1]　Ye Guanghu[1]

(1. *School of Automotive Studies*, *Tongji University*, *Shanghai* 201804, *China*
2. *Institute of Industrial Science*, *University of Tokyo*, *Tokyo* 153 – 8505, *Japan*)

Abstract: In order to study the application of fractional calculus in the control of semi-active air suspensions, a 4-DOF nonlinear dynamic model of semi-active air suspension system was built. A modified Oustaloup filter algorithm was adopted to simulate fractional calculus. The simulation model of semi-active suspension with fractional-order sky-hook damping was developed. And its simulation results were compared with those of passive suspension and semi-active suspension with integral-order sky-hook damping. The comparison results indicate that in contrast to passive suspension, when the car is running at the speed of 20 m/s on grade B road, the integral-order and fractional-order sky-hook damping control strategies reduce weighted RMS (root-mean-square) values of vehicle body vertical acceleration by 31.9% and 43.9%, and decrease RMS values of pitching angular acceleration by 23.1% and 30.7%. The results further show that the semi-active control based on fractional calculus could suppress vehicle body resonance more effectively.

Key words: Vehicle　Air suspension　Fractional order calculus　Sky-hook damping control　Ride comfort